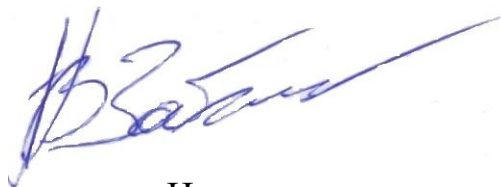


Общество с Ограниченной Ответственностью «Группа «Мagneзит»

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт физики прочности и материаловедения

Сибирского отделения Российской академии наук



На правах рукописи

ЗАБОЛОТСКИЙ АНДРЕЙ ВАСИЛЬЕВИЧ

**МНОГОУРОВНЕВЫЙ ПОДХОД К ПРОГНОЗУ  
ТРЕЩИНООБРАЗОВАНИЯ В КВАЗИХРУПКИХ КОМПОЗИЦИОННЫХ  
МАТЕРИАЛАХ В УСЛОВИЯХ ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ**

1.1.8 – Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени

доктора технических наук

Научный консультант:

Доктор физико-математических наук, доцент

Дмитриев Андрей Иванович

Санкт-Петербург – 2025

## Оглавление

|                                                                      |    |
|----------------------------------------------------------------------|----|
| Оглавление .....                                                     | 2  |
| Введение.....                                                        | 7  |
| 1. Квазихрупкие композиционные материалы (обзор) .....               | 29 |
| 1.1. Особенности структуры и свойств ККМ .....                       | 29 |
| 1.1.1. Хрупкие и квазихрупкие материалы.....                         | 29 |
| 1.1.2. Особенности разрушения ККМ.....                               | 30 |
| 1.2. Критерии прочности и модели разрушения ККМ .....                | 32 |
| 1.2.1. Напряженно-деформированное состояние.....                     | 32 |
| 1.2.2. Термомеханические напряжения в ККМ .....                      | 33 |
| 1.2.3. Развитие представлений о разрушении материалов .....          | 35 |
| 1.2.4. Концентраторы напряжений в ККМ .....                          | 39 |
| 1.2.5. Докритический и закритический размер трещин .....             | 40 |
| 1.3. Рост трещин .....                                               | 43 |
| 1.3.1. Локализация области появления трещины.....                    | 43 |
| 1.3.2. Определение направления роста трещины .....                   | 44 |
| 1.3.3. Определение скорости роста трещины.....                       | 45 |
| 1.3.4. Ветвление и остановка трещины.....                            | 47 |
| 1.4. Энергетическое состояние вершины микротрещины .....             | 48 |
| 1.4.1. Постоянная внешняя нагрузка.....                              | 49 |
| 1.4.2. Конечная деформация .....                                     | 50 |
| 1.4.3. Циклическая нагрузка .....                                    | 52 |
| 1.4.4. Нециклическая переменная нагрузка.....                        | 53 |
| 1.4.5. Тепловой эффект трещинообразования.....                       | 54 |
| 1.4.6. Кинетическая энергия растущей трещины.....                    | 55 |
| 1.5. Разгрузка НДС при росте микротрещины .....                      | 56 |
| 1.5.1. Размер области разгрузки НДС .....                            | 57 |
| 1.5.2. Условия роста и остановки трещины.....                        | 57 |
| 1.6. Выделение уровней при решении задач разрушения конструкций..... | 59 |
| 1.7. Выводы по главе 1.....                                          | 61 |

|                                                                                                      |     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 2. Постановка задачи моделирования ККМ и его разрушения .....                                        | 64  |
| 2.1. Выбор материалов для высокотемпературной эксплуатации .....                                     | 64  |
| 2.2. Математическая постановка задачи .....                                                          | 65  |
| 2.2.1. Основные уравнения.....                                                                       | 65  |
| 2.2.2. Определяющие соотношения .....                                                                | 66  |
| 2.2.3. Математическая модель ККМ .....                                                               | 67  |
| 2.2.4. Граничные условия .....                                                                       | 70  |
| 2.3. Модель термического разрушения ККМ.....                                                         | 72  |
| 2.3.1. Стадии развития трещин при квазихрупком разрушении .....                                      | 72  |
| 2.3.2. Основные допущения модели.....                                                                | 74  |
| 2.3.3. Валидация градиентного деформационного критерия .....                                         | 79  |
| 2.3.4. Использование многоуровневого подхода к моделированию разрушения<br>сложных объектов.....     | 84  |
| 2.3.5. Моделирование термомеханического разрушения огнеупорных<br>футеровок.....                     | 87  |
| 2.5. Выводы по главе 2.....                                                                          | 90  |
| 3. Математическая модель ККМ и его напряженно-деформированного состояния<br>.....                    | 91  |
| 3.1. Численное исследование структуры огнеупоров .....                                               | 91  |
| 3.1.1. Особенности структуры огнеупоров.....                                                         | 91  |
| 3.1.2. Моделирование структуры огнеупора.....                                                        | 94  |
| 3.2. Упругие свойства огнеупоров при температуре эксплуатации .....                                  | 101 |
| 3.2.1. Характер изменения упругих характеристик с ростом температуры. ....                           | 101 |
| 3.2.2. Испытания материалов на температуру начала деформации под<br>нагрузкой.....                   | 102 |
| 3.2.3. Релаксация напряжений.....                                                                    | 104 |
| 3.2.4. Определение предела прочности при изгибе .....                                                | 104 |
| 3.2.5. Применение результатов лабораторных испытаний для моделирования<br>разрушения огнеупоров..... | 105 |
| 3.3. Концентраторы напряжений в огнеупорах и НДС в их окрестности.....                               | 106 |
| 3.3.1. Факторы, формирующие НДС в материале .....                                                    | 106 |

|                                                                                                                                   |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 3.3.2. Концентрация напряжений вокруг одиночных пустот различной формы .....                                                      | 108 |
| 3.3.3. Поле компонентов НДС в окрестности включений в градиентном поле температур .....                                           | 113 |
| 3.4. Суперпозиции полей напряжений вокруг концентраторов .....                                                                    | 114 |
| 3.4.1. Суперпозиции полей напряжений в полубесконечном теле .....                                                                 | 115 |
| 3.4.2. Суперпозиция полей напряжений в футеровках промышленных агрегатов разного размера .....                                    | 116 |
| 3.4.3. Суперпозиция полей напряжений на уровне микроструктуры материала .....                                                     | 121 |
| 3.5. Влияние размерного фактора на локализацию инициатора трещины и направление ее роста .....                                    | 122 |
| 3.5.1. Инициация роста трещин на идеализированной системе пустот при сжатии и растяжении .....                                    | 124 |
| 3.5.2. Инициация трещин на идеализированной системе включений с различными пластическими свойствами при сжатии и растяжении ..... | 127 |
| 3.6. Инициация трещинообразования для системы дефектов структуры при сложных видах нагружения .....                               | 131 |
| 3.6.1. Трещинообразование в системе сферических пор и включений при изгибе .....                                                  | 132 |
| 3.6.2. Трещинообразование при одновременном действии внутреннего давления и внешней нагрузки .....                                | 134 |
| 3.7. Выводы по главе 3 .....                                                                                                      | 138 |
| 4. Модель докритического роста трещин в ККМ в градиентных температурных полях .....                                               | 140 |
| 4.1. Локализация трещины в ККМ .....                                                                                              | 140 |
| 4.1.1. Определение области инициации трещины в ККМ .....                                                                          | 140 |
| 4.1.2. Трехточечный изгиб огнеупорного материала при квазистатическом нагружении .....                                            | 145 |
| 4.1.3. Динамическое нагружение огнеупора по методу Кольского .....                                                                | 148 |
| 4.2. Формирование микротрещиноватой структуры .....                                                                               | 150 |
| 4.2.1. Граница раздела «матрица – зерно каркаса» .....                                                                            | 151 |
| 4.2.2. Моделирование НДС вершины трещины на границе раздела матрицы и армирующего включения .....                                 | 156 |



|                                                                                                                      |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 4.2.3. Граница раздела «поры – матрица» .....                                                                        | 161 |
| 4.2.4. Области материала, находящиеся вблизи температуры фазового перехода .....                                     | 162 |
| 4.3. Разрушение микротрещиноватой структуры .....                                                                    | 169 |
| 4.3.1. Динамика формирования микротрещиноватой структуры .....                                                       | 171 |
| 4.3.2. Динамика упругих деформаций при термическом воздействии .....                                                 | 174 |
| 4.5. Выводы по главе 4.....                                                                                          | 175 |
| 5. Применение многоуровневого подхода к прогнозированию характера и скорости разрушения ККМ .....                    | 178 |
| 5.1. Режимы работы тепловых агрегатов и формирование температурных полей в их футеровках .....                       | 178 |
| 5.1.1. Режимы эксплуатации тепловых агрегатов .....                                                                  | 178 |
| 5.1.2. Граничные условия на поверхностях теплообмена агрегатов. ....                                                 | 179 |
| 5.1.3. Теплообмен на внешней поверхности агрегатов.....                                                              | 180 |
| 5.1.4. Теплообмен на внутренней поверхности агрегатов.....                                                           | 182 |
| 5.1.5. Валидация использованной методики .....                                                                       | 186 |
| 5.1.6. Температурные поля вблизи конструктивных особенностей кожуха оборудования.....                                | 191 |
| 5.1.7. Динамика формирования температурных полей при эксплуатации промышленного оборудования.....                    | 192 |
| 5.2. Определение направления роста трещин в футеровках оборудования и изделиях .....                                 | 195 |
| 5.2.1. Свод мартеновской печи .....                                                                                  | 195 |
| 5.4.2. Исследование разрушения изделий для футеровки сталеразливочного ковша в градиентных температурных полях ..... | 198 |
| 5.4.3. Рабочая футеровка сталеразливочного ковша .....                                                               | 209 |
| 5.4.3. Свод дуговой сталеплавильной печи .....                                                                       | 211 |
| 5.2.4. Применение модели разрушения к испытанию огнеупора на термостойкость.....                                     | 213 |
| 5.5. Моделирование инициации трещин на структурах, имитирующих реальные огнеупорные материалы .....                  | 217 |
| 5.5.1. Геометрическая модель структуры огнеупорного материала.....                                                   | 217 |
| 5.5.2. Сжатие.....                                                                                                   | 220 |

|                                                                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.5.3. Растяжение.....                                                                                                                                   | 222 |
| 5.5.4. Изгиб .....                                                                                                                                       | 222 |
| 5.6. Прогноз разрушения изделий и футеровок .....                                                                                                        | 223 |
| 5.6.1. Футеровка сталеразливочного ковша .....                                                                                                           | 224 |
| 5.6.2. Усталостное разрушение прессовой оснастки для производства<br>огнеупоров .....                                                                    | 233 |
| 5.6.3. Применение многоуровневого подхода к анализу разрушения<br>огнеупорной бетонной конструкции при сушке.....                                        | 236 |
| 5.7. Выводы по главе 5.....                                                                                                                              | 242 |
| Заключение .....                                                                                                                                         | 244 |
| Литература .....                                                                                                                                         | 248 |
| Приложения .....                                                                                                                                         | 295 |
| Приложение 1. Акт о разрушении расходуемого брызгозащитного экрана<br>установки VD-VOD.....                                                              | 295 |
| Приложение 2. Отчет о расследовании причин разрушения брызгозащитного<br>экрана установки VD-VOD во время его термообработки.....                        | 296 |
| Приложение 3. Акт о проведении испытаний лабораторного способа<br>определения коэффициента диффузии воды в огнеупорных бетонах и торкрет<br>массах ..... | 298 |
| Приложение 4. Акт о применении многоуровневого подхода к анализу<br>разрушения вставок свода ДСП.....                                                    | 299 |
| Приложение 5. Акт об анализе трещинообразования в валах электродвигателей<br>.....                                                                       | 300 |
| Приложение 6. Акт о прогнозе появления трещин в огнеупорах при<br>эксплуатации.....                                                                      | 301 |

## Введение

Квазихрупкими композиционными материалами (ККМ) называют такие многокомпонентные гетерофазные материалы, в которых, несмотря на хрупкое поведение составляющих индивидуальных фаз, на диаграмме деформирования присутствует зона пластических деформаций. Данное свойство является следствием наличия множественных границ раздела фаз в материале, которые обеспечивают перемещение отдельных областей материала относительно друг друга при разрушении. Примерами таких материалов служат керамические и огнеупорные материалы, бетоны, литейные чугуны и т.п.

Огнеупоры или высокотемпературные материалы являются основным видом ККМ, эксплуатируемых в условиях высоких температур. Как правило, огнеупорные ККМ производятся на основе тугоплавких оксидов нитридов или карбидов [1]. Это связано с тем, что высокотемпературная обработка – ключевая стадия при производстве различных конструкционных материалов, при этом температура обработки может достигать  $2000^{\circ}\text{C}$  и более [1 – 4]. Такие экстремальные условия требуют использования в качестве теплозащиты производственного оборудования специальных материалов, способных сохранять свои эксплуатационные характеристики в условиях высоких температур.

Высокотемпературное применение материала подразумевает наличие такой особенности, как значительный градиент температуры в конструкции в случае одновременного соприкосновения с горячим рабочим телом (например, расплавом металла) и пассивным, либо активным охлаждением с противоположной стороны футеровки [5]. Это способствует появлению градиентных термомеханических напряжений в материале за счет неравномерного температурного расширения или сложного механического взаимодействия с соседними изделиями и другими элементами конструкции. Термомеханические нагрузки в конечном итоге приводят к необратимым пластическим деформациям (ползучесть) [2] или трещинообразованию [6].

В процессе эксплуатации огнеупоры подвергаются также сложному физико-химическому воздействию, включающему химическое разрушение агрессивными расплавами и шлаками (коррозию) [7], абразивное воздействие внутренней среды агрегата (эрозию) [8], которые, как правило, приводят к равномерному истончению рабочей футеровки, а также термомеханическое нагружение за счет собственного термического расширения в стесненных условиях при изменении температуры. Термомеханическая нагрузка часто приводит к развитию разнонаправленных трещин в футеровке, в том числе, на ранних стадиях эксплуатации оборудования и ее преждевременному выходу из строя [6].

Свойства огнеупоров и других ККМ, в том числе упругопластические, имеют выраженную зависимость от температуры. Таким образом, значительные градиенты температуры могут приводить к существенным отличиям упругопластических реакций материала в различных температурных зонах. Например, в огнеупорных материалах окрестность рабочей (горячей) поверхности может проявлять пластичные свойства, находясь вблизи температуры плавления в процессе эксплуатации [9 – 13], в то время как окрестность холодной поверхности проявляет выраженные хрупкие свойства [14, 15].

Другой особенностью огнеупорных ККМ является их структура, обусловленная технологией получения, в том числе двухстадийной термообработкой, направленной на снижение объемных изменений в процессе эксплуатации [2 – 4]. В результате огнеупорные материалы по своей структуре представляют собой неоднородные композиции, состоящие из армирующих зерен различной формы и размера (иногда разной химической природы) – каркаса, распределенные в относительно однородной связующей матрице, образующейся в результате спекания мелких фракций зерен (исключение составляют огнеупорные бетоны и торкрет-массы, упрочнение которых происходит за счет химической реакции без нагрева) [4]. Матрица и зерна каркаса могут содержать также пустоты, представленные округлыми порами и вытянутыми микротрещинами, которые, как правило, значительно чаще встречаются в матрице. Поры в основном образуются

на стадии формования (прессования) материала, а микротрещины – при его термической обработке [1, 2]. В такой структуре при внешнем механическом или термомеханическом воздействии формируется напряженно-деформированное состояние (НДС), определяемое наличием большого количества концентраторов напряжений по границам раздела элементов структуры или фаз (интерфейсам). Ввиду пространственной близости, поля напряжений и деформаций от разных концентраторов перекрываются и разрушение материала часто происходит уже под действием суперпозиции этих полей [16]. В качестве определяющих параметров НДС могут выступать механические напряжения, упругие деформации и их производные величины в зависимости от предполагаемого характера разрушения конкретного материала в рассматриваемых условиях. В случае локального хрупкого разрушения, свойственного огнеупорным ККМ [17], в качестве основных параметров наиболее эффективным представляется использование растягивающих (максимальных главных) напряжений и максимальных главных упругих деформаций.

Неоднородность структуры материалов является одной из основных причин квазихрупкого характера разрушения [18, 19], реализующегося путем постепенного накопления повреждений в структуре материала под действием нагрузки [20]. Появление термина «квазихрупкий» обусловлено изменением характера поведения материала на разных уровнях детализации структуры объекта (размерных уровнях). Для исследования вопроса трещинообразования в футеровках промышленного оборудования оптимальным представляется разбиение на три характерных уровня:

- **Уровень агрегата или макроуровень**, где рассматривается система целиком, а в качестве граничных условий выступают внешние температурные и механические воздействия. Идентичные по фазовому составу составляющие конструкции рассматриваются как однородные непрерывные фазы, обладающие некоторыми усредненными характеристиками.

- **Уровень изделия (конструктивного блока) или мезоуровень**, на котором учитываются особенности монтажа оборудования (например, влияние стыков между отдельными конструктивными блоками), а сами материалы по-прежнему считаются однородными и непрерывными. В качестве граничных условий могут использоваться как внешние воздействия, так и реакции плоскостей симметрии (смещения или напряжения), определенные на более высоком размерном уровне.
- **Уровень структуры (микроструктуры) материала или микроуровень** предполагает явное разделение материала, ранее считавшегося однородным и непрерывным, на составляющие структуры (зерна, микротрещины, поры и т.д.). При этом «матрица» материала остается однородной в силу малого по масштабу величин размера ее элементов ( $< 10^{-5}$  м). Граничными условиями являются перемещения или напряжения на границах расчетной области, определенные на более высоком размерном уровне.

Локальное разрушение материала на **уровне микроструктуры** происходит путем быстрого возникновения микротрещины, проходящей через участок матрицы или отдельное армирующее зерно в соответствии с механизмом хрупкого разрушения. Одновременно, в окрестности этой микротрещины происходит разгрузка НДС материала [21, 22]. Множественные локальные хрупкие разрушения, происходящие последовательно в наиболее напряженных областях материала, приводят к появлению значительного нелинейного (пластического) участка на диаграмме деформирования материала – то есть реализации квазихрупкого сценария разрушения на бóльших размерных уровнях. Отличие проявляется и в том, что в случае квазихрупкого разрушения на **уровне микроструктуры** материалов в окрестности вершин растущих трещин возникает цикличность роста напряжений (связанная с разгрузкой НДС, чем обусловлено сходство квазихрупкого и усталостного разрушения), а на **уровнях изделия или агрегата** нагрузка при этом может не иметь циклического характера. Таким образом, квазихрупкость огнеупорных композиционных материалов при

нормальных условиях вызвана множественным трещинообразованием по хрупкому механизму, рассредоточенным во времени и объеме материала [23].

Ресурс службы огнеупорного ККМ при трещинообразовании определяется стадией квазихрупкого роста трещины докритического размера: по ее окончании происходит быстрое образование магистральных трещин в изделии, приводящее к существенному ослаблению или разрушению всей конструкции [24]. Критическим размером трещины следует считать такой размер, который при приложении типичной механической или термомеханической нагрузки к объекту приводит к катастрофическому росту трещины и разрушению объекта [24, 25]. Образовавшиеся поверхности трещин часто становятся областью химического взаимодействия с внутренней средой агрегата, что значительно ускоряет разрушение материала путем коррозии.

Одной из частых задач, возникающих при анализе разрушения огнеупорных материалов, актуальной для широкого класса водозатворяемых огнеупорных материалов, например, огнеупорных бетонов, является разрушение под действием внутреннего давления при нагреве [26 – 29]. Причиной этого является испарение воды во внутренние полости материала и подъем давления пара до величин, соизмеримых или превышающих предел прочности материала. Во время первого разогрева футеровок, построенных из водозатворяемых материалов, возникает комбинация напряжений за счет термических деформаций и давления паров воды во внутренних полостях конструкции, которые могут кратно превышать предел прочности материала, что часто приводит к взрывному разрушению.

**Актуальность работы.** Прогнозирование ресурса службы огнеупорных материалов в условиях термомеханического воздействия является актуальной технической задачей, а для случая огнеупорных бетонов прогнозирование их разрушения во время сушки и разогрева позволяет предупреждать аварийные ситуации и оптимизировать режим термообработки. Актуальность прогнозирования возрастает также в связи с тем, что, с одной стороны, постоянно

происходит изменение параметров производственных процессов [5], например, изменение сортамента выплавляемых сталей в черной металлургии и т.п., влекущее за собой, в том числе, изменения температуры и длительности термообработки металла. С другой стороны, изменения претерпевает сырьевая база для производства огнеупорных материалов, а также предпринимаются попытки их совершенствования [2]. Прогнозирование, опирающееся на статистические данные предыдущего опыта, в данном случае может оказаться малоэффективным ввиду того, что новые параметры сырья или условий эксплуатации зачастую не имеют предшествующих аналогов. Метод промышленного эксперимента является неэффективным по экономическим соображениям, поскольку временные и финансовые расходы на его проведение довольно велики.

**Разработанность темы.** Перспективным способом решения задачи прогнозирования ресурса службы огнеупорного материала является разработка подхода к компьютерному моделированию его разрушения в градиентных температурных полях с учетом температурной зависимости свойств материала и, при необходимости, внутреннего давления флюидов в закрытых полостях [30]. Разработка такого подхода подразумевает как построение геометрического образа структуры материала, так и описание стадий разрушения, и формулировку условий перехода между ними.

При моделировании разрушения материал может быть представлен либо в виде непрерывной континуальной среды, обладающей некоторыми усредненными интегральными характеристиками, либо его структура может быть задана в явном виде с индивидуальными свойствами отдельных фаз. Для решения задач моделирования промышленных конструкций или иных крупных объектов обычно применяется задание материала в виде непрерывной среды [31 – 41], а для исследования поведения материалов под различной нагрузкой – может использоваться явное задание структуры материала [19, 42 – 56], которое предполагает его представление в виде нескольких обособленных термодинамических фаз (матрица, включения, обладающие различными упругими



свойствами, и дефекты – поры и микротрещины). Однако этот подход не позволяет моделировать процессы разрушения на размерном уровне промышленного агрегата или изделия [57]. Использование интегральных характеристик материалов без учета их температурных зависимостей и их деградации по мере разрушения ограничивает возможность расчета фактического состояния материалов в градиентных температурных полях и прогнозирование их ресурса [58 – 65]. Эффективным решением поставленной задачи может быть использование многоуровневого подхода, сочетающего применение методик явного и неявного описания структуры материалов для различных размерных уровней.

Комплексный характер разрушения огнеупоров не позволяет в полной мере применять к прогнозированию их ресурса модели разрушения для непрерывных сред, основанные на превышении критического значения некоторыми характеристиками НДС (максимальные главные напряжения, максимальные допустимые деформации, критические коэффициенты интенсивности напряжений и т.д. [34 – 36, 66]), справедливые для хрупких материалов. Разрушение в таких материалах носит характер накопления повреждений, и прогноз должен учитывать величину, цикличность и динамику изменения действующей нагрузки [18, 19]. Кроме того, структурные элементы огнеупорных материалов могут выступать в качестве препятствий на пути растущих трещин, значительно замедляя скорость разрушения [67]. Геометрическая форма изделий также может служить сдерживающим фактором трещинообразования за счет остановки трещин на границах блоков или за счет создания условий всестороннего сжатия, в которых разрушение материала происходит при более высоком уровне нагрузки.

Необходимо отметить, что исследований разрушения высокотемпературных материалов при температуре эксплуатации проводилось значительно меньше, чем исследований разрушения строительной керамики или металлоконструкций при нормальных температурах. Например, в «Encyclopedia of Thermal Stresses» (Энциклопедия термических напряжений) 2013 года, содержащей 1310 статей [68], собственно материалам, применяемым при температуре свыше 1000 °C посвящено

менее 30 работ, а из 60 статей опубликованных в Journal of Thermal Stress (*Журнал термического напряжения*) за 2022 год только 4 статьи были посвящены высокотемпературным процессам, протекающим при температуре более 1000 °С. Модели разрушения материалов с градиентом распределения упругих свойств в температурных полях ранее не применялись для моделирования разрушения функциональных высокотемпературных (огнеупорных) материалов. Однако неоднократно отмечался ряд явлений, описание которых невозможно без учета неоднородного распределения упругих свойств в материалах [69 – 75] (в частности, особенности роста трещин при пересечении границ фаз или областей с различными упругими свойствами).

**Целью настоящего исследования** является разработка **многоуровневого подхода** к численному моделированию разрушения, учитывающему особенности свойств и структуры ККМ при условиях высокотемпературной эксплуатации и градиента температурного поля, для анализа причин разрушения конструкций и прогнозирования их ресурса в условиях службы.

Такой **многоуровневый подход**, предполагает поэтапное двустороннее решение задачи [76] («сверху-вниз» и «снизу-вверх»). Это достигается путем известного способа сокращения масштаба (от большего размера к меньшему) [77, 78] для детализации результатов: определение длины траектории трещины, характера разрушения отдельных конструктивных элементов футеровок и, на **уровне микроструктуры материала** – динамики развития трещины. При обратном масштабировании результатов исследования динамики роста трещин на моделях структуры материалов на более крупные размерные уровни – **изделия и агрегат в целом**, появляется возможность рассматривать процесс разрушения футеровки агрегата в динамике с целью прогнозирования срока ее эксплуатации. При этом в качестве исходных данных для прогнозирования используются результаты статических (или квазистатических) расчетов НДС для условий эксплуатации оборудования.

На первом этапе решения («сверху-вниз») для уровня агрегата определяются параметры НДС всей конструкции, с использованием интегральных свойств материалов и условий эксплуатации агрегата в качестве граничных условий. При этом выявляются наиболее деформированные или напряженные зоны конструкции, опасные с точки зрения трещинообразования. Учитывается, что на уровне агрегата рассматриваемые конструкции представляют собой геометрические тела сложной формы, находящиеся в состоянии теплообмена с окружающей средой, что формирует соответствующие поля напряжений с концентраторами крупных размеров и, во многих случаях, их суперпозицию [16]. Кроме того, учитывается градиент температуры и его влияние на вязкоупругие свойства материала. По специально разработанной методике обработки результатов лабораторных испытаний материалов в конструкции выделяются зоны, подверженные хрупкому разрушению, либо пластическим деформациям [15].

Для определения направления распространения трещин впервые был введен ***градиентный деформационный критерий***, позволяющий прогнозировать момент возникновения и направление развития трещин на основании анализа статического поля деформаций и напряжений для заданного момента времени. Введенный критерий может быть использован на всех размерных уровнях: на уровне агрегата он позволяет определить общий усредненный вектор направления распространения трещин, расчетным путем определить область трещинообразования и длину траектории трещины на уровне изделия, а на уровне структуры материала – локальные направления, определяющие, в том числе, изломы траектории разрушения (отклонения от основного вектора, увеличивающие время сопротивления материала разрушению) под влиянием локальных концентраторов напряжений и суперпозиции их полей деформаций и напряжений [79]. Достоинство критерия заключается в том, что он позволяет определять область начала роста и его направление для трещины по статически рассчитанным полям компонентов НДС материала за счет применения неявного способа решения, что существенно сокращает объем предварительных расчетов.

Зона начала трещинообразования может определяться как наиболее напряженная, так и наиболее деформированная область конструкции. Для нахождения этой зоны могут также применяться и другие критерии прочности композиционных материалов [80]. **Определение локального направления роста трещины с использованием статических или квазистатических полей деформированного состояния материала является отличительной особенностью введенного критерия.**

Под неявным способом решения понимается, что в данном подходе используется независимый расчет температурного поля и полей напряжений и деформаций. Температурное поле рассчитывается в динамике, а результаты этого расчета используются в качестве граничных условий при решении статической задачи определения напряжений и деформаций для заданного момента времени.

Динамика роста трещин на уровне микроструктуры материала предполагает использование результатов, полученных на предшествующем этапе (более высоком размерном уровне), как исходных данных (граничных условий), а свойства и геометрическая форма элементов микроструктуры задаются в явном виде (до определенного размера, ниже которого материал считается однородным, что продиктовано ограничениями вычислительной мощности современных ЭВМ) с учетом влияния градиента температуры. В результате появляется возможность оценить ресурс материала при заданных условиях эксплуатации и с учетом квазихрупкого (последовательного) характера роста трещины, в отличие от моделей разрушения непрерывных сред.

Второй этап построения прогноза («снизу-вверх») заключается в использовании результатов моделирования роста трещин на уровне структуры для оценки времени сопротивления конструкции при существующем уровне макронапряжений. При этом необходимо учитывать как время, требуемое для достижения микротрещиной в наиболее напряженной области конструкции критического размера, так и разгрузку НДС за счет трещинообразования. Такая разгрузка приводит к изменению критических размеров трещины в соответствии с

фактическим НДС и, соответственно, корректировке прогноза. Таким образом, второй этап прогнозирования является итерационным и предполагает одновременный расчет приращения трещины и одновременного уточнения значения ее критического размера.

В рамках предложенного подхода возможно выделение дополнительных размерных уровней с целью учета геометрической формы отдельных изделий и их границ (швов между ними), либо детализации процессов механического разрушения, протекающих в относительно однородной матрице материала. Например, на размерном уровне агрегата могут быть выделены подуровни на основании конструктивных особенностей оборудования или граничных условий, реализующихся в той или иной зоне аппарата. При этом размер расчетной области должен значительно превышать величину единичных изделий, таким образом, что рассмотрение стыков между ними нецелесообразно. Уровень структуры материала, также может быть разделен на дополнительные уровни, например, с целью моделирования отдельных этапов роста трещин в матрице ККМ.

**Задачи.** В соответствии с целью работы были поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка комплексного многоуровневого подхода к оценке ресурса конструкций, эксплуатируемых в условиях градиентного поля температуры.
2. Определение условий реализации хрупкого, либо пластического сценария разрушения области ККМ в зависимости от температурного поля в нем.
3. Разработка экспресс-метода оценки геометрических характеристик концентраторов напряжений в материале на основании данных о зерновом и фазовом составе шихты для его производства.
4. Формулировка критерия определения момента инициации и направления роста трещины по результатам расчетов статических полей напряжений и деформаций.

5. Определение пространственных областей взаимного влияния концентраторов механических напряжений в материале для разных размерных уровней и особенностей трещинообразования в этих областях.

**Научная новизна.** В работе получены следующие новые результаты:

1. Разработан оригинальный многоуровневый подход к прогнозированию ресурса ККМ при трещинообразовании под действием механических и термомеханических нагрузок с использованием статических (квазистатических) расчетов компонентов НДС, основанный на различиях в характере разрушения композиционного материала в целом и его индивидуальных составляющих.
2. Впервые определены температурные интервалы хрупкого разрушения и пластической деформации для огнеупоров на основании результатов стандартных лабораторных испытаний (ГОСТ 4070-2000 – определение температуры начала деформации под нагрузкой).
3. Впервые сформулирован *градиентный деформационный критерий* разрушения для композиционного материала, позволяющий при помощи анализа статических или квазистатических полей упругих деформаций одновременно фиксировать момент времени начала роста трещины в материале, ее локализацию, направление распространения и приращение размера за цикл приложения нагрузки.
4. Разработана модель ККМ, позволяющая определять геометрические параметры концентраторов напряжений в матрице на основании зернового состава шихты материала и условий его термообработки. Модель учитывает зависимость свойств материала от температуры.
5. Предложена модель разрушения ККМ, позволяющая численно исследовать динамику роста трещин в квазихрупком огнеупорном материале и объясняющая влияние скорости приложения нагрузки на характер разрушения ККМ. Определены критические значения скорости нагружения, при которых меняется траектория роста трещин и характер разрушения.

6. Выполнено численное моделирование полей напряжений и деформаций в окрестности вершины трещины вблизи границы раздела фаз для прогнозирования ее дальнейшего роста.

**Теоретическая значимость** полученных результатов заключается в том, что:

1. Особенности характера разрушения ККМ на разных размерных уровнях позволяют предложить упрощенную модель трещинообразования, пригодную для построения прогнозов разрушения материала и объяснения, проявляемых им квазихрупких свойств.
2. Предложенный способ анализа высокотемпературного поведения материалов при механическом воздействии позволяет определять границы применимости моделей хрупкого разрушения и пластических деформаций сред в градиентных температурных полях.
3. Введенный *градиентный деформационный критерий* для определения точки, момента времени начала трещинообразования, направления роста и приращения размера трещин при использовании его на разных размерных уровнях с соответствующими элементами структуры объясняет известный характер и динамику роста трещин в композиционных материалах.
4. Разработана модель роста трещины в ККМ на границе раздела фаз, которая позволяет объяснить известные факты о зависимости длины траектории трещины или преимущественно разрушающейся фазы от условий и особенностей приложения внешней нагрузки.

**Практическая значимость работы:**

1. Использование предложенного подхода позволяет анализировать конструкторские решения путем моделирования механического разрушения материалов в известном поле внешних воздействий.
2. При проектировании новых материалов или их выбора для изменившихся условий эксплуатации, предложенный многоуровневый подход позволяет ограничить пространство решений на стадии подготовки технических

заданий путем формулирования требований к материалам на основе анализа поведения их структурной модели в заданных условиях.

3. Проявление материалами хрупких свойств на уровне структуры и ограниченных пластичных на макроуровне позволяет при использовании предложенного многоуровневого подхода прогнозировать динамику разрушения конструкций по результатам анализа статических и квазистатических расчетов полей напряжений и деформаций.
4. Результаты работы были использованы при расследовании аварийных ситуаций на производстве, связанных с преждевременным выходом из строя частей оборудования, выполненных из ККМ: огнеупорных футеровок и конструктивных элементов, выполненных из чугуна (см. Приложения).

**Методология и методы исследования.** В диссертационной работе использованы следующие экспериментальные методы исследования: анализ гранулометрического состава порошков (ГОСТ ISO 13765-5-2017, ГОСТ 18318-94), анализ химического и фазового состава (ГОСТ 2642.0-2014, ГОСТ Р 55410-2013 (ИСО 12677:2011)), измерения предела прочности материалов при сжатии (ГОСТ 4071.1-2021), изгибе при повышенной температуре (ГОСТ Р 50526-93, ISO 5014-86), расклинивании, определение температуры начала деформации под нагрузкой (ГОСТ 4070-2000, ISO 1893-89), растровая электронная микроскопия и компьютерная томография материалов. Применено численное моделирование методами конечных и дискретных элементов.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. **Градиентный деформационный критерий** для определения точки и момента времени возникновения, направления роста и приращения размера трещин в ККМ за цикл нагрузки по данным квазистатических полей упругих деформаций (пункт 1 и 4 паспорта специальности).
2. Модель ККМ с системой микроструктурных концентраторов механических напряжений на основе данных о гранулометрическом составе его шихты и параметрах термообработки для оценки



максимальных локальных напряжений в ККМ и исследования трещинообразования при тепловых и механических воздействиях, учитывающая зависимость свойств материала от температуры (пункт 10 и 11 паспорта специальности).

3. Способ определения областей в ККМ, подверженных хрупкому разрушению, либо пластическому деформированию в условиях градиента температур, по результатам стандартных лабораторных испытаний материалов по ГОСТ 4070-2014 и ГОСТ Р 50526-93 (пункт 13 паспорта специальности).
4. Модель разрушения ККМ путем трещинообразования для прогнозирования ресурса эксплуатации конструкций, одновременно учитывающая влияние структуры материала и температурной зависимости его упругих свойств на характер разрушения (пункт 10 и 11 паспорта специальности).
5. Многоуровневый подход к решению задач прогнозирования ресурса конструкций из ККМ при трещинообразовании по результатам квазистатических расчетов полей упругих деформаций, основанный на различиях в характере разрушения композиционного материала в целом и его индивидуальных составляющих (пункт 4 и 10 паспорта специальности).

**Достоверность полученных результатов** обеспечивается комплексным подходом к решению поставленных задач с использованием современных взаимодополняющих экспериментальных методов исследования на сертифицированном структурно-аналитическом и испытательном оборудовании; согласованием результатов, полученных различными методами; сопоставимостью их с данными других авторов; обобщением полученных результатов на основе современных представлений механики деформируемого твердого тела.

**Апробация работы.** Материалы диссертации ранее были представлены на следующих 36-ти конференциях: «Математические методы в технике и

технологии» - 22 (2009), 23 (2010) и 24 (2011); 17th steelmaking conference, Buenos Aires, Argentina, 2009; Международная конференция «Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики», Алушта, 2010; «Международная конференция огнеупорщиков и металлургов», Москва, МИСиС – 2010 – 2025; RECENT ADVANCES in FLUID MECHANICS and HEAT & MASS TRANSFER – 2010, 2012, 2013, Западная Европа; AISTech 2011, Чикаго, США; Теплообмен и гидродинамика в закрученных потоках: – 2011 (Москва), 2023 (Нижний Новгород); Ресурсосбережение в химической технологии, Санкт-Петербург, 2012; Минский международный форум по тепло- и массообмену: Институт тепло- массообмена имени А.В. Лыкова НАН Республики Беларусь, Минск – 2012, 2016, 2022; Научно-практическая конференция "Совершенствование методологии познания в целях развития науки" Уфа, 2017; Международная конференция «Физическая мезомеханика. Материалы с многоуровневой иерархически организованной структурой». Томск, ИФПМ СО РАН – 2019 – 2024; Международная Конференция «Цифровизация промышленных тепловых процессов и агрегатов» - Группа «Магнезит», Сатка – 2020; XXVIII Всероссийская конференция по численным методам решения задач теории упругости и пластичности – СФУ, Красноярск 2023; Всероссийская Конференция по математике и механике – ТГУ, Томск, 2023; Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций (МРДМК) – 2023, Екатеринбург; Актуальные проблемы механики – Великий Новгород, 2024.

**Публикации.** Основное содержание работы изложено в 36 оригинальных статьях, из них 7 статей в журналах, рекомендованных Высшей Аттестационной Комиссией Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (в том числе: 4 – по специальности механика деформируемого твердого тела – 1.1.8, отнесенных к категориям К-1 или К-2 из Перечня рецензируемых научных изданий, 3 – в научных изданиях, индексируемых базой данных RSCI), а также 12 статей в научных изданиях, индексируемых международными базами данных Scopus и Web of Science.

**Личный вклад автора.** Все результаты работы получены автором лично или в рамках коллективной работы при его активном участии. Планирование и

разработку методики экспериментальных исследований и вычислительных экспериментов автор выполнил самостоятельно. Основные положения и выводы сформулированы автором лично.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и приложений. Объем диссертации составляет **301** страницу, включая **91** рисунок, **12** таблиц, **85** уравнений, список литературы из **415** наименований и **6** приложений.

Во введении описаны цели и задачи работы. Обоснована актуальность темы и ее проработанность к настоящему моменту. Обсуждается научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, сформулированы положения, выносимые на защиту и методика проведения исследования. Вводится понятие квазихрупкого композиционного материала (ККМ), как наиболее полно определяющего объект исследования – материалы, предназначенные для эксплуатации в условиях высокой температуры и ее градиента. Определен личный вклад автора, и описана апробация работы. Даны необходимые определения понятий, используемых в последующих разделах диссертации.

В первой главе излагается краткая история вопроса изучения разрушения ККМ, происходящего путем последовательного накопления повреждений, описывается современное состояние проблемы и представления о стадийности процесса разрушения. Обосновывается тезис о том, что ККМ, вследствие особенностей структуры при условии высокотемпературной эксплуатации, в градиентных полях температуры демонстрируют особый механизм разрушения, требующий развития специфического подхода к прочностным расчетам при высокой температуре. В частности, при температуре эксплуатации в материале могут возникать области образования жидкой фазы, обеспечивающей пластические деформации материала в некотором диапазоне скорости приложения нагрузки. Кроме того, неоднородная структура материала приводит к появлению квазихрупких эффектов (в том числе при нормальных температурных условиях), препятствующих росту трещины по хрупкому сценарию и существенно

продлевающих сроки эксплуатации таких конструкций. Показано, что использование интегральных характеристик материалов и выполнение прочностных расчетов для конструкции целиком позволяет определить преимущественные зоны трещинообразования при термомеханических нагрузках. Однако, собственно выявление таких областей не позволяет прогнозировать сроки службы, вследствие сложной зависимости динамики накопления повреждений материала от параметров эксплуатации конструкции и их флуктуаций. Несмотря на это, данная задача может быть решена при использовании многоуровневого подхода, последовательно сводящего задачу прогнозирования к моделированию разрушения представительного объема материала в условиях известного внешнего воздействия и последующего проецирования рассчитанной средней скорости роста трещины на размерный уровень промышленного агрегата. В данном случае под скоростью роста трещины понимается не ее мгновенное значение, определяемое упругими свойствами материала, а среднее значение прироста длины трещины за технологический цикл (например, период обработки порции металла – плавку), соответственно, стойкость футеровки может быть определена в плавках или количестве теплосмен. Расчет зоны инициации и направления роста трещины может выполняться как прямым моделированием, так и путем анализа результатов статического или квазистатического расчета полей напряжений и деформаций, а динамика роста трещин может быть определена при использовании энергетического подхода.

Во второй главе выполнена математическая постановка задачи. Приведены основные уравнения и определяющие соотношения. Разработана математическая модель ККМ. Сформулированы типичные граничные условия, возникающие в задачах, связанных с промышленной эксплуатацией материалов при высокой температуре. Вводится *градиентный деформационный критерий* разрушения, позволяющий определять области возникновения трещин и направления их роста по статическим или квазистатическим (построенным для определенного момента нагрева или охлаждения объекта на основе «текущего» состояния температурного

поля) полям компонентов НДС. Кроме того, критерий позволяет определять прирост площади поверхности (длины) трещины в процессе «разгрузки» поля напряжений (деформаций) в окрестности вершины трещины. Под «разгрузкой» понимается расходование энергии упругой деформации материала на образование новой поверхности трещины, сопровождающееся соответствующим уменьшением напряжений в окрестности ее вершины. Предложенный критерий экспериментально валидируется на примере расчета направлений распространения трещин при термомеханическом нагружении блоков пресноводного льда. Приведено краткое описание предлагаемой модели разрушения ККМ и алгоритма решения задач прогнозирования ресурса высокотемпературных конструкций.

Третья глава посвящена рассмотрению аспектов предложенной математической модели, связанных со структурными особенностями ККМ, приводящими к развитию неоднородного поля напряжений и деформаций, создающего предпосылки трещинообразования. В главе рассмотрены типичные концентраторы напряжений в ККМ и конструкциях, суперпозиция полей напряжений и деформаций на системах таких концентраторов, характер изменения свойств материала в интервале температур эксплуатации и методика определения области начала трещинообразования. Предложен и валидирован алгоритм определения геометрических параметров пустот в композиционных материалах путем анализа зернового состава шихты и условий термообработки материалов, основанный на методе Монте-Карло, позволяющий проводить сокращение представительного объема материала для ускорения расчетов. Численно исследованы особенности распределения напряжений и деформаций на границах раздела фаз с различными упругими характеристиками при разном характере внешней нагрузки. Предлагается метод определения температурной границы между областями с различными упругими свойствами, основанный на стандартных лабораторных испытаниях материалов, в случае если формирование таких областей обусловлено термическими процессами (предплавление). Также численно исследовано влияние расстояния между концентраторами напряжений

микроструктурного размерного уровня на трещинообразование в их окрестности.

Выявлены возможные точки зарождения трещин в зависимости от этого расстояния и вида нагрузки. Показано, что расстояние между концентраторами напряжений на уровне конструкций является причиной формирования хаотической либо приуроченной к конструктивным особенностям оборудования картины разрушения огнеупорной футеровки на примере сталеразливочных ковшей разной емкости. Показано, что при наличии внутреннего давления в материале, возникающего, например, при сушке бетонных конструкций (удалении технологической влаги), внешние механические и термомеханические воздействия, за исключением всестороннего сжатия, приводят к возрастанию механических напряжений на концентраторах, индуцированных внутренней нагрузкой, либо собственным термическим расширением материала. Всестороннее сжатие может существенно снижать локальные напряжения на концентраторах в конструкциях, вызванные иными причинами.

Четвертая глава представляет развитие предложенной модели разрушения ККМ и посвящена исследованию стадии разрушения, на которой материал сохраняет свои функциональные характеристики – формирования докритических трещин на уровне структуры материала и состояния материала перед образованием разрушающей магистральной трещины мезо- или макроуровня. Само образование магистральной трещины может быть спрогнозировано путем определения критического размера микротрещины с использованием интегральных характеристик материала [24] и известных условий его эксплуатации, либо определения критической нагрузки, необходимой для быстрого роста наиболее крупных микротрещин, возможных для микроструктуры зернового каркаса материала [79]. Интервал времени или участок диаграммы деформирования от начала роста первых микротрещин на концентраторах до образования магистральной трещины (достижения критического размера микротрещины) является зоной проявления квазихрупких (ограниченных пластичных) свойств композиционных материалов, которая является

определяющей для ресурса эксплуатации ККМ. Для исследования процесса трещинообразования применен энергетический подход: считается, что накопленная в материале энергия упругой деформации может быть израсходована на образование новой поверхности при росте трещин. Одновременно будет происходить разгрузка НДС. Сценарий развития отдельной микротрещины зависит от скорости накопления деформаций в материале: отношения скорости притока энергии за счет внешней деформации к ее работе и диссипации при трещинообразовании. Возможна либо остановка трещины в толще материала или на препятствии (например, армирующем зерне), либо разрушение этого препятствия и дальнейший рост трещины, либо изменение направления роста трещины на границе областей материала с разными упругими свойствами. Рассмотрено влияние условий (скорости) приложения нагрузки на характер разрушения материала и влияние взаимодействия вершины трещины с границами раздела фаз или областей материала с различными вязкоупругими свойствами на ресурс их эксплуатации.

В пятой главе рассмотрены практические приложения разработанных модели материала, модели разрушения и многоуровневого подхода к прогнозированию ресурса конструкций. Описаны причины и динамика возникновения градиентного поля температур в высокотемпературных конструкциях, приводящего к образованию соответствующих полей напряжений и деформаций макроуровня, вследствие термического расширения материалов, в том числе в стесненных условиях. Показано, что градиентным температурным полем обусловлено наличие, расположение и размеры областей конструкции, подверженных хрупкому разрушению или пластическим деформациям.

На примере изделий для футеровки мартеновской печи с применением *градиентного деформационного критерия* показано влияние скорости разогрева футеровки на образование сколов рабочей грани огнеупоров. Методами математического моделирования продемонстрирована допустимость применения выявленных закономерностей разрушения регулярных структур концентраторов

напряжений правильной формы к моделям структур, обладающих фактической геометрической формой включений в огнеупорных материалах.

Проанализирован процесс разрушения изделий для футеровки сталеразливочных ковшей в зависимости от особенностей их монтажа. На примере этого оборудования продемонстрирован многоуровневый подход к моделированию трещинообразования в конструкциях: выявлены ожидаемые зоны разрушения, рассчитаны преимущественные направления роста трещин в отдельных изделиях и проведена оценка средней скорости их роста на основании энергетического подхода. Проанализирован рост трещин в огнеупорных изделиях при их испытании на термостойкость и рост усталостных трещин в прессовой оснастке для производства огнеупоров сложной геометрической формы. Приведен пример использования многоуровневого подхода для анализа аварийной ситуации, возникшей во время сушки путем одностороннего нагрева крупногабаритного бетонного изделия – брызгозащитного экрана установки вакуумной обработки стали (VD-VOD).

В заключении диссертации формулируются основные результаты и выводы, даются рекомендации по практическому применению результатов исследования.

В приложениях приведены акты о практическом применении результатов научных исследований, выполненных при подготовке диссертации (Приложения 1, 3 – 6). В Приложении 2 приведена копия отчета об анализе аварийной ситуации – разрушения брызгозащитного экрана установки VD-VOD – который был выполнен с применением многоуровневого подхода к расчету термомеханических напряжений в конструкции и давления водяного пара в ее внутренних полостях. Соответствие выводов отчета реальной картине разрушения зафиксировано в акте (Приложение 1).



## 1. Квазихрупкие композиционные материалы (обзор)

### 1.1. Особенности структуры и свойств ККМ

#### *1.1.1. Хрупкие и квазихрупкие материалы*

Хрупкими называют материалы, разрушение которых происходит при малых упругих деформациях [81] и, как правило, значительных механических напряжениях. На их диаграммах деформирования отсутствует область пластичности – после участка упругой деформации напряжения резко снижаются до нуля – происходит разрушение. Если в результате деформации не произошло разрушения – она оказывается полностью обратимой.

Противоположным свойством обладают пластичные материалы, которые значительно и необратимо деформируются до начала видимого роста трещин, причем после участка упругих (обратимых) деформаций на диаграмме присутствует зона неупругих (пластических, необратимых) деформаций. Примерами хрупких и пластичных материалов могут служить стекла и некоторые металлы или полимеры соответственно.

Квазихрупкими называют материалы, проявляющие хрупкие или ограниченно пластичные свойства в зависимости от условий, при которых происходит их разрушение [82 – 84] (температура, скорость нагружения и т. д.). Как правило, такие материалы являются композиционными, содержащими выраженные границы раздела между структурными элементами. Например, они могут представлять собой относительно однородную матрицу с распределенными в ней включениями различного рода. Эти материалы могут ограниченно проявлять пластичные свойства при высокой температуре за счет эффектов предплавления на границах зерен, выражающихся в появлении жидкой фазы, приводящей к их взаимному вращению и проскальзыванию. Гусаров и Суворов [9] определяли такую жидкую фазу как двумерную неавтономную, вследствие ее образования на

границах раздела с малым радиусом кривизны при температурах существенно меньших температуры плавления. Очевидно, что независимое существование такой фазы при таких температурных условиях невозможно. Также квазихрупкие свойства материалов могут проявляться вследствие вовлечения разных элементов структуры в процесс разрушения, в том числе и при нормальных условиях, что приводит к появлению площадки пластичности на диаграммах деформирования при высокой скорости нагружения.

Особым классом ККМ, выделяемым в соответствии с условиями эксплуатации, являются огнеупоры. Высокотемпературными или огнеупорными исторически принято называть материалы, предназначенные для применения при температуре, превышающей 1572 °С [1]. Как правило, такие материалы представляют собой оксидную, карбидную либо нитридную керамику – хрупкий материал при нормальных условиях и невысокой скорости роста упругой деформации, проявляющий ограниченные пластичные свойства при температурах, близких к температуре плавления или при высокой скорости деформирования.

### *1.1.2. Особенности разрушения ККМ*

В материалах, склонных к хрупкому разрушению, формируются трещины нормального отрыва, а при пластичном разрушении – сдвиговые трещины [85]. Таким образом, причиной трещинообразования являются нормальные при хрупком и касательные напряжения при пластичном характере разрушения. В условиях эксплуатации огнеупоров и других ККМ наиболее распространенными видами механических нагрузок являются: сжатие, растяжение и изгиб (кручение нехарактерно для типичных условий эксплуатации) [85, 86], при этом формируются характерные картины разрушения в зависимости от свойств материала (рисунок 1).

Согласно [17, 87], разрушение хрупких материалов во всех случаях происходит под действием локальной растягивающей нагрузки, возникающей на концентраторах напряжений, независимо от макроскопического характера

нагрузки. Соответственно, для хрупких материалов локальными критериями разрушения будут критерии, основанные на предельных значениях главных напряжений или главных упругих деформаций.

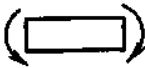
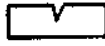
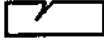
| Способ<br>нагрузки                                                                              | Типы разрушения                                                                    |                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                                 | Хрупкое<br>(отрыв, скол)                                                           | Вязкое<br>(сдвиг, срез)                                                             |
| Растяжение<br> |   |  |
| Сжатие<br>     |   |  |
| Кручение<br>   |   |   |
| Изгиб<br>     |  |  |

Рисунок 1. Характерные картины разрушения материала в зависимости от его свойств и вида нагрузки [85].

При наличии механической нагрузки, которая может быть по отношению к объекту как внешней, так и внутренней (сформированной в результате собственных термических деформаций или в отдельных случаях – внутреннего давления флюидов), элементы структуры ККМ выступают в качестве концентраторов напряжений [79]. Особыми механическими свойствами обладают границы раздела фаз или интерфейсы [42, 88 – 92]. Это объясняется спецификой адгезии зерен и матрицы, в результате которой граница раздела фаз приобретает свой собственный комплекс свойств – один из примеров двумерной неавтономной фазы [9]. При компьютерном моделировании трещинообразования хорошей сходимости расчетных и экспериментальных результатов удастся достичь при использовании промежуточных относительно матрицы и зерен значений упругих характеристик для интерфейсов [42]. Непосредственное экспериментальное измерение этих величин затруднено.

Таким образом, ККМ являются группой материалов с многоуровневой иерархической структурой, что позволяет в зависимости от необходимого уровня детализации использовать для расчетов либо свойства индивидуальных фаз, либо интегральные свойства материала, определяемые при лабораторных испытаниях.

## 1.2. Критерии прочности и модели разрушения ККМ

### 1.2.1. Напряженно-деформированное состояние

Расширение твердых тел в стесненных условиях при нагреве приводит к развитию деформаций и механических напряжений различного рода. В случае огнеупоров стесненные условия формируются при взаимодействии соседних блоков футеровки (изделий). Ввиду низкой пластичности и относительно высокой прочности огнеупоров в определенном интервале температуры, в них формируется поле механических напряжений, которое в течение продолжительного времени может не приводить к пластическим деформациям и трещинообразованию.

Микроструктура керамики и огнеупоров, представленная относительно однородной матрицей, в которой распределены армирующие включения, при наличии механической нагрузки приводит к образованию иерархически организованного поля напряжений и деформаций. Под иерархией таких полей понимается, что макроскопические внешние воздействия формируют протяженные области напряжений в конструкции, которые взаимодействуя с ее элементами (конструктивными блоками, отдельными изделиями) или микроструктурой (границами раздела фаз внутри материала) приводят к возникновению флуктуаций напряжений и упругих деформаций на нижнем уровне иерархии, которые в конечном итоге и являются причиной роста разрушающих дефектов. Перспективным подходом к решению задач надежности конструкций в этом случае является распределение моделирования по разным размерным уровням [93 – 96]. Это позволяет рассматривать материал на уровнях всей конструкции или ее отдельного конструктивного элемента как однородный континуум с учетом его интегральных свойств (определяемых при лабораторных исследованиях), без

рассмотрения особенностей структуры. Моделирование процессов на уровне структуры материала требует учитывать свойства всех термодинамических фаз материала и их взаимное расположение.

Уровень детализации, учитывающий структуру материала в явном виде, применяется в том числе, когда требуется определить направление роста трещины одним из методов на ранней стадии ее роста. Вообще принцип расчета направления роста трещин в большинстве случаев основывается на определении и анализе поля компонентов НДС материала в малой окрестности их вершин с последующим вычислением величины и направления вектора единичного прироста [97, 98].

Необходимо учитывать размер трещины, ниже которого требуется описывать структуру материала в явном виде, поскольку существенное влияние на ее рост оказывают компоненты микроструктуры материала. Сверх этого размера допустимо рассматривать структуру как непрерывную, обладающую комбинацией усредненных свойств. Превышение размера трещины сверх некоторого критического приведет к ее катастрофическому росту [99], причем в этом случае для моделирования роста трещины могут быть использованы континуальные свойства материала. Таким образом, для ККМ переход размера трещины через критическое значение приводит к изменению механизма разрушения с последовательного квазихрупкого на хрупкий.

### *1.2.2. Термомеханические напряжения в ККМ*

Основной движущей силой формирования НДС в огнеупорных футеровках тепловых агрегатов является поле температуры, возникающее в результате теплообмена через футеровку между горячим рабочим телом внутри агрегата и холодной окружающей средой. Изменение температуры приводит к появлению деформаций за счет собственного теплового расширения материала в стесненных условиях. Температурное поле в футеровке определяется при помощи известного уравнения теплопроводности [100]:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho c} \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) + \frac{q}{\rho c}, \quad (1)$$

где  $T$  – температура,  $\tau$  – время,  $\lambda$  – теплопроводность,  $\rho$  – плотность,  $c$  – теплоемкость,  $q$  – мощность внутренних источников тепла.

В качестве *граничных условий*, как правило, используются условия третьего рода, задающие закон теплообмена огнеупора с внешней и внутренней средой агрегата. В отдельных случаях могут использоваться граничные условия первого рода, например, для внутренней поверхности футеровки при стационарных условиях теплообмена [101, 102]. Стационарный теплообмен происходит в агрегатах непрерывного действия или в установке периодического действия при длительных процессах, если достигается тепловое равновесие. При стационарных тепловых процессах температура в системе не изменяется, соответственно, левая часть уравнения (1) обращается в 0 и температурное поле может быть рассчитано аналитически [102 – 105]. В противном случае, задача имеет аналитическое решение только в некоторых частных случаях [102, 106]. В общем случае для решения применяют численные методы.

Уравнение (1) является следствием закона сохранения энергии

$$\frac{d}{d\tau} \left( \sum_i \frac{\partial L}{\partial q_i} \dot{q}_i - L \right) = 0 \quad (2)$$

в данном случае приведенного в лагранжевой форме [107 – 108], где  $L$  – функция Лагранжа,  $q$  – обобщенные координаты. В случае теплообмена выражение (2) принимает вид первого начала термодинамики:

$$dQ = dU + A \quad (3)$$

тепловые потоки расходуются на изменение полной энергии системы и работу: как правило, пластические деформации или трещинообразование. Согласно закону Фурье, тепловой поток определяется одной из функций состояния (температуры):

$$Q = -\lambda \cdot grad T. \quad (4)$$

Полные деформации, возникающие в футеровках в этом случае, рассчитываются исходя из исходного и конечного теплового состояния системы.

При решении уравнения (1) наиболее распространены методы конечных разностей [109, 110], граничных элементов [111], конечных элементов [112 – 116],

подвижных клеточных автоматов [117 – 120]. Конкретный метод решения выбирают в зависимости от сложности задачи и известных граничных или начальных условий, например, последние два метода позволяют выполнять как относительно простые тепловые расчеты, так и решать связанные задачи теплообмена, гидродинамики, механической прочности, в том числе трещинообразования. В представленной работе для решения большинства задач использован метод конечных элементов.

### *1.2.3. Развитие представлений о разрушении материалов*

Для описания разрушения конструкционных материалов в течение последних приблизительно 100 лет было разработано значительное количество математических моделей. Исторически первой успешной была модель Гриффитса, описывающая распространение трещины в абсолютно хрупком теле под действием внешней силы постоянной величины [34], предложенная в 1921 году. Гриффитс предполагал, что в реальных конструкциях обязательно присутствуют трещины или подобные дефекты, и, соответственно, задачей является определение условий, при которых трещина известной начальной длины начинает катастрофически увеличиваться в размерах:

$$l = \frac{2\gamma E}{\pi\sigma^2}. \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет связать размер имеющейся трещины ( $l$ ) с интенсивностью внешнего воздействия ( $\sigma$ ), необходимого для разрушения тела, либо решить обратную задачу. При построении модели использован энергетический подход, а также введен новый параметр  $\gamma$  – поверхностная энергия материала. Недостатком модели является ее неприменимость к телам, не содержащим дефектов, так как при нулевой длине трещины тело разрушится только при бесконечно большом напряжении [121].

Данная проблема была устранена Я.И. Френкелем в 1952 году [122] путем более детального рассмотрения геометрии трещины: Френкель учитывал не только

длину, но и раскрытие трещины, что позволило избежать сингулярности при решении:

$$F_f = x_f b \sqrt{\frac{\gamma E}{\delta}}. \quad (6)$$

Здесь  $F_f$  – сила разрушающей величины,  $x_f$  – критическая длина трещины,  $b$  – характерный геометрический размер тела,  $\delta$  – раскрытие кончика трещины.

Работа Ирвина [123], написанная в то же время, позволила частично распространить полученные ранее результаты на процессы не только хрупкого, но и квазихрупкого и частично пластичного разрушения за счет введения понятия вязкости разрушения и учета как упругой, так и пластической энергии при разрушении тел:

$$K_{IC} = f(P_1, \dots, P_n) \sigma_0 \sqrt{\pi l}, \quad (7)$$

$f$  – эмпирически определенная функция, зависящая от размеров дефекта и конструкции, способа приложения нагрузки и т. д. [123]. Величина  $K_{IC}$  является критическим значением, сверх которого происходит катастрофический рост трещины. Функция  $f$  в уравнении (7) изучена численными методами для большинства распространенных случаев проектирования [24], а само значение вязкости разрушения определяется в лабораторном эксперименте (ГОСТ 25.506-85, ГОСТ 29167-2021).

Далее, в начале 60х годов XX века шло обобщение полученных результатов для распространения их на материалы различной природы. В США и СССР независимо была разработана новая модель разрушения, получившая название модели Дагдейла – Леонова – Панасюка [124 – 126]. Модель основана на рассмотрении вершины трещины как физического объекта, обладающего определенным набором геометрических характеристик, в частности радиусом кривизны. При этом перед вершиной растущей трещины материал находится в напряженном растянутом состоянии, таким образом, что критической величиной в модели становится раскрытие трещины. Соответственно, модель описывает трещинообразование как в хрупких, так и в пластичных средах, в том числе



предсказывает остановку роста трещины при уменьшении степени ее раскрытия при постоянной нагрузке в пластичных и квазихрупких материалах.

Во второй половине 60х годов XX века Эшелби [127], Райсом [128, 129] и Черепановым [37, 130] были разработаны модели разрушения, основанные на вычислении энергетических интегралов (наиболее известным является  $J$  – интеграл Райса). Такой интеграл имеет физический смысл плотности энергии разрушения и рассчитывается как удельная разность работы внешних сил и энергии упругой деформации произвольной окрестности вершины трещины:

$$J = \int \left( W dy - \sigma_{ij} n_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right), \quad (8)$$

где  $W$  – плотность энергии деформации,  $n_i$  – компоненты внешней нормали к контуру,  $dy$  и  $ds$  – приращение декартовой и криволинейной координат,  $\frac{\partial u_i}{\partial x}$  – запись частной производной компонент перемещений [129, 131]. При отсутствии вершины трещины внутри контура выражение (8) обращается в нуль, в остальных случаях по его численному значению можно судить о возможности роста трещины в поле известной внешней нагрузки.

Параллельно развивался подход, предполагающий использование интегральных прочностных характеристик материалов для прогнозирования их устойчивости в условиях различных сложных (комбинированных) нагрузок. Эти модели носят название моделей предельных состояний. Данный подход предполагает постановку в соответствие параметрам НДС или их производных величин, рассчитанных для рассматриваемой среды, некоторых поверхностей в пространстве координат компонент тензора напряжений, соответствующих условиям перехода материала из одного состояния в другое. В общем случае таких поверхностей может быть две: одна характеризует переход из упругой области в пластическую, а вторая – потерю материалом несущей способности, как частный случай – образование трещины. Очевидно, что для абсолютно хрупких материалов существует только одна предельная поверхность, соответствующая

катастрофическому разрушению [132 – 134] (обе поверхности, описанные выше, в этом случае совпадают).

Наиболее известные результаты использования моделей предельных состояний, полученные в рамках данного подхода: поверхность Кулона для горных пород (1773) [135], диаграммы Мора [136], параметр Лоде-Надаи (1925) [137], критерий Друкера-Прагера (1952) [138], Хука – Брауна (2013) [139]. Попытка создания общей теории предельных состояний была предпринята в 1970е годы Е.И. Шемякиным [140].

Начало XXI века характеризуется в данной области попытками создания единого подхода – применения результатов исследования роста единичных множественных трещин к вопросам разрушения массивных тел. Особенно актуальным данный вопрос является для гетерогенных материалов (в том числе горных пород [133], композиционных материалов [141], керамики и огнеупоров), содержащих множественные дефекты, возникающие на стадии формирования или производства.

Широко распространен одноуровневый подход к описанию разрушения ККМ при помощи уравнения ползучести Нортона-Бэйли вида [14]:

$$\frac{d\varepsilon_{cr}}{d\tau} = K(T)\sigma^n \varepsilon_{cr}^a \quad (9)$$

Где  $\frac{d\varepsilon_{cr}}{d\tau}$  – скорость ползучести,  $K(T)$  – функция температуры, зависящая от типа материала,  $\sigma$  – механическое напряжение,  $\varepsilon_{cr}$  – критическая деформация, при которой начинается ползучесть для данного материала,  $n$  и  $a$  – показатели степени, определяемые экспериментально для каждого материала. Для определения величин, входящих в (9) требуется экспериментальное исследование материала на начало деформации под нагрузкой и расклинивание в широком интервале температур.

Во многих прикладных задачах основное внимание уделяется математическому описанию процессов деформирования и разрушения материалов [142 – 148]. Явное внимание к данному вопросу видно из огромного количества

работ российских и зарубежных ученых с исследованиями поведения различных материалов при всевозможных типах нагружения в упругой, упругопластической постановках и при ползучести хрупких материалов (при проявлении пластических эффектов) для реальных массивных конструкций.

Таким образом, современные тенденции исследовательских работ в области механики разрушения свидетельствуют о востребованности подходов, позволяющих распространять имеющиеся знания о росте единичных трещин в телах с различной упругостью на реальные промышленные конструкции.

В большинстве работ рассматриваются вопросы разрушения материалов под действием механических статических, либо плавно нарастающих (квазистатических) нагрузок [23, 149 – 154] или ударных воздействий [155 – 158]. Меньшее внимание при этом уделяется исследованиям разрушения материалов в условиях термомеханических нагрузок [6], несмотря на важность таких исследований для совершенствования оборудования металлургической промышленности и производства строительных материалов.

#### *1.2.4. Концентраторы напряжений в ККМ*

Сложная структура ККМ, например, керамики и огнеупоров, служит причиной неравномерного распределения поля деформаций и напряжений. В окрестности таких элементов структуры как поры, зерна, микротрещины при наличии внешней нагрузки возникают области интенсивного растяжения или сжатия, особенно вблизи поверхностей с малым радиусом кривизны – концентраторов напряжений. Эффективное фактическое напряжение зависит также от соотношения радиусов кривизны близко расположенных поверхностей, например, в случае эллиптической поры максимальное напряжение на ее поверхности можно вычислить, например, следующим способом:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{l}{b}\right), \quad (10)$$

где  $\sigma$  – максимальное эффективное напряжение на поверхности поры,  $\sigma_0$  – напряжение в материале без дефектов,  $l$  и  $b$  – длина большой и малой оси поры

соответственно [79]. Выражение (10) и другие аналогичные являются результатом развития работы Гриффитса [34], основанной на энергетическом подходе и позволяющей связать геометрическую форму распространенных дефектов структуры с макропрочностью материала. Зависимость (10) является одним из упрощенных решений уравнения (7) без учета геометрической формы вершины трещины и ее положения в конструкции.

Теория Гриффитса была разработана при исследовании разрушения стекла – хрупкого материала. Впоследствии, Ирвин ввел понятие вязкости разрушения, учитывающее в том числе пластические деформации в окрестности вершины трещины (7). Используя результаты Гриффитса и Ирвина можно выполнять моделирование роста трещин как на уровне структуры материала, представляя ее элементы в явном виде, так и на более крупных размерных уровнях, считая материал континуальным.

В керамических или огнеупорных материалах в качестве концентраторов напряжений выступают поверхности раздела фаз – пор или зерен армирующего каркаса и матрицы, полученной спеканием тонкой фракции шихты [1 – 4]. В зависимости от задач исследования матрица может быть представлена в форме непрерывного материала или детальной структуры [42]. Важным для разработанного подхода является понятие критического размера (длины) трещины, достижение которого при постоянной нагрузке приводит к изменению характера разрушения, что макроскопически выражается, например, в резком увеличении скорости роста трещины.

### *1.2.5. Докритический и закритический размер трещин*

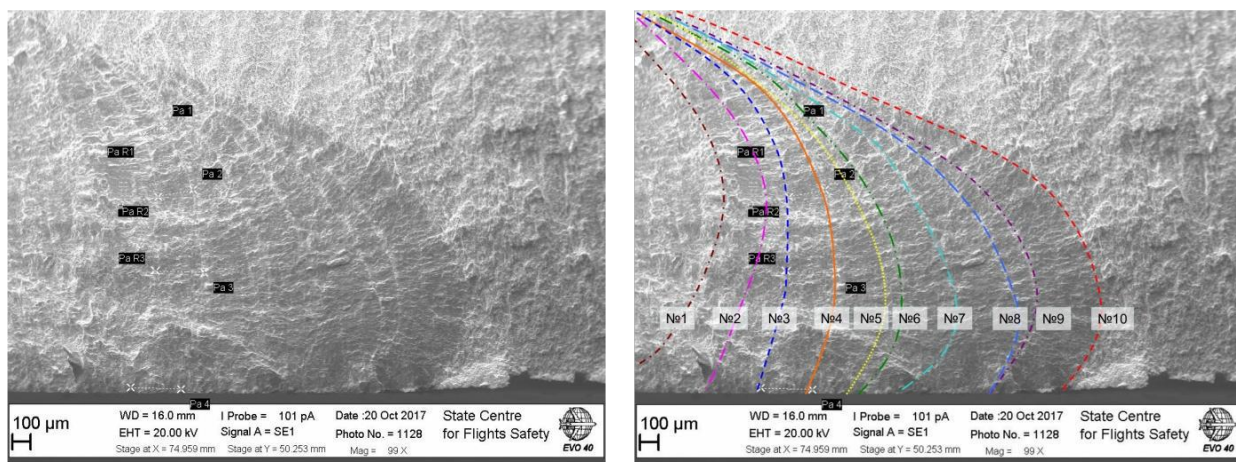
Критический размер трещины, как было показано в предыдущем параграфе, определяется свойствами и структурой материала и обуславливает допустимую нагрузку на него, свыше которой происходит катастрофическое разрушение. Кроме того, в случае квазихрупкого материала, изменяется характер разрушения с последовательного накопления повреждений на классический хрупкий – режим

разрушения с обострением по Курдюмову [159, 160], Макарову [23, 161] и другим авторам [162].

Геометрическая область, в которой происходит изменение характера разрушения ККМ, как правило, попадает в окрестность ближайшего к вершине трещины дефекта структуры [163], а само изменение характера разрушения связано с взаимодействием вершины и этого дефекта. Причем, дефект может возникнуть на стадии получения материала: в виде армирующих зерен в керамике или неметаллических включений в сталях, то есть существовать независимо от растущей трещины. Также существует возможность образования дефектов и в процессе роста трещины – за счет возникновения зоны пластической деформации и разгрузки у вершины трещины и зоны неизменных свойств материала на некотором удалении от нее [163]. Кроме того, на некотором удалении от вершины трещины могут возникать области растяжения, особенно при сложном (комбинированном) характере нагружения, например, комбинация сдвига и растяжения и т.п. [164, 165], которые приводят к локальному ослаблению материала, либо даже могут являться причиной возникновения полостей микроскопических размеров на некотором удалении от вершины растущей трещины [166, 167].

При размере трещины менее критического, его обозначают как «докритический» [168, 169]. При таком размере или на такой стадии развития трещины, содержащий ее материал способен выдерживать требуемые нагрузки и допускается продолжать его эксплуатацию. Рост докритической трещины прерывистый, сопровождается многочисленными остановками, приводящими к формированию соответствующей картины на изломе (рисунок 2 [170]).

Характерные картины излома могут образовываться при разрушении материалов с различными свойствами – как хрупких (стекло и керамика), так и относительно пластичных (конструкционных металлов и сплавов). Вид излома позволяет проводить анализ разрушения и выявлять зоны начала трещинообразования и его причины.



(a)

(б)

Рисунок 2. Поверхность излома образца, иллюстрирующая прерывистый рост трещин: *а* – изображение SEM; *б* – изображение SEM с отмеченными линиями остановки фронта трещины [170]

По мере роста трещины площади излома между линиями остановки трещины, как правило, увеличиваются, если внешняя нагрузка остается постоянной. Это происходит за счет большей интенсивности напряжений в вершине трещины большего размера. Соответственно, происходит накопление большей энергии упругой деформации, за счет которой и происходит образование новой поверхности излома [171].

При достижении трещиной критического размера характер ее роста изменяется – остановки прекращаются и, при сохранении интенсивности внешнего воздействия, начинается ее быстрый катастрофический рост – трещина переходит в закритическую область. Самопроизвольная остановка роста трещины без внешнего воздействия в этом случае невозможна. В качестве внешнего воздействия в этом случае может выступать изменение интенсивности или характера приложенной нагрузки, например, изменение внешнего растяжения на сжатие. На этой стадии роста поверхность излома утрачивает следы линий остановок трещины, а приобретает определенную шероховатость за счет пластических эффектов непосредственно перед разрывом. В случае абсолютно хрупких материалов этот участка излома имеет характерную поверхность, возникающую при практически одномоментном отрыве [172].

### 1.3. Рост трещин

Для описания процесса роста трещины необходимо определять такие параметры как геометрическая область ее появления, направление и скорость ее роста и поведение вершины трещины в зонах материала, в которых происходит изменение свойств самого материала или изменяется НДС. В этом случае можно наблюдать изменение направления роста трещины, а в отдельных случаях ее ветвление. При этом предполагается что рассматриваются огнеупорные ККМ, которые изначально содержат дефекты структуры, являющиеся концентраторами напряжений и источниками роста трещин. Таким образом, возникновение зародышей трещин, подробно рассмотренное, например, в [173] выходит за рамки настоящей работы.

#### *1.3.1. Локализация области появления трещины*

Для определения зоны трещинообразования производится поиск области материала или конструкции для которой выполняется следующее неравенство:

$$f(x, y, z) \geq f_{cr}, \quad (11)$$

где  $f(x, y, z)$  – некоторая функция координат, определяющая поле компонентов НДС материала или конструкции,  $f_{cr}$  – ее критическое значение, например, предел прочности, вязкость разрушения и т.д., при превышении которого материал разрушается. Такая функция может быть использована в качестве критерия разрушения. Вычисление данной функции предполагает решение задачи определения выбранного параметра в зависимости от внешних воздействий на объект и структуры материала.

Согласно [174, 175] критерии разрушения основываются на одном из четырех базовых принципов:

- критерии, определяемые компонентами тензоров напряжений и деформаций [176, 177];
- энергетические критерии разрушения [177 – 187];

- критерии, основанные на введении и использовании различных мер поврежденности [188];
- эмпирические критерии разрушения [189].

В случае материалов, содержащих дефекты структуры, условие (11) в первую очередь будет выполняться как раз вблизи них, например, на границе раздела термодинамических фаз, в окрестности малого радиуса кривизны такой поверхности.

Расчет поля значений функции (11) за исключением некоторых простых случаев, которые имеют аналитическое решение производится численными методами.

### *1.3.2. Определение направления роста трещины*

Направление роста трещин может быть определено путем вычисления некоторых функций в окрестности вершины трещины (точке или линии максимальной кривизны или минимального радиуса ее поверхности) путем поиска их экстремума и сравнения с критическим значением. Определение направления роста трещины может быть выполнено с применением численных, аналитических способов или их комбинации.

При численном решении задачи, как правило, применяют сеточные методы. В окрестности вершины трещины в узлах сетки вычисляется функция вида (11), являющаяся критерием разрушения. В качестве таких критериев могут выступать различные перечисленные выше параметры НДС материала – J-интеграл [190, 191], коэффициент интенсивности напряжений [192 – 195], а также пределы прочности [196], угол раскрытия трещины [197] или критические упругие деформации [198]. Также возможно применение многопараметрических критериев, например, Друкера – Прагера – Рэнкина [42] и других [199]. Для определения направления развития трещины выбирается максимум критерия в окрестности вершины трещины [190], либо, в случае применения двухпараметрического критерия, для определения направления роста трещины может использоваться дополнительный параметр [197]. Подход предусматривает перестроение расчетных сеток на каждом шаге, когда фиксируется увеличение длины трещины.



Известны методы моделирования роста трещин, не требующие перестроения расчетных сеток, например, метод фазовых полей [200] и Extended Finite Element Method (XFEM) [201]. Методы позволяют определять направления роста трещин в том числе в гетерофазных материалах [202], однако при этом требуется задавать распределение компонентов в явном виде, что не всегда возможно.

Известные аналитические методы также сводятся к поиску экстремума функции, выбранной в качестве критерия разрушения, в окрестности вершины трещины. В работе [203] продемонстрировано применение такого подхода на примере нескольких критериев разрушения. Причем, применяли подход, в котором решение уравнений для определения значения критерия проводили только в ограниченном числе точек пространства, Полный анализ функции не проводили.

Рассмотренные подходы требуют значительных вычислительных мощностей для реализации и предполагают на стадии роста докритических трещин явного представления структуры материала, что позволяет отслеживать изменение направления траектории трещины в процессе ее развития. В инженерном деле на практике требуется проводить быструю оценку точек возникновения трещины и направления ее роста. Данный факт объясняет распространенность континуальных методов в конструкторских расчетах. Перспективным является направление комбинированного применения континуального и явного представления структуры материала на разных этапах разрушения, что может позволить проводить быструю оценку характера разрушения, выраженного конфигурацией трещин и долговечности конструкций в известных условиях эксплуатации.

### *1.3.3. Определение скорости роста трещины*

Скорость роста трещины является определяющим параметром для срока службы конструкции, содержащей трещиноподобные дефекты. В данном случае подразумевается средняя скорость роста трещины, либо ее единичное приращение в случае циклической нагрузки. Мгновенная скорость роста трещины является функцией упругих характеристик материала [204, 205]. Наиболее важной стадией роста трещины, определяющей ресурс эксплуатации конструкции, является докритическая стадия, поскольку при превышении критического размера

разрушение изделия или конструкции происходит в течение очень короткого времени.

Мгновенная скорость роста трещин в упругой среде может достигать половины от скорости звука [204] (авторы [205] определили интервал этой скорости как  $0,3 \div 0,4$  скорости звука в упругой среде). Скорость звука в упругой среде может быть выражена через упругие характеристики этой среды [206]:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (12)$$

$$\omega_s = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}, \quad (13)$$

где  $\omega_p$  и  $\omega_s$  – продольная и поперечная компоненты скорости звука в упругой среде,  $E$  – модуль упругости среды,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\rho$  – плотность материала (для анизотропного материала может быть различной, в зависимости от направления распространения звуковой волны).

Согласно распространенной точке зрения, мгновенная скорость роста трещины пропорциональна «инкубационному времени дефекта» (термин введен Ю.В. Петровым [207, 208], который определяет его как особое, не вычисляемое, а определяемое в эксперименте по динамическому разрушению материала свойство [209 – 211]). Определение момента начала роста дефекта в соответствии с [207] производится по выполнению критерия:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \left( \frac{F(t)}{F_{cr}} \right)^\alpha dt = 1, \quad (14)$$

где  $\tau$  – инкубационное время дефекта,  $t$  – время процесса,  $F(t)$  – функция от напряжений или деформаций образца,  $F_{cr}$  – ее критическая величина, при которой происходит разрушение, параметр  $\alpha$  в [209] названный чувствительностью к уровню напряжений, в большинстве случаев близок к 1. Данный параметр

позволяет проводить численное моделирование динамики роста трещины, определяя в том числе и скорость ее роста [212].

#### *1.3.4. Ветвление и остановка трещины*

Ветвление трещин является одним из частых явлений при разрушении ККМ. В общем случае ветвление трещины может происходить как при ее росте в однородном материале, так и при встрече ее вершины с границей раздела фаз в неоднородных материалах. В ККМ ветвление трещин может наблюдаться как в однородной матрице при высоких скоростях нагружения, так и при выходе вершины трещины на границу раздела фаз. При этом ветвление может происходить из-за влияния самой границы раздела как двумерной области, обладающей уникальным набором свойств [9 – 13], так и из-за различия упругих характеристик массивных фаз. Например, в [213] численно и экспериментально рассматривается рост трещины в материале с переменными упругими характеристиками, что приводит к отклонению трещины от прямолинейной траектории.

На сегодняшний день единой теории, объясняющей явление ветвления трещин в хрупких или квазихрупких материалах, не разработано [214 – 216].

Анализ теоретических и экспериментальных работ по исследованию ветвления трещин для однородных сред, модельных и конструкционных материалах показывает, что параметром, контролирующим переход трещины от прямолинейного распространения к режиму ветвления, является критическое значение скорости распространения трещины  $V^*$  (предельная скорость), причем  $V^* < V_R$  ( $V_R$  – скорость волны Рэлея) [205, 206, 214].

Существует два принципиально различных подхода для объяснения механизма ветвления трещины при достижении  $V^*$ . Ветвление трещины по Я. Иоффе [217], В. М. Финкелю [218], J. Fineberg [219], О. Б. Наймарку [220] и В.М. Корневу [221] происходит в основном при инерционной перестройке поля напряжения и, следовательно, зависит от достижения трещиной определенной скорости, связанной с характерными скоростями волн в материале.

В моделях F. Kerkhof [222], K. Ravi-Chandar [223 – 227] и A. S. Kobayashi [228], основанных на эволюции зоны процесса трещинообразования, ветвление трещины связано с изменением поведения материала около вершины трещины при достижении  $V^*$ , которая зависит от свойств материала в пределах зоны процесса трещинообразования. В соответствии с этими моделями ветвление трещины происходит в результате волнового взаимодействия между микроветвями и магистральной трещиной и является процессом скорее стохастичным, тогда как экспериментально наблюдается его детерминированность [214].

Согласно энергетическому подходу остановка роста трещин может происходить в случае прекращения или существенного снижения поступления энергии в вершину трещины. Иными словами, накопленная энергия деформации материала будет израсходована на образование новых поверхностей раздела в материале. В случае, если деформация материала после начала роста трещины прекратится, то приращение дефекта зависит от ранее накопленной энергии: возможны как сценарии разрушения материала, так и остановки трещины, не доходя до внешней границы объекта, в том числе и в хрупких материалах. В частности, введение в огнеупоры включений, обладающих трещиноватой структурой, является распространенным способом остановки трещин за счет диссипации их энергии на таких включениях [1 – 4, 229].

#### 1.4. Энергетическое состояние вершины микротрещины

Энергетический подход к описанию трещинообразования предполагает, что в объеме материала под действием внешней нагрузки или температурного расширения тела возникают области, в которых накапливается энергия упругих деформаций. Эта энергия может быть использована на процесс трещинообразования, если механические напряжения или упругие деформации в какой-то точке превышают критическое значение. В случае неоднородного материала границы раздела фаз или структурных элементов выступают в качестве концентраторов напряжений – областей, в которых механические напряжения или

упругие деформации могут значительно (в некоторых случаях на порядки величины) превышать средний уровень для окружающего материала. Полю упругих деформаций (напряжений) может быть поставлено в соответствие поле энергии упругой деформации:

$$U = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^e, \quad (15)$$

где  $U$  – энергия упругой деформации,  $\sigma_{ij}$  – напряжения в точке,  $\varepsilon_{ij}^e$  – упругие деформации в точке [206]. Ввиду неоднородности полей напряжений и деформаций для реальных тел при расчете накопленной энергии упругой деформации необходимо использовать численные методы.

Рост трещины в теле осуществляется за счет расходования накопленной потенциальной энергии упругой деформации на образование новой поверхности трещины (и рассеивания в форме тепловых и акустических эффектов). При этом поступление энергии в вершину растущей трещины определяется граничными условиями, которые привели к трещинообразованию. Данные условия могут быть классифицированы в соответствии с несколькими распространенными типами. Часто встречающиеся случаи при эксплуатации высокотемпературного оборудования будут рассмотрены в следующих подпунктах.

#### *1.4.1. Постоянная внешняя нагрузка*

Условие постоянной или квазипостоянной нагрузки реализуется в случае непрерывного внешнего воздействия постоянной интенсивности, например, внешнего растяжения или сжатия. Подобные граничные условия рассматривались в классических работах о хрупком разрушении [34 – 37, 123], кроме того они могут реализовываться в частных случаях в процессе лабораторных испытаний материалов.

В этом случае как стационарные, так и растущие трещины выступают в качестве концентраторов напряжений, НДС в окрестности, которых может быть определено, например, численными методами. НДС в окрестности дефекта

определяется его геометрической формой и упругими свойствами бездефектного материала.

В случае, если существующие концентраторы напряжения находятся в условиях, при которых не происходит снижения напряжений по мере распространения дефекта, его рост будет происходить вплоть до достижения границы раздела сред. В случае однородного материала это будет его поверхность, в ином случае – рост трещины будет продолжаться до границы включения или другого дефекта, после чего возможна реализация одного из сценариев роста трещины на границе раздела фаз: переход через границу, остановка или изменение направления роста.

При нарастающей внешней нагрузке на материал ситуация аналогична рассмотренной выше, однако, следует ожидать роста дефектов любой геометрической формы, поскольку с течением времени будут достигнуты критические уровни напряжений или деформаций для любых концентраторов напряжений.

В рассматриваемом случае на протяжении всего процесса вершина трещины будет находиться в напряженном по сравнению с остальным объемом материала состоянии и, соответственно, обладать высоким уровнем накопленной энергии упругой деформации.

#### *1.4.2. Конечная деформация*

В условиях промышленной эксплуатации огнеупоров термомеханические нагрузки, как правило, возникают в результате механического взаимодействия изделий друг с другом или элементами металлоконструкций, вследствие теплового расширения. В этом случае возможные пластические деформации (за счет эффектов предплавления или роста трещин и смещения прилегающих областей материала) приводят к изменению граничных условий, выражающемуся во временном уменьшении интенсивности внешнего воздействия.

В этом случае причиной разрушения является достижение критического уровня упругой деформации (или напряжения) с последующим ростом трещины и разгрузкой НДС. Разгрузка приводит к остановке роста трещины до следующего момента достижения критического значения. Разрушающий уровень определяющих параметров НДС достигается в первую очередь на поверхности концентратора напряжений в области малых радиусов кривизны. Это означает, что разные этапы роста трещины могут начинаться при разном уровне деформаций в объеме материала на значительном удалении от вершины трещины.

Понятие «конечной деформации» в рассматриваемом случае подразумевает уровень деформаций за счет эффекта термического изменения линейных размеров изделиями или огнеупорной футеровкой в целом.

В этом случае поле компонентов НДС и энергетическое состояние в окрестности вершины трещины однозначно не определяются для любого момента времени ее геометрическими параметрами, снижаясь при разгрузке или снятии деформации и нарастая при деформировании материала в докритической области.

Этим явлением объясняется прерывистый скачкообразный рост трещин в огнеупорных футеровках промышленного оборудования. В данном случае остановка трещины может происходить не только при достижении какой-либо границы раздела сред, но и в толще однородной части материала при исчерпании энергии упругой деформации, накопленной на стадии термического изменения размера. Циклические колебания напряжений и деформаций в вершине трещины повторяются в рамках одного цикла нагрева или охлаждения образца.

В случае промышленных огнеупорных материалов при циклическом изменении температуры футеровки происходят соответствующие повторы нагружения – разгрузки материала в окрестности концентраторов напряжения, сопровождающиеся ростом дефектов и, в конечном итоге, приводящие к разрушению изделий. К настоящему времени процесс разрушения огнеупоров под действием циклической термической нагрузки изучен недостаточно, несмотря на широко применяемые испытания серийных изделий на термостойкость

(ГОСТ. 7875.1-2018). Модели разрушения материалов под действием таких нагрузок не разрабатывались, в лабораторных испытаниях фиксировалась только длительность противостояния материала таким нагрузкам, позволяющая сравнивать различные материалы между собой.

### 1.4.3. Циклическая нагрузка

Для огнеупоров до недавнего времени не проводилось специального анализа различий между циклическим и монотонным разрушением [230]. Расчет огнеупорной футеровки, как правило, основывается на моделировании испытаний при термическом ударе [18, 231 – 233], на растяжение или монотонного [43, 232, 234], либо циклического режима нагружения [232, 234 – 236].

Исследователями [230, 232] установлено, что циклическое воздействие на огнеупор докритической интенсивности приводит к квазипластическим эффектам при разрушении. Например, на рисунке 3 приведены диаграммы циклического нагружения для нескольких материалов [230].

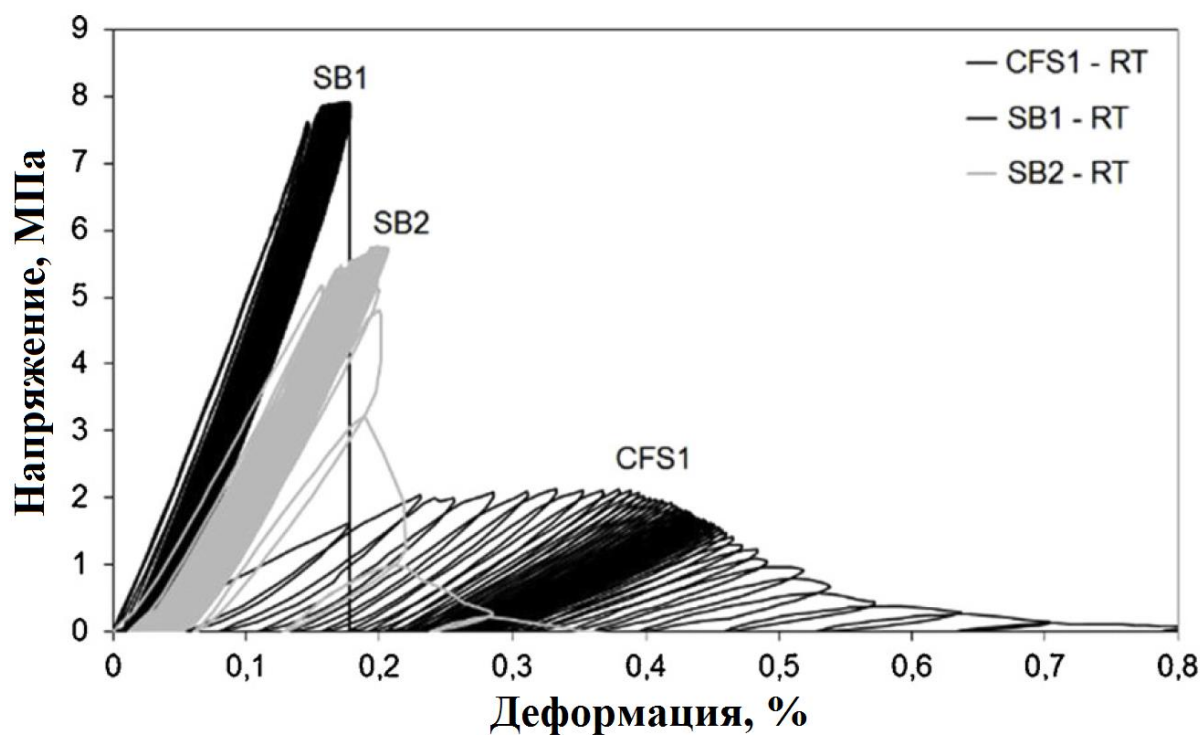


Рисунок. 3. Пример диаграмм циклического нагружения огнеупоров [230].



На всех приведенных графиках могут быть выделены участки, аналогичные участкам диаграмм деформирования пластичного материала: пропорциональности между деформацией и напряжениями, зона постоянных напряжений и зона разрушения. Участки соответствуют различным стадиям развития трещиноватых структур. На первом этапе происходит рост наиболее крупных дефектов до ближайших границ раздела в материале, далее – в формирование трещиноватой структуры вовлекаются все более мелкие микротрещины, при этом наблюдатель фиксирует «площадку псевдопластичности», в рамках которой изменения интенсивности внешнего воздействия не приводят к существенным изменениям «отклика» - механического напряжения. Завершающим этапом является стадия формирования магистральной трещины, сопровождающаяся резким падением механической прочности объекта при незначительном увеличении интенсивности воздействия. Рисунок 3 демонстрирует различные возможные формы диаграмм циклического нагружения.

При исследовании циклического разрушения фиксировали как снижение прочности по мере накопления повреждений [234] (характерное и для композитов иной природы [237]), так и зависимость направления траектории трещин от условий приложения нагрузки [43, 238], аналогичную эффектам при динамическом приложении воздействия.

#### *1.4.4. Нециклическая переменная нагрузка*

Рассмотренный в *п. 1.4.3* вариант циклического приложения нагрузки является идеализированным частным случаем нагружения материала с переменной интенсивностью. В общем случае нагрузка (внешнее воздействие) может носить случайный характер как по интенсивности, так и по времени возникновения.

В этом случае рост трещины также определяется энергетическим состоянием окрестности ее вершины (или окрестности другого концентратора напряжений). В случае быстрого роста нагрузки при расчетах следует учитывать различия в скорости распространения деформаций и скорости разгрузки НДС в разных термодинамических фазах композиционного материала, в результате чего

критические напряжения могут возникать раньше на более прочных и удаленных от поверхности приложения нагрузки элементах.

#### *1.4.5. Тепловой эффект трещинообразования*

Тепловой эффект роста трещины [239] может быть определен как:

$$U_h = V\rho c\Delta T, \quad (16)$$

где  $U_h$  – тепловой эффект при росте трещины,  $V$  – объем материала, в котором наблюдается изменение температуры при росте трещины,  $\rho$  – плотность материала,  $c$  – его удельная теплоемкость,  $\Delta T$  – перепад температуры, определяемый как:

$$\Delta T = \frac{\alpha(1-\nu)}{\rho c} \Delta \sigma, \quad (17)$$

где  $T_0$  – температура материала,  $\alpha$  – коэффициент расширения,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\Delta \sigma$  – изменение механического напряжения в результате роста трещины.

Объем материала для выражения (16) рассчитывается исходя из радиуса нагрева вокруг линии роста трещины и прироста ее площади:

$$V = r\Delta S. \quad (18)$$

В свою очередь  $r$  определяется по формуле:

$$r \cong \frac{1}{2\pi} \frac{K_I^2}{\sigma^2}, \quad (19)$$

где  $K_I$  – коэффициент интенсивности напряжений. Порядок величины температурного эффекта при росте трещины достигает нескольких градусов в зависимости от вида разрушаемого материала.

Накопленную энергию упругих деформаций следует определять по достигнутой деформации (15) с учетом концентрации напряжений в вершине трещины.

Если прирост трещины недостаточен для ее выхода на границы раздела фаз, будет наблюдаться остановка трещины в пределах структурного элемента, в котором она возникла. В противоположном случае возможно прохождение трещины через границу раздела, изменение ее направления или остановка на границе раздела. Сценарий развития событий определяется несколькими

параметрами, в том числе кинетической энергией растущей трещины (*n. 1.4.6*), а также, например, взаимной ориентацией оси растущей трещины и поверхности раздела фаз [240].

#### 1.4.6. Кинетическая энергия растущей трещины

Важным теоретическим аспектом является вопрос кинетической энергии растущей трещины, как параметра, определяющего, например, сценарий развития событий при выходе вершины трещины на границу раздела фаз в композиционном материале. Данный вопрос напрямую связан с методикой расчета размеров области разгрузки при росте трещины. Действительно, кинетическая энергия растущей трещины не может превышать согласно закону сохранения энергии некоторой части от накопленной материалом потенциальной энергии упругого деформирования.

Каплан и Чекунаев [205, 241] определяли данный параметр путем введения понятия «присоединенной массы».

$$m(a) = 8\pi \frac{P_0^2}{E^2} \rho a^2 (1 + \nu)^2 \left[ \left( \nu^2 - \frac{3}{2}\nu + \frac{7}{8} \right) \ln \left( \frac{2R}{a} \right) - \frac{3}{8}\nu + \frac{3}{32} + \frac{a^2}{8R^2} \right]. \quad (20)$$

Здесь  $m(a)$  – присоединенная масса трещины,  $P_0$  – давление, создаваемое внешней нагрузкой,  $\rho$  – плотность,  $a$  – половина характерного размера трещины,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $R$  – размер расчетной области (авторы [205, 241] рекомендуют выбирать его от  $2,6a$  и более). Соответственно, кинетическая энергия движущейся трещины рассчитывается как:

$$T = \frac{m(a)v^2}{2}, \quad (21)$$

где  $v$  – скорость распространения трещины (согласно [205] достигает 0,38 скорости звука в материале).

Альтернативным способом расчета кинетической энергии трещины является определение численными методами потенциальной энергии упругой деформации в окрестности вершины трещины, в предположении, что при движении трещины происходит переход потенциальной энергии ( $U$ ) в кинетическую ( $T$ ) и работу

разрушения ( $W$ ) – формирование новой поверхности материала, акустические и тепловые эффекты.

Необходимо учитывать, что в зависимости от граничных условий: наличие или отсутствие притока энергии в систему извне, система является открытой либо закрытой. Соответственно, для открытой системы сумма этих компонентов не будет являться постоянной величиной. Для обоих вариантов выполняется равенство:

$$dU = T + W. \quad (22)$$

Для закрытой системы, кроме того справедливо выражение (закон сохранения энергии):

$$\frac{d}{dt}(U + T + W) = 0. \quad (23)$$

Таким образом, в типичных для огнеупорных футеровок промышленного оборудования случаях: накопление критических деформаций вследствие теплового расширения, либо кратковременного механического воздействия могут реализоваться вариант как закрытой, так и открытой системы. За счет термического расширения происходит накопление энергии упругой деформации, которая расходуется на рост трещины. Механическое воздействие, напротив, может продолжаться и после начала роста трещины, поэтому в этом случае необходимо определить количество энергии, переданной объекту для дальнейшего определения размеров возможного трещинообразования.

### 1.5. Разгрузка НДС при росте микротрещины

В процессе роста трещины расходуется накопленная энергия упругой деформации в окрестности ее вершины на образование новой поверхности раздела, тепловые и акустические эффекты и т.д. При этом важными задачами являются определение размера области, приток энергии из которой может быть использован на работу роста трещины, степень использования этой энергии и условия продолжения или остановки роста. Причем, последнее связано с граничными

условиями, в которых находится материал, которые предполагают приток энергии в зону разрушения при продолжающемся внешнем нагружении, либо нет.

### *1.5.1. Размер области разгрузки НДС*

Определению геометрических размеров области разгрузки НДС при развитии трещин было посвящено несколько исследовательских работ, предлагающих различные подходы к решению. Например, в [205] в качестве характерного размера использовали половину длины эллиптической трещины и показали, что для расчета энергетических характеристик в ее вершине достаточно рассматривать области, не превышающие 2,6 этого размера. В работе [79] также показано, что при расстояниях между дефектами структуры, превышающими их 2,3 характерных размера, поля напряжений от разных дефектов не перекрываются. В работах [242, 243] приводятся зависимости размера «области предразрушения» от размера трещины и уровня приложенной нагрузки:

$$a = \frac{5}{8} \left( \frac{\sigma_{\infty}}{\sigma_y} \right)^2 l, \quad (24)$$

где  $a$  – линейный размер области предразрушения,  $\sigma_{\infty}$  – приложенное напряжение,  $\sigma_y$  – разрушающее напряжение,  $l$  – полудлина трещины.

Необходимо отметить, что размер зоны предразрушения, рассчитанный по формуле (24) совпадает с результатами численного моделирования: при нагружении трещины внутренним давлением – описывает область, в которой напряжения превышают значение приложенного давления.

### *1.5.2. Условия роста и остановки трещины*

Рост трещины начинается при достижении критического уровня напряжений или упругих деформаций в окрестности ее вершины. Критерием ее остановки является возврат их уровня к докритическим значениям за счет разгрузки, путем образования новой поверхности, тепловых [239] и акустических [244] эффектов.

Нерешенным остается вопрос о моменте начала роста трещины в условиях динамического нагружения. Возможны модели, основанные на мгновенном начале

роста трещины при превышении критической величины напряжения или деформации, так и предполагающие отложенный рост трещины, начинающийся после формирования обширной зоны закритических напряжений и упругих деформаций в окрестности вершины дефекта.

При этом для перовой группы моделей предполагается, что средняя скорость роста трещины будет пропорциональна скорости накопления напряжений в ее вершине. Следствием будет заключение, что при постоянном уровне нагрузки скорость роста трещины будет возрастать по степенному закону, вплоть до достижения максимально возможного значения (пример подобной зависимости приведен в [245]). Рост трещины будет происходить до ее выхода на границу раздела фаз, за счет непрерывного притока энергии в зону разрушения. В случае переменного уровня внешней нагрузки скорость движения трещины будет колебаться вместе с уровнем нагрузки.

Во втором случае средняя скорость развития трещины будет определяться энергетическим состоянием окрестности вершины на момент начала ее роста. Диаграмма изменения скорости роста трещины может быть построена с использованием законов классической механики, с применением понятия присоединенной массы трещины [205, 241]. При постоянной нагрузке на материал скорость роста трещины будет характеризоваться быстрым увеличением вплоть до максимально возможного значения. При переменной нагрузке будет наблюдаться относительно плавное снижение скорости при снятии нагрузки за счет инерции присоединенной массы.

Отличие моделей состоит в наличии или отсутствии инерции роста трещин. Так, первый тип моделей не предполагает наличие присоединенной массы и, соответственно, инерции объекта. Согласно закону сохранения энергии, результаты использования той или иной методики приводят к одинаковой расчетной площади поверхности трещин. Однако первая модель пригодна для расчетов динамики роста трещин, так как требует наличия функции напряжений от времени, а вторая позволяет моделировать процесс разгрузки статически

нагруженного материала. Использование второй модели для расчетов динамики развития трещин затруднено, поскольку требуется определить время запаздывания между достижением критического уровня напряжений в точке и началом разрушения, что на данном этапе является дискуссионным вопросом.

С учетом того, что промышленные огнеупорные материалы в процессе службы, как правило, подвергаются сравнительно медленно нарастающим нагрузкам, перспективным является применение статических (квазистатических) моделей – вторая рассмотренная группа моделей. Это означает, что для расчета в качестве граничных условий можно использовать предельные значения деформаций, достигнутых в результате термического роста и взаимодействия с соседними элементами конструкций. Следствием условий эксплуатации будет разгрузка НДС по мере роста трещины в широкой окрестности, например, в пределах всего изделия за счет происходящих деформаций. Иными словами, поступления дополнительной энергии в вершину растущей трещины в рассматриваемых условиях не происходит.

## 1.6. Выделение размерных уровней при решении задач разрушения конструкций

Разрушение промышленных конструкций, построенных из неоднородных огнеупорных или керамических материалов, протекает в несколько стадий, отличающихся по порядку величины характеристических параметров. К таким параметрам могут быть отнесены: характерный линейный размер объекта, в котором происходит процесс, размер дефекта (трещины), средняя скорость ее роста, уровень значений напряжений и упругих деформаций в вершине трещины.

Попытки явного моделирования процессов разрушения конструкций с учетом геометрических особенностей блоков конструкции (изделий) и структуры материалов изначально обречены на неудачу. Во-первых, структура огнеупорных материалов является нерегулярной в связи с большим количеством компонентов, используемых при получении и их стохастическим распределением в готовом

изделии. Таким образом, установить точное положение концентраторов напряжений в конструкции на уровне структуры не представляется возможным. Во-вторых, размеры дефектов структуры материалов, которые могут выступить в качестве инициаторов роста трещин составляют единицы или десятки микрометров ( $10^{-6} \div 10^{-5}$  м), а характерные размеры оборудования – от единиц до сотен метров ( $10^0 \div 10^2$  м).

С учетом того, что представительный объем для моделирования структуры материала может содержать до  $10^{10}$  частиц [246, 247], при этом его линейный размер составит менее  $10^{-1}$  м, то число частиц в модели теплового агрегата с детализацией структуры материалов может превысить  $10^{20}$ , что не может быть обработано в течение разумного времени при помощи современной вычислительной техники.

Для решения подобных задач в настоящее время применяется многоуровневый подход [248 – 250], предполагающий использование размерного критерия для разделения задачи на подзадачи меньшей сложности. Круг задач, решаемых при помощи такого подхода, включает теплообмен [251 – 254], проектирование структуры и свойств новых полимерных материалов [255 – 257], механика разрушения [258 – 260], моделирование упругих свойств композиционных материалов [42, 261], конструкторские изыскания [93] и другие практические применения.

Применение многоуровневого подхода позволяет моделировать, в частности, поведение ККМ под нагрузкой, например, при наличии армирующих волокон [262], межфазных границ с особыми свойствами [263] и многослойных материалов [264]. Также многоуровневый подход оказался полезен при исследовании поведения бетона при различной скорости приложения нагрузки. В [265, 266] применяли комбинацию вычислительных методов на разных размерных уровнях как для выявления потенциальных зон разрушения, так и для детализации процесса, протекавшего при постоянной температуре.



Учет изменения состояния материала в процессе квазихрупкого разрушения осуществлялся в работах [23, 267 – 277] и характеризовался как формирование зоны предразрушения, что является одним из частных случаев переменных свойств материалов при эксплуатации. Кроме того, для огнеупорных материалов важна температурная зависимость прочностных характеристик, причем наблюдаются как изменение характера разрушения материала с повышением температуры с хрупкого на пластичный [9, 14], изменения абсолютных значений упругих характеристик [278], так и значительное снижение прочности при приближении к температуре плавления материала [279], в том числе для материалов, полученных по бетонной технологии [280, 281]. Следует отметить, что разрушение как огнеупорных бетонов и изделий, так и строительных материалов подчиняется общим закономерностям, однако, в случае строительных или огнеупорных бетонов любого типа деградация механических свойств материала протекает за счет как термомеханических напряжений в материале, так и химического разложения связующего и давления водяного пара во внутренних полостях материала [282 – 293].

Таким образом, для применения методов моделирования в инженерном деле также представляется перспективным разделение задач прогнозирования разрушения на задачи различного размерного уровня. Это предполагает, например, выявление предполагаемых зон разрушения в масштабах оборудования (уровне агрегата), определения фактических нагрузок в отдельных блоках футеровки с учетом особенностей их закрепления и влияния соседних изделий (уровень изделия) и прогноз стойкости футеровок путем моделирования динамики разрушения на уровне структурных особенностей материалов (уровень структуры).

## 1.7. Выводы по главе 1

На основании анализа современных взглядов на разрушение огнеупорных композиционных материалов при термомеханической нагрузке, можно сделать следующие выводы:

1. Структура и условия эксплуатации огнеупорных ККМ обуславливают особенности их разрушения. В частности, наличие множественных границ раздела фаз в материале ответственно за квазихрупкий характер разрушения при невысоких температурах. Эффекты предплавления, часто наблюдаемые при температуре эксплуатации этих материалов, приводят к возникновению пластических деформаций в изделиях (ползучести). Этим обусловлена актуальность разработки модели разрушения таких материалов с учетом температурных полей в конструкциях.
2. На современном этапе наблюдается необходимость в разработке подхода и соответствующего математического аппарата для объединения накопленных знаний о закономерностях возникновения и роста одиночных трещин на уровне структуры материалов и разрушения промышленных конструкций. Причем разрушаемые конструкции могут содержать трещины, возникшие как на стадии производства материалов или создания конструкции, так и в период эксплуатации.
3. Инженерная практика требует разработки и внедрения, в том числе, простых, интуитивно понятных алгоритмов для поиска зон предполагаемого разрушения и выявления динамики процесса. Разработку таких алгоритмов целесообразно вести в направлении совместного применения континуального и дискретного подходов. К настоящему моменту накоплен обширный экспериментальный, теоретический и методический материал, касающийся роста отдельных дефектов в континуальных или дискретных материалах и их разрушения. Масштабирование имеющихся подходов на промышленные объекты затруднено из-за размерного фактора. Таким образом, по-прежнему актуальна разработка подходов, позволяющих моделировать разрушение оборудования комбинируя различные методики расчета.
4. Перспективным направлением развития представлений о разрушении ККМ для определения характера и скорости разрушения является комбинация

континуальных методов и явного представления структуры материала (с учетом всех составляющих фаз и границ раздела между ними) на разных стадиях роста трещины.

5. Перспективным методом прогноза стойкости промышленного оборудования является применение многоуровневого подхода, предполагающего последовательное уточнение задачи разрушения и включающего поэтапное установление зон разрушения: расчет нагрузок в этих зонах для уровней агрегата или отдельного изделия и динамическое моделирование роста разрушающих дефектов для уровня структуры материала.

## 2. Постановка задачи моделирования ККМ и его разрушения

### 2.1. Выбор материалов для высокотемпературной эксплуатации

Производственные высокотемпературные процессы непрерывно претерпевают изменения, связанные как с корректировкой требований к конечному продукту, так и с истощением сырьевой базы. В связи с этим возникает проблема выбора вспомогательных, в том числе, огнеупорных материалов и прогноза их срока службы в изменившихся условиях эксплуатации. Эта проблема возникает при вынужденной (истощение сырьевой базы) либо запланированной (разработка новых материалов) замене сырья для производства огнеупорных материалов. Решение такой задачи путем проведения промышленного эксперимента, связанного с изготовлением и испытаниями опытных партий материалов, является долгим по времени и дорогим процессом, в то время как лабораторные испытания материалов не позволяют в полной мере масштабировать их результат на условия эксплуатации промышленного оборудования.

Одним из возможных решений является моделирование службы материала в условиях промышленной эксплуатации с использованием данных, полученных в лаборатории. В настоящей работе рассматривается разработка подхода и алгоритма моделирования процесса разрушения огнеупорного материала (ККМ) путем образования и роста трещин на различных размерных уровнях под действием эксплуатационных факторов макроскопического уровня. Таким образом, **решается практически значимая задача разработки инженерного инструмента для выбора или проектирования материалов для высокотемпературных применений путем моделирования разрушения под действием термомеханических нагрузок при эксплуатации.**

В качестве разрушающего фактора рассматриваются термомеханические напряжения, возникающие в футеровках высокотемпературного оборудования (наиболее мощный механический фактор, действующий на футеровку) на уровне агрегата и инициируемые ими процессы разрушения структуры материала,

выходящие в дальнейшем на высшие уровни. Результаты расчета поля напряжений и деформаций объекта последовательно уточняются от уровня агрегата к размерному уровню структуры материала, а затем рассматривается динамика роста трещин докритического размера под действием вычисленной нагрузки на уровне структуры материала с дальнейшим прогнозом разрушения на высших размерных уровнях. Под *трещиной «докритического» размера* понимается дефект структуры, размер которого при заданной величине нагрузки не позволяет реализоваться катастрофическому сценарию образования магистральной трещины, пересекающей целиком всю конструкцию или ее отдельный блок.

## 2.2. Математическая постановка задачи

### 2.2.1. Основные уравнения

Наблюдаемые закономерности разрушения ККМ описываются исходя из законов сохранения. Закон сохранения масс (описываемый уравнением неразрывности) для сплошных сред имеет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (25)$$

где  $\rho$  – массовая характеристика (плотность),  $\tau$  – время,  $\vec{v}$  – вектор скорости.

Под действием внешних сил, которые могут возникать, в том числе, и в результате теплового процесса, в материале возникают смещения, приводящие как к перемещению тела в пространстве, как целого, так и деформациям. Эти процессы описываются уравнением движения [294]:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{d\tau} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \vec{F}, \quad (26)$$

где  $\vec{F}$  – вектор массовых сил,  $\boldsymbol{\sigma}$  – тензор напряжений [295]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

где  $\sigma_{ij}$  – нормальные,  $\tau_{ij}$  – касательные напряжения. В частном случае действия сил, которое не приводит к смещению или разрушению  $\vec{v} = 0$  и выражение (26) принимает вид:

$$\nabla \cdot \sigma + \rho \vec{F} = 0. \quad (28)$$

Тензор деформаций описывается соотношением Коши:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right). \quad (29)$$

В выражении (29)  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензора полных деформаций,  $u_i$  ( $u_j$ ) – компоненты вектора перемещений,  $x_i$  ( $x_j$ ) – координаты.

Полные деформации материалов ( $\varepsilon$ ) складываются из упругих или обратимых деформаций ( $\varepsilon^e$ ) и необратимых – пластических ( $\varepsilon^p$ ), которые нехарактерны для ККМ, вследствие хрупкого характера разрушения составляющих индивидуальных фаз [295]:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (30)$$

Энергия упругой деформации в точке, определяющая возможность образования новой поверхности в материале и, соответственно, роста трещины записывается в виде (15) (см. п. 1.4).

### 2.2.2. Определяющие соотношения

Точечные механические напряжения связаны с упругими деформациями в ККМ при термомеханическом нагружении соотношением Дюамеля-Неймана для изотропной среды, так как в пределах индивидуальных фаз, составляющих композиционный материал, рассматриваемое тело является изотропным:

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij}^e + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} - \frac{E}{1-2\nu} \varepsilon_{ij}^t \delta_{ij}, \quad (31)$$

где  $\varepsilon_{ij}^e$  и  $\varepsilon_{ij}^t$  – компоненты упругой и термической части тензора деформаций соответственно,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. В рамках поставленной задачи в зависимости от размерного уровня рассматриваемые материалы считаются изотропными: при моделировании

конструкций применяются интегральные характеристики материалов, а при моделировании разрушения структур – свойства индивидуальных фаз.

Для процессов, протекающих при переменной температуре, в уравнении (31) выделяют термические деформации ( $\varepsilon^t$ ), однако, в условиях применения огнеупорных материалов термические деформации приводят к формированию локальных упругих и пластических деформаций. Величина термических деформаций может быть определена из коэффициента термического расширения материала ( $\alpha$ ) и изменения его температуры ( $\Delta T$ ):

$$\varepsilon_{ij}^t = \delta_{ij} \alpha \Delta T. \quad (32)$$

Изменение температуры в материале определяются его температурным полем, которое, в свою очередь вычисляется при помощи известного уравнения теплопроводности (1) (см. п. 1.2.2).

Разрушение материала при образовании трещин определяется энергией, израсходованной на деформирование и образование новой поверхности трещин, при этом учитывается, что пластические деформации приводят к необратимому изменению формы и размера тела, а не к трещинообразованию в ККМ.

Условием начала трещинообразования является локальное достижение критического состояния, записанного в терминах деформации или напряжения:

$$\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{cr} \quad \text{или} \quad (33)$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_{cr}, \quad (34)$$

где  $\varepsilon_1$  и  $\sigma_1$  – главные деформации и напряжения соответственно.

Дополнительным условием продолжения роста трещины является приток энергии в окрестность ее вершины, что соответствует положительной производной упругих деформаций по времени:

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial \tau} > 0. \quad (35)$$

### 2.2.3. Математическая модель ККМ

Рассматриваемые ККМ являются многофазными зернистыми системами, что определяет наличие большого количества областей в материале, обладающих

различными свойствами (фазы) и границ их раздела. Термодинамическая фаза определяется следующими соотношениями:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_{T,P}^{phase} \approx 0, \\ U^{surf} = \gamma S \end{cases}, \quad (36)$$

где  $\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_{T,P}^{phase}$  – производная по координате некоторого свойства фазы (в данном случае плотности), которая при фиксированных внешних условиях (в данном случае температуре и давлении) равна нулю, то есть данное свойство является постоянным и характеризует фазу. Фаза отделена от остального пространства границей раздела, обладающей поверхностной энергией  $U^{surf}$ , определяемой ее площадью  $S$  и удельной энергией  $\gamma$ . Также на границах раздела фаз (интерфейсах) не выполняется условие постоянства свойств (имеет место их скачкообразное или постепенное изменение):

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_{T,P}^{interface} \neq 0. \quad (37)$$

Огнеупорные материалы, которые являются основным объектом данного исследования, обладают сложной микроструктурой, представленной относительно однородной матрицей (сплошной непрерывной фазой) и твердыми или газовыми включениями – армирующими зернами или порами и микротрещинами. Разделение газовых включений на поры и микротрещины условно и базируется на геометрической форме газового включения. При детальном изучении структуры матрицы становится очевидно, что она также обладает собственной внутренней структурой, образованной в результате спекания мелких фракций шихты – исходной смеси компонентов для изготовления огнеупора.

В общем случае матрица и твердые включения могут быть представлены разными фазами. Взаимное расположение отдельных компонентов материала является причиной проявления ККМ свойств, нехарактерных для составляющих чистых фаз. Например, индивидуальные фазы, составляющие ККМ, как правило, хрупкие (не подвержены пластическим деформациям под нагрузкой), в то время



как сам материал – квазихрупкий и проявляет ограниченные пластические свойства. Соответственно, пластические деформации индивидуальных фаз ККМ при любых условиях нулевые или стремящиеся к 0, а интегральные пластические деформации композиционного материала отличны от 0:

$$\begin{cases} d\varepsilon_{phase}^p \approx 0 \\ d\varepsilon_{material}^p \neq 0 \end{cases} \quad (38)$$

В процессе эксплуатации огнеупор находится в поле температуры, таким образом, что на его горячей границе температура достигает значений, соизмеримых с температурой плавления основных фаз огнеупора или соответствующих эвтектических составов [296]. Следствием этого является появление так называемых эффектов предплавления, заключающихся в изменении интегральных характеристик материала в направлении большей пластичности [297 – 300]. При лабораторных испытаниях материалов эти эффекты выражаются, например, в ползучести огнеупора – изменении его размера и формы при одновременном воздействии давления и высокой температуры [14, 300 – 303]. Изменение упругих свойств материала также влияет на эволюцию трещин, что может выражаться не только в изменении ее скорости роста, но и направления.

Причиной этого являются поверхностные эффекты плавления, приводящие к появлению жидкой фазы на границах зерен при температурах, существенно ниже точки плавления массивного объема фазы. Плавление поликристаллических материалов происходит в некотором интервале температур, зависящем, в том числе, от размеров зерен, составляющих материал [299], причем нижняя граница интервала находится ниже температуры плавления монокристалла этого вещества. Появление жидкой фазы в огнеупорном материале уже может быть зафиксировано при температуре около  $0,8T_m$  ( $T_m$  – температура плавления массивного объема фазы, выраженная в градусах Кельвина) [9]. Зависимость, связывающая температуру плавления частицы с ее размером, носит название уравнения Гиббса-Томсона [304]:

$$\Delta T_m(d) = T_m \frac{4\sigma_s}{H_f \rho_s d}, \quad (39)$$

где:  $\Delta T_m(d)$  – изменение температуры плавления частицы диаметра  $d$ ,  $\sigma_s$  – поверхностная энергия границы раздела твердой и жидкой фазы,  $H_f$  – удельная теплота плавления,  $\rho_s$  – плотность твердой фазы.

Упругие свойства материала, такие как модуль упругости и коэффициент Пуассона имеют выраженную зависимость от температуры, особенно вблизи температуры фазовых переходов (плавления):

$$P_i = F_i(T, P, x), \quad (40)$$

где  $P_i$  – рассматриваемое свойство, в общем случае зависящее от:  $T$  – температуры,  $P$  – давления,  $x$  – координаты, вследствие того, что рассматривается многофазный материал. За счет эффектов предплавления эти свойства могут значительно изменяться [305 – 313], например, упругий модуль материала снижается, а коэффициент Пуассона, напротив, возрастает. По этой причине, распространённой является ситуация, когда вблизи рабочей (горячей) поверхности огнеупора имеет место пластическая деформация материала, а на противоположной стороне наблюдается хрупкое растрескивание [15].

#### 2.2.4. Граничные условия

Решение задачи термомеханического разрушения материалов в составе конструкций тепловых агрегатов предполагает влияние следующих факторов:

1. Температурное поле футеровки, определяющее расширение материалов и приводящее к локальным перемещениям и механическим напряжениям. Температурное поле футеровки является решением уравнения (1), в качестве граничных условий для которого могут использоваться условия теплообмена на внутренней и внешней поверхностях агрегата:

$$\begin{cases} Q_l = (T_{s1} - T_{s2}) \sum_i \frac{\lambda_i}{\delta_i}, \\ T_{s2} = T_a + \frac{Q_a}{\alpha_T}, \end{cases} \quad (41)$$

где  $Q_l$  и  $Q_a$  – тепловые потоки в футеровке агрегата и в окружающую среду от его поверхности, соответственно,  $T_{si}$  – температура его поверхностей,  $\lambda_i$  – теплопроводность слоев ограждения в случае многослойной футеровки,  $\delta_i$  – характерный размер (толщина) слоя футеровки,  $T_a$  – температура внешней среды,  $\alpha_T$  – коэффициент теплоотдачи во внешнюю среду с поверхности оборудования. При стационарном теплообмене тепловые потери в окружающую среду равны тепловому потоку в футеровке, а при неустановившемся режиме обе величины рассчитываются численными методами на основе системы (41), например, по методике [103].

2. Перемещения и напряжения, возникающие под действием внешних механических воздействий, например, собственного веса элементов конструкций. Требуется решить уравнение (28), в качестве граничных условий для которого задаются внешние факторы.
3. Ограничения на перемещения относительно пространственных координат, обусловленные конструкцией оборудования:

$$u_i = f_i(x_j), i, j=1, 2, 3. \quad (42)$$

которые зависят от геометрического местоположения граничной поверхности, к которой приложено условие в агрегате. В зависимости от геометрического масштаба задачи в качестве таких граничных поверхностей могут выступать физически существующие функциональные поверхности оборудования, границы отдельных конструктивных элементов, либо границы расчетной области, задаваемые в зависимости от условий конкретного расчета и вычислительных возможностей.

В качестве исходного состояния (начального условия) принималось поле напряжений и деформаций оборудования, рассчитанное без учета термической нагрузки – то есть при нормальных условиях (температура 20 °С – начальное условие для решения уравнения теплопроводности). При этом термические

деформации считались равными нулю, а нагрузки, вычисленные при этих начальных условиях под действием внешней силы (собственный вес агрегата, внешние силы от устройств закрепления и т.д), считались неизменными при решении термомеханической задачи.

## 2.3. Модель термического разрушения ККМ

### 2.3.1. Стадии развития трещин при квазихрупком разрушении

Вследствие особенностей микроструктуры, представленной армирующими зернами, распределенными в связующей матрице, содержащей множественные дефекты в виде пор и микротрещин, ККМ, используемые для футеровки высокотемпературных промышленных агрегатов, демонстрируют так называемый квазихрупкий характер разрушения. Термин был введен в середине XX века Ирвином и Орованом [36, 123] для разработки теории разрушения материалов, допускающих ограниченное пластическое деформирование (проявляющих нелинейные зависимости напряжений от деформаций при нагружении, например, композиционных материалов). Причиной такого поведения материалов является множественный локальный рост трещин на микроуровне, сопровождающийся разгрузкой НДС окружающей области материала, который приводит к формированию продолжительного участка диаграммы деформирования, на котором не наблюдается снижение эксплуатационных характеристик материала. При этом на макро- и мезоскопическом уровне структуры поведение материала может характеризоваться как ограниченно пластичное, а на микроуровне – как хрупкое. Под уровнями в данном случае подразумевается детальная структура композиционного материала: зерна, поры и границы фаз в качестве нижнего или микроуровня – уровня структуры материала, отдельная целостная функциональная часть (например, какое-либо изделие или блок, составляющие конструкцию) – для среднего или мезоуровня (уровня изделия) и весь промышленный агрегат в качестве верхнего (макроуровня) – уровня агрегата [76]. Широко применяется также иная логика деления объекта на уровни: макроуровень

– уровень изделия или агрегата, мезоуровень – структурные компоненты материала, которые моделируются явным образом (зерна, поры, интерфейсы), микроуровень – сплошная связующая матрица, свойства которой задаются в виде интегральных континуальных характеристик [23]. Таким образом, разрушение конструкционных материалов по квази-хрупкому сценарию состоит из трех последовательных стадий [159, 160] (рисунок 4):

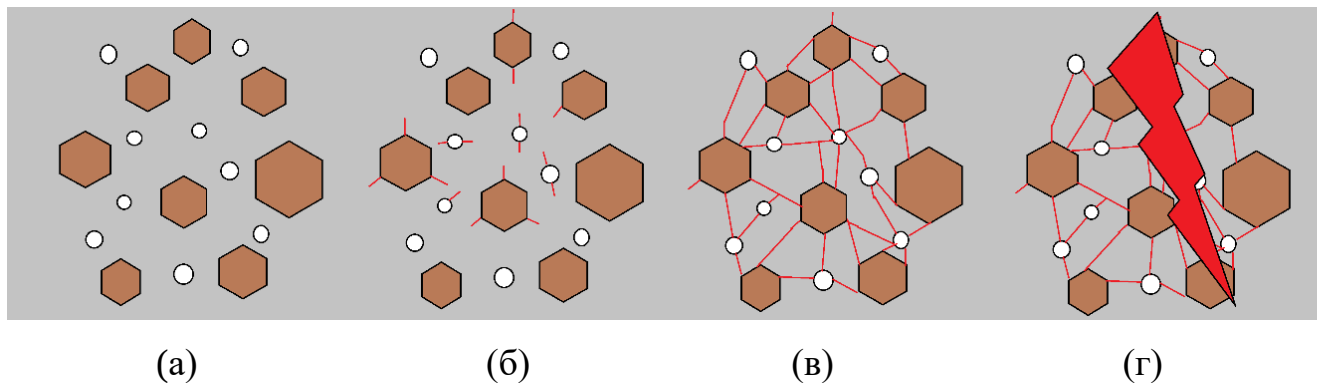


Рисунок 4. Этапы развития трещины при квази-хрупком или усталостном разрушении композиционного керамического материала: а – трещины отсутствуют (исходное состояние), б – появление микротрещин на концентраторах напряжений, в – образование трещиноватой структуры на участке материала, г – рост катастрофической (разрушающей) трещины.

- Стадии упругой деформации, характеризующейся линейной зависимостью напряжений в материале от возникающих деформаций. Для абсолютно хрупких материалов эта стадия завершается мгновенным катастрофическим разрушением всей конструкции (рисунок 4а), а для ККМ – началом роста микротрещин.
- Квазихрупкой стадии, которая характеризуется изменением характера зависимости напряжений от деформаций, и которая является определяющей для ресурса эксплуатации конструкции. На данной стадии происходит множественное образование и рост трещин докритического размера на уровне структуры материала (микро и, иногда, мезо уровни) с образованием микротрещиноватой структуры, которое в пределе приводит к деградации механических свойств объекта (рисунок 4б и в).

- Стадия катастрофы или обострения [23] характеризуется резкой, чрезвычайно быстрой деградацией функциональных свойств объекта, сопровождается образованием одной или нескольких трещин макроскопического размерного уровня (рисунок 4г).

### 2.3.2. Основные допущения модели

Расчет напряженного состояния материала, согласно уравнению (31) на практике требует экспериментального определения большого числа параметров, необходимых для описания квазихрупкого разрушения материала. С учетом широкого температурного интервала эксплуатации рассматриваемых материалов и температурной зависимости свойств (40), исследования требуется проводить при нескольких температурах. В результате суммарная погрешность этих измерений оказывается значительной, а трудоемкость испытаний – велика.

Особенности ККМ, описываемые зависимостями (38), позволяют рассматривать такие материалы на уровне микроструктуры как комбинацию хрупких структурных элементов, обладающих низким изменением геометрических характеристик в упругой области до разрушения. Температурные деформации (32) могут быть учтены, как часть упругой деформации. Таким образом, *в интервале температуры, когда компоненты материала сохраняют хрупкие свойства (существует экспериментальный способ определения этого интервала, описанный в п. 3.2.2.) рост трещины докритического размера может быть описан зависимостями, выведенными для хрупких материалов.* Это позволяет пренебречь упругим изменением объема в (31) и использовать для дальнейших приближенных вычислений только первое слагаемое этого выражения (погрешность при этом для хрупких материалов составит около 5% с учетом фактического значения коэффициента Пуассона):

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij}^e. \quad (43)$$

Для определения приращения площади поверхности трещины ( $dS$ ) может быть использована зависимость:

$$dS = \frac{dU^e}{\gamma}, \quad (44)$$

где  $dU^e$  – энергия упругой деформации, израсходованная на приращение трещины, которая может быть определена по (15) – локальное значение, а для некоторого объема, в котором происходит рост трещины – по:

$$dU^e = \frac{(\sigma_1)^2 \cdot dV}{2 \cdot E} = \frac{E \cdot (\varepsilon_1^e)^2 \cdot dV}{2}, \quad (45)$$

где  $dV$  – объем материала, за счет накопленной энергии упругой деформации которого происходит трещинообразование,  $\gamma$  – удельная поверхностная энергия термодинамической фазы. Таким образом, *особенность материала, проявляющаяся в квазихрупком механизме разрушения, связанная с его структурными особенностями, допускающими смещения отдельных элементов структуры друг относительно друга без полного нарушения целостности материала и утраты эксплуатационных характеристик дает возможность предложить упрощенную инженерную модель разрушения.*

Важным параметром, определяющим прогноз срока службы конструкции, является длина траектории трещины, определяемая, исходя из преимущественного направления роста и взаимодействия трещины с включениями. Для определения направления роста и приращения трещин за определенное время нагружения в работе использован введенный автором градиентный деформационный критерий:

*Распространение трещины при хрупком или квазихрупком механизме разрушения и наличии градиента поля максимальных главных упругих деформаций происходит в направлении от их максимума к минимуму, при этом рост трещины начинается в наиболее напряженной растяжением (деформированной) области конструкции. Максимумы и минимумы напряжений (деформаций) в зависимости от конкретных условий могут носить как глобальный, так и локальный характер. Иными словами, рост трещины начинается в наиболее (локально) растянутой области материала и продолжается в сторону ближайшей области сжатия или локального минимума растягивающих деформаций:*

$$\begin{cases} d\vec{l} = -\text{grad}(\varepsilon_1^0) \cdot f\left(\frac{dU}{\gamma}\right) \\ \varepsilon_1^0 \equiv \varepsilon_1(x_i^0) = \max \varepsilon_1(x_i), \\ \varepsilon_1^0 \geq \varepsilon_1^{cr} \end{cases} \quad (46)$$

где  $d\vec{l}$  – линейное приращение трещины  $x_i^0$  – геометрическое место максимума зависимости максимальной главной упругой деформации или максимального главного напряжения от координат,  $\varepsilon_1^{cr}$  – критическое значение упругой деформации материала при растяжении (допускается использовать аналогичное условие в терминах критического значения главного напряжения) [213].

Основным преимуществом предложенного *градиентного деформационного критерия* является возможность одновременно определять мгновенное направление роста трещины и приращение ее размера по результатам расчета статического или квазистатического поля упругих деформаций материала без перестроения расчетной сетки. Выбор упругой деформации в качестве определяющего параметра для введенного критерия продиктован характером разрушения ККМ – множественными локальными разрушениями составляющих хрупких фаз при достижении критической величины упругих деформаций. Также поле упругих деформаций в окрестности вершины трещины определяет возможное приращение ее площади с использованием накопленной энергии упругих деформаций.

Более сложные зависимости лежат в основе методов фазовых полей [200] и XFEM [201], которые также позволяют рассчитывать траектории трещин, не прибегая к перестроению расчетных сеток. Однако перечисленные методы требуют больших вычислительных ресурсов, при этом не позволяя получить значительного преимущества в точности для задачи оценки ресурса ККМ.

Вопрос о выборе глобального или локального максимума деформаций в качестве начальной точки растущей трещины может быть решен путем анализа эпюр деформаций области, включающей потенциальные начальные точки. В случае, если данные точки расположены близко друг к другу, то они будут оказывать влияние друг на друга и рост трещины начнется в точке глобального максимума деформаций – в противном случае локальные максимумы так же будут выступать, как источники трещин. Качественная оценка расстояния проводится по наличию суперпозиции полей деформаций в окрестностях близко расположенных максимумов. Подробно данный вопрос рассмотрен в п. 3.4 и п. 3.5 диссертации.



Рост трещин в материале будет продолжаться до тех пор, пока идет нарастание деформаций, причем упругие деформации должны быть выше критического уровня, достаточного для разрушения материала в окрестности вершины трещины – уравнения (33) и (35). Предложенный критерий позволяет в зависимости от размерного уровня его применения определять, как основное направление роста трещин на уровне агрегата, так и локальное направление их роста в окрестности концентраторов напряжений на размерном уровне структуры материала. *Критерий может быть рассчитан для любого момента времени, в том числе и для нестационарных полей компонентов НДС (например, возникающих под влиянием нестационарного температурного поля при теплообмене в системе), то есть может применяться для анализа квазистатических полей напряжений и деформаций, поскольку используется неявный способ решения.*

Ранее, подобный критерий был использован Е.М. Морозовым и В.Д. Кулиевым [176] для определения момента и области разрушения стекол при интенсивном теплообмене, но он не использовался для определения направления распространения трещин. Авторы предлагали использовать для определения момента продолжения роста трещины выражение вида:

$$|\text{grad } \varepsilon| = \theta, \quad (47)$$

в котором  $\varepsilon$  – компонента растягивающей деформации в направлении нормали к фронту разрушения (трещины), а  $\theta$  – эмпирическая величина предельного градиента деформации как характеристики материала. Данный критерий позволяет определить область и момент разрушения в континуальной хрупкой среде, однако, не позволяет определить площадь прироста трещин и направление их распространения при сложном тепловом нагружении. В обзоре [82] рассмотрены несколько вариантов градиентных критериев, разработанных для анализа разрушения квазихрупких материалов.

Предложенный автором критерий в зависимости от размерного уровня может носить как нелокальный характер для уровня агрегата и изделия с использованием

континуальных характеристик материалов, так и локальный для моделирования процессов разрушения при явном задании геометрии составляющих фаз и границ их раздела на уровне структуры материалов и определения прогнозной длины возникающих трещин.

Параметры структуры материала, применяемые для моделирования роста докритических трещин могут быть определены путем экспериментального исследования, либо *вычислены при помощи оригинального алгоритма, разработанного автором на основе метода Монте Карло, исходя из гранулометрического состава шихты (исходной смеси компонентов) для производства ККМ (п. 3.1.2).*

Таким образом, разработанная модель основана на следующих положениях:

1. В определенном интервале температур (доступном для экспериментального определения) ККМ может быть представлен как структура, состоящая из хрупких компонентов, взаимное расположение которых препятствует хрупкому разрушению материала как целого. Процесс разрушения приобретает признаки пластичного и носит название квазихрупкого разрушения.
2. Хрупкий характер разрушения отдельных компонентов материала позволяет для низшего размерного уровня – уровня структуры материала – рассматривать процесс разрушения как множественные локальные разрушения хрупких тел. Область такого разрушения определяется накопленной энергией упругой деформации в окрестностях разрушаемого элемента структуры (концентратора напряжений). При расчетах используются выражения (44) и (45).
3. Продолжительность сопротивления материала эксплуатационным нагрузкам определяется временем роста трещины докритического размера. Время развития трещины до размера, предполагающего дальнейший катастрофический рост (критический размер) определяется также ожидаемой длиной траектории растущих

докритических трещин, которая может быть определена путем анализа квазистатического поля компонентов НДС при помощи введенного *градиентного деформационного критерия* (46).

Необходимые исходные данные для применения разработанной модели могут быть получены в лабораторном эксперименте, либо частично расчетным путем.

### *2.3.3. Валидация градиентного деформационного критерия*

Непосредственно, наблюдение разрушения огнеупорных футеровок под действием термического удара невозможно, вследствие высокой температуры и наличия рабочего тела (расплава) в агрегате. В связи с этим был проведен эксперимент при низких температурах с использованием льда в качестве модельного материала для валидации сделанного предположения о направлении распространения трещин в соответствии с градиентом упругой деформации. Температура льда составляла  $-20^{\circ}\text{C}$ , размер образцов –  $340 \times 240 \times 50$  мм. Коэффициент Пуассона льда считали равным 0,3 по данным [305 – 307], модуль упругости –  $7 \cdot 10^9$  Па – в соответствии с [308], коэффициент линейного теплового расширения принимали равным  $5,1 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  [309]. Теплопроводность, теплоемкость и плотность льда принимали  $2,4 \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $1,9 \text{ кДж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  и  $920 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  соответственно, согласно [314, 315]. Для приготовления льда использовалась водопроводная вода стандартного качества для Санкт-Петербурга, свойства которой по данным ежемесячного контроля на момент проведения исследования от поставщика (ГУП «Водоканал Санкт-Петербурга») приведены в таблице 1 [316].

Упругие характеристики льда имеют выраженную температурную зависимость, в частности в работе [310] приводятся данные о двукратном снижении значений модуля упругости льда при повышении температуры от  $-20$  до  $-5^{\circ}\text{C}$ , а по данным [311 – 313] изменения модуля упругости могут достигать порядка величины. Соответственно, при нагревании льда до температур, близких к температурам плавления также следует ожидать возникновения областей в

материале, для которых не характерен хрупкий характер трещинообразования. Это позволяет использовать лед в качестве модельного объекта для исследования поведения квазихрупкого материала (например, огнеупора) вблизи температуры плавления, поскольку ККМ, в частности огнеупоры, проявляют аналогичное изменение упругих характеристик при повышении температуры до величины, близкой к температуре плавления основных фаз [14].

Таблица 1.

Среднемесячные значения качества питьевой воды на выходе с водопроводных станций, забирающих воду из подземных источников водоснабжения за декабрь 2022 года.

| Показатель                          | Единицы измерения      | Норматив | Факт   |
|-------------------------------------|------------------------|----------|--------|
| Водородный показатель (рН)          | ед. рН                 | 6,0-9,0  | 7,0    |
| Жесткость общая                     | мг-экв/дм <sup>3</sup> | 7,0      | 0,7    |
| Окисляемость перманганатная         | мгО/дм <sup>3</sup>    | 5,0      | 0,3    |
| Общий органический углерод (ООУ)    | мг/дм <sup>3</sup>     | 5,0      | 3,3    |
| Общая минерализация (сухой остаток) | мг/дм <sup>3</sup>     | 1000     | 405    |
| Остаточный (свободный) хлор         | мг/дм <sup>3</sup>     | 0,3-0,5  | 0,36   |
| Ионы аммония                        | мг/дм <sup>3</sup>     | 1,5      | 0,1    |
| Барий                               | мг/дм <sup>3</sup>     | 0,7      | 0,076  |
| Нитрат -ионы                        | мг/дм <sup>3</sup>     | 45       | 5,5    |
| Стронций                            | мг/дм <sup>3</sup>     | 7        | 0,08   |
| Сульфат-ионы                        | мг/дм <sup>3</sup>     | 500      | 18     |
| Хлорид -ионы                        | мг/дм <sup>3</sup>     | 350      | 13     |
| Дихлорбромметан                     | мг/дм <sup>3</sup>     | 0,03     | 0,004  |
| Хлороформ                           | мг/дм <sup>3</sup>     | 0,06     | 0,006  |
| Четыреххлористый углерод            | мг/дм <sup>3</sup>     | 0,002    | 0,0009 |

В ходе эксперимента проводили локальный нагрев одной грани ледяного образца или ее небольшого участка – «точечный» нагрев. Разрушение (трещинообразование) происходило в течение 5 – 20 с от начала нагрева, при этом плавление льда было локальным и незначительным – изменение толщины как при нагреве всей грани, так и при точечном не превышало нескольких миллиметров. Результат разрушения фотографировали и проводили моделирование поля упругой

деформации для условий эксперимента методом конечных элементов с применением ПО ANSYS Mechanical (для валидации разработанной модели разрушения).

Экспериментальные картины разрушения коррелировали с прогнозами трещинообразования, полученными расчетным путем с применением градиентного деформационного критерия. Всего было рассмотрено около 20 вариантов приложения *температурного граничного условия* и вариантов механического закрепления испытуемого блока. К блокам прикладывали *температурное граничное условие*:

$$T = T_{max} \text{ при } \begin{cases} x_1 \leq x \leq x_2 \\ y = const \\ 0 \leq z \leq z_{max} \end{cases}, \quad (48)$$

то есть нагрев осуществляли в пределах одной грани (перпендикулярной оси Y), по всей ее высоте – Z принимает все возможные значения для данной формы образца, а в качестве теплового условия выбирали условие первого рода. При этом *механические граничные условия* могли быть различны в зависимости от количества закрепленных граней (от 1 до 4), для которых выполнялось условие непересечения, то есть перемещения в направлении перпендикулярном закрепленной грани было запрещено:

$$u_i = 0, i = x, z \quad (49)$$

В качестве начального условия выбиралась постоянная температура для всего блока:

$$T_0 = const \text{ при } \begin{cases} 0 \leq x \leq x_{max} \\ 0 \leq y \leq y_{max} \\ 0 \leq z \leq z_{max} \end{cases}. \quad (50)$$

На рисунке 5 приведен результат расчета температурных зон образца (а), поля деформаций (б) и фотография фактического расположения трещины (в) для случая локального нагрева центральной части короткой стороны объекта. «Синяя» область на схеме температурных зон соответствует хрупкому характеру разрушения материала, в «красной» области эпюры образование хрупких трещин

невозможно, однако возможен ее разрыв по пластичному механизму при выходе трещин за пределы «синей» зоны. На рисунке красными линиями отмечены направления максимума градиента упругих деформаций образца, вдоль которых и произошло его разрушение. Аналогичная схема приведена на рисунке 6 для случая нагрева всей стороны образца. В обоих случаях боковое стеснение отсутствует.

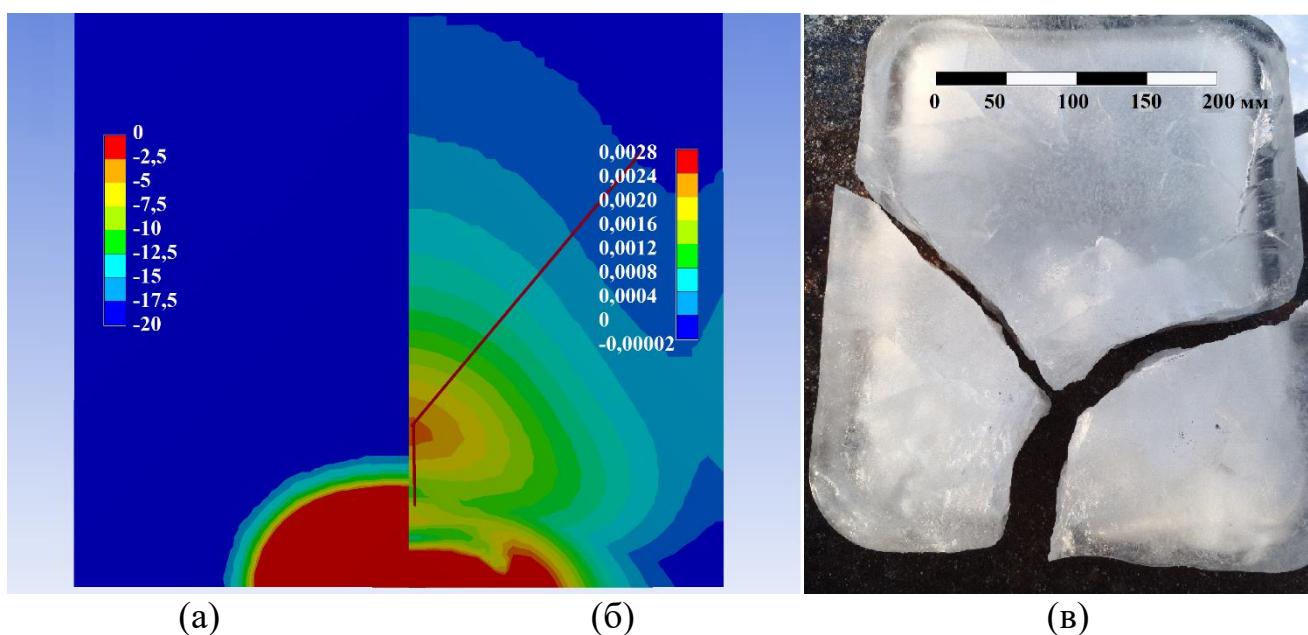


Рисунок 5. Температурные зоны, °С (а), направления максимальных градиентов упругих деформаций (б) и фактическая картина разрушения (в) при точечном нагреве центра короткой грани ледяного образца (без бокового стеснения).

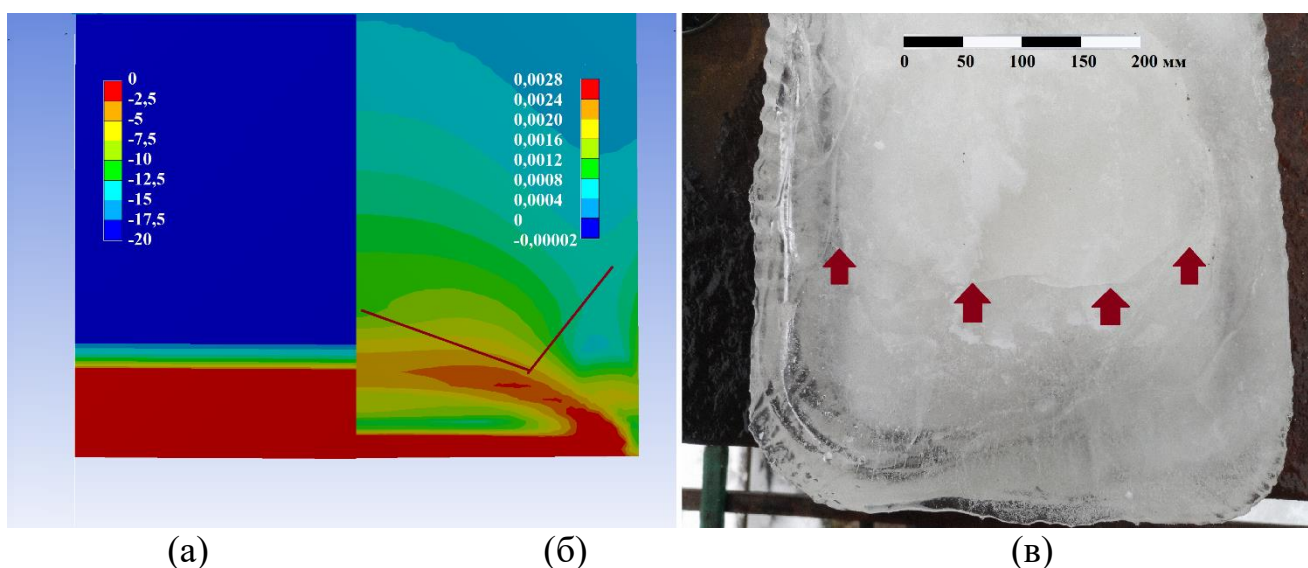


Рисунок 6. Температурные зоны, °С (а), направления максимальных градиентов упругих деформаций (б) и фактическая картина разрушения (в) при точечном нагреве короткой грани ледяного образца (без бокового стеснения).

На рисунке 6б указаны линии максимального градиента деформаций образца, совпадающие по направлению с восходящими ветвями реальной трещины (рисунок 6в) Объединение двух таких симметричных ветвей могло быть вызвано как высоким уровнем деформаций и напряжений между ними, так и ростом трещины от локального максимума деформаций в нижней части указателя на рисунке 6б к локальному минимуму на вертикальной оси симметрии образца (левая ветвь указателя).

В качестве примера трещинообразования в стесненных условиях приведен результат трещинообразования при боковом стеснении в вертикальном направлении относительно плоскости рисунка и нагреве центральной части короткой стороны образца. На рисунке 7 приведены карты поля температуры – (а), упругой деформации (с указанием прогнозируемых направлений роста трещин) – (б) и фотография фактически образовавшихся трещин с указанием положения прогнозных повреждений – (в).

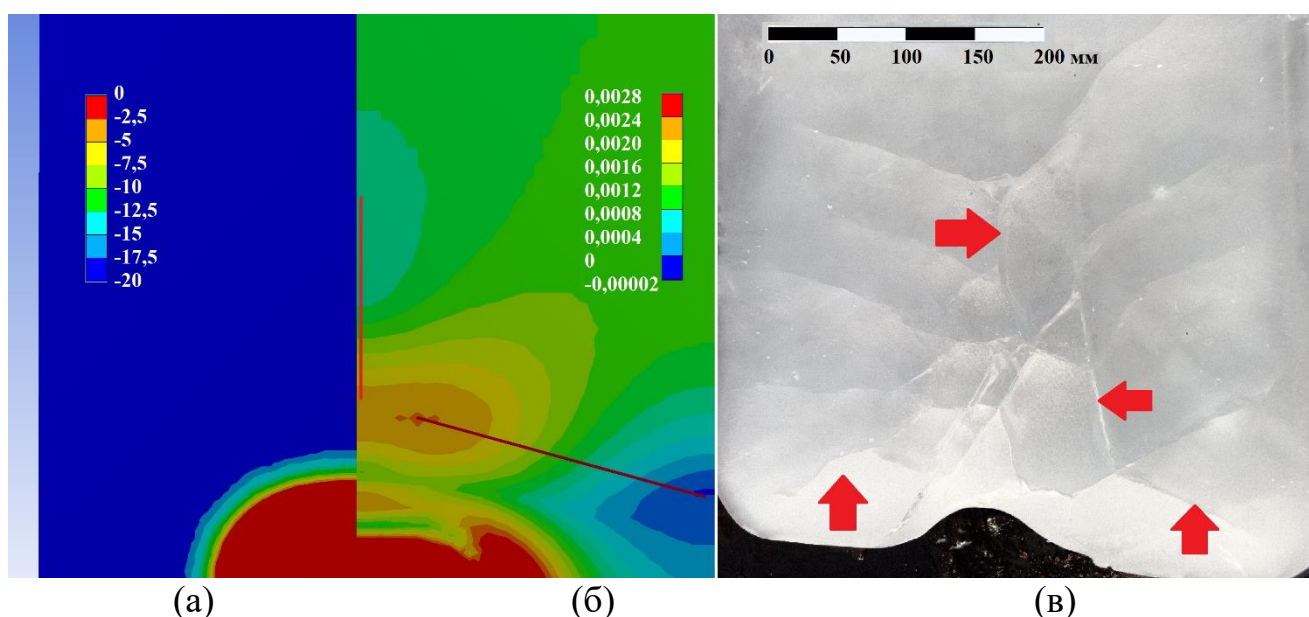


Рисунок 7. Температурные зоны, °С (а), направления максимальных градиентов упругих деформаций (б) и фактическая картина разрушения (в) при точечном нагреве короткой грани ледяного образца (при боковом стеснении)

Таким образом, экспериментальные данные по разрушению льда при точечном или одностороннем нагреве коррелируют с высказанным

предположением о механизме трещинообразования в хрупких средах при термическом ударе в условиях градиента упругих свойств материалов.

Сформулированный и валидированный *градиентный деформационный критерий* для определения точки и момента времени возникновения, направления роста и приращения длины трещин в ККМ за цикл нагрузки по данным квазистатических полей упругих деформаций является *положением №1, выносимым на защиту* (пункт 1 и 4 паспорта специальности).

#### *2.3.4. Использование многоуровневого подхода к моделированию разрушения сложных объектов*

Прогнозирование срока службы высокотемпературного оборудования при термомеханическом разрушении огнеупорных материалов требует рассматривать рост трещин во времени. Начальным состоянием трещины является состояние дефекта уровня структуры материала, а конечное – достижение им макроскопических размеров, когда наличие такого дефекта становится препятствием для дальнейшей эксплуатации футеровки. При этом, в настоящее время отсутствует техническая возможность рассматривать прямое компьютерное моделирование процесса роста трещин с учетом микроструктуры материалов в объеме всей футеровки реального высокотемпературного агрегата. Это связано с очень большим объемом вычислений и отсутствием достоверной информации об особенностях структуры материала в конкретной зоне футеровки и свойствах границ раздела фаз на микроструктурном уровне. Представительный объем для типичного серийного огнеупорного материала зависит от его гранулометрического состава, составляет около  $1,25 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  и содержит порядка  $10^{10}$  частиц и более [1 – 4]. Объем футеровки агрегатов может составлять от нескольких кубических метров для сталеразливочного ковша малой емкости и до тысяч кубических метров для таких агрегатов как доменные (шахтные), вращающиеся или туннельные печи. Таким образом, число частиц, требуемых для прямого моделирования разрушения



футеровки промышленного агрегата, может превышать  $10^{20}$  единиц, что находится за пределами возможностей современных вычислительных систем.

Альтернативой прямому моделированию является разработка подходов к анализу стойкости футеровок, предусматривающих сокращение объема вычислений. Например, выявление опасных с точки зрения разрушения участков футеровки оборудования, влияния их конструктивных особенностей и условий эксплуатации для определения граничных условий с целью решения термомеханической задачи. Результатом решения такой задачи является поле упругих деформаций с последующим моделированием роста трещин. Определение геометрической формы и динамики роста трещин может осуществляться как прямыми методами, так и путем анализа поля деформаций на момент достижения критического состояния (при неявном способе решения). Примером последнего может служить совместное применение деформационного градиентного критерия к определению направления роста трещины и энергетического подхода для вычисления приращения размера дефекта.

Определение опасных с точки зрения разрушения участков футеровки проводится на геометрической модели всего агрегата с применением известных критериев разрушения, в том числе был успешно применен *градиентный деформационный критерий* [213] для построения основного вектора распространения трещины (46).

Причиной возникновения разрушающих механических напряжений в огнеупорных футеровках в большинстве случаев является сложное температурное поле, формирующееся в результате теплопередачи от горячего теплоносителя (рабочего тела) внутри агрегата в окружающую среду. Термомеханические напряжения возникают в футеровке за счет собственного теплового расширения огнеупоров, и, как правило, значительно превышают внешние механические нагрузки на оборудование, обусловленные его нормальной эксплуатацией. Таким образом, первым этапом определения требуемых параметров НДС для

высокотемпературного оборудования является расчет температурного поля футеровки (см. п. 5.1.).

На основании полученных данных о температурном поле футеровки производится расчет ее компонентов НДС, выявляющий наиболее напряженные участки, которыми в большинстве случаев оказываются зоны изменения профиля футеровки (макроскопические концентраторы механических напряжений) и границы зон с различной интенсивностью теплообмена, например, зоны крепления внешних устройств на кожухах агрегатов [317], которые действуют как радиаторы охлаждения и могут приводить к значительным локальным перепадам температуры, в том числе в рабочей футеровке агрегатов.

Следующим этапом расчета является построение детальной модели участка футеровки для которого моделируется трещинообразование с учетом формы и взаимного расположения изделий, в том числе демпфирующего влияния стыков (вследствие значительной шероховатости поверхности огнеупорных изделий при кладке «насухо» большинство изделий имеет возможность свободного теплового расширения в пределах  $0,2 \div 0,5$  мм, а иногда более). В результате выявляется участок отдельного изделия, в котором вероятность начала роста трещины максимальна, а также комплекс граничных условий для последующих расчетов динамики роста трещин.

Полученное поле компонентов НДС может быть использовано либо для прогнозирования направления роста трещины и его скорости (расчета единичного приращения при достижении критического значения одной из характеристик НДС) на основе градиентного деформационного критерия и энергетического состояния вершины трещины соответственно, либо для прямого расчета траектории и скорости роста трещины различными численными методами.

При определении величины возможного приращения трещины необходимо учитывать неоднородность структуры материала, содержащего твердые фазы с различными упругими характеристиками. Пересечение трещиной границ таких фаз может приводить к различным результатам в зависимости от энергетического

состояния вершины трещины и угла пересечения границы. Кроме того, дефекты структуры материала, представленные как пустотами (порами и микротрещинами), так и твердыми частицами (зерна армирующего каркаса) создают вокруг себя определенные флуктуации поля упругих деформаций, которые влияют на направление роста трещин, а при небольших расстояниях между дефектами (до нескольких характерных размеров зерна или поры) могут формировать «суперпозицию» полей, оказывающую совместное влияние на рост трещины (**п. 3.4 и п. 3.5**). Перечисленные факторы приводят к отклонению траектории трещины от макроскопически определенного направления и изменению ее общей длины и, соответственно, времени разрушения материала.

Локализация точки инициации трещины внутри изделия и скорость ее роста, которая при этом зачастую будет выражаться в количестве циклов нагрева – охлаждения изделий при циклической эксплуатации оборудования, позволяет определить срок выхода дефекта на границы изделия – формирование дефекта уже мезо- или макроскопического уровня. Анализ взаимодействия такой трещины с соседними изделиями (при помощи данных о поле напряжений и деформаций агрегата в целом или его напряженной зоны, состоящей из нескольких изделий) или внутренней средой оборудования (коррозия и абразивный износ) позволяет прогнозировать как рост дефекта за пределы зоны его возникновения, так и его увеличение до размеров, угрожающих целостности всей футеровки.

Данный подход был неоднократно применен к выявлению приоритетных зон разрушения огнеупорных футеровок оборудования и к прогнозированию межремонтного срока службы агрегатов (**глава 5**).

### *2.3.5. Моделирование термомеханического разрушения огнеупорных футеровок*

Основной задачей моделирования термомеханического разрушения огнеупора на уровне микроструктуры является прогнозирование его ресурса (выявление предполагаемых зон трещинообразования может быть успешно

проведено на стадии макроскопического моделирования напряжений на модели всей футеровки агрегата или его отдельного узла). Многоуровневое моделирование для определения ресурса огнеупорной футеровки позволяет локализовать область трещинообразования и определить продолжительность сохранения достаточной остаточной прочности материала при различных условиях эксплуатации. Такое моделирование имеет следующую последовательность:

1. Определение граничных условий, обуславливающих поле упругих деформаций футеровки оборудования, в том числе термически индуцированных деформаций за счет собственного теплового расширения огнеупоров и металлоконструкции агрегата и неравномерного прогрева / охлаждения отдельных деталей (уровень агрегата).
2. Выявление наиболее напряженных зон конструкции – подозрительных на трещинообразование и основных направлений разрушения (уровень агрегата).
3. Определение направления роста трещины на основе критерия (46) для отдельных изделий или блоков конструкции (уровень изделия) для уточнения граничных условий при расчетах на уровне материала.
4. Определение характера роста трещины между структурными элементами материала и ее взаимодействия с включениями различного рода (уровень материала). По температурному критерию хрупкого разрушения из расчета могут быть исключены наиболее прогретые области, в которых следует ожидать разгрузки НДС путем пластических деформаций (ползучести).
5. Определение энергии упругих деформаций в зоне предполагаемого разрушения и соответствующего прироста размера трещины (уровень материала).
6. На основании полученных результатов выполняется расчет количества циклов нагрева – охлаждения (с учетом количества циклов роста трещин в пределах одного эпизода изменения температуры) до формирования видимого дефекта футеровки для изделий или блоков футеровки.

Аналогичным образом можно выполнить расчет роста трещин, параллельных рабочей поверхности футеровки, приводящих к истончению огнеупора и достижения критически малой толщины футеровки (уровень изделия). Направление роста таких трещин определяется механическими граничными условиями взаимного положения соседних изделий в футеровке и подробно рассмотрен в [318].

7. Для трещин, перпендикулярных рабочей поверхности, определяется энергетическое состояние вершин на границе раздела отдельных блоков конструкции с целью оценки и прогнозирования катастрофического трещинообразования в масштабе всего агрегата. Вероятность пересечения трещиной границы между соседними изделиями (шва) рассматривается в *главе 5* при моделировании роста трещины по предложенной методике (уровень агрегата).

Таким образом, расчеты проводятся в двух направлениях: определяются упругие деформации на уровне структуры материала на основании сил, действующих на агрегат целиком – движение сверху вниз. Далее определяется динамика роста дефектов для расчета времени потери прочностных характеристик на уровне структуры материала, а полученный результат последовательно проецируется на уровень изделия и всей конструкции – движение снизу-вверх. Такой подход позволяет значительно сократить трудоемкость решения задачи построения прогнозов стойкости и снизить потребность в вычислительной мощности. Кроме того, снижение трудоемкости достигается за счет применения схемы решения механической задачи, заключающейся в данном случае в разделении определения температурного поля объекта в динамике и его применения в качестве граничного условия при вычислении напряжений или упругих деформаций для некоторых моментов времени. Допустимость использования этой схемы валидирована экспериментальным путем, в том числе при исследовании термомеханического разрушения блоков пресноводного льда.

## 2.5. Выводы по главе 2

1. Решение системы основных уравнений, определяющих термически индуцированное НДС конструкции и энергетическое состояние трещины, позволяет выявлять локализацию, направление и прирост площади трещин в материале в рамках цикла термомеханической нагрузки.
2. Разработана математическая модель ККМ для изучения трещинообразования при механической или термомеханической нагрузке. Предложенная новая математическая модель содержит описание стадийности процесса разрушения ККМ под действием термомеханической нагрузки, ограничения на ее применение и математические зависимости, пригодные для расчетов промышленного оборудования.
3. Предложен и валидирован *градиентный деформационный критерий* для хрупких и квазихрупких материалов для определения направления роста трещины по результатам анализа поля упругих деформаций материалов. Трещины возникают в точках максимумов упругих деформаций, причем характер максимума (глобальный или локальный) зависит от расстояния между соседними экстремумами. В соответствии с предложенным критерием трещины распространяются в направлении от наиболее растянутой к наиболее сжатой области материала. Предлагаемый критерий более прост в использовании по сравнению с альтернативными вариантами, так как используется неявный способ решения.
4. Определены типовые *граничные условия* для моделирования термомеханического разрушения промышленных высокотемпературных агрегатов.
5. Разработан алгоритм решения задач (многоуровневый подход) прогноза ресурса конструкций из ККМ в условиях термомеханического нагружения с применением разработанных математических моделей.

### **3. Математическая модель ККМ и его напряженно-деформированного состояния**

#### **3.1. Численное исследование структуры огнеупоров**

##### *3.1.1. Особенности структуры огнеупоров*

Поле напряжений и деформаций материала в случае ККМ является результатом воздействия на него механической и термомеханической нагрузки. В большинстве случаев инженерного проектирования материал может быть рассмотрен как гомогенный, без детализации его структурных особенностей, при этом для расчета и анализа результатов могут быть применены так называемые эффективные или интегральные (континуальные) характеристики, получаемые, например, при экспериментальном лабораторном исследовании. В тех случаях, когда задача связана с проектированием новых конструкционных материалов, либо определением ресурса материала при эксплуатации в заданных условиях использования интегральных характеристик недостаточно, требуется рассматривать воздействие нагрузок на уровне микроструктуры, с учетом свойств каждого из ее элементов. К этому классу задач относится и моделирование роста трещин в огнеупорных материалах, например, с целью выявления динамики процесса.

Микроструктура большинства ККМ представлена относительно крупными включениями (зернами), формирующими «каркас» материала и связующей матрицей, состоящей из зерен меньшего размера и вяжущих фаз (при визуальном осмотре без увеличительных приборов матрица выглядит, как правило, однородной). При этом, как зерна каркаса, так и матрица могут содержать дефекты структуры в виде пор и микротрещин, кроме того, матрица и включения разделены межзеренными границами – интерфейсами, обладающими особыми характеристиками [9]. Матрица в своем исходном состоянии, как правило, обладает значительной пористостью, которая может быть представлена полостями

разнообразного размера и формы. Пустоты, близкие по форме к сферам принято называть порами, существенно вытянутые и далекие от сферической формы – микротрещинами (разделение пустот на эти два типа – условно). Чем более форма пустот отличается от сферической, тем более эффективной микротрещина окажется в качестве концентратора механических напряжений. Также могут быть выделены в отдельную группу каналные поры [1] – протяженные непрерывные области фазы пустоты, зачастую выходящие одновременно на противоположные поверхности изделия – так называемые стягивающие кластеры пор, ответственные за проницаемость материала [246, 247, 319 – 321].

На рисунке 8 приведены примеры структуры огнеупорных материалов (а – периклазоуглеродистого, б – динасового состава) на которых видны детали: армирующие зерна, матрица и микродефекты – в том числе микротрещины и поры.

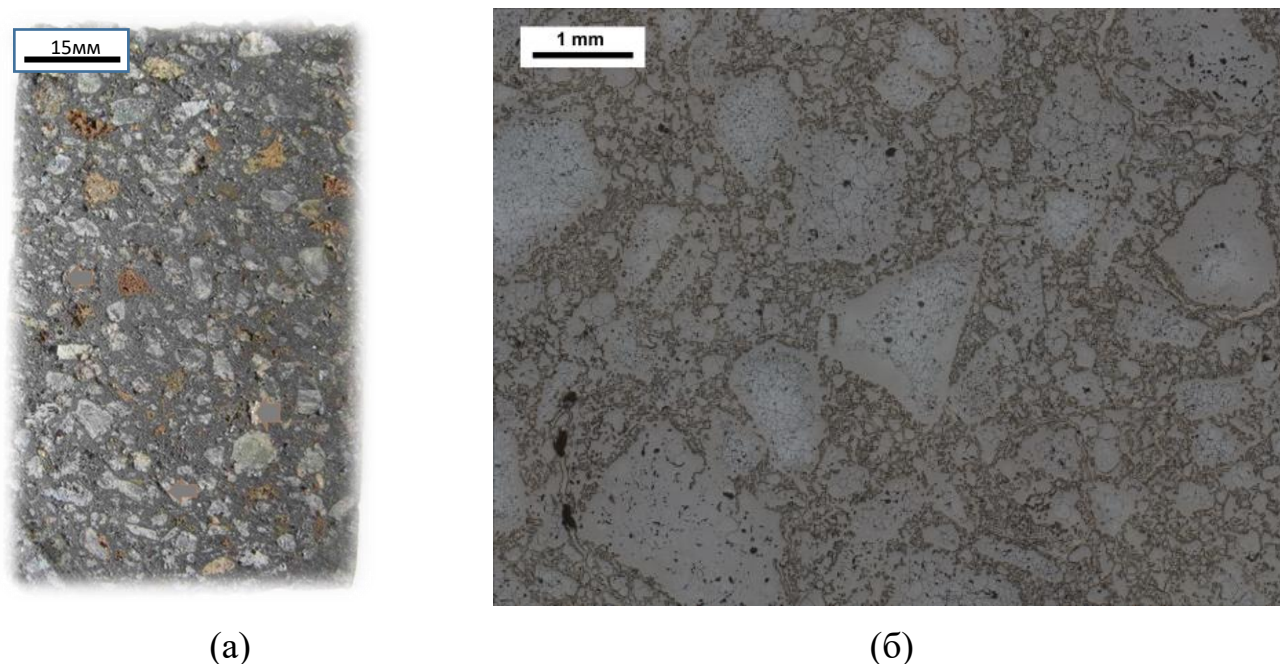


Рисунок 8. Примеры структуры огнеупорных материалов.

Фактическая геометрическая форма микротрещины может быть сложной (рисунок 9). Современный уровень развития численных методов и вычислительной техники позволяет выполнить вычисления НДС для любой формы единичных дефектов, однако, при моделировании конструкционных материалов для



промышленных объектов используются упрощенные модели трещин, в которых считается, что дефект имеет простую геометрическую форму.

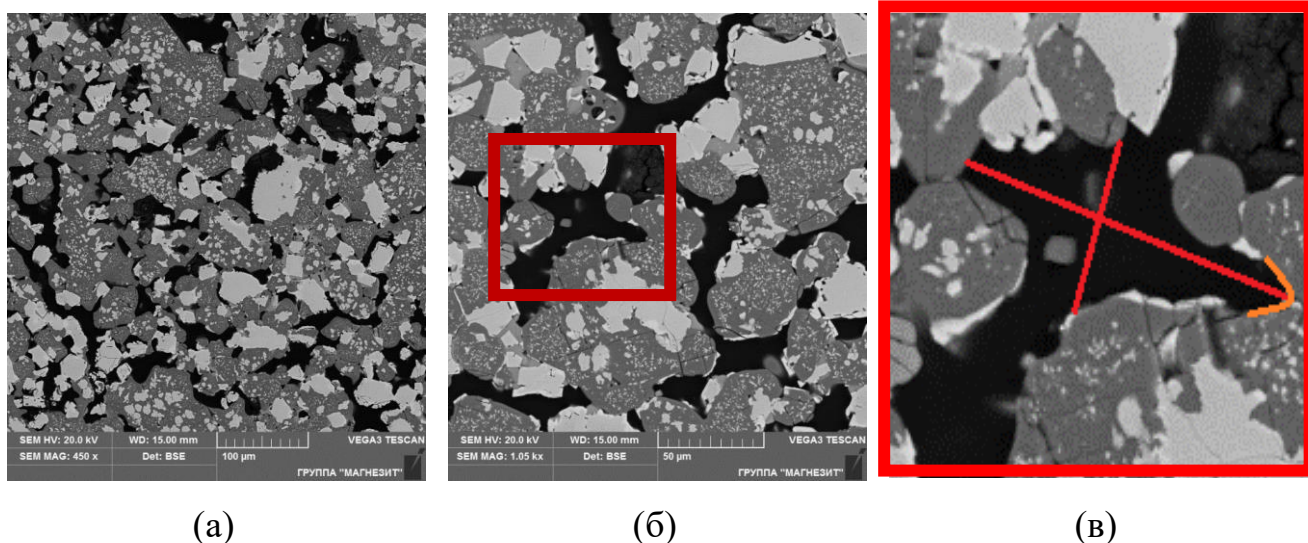


Рисунок 9. SEM изображение структуры огнеупора: (а) – панорама , (б) – отдельная пора, (в) – оси фрагмента поры – увеличено выделенное на (б).

Например, поровая структура, приведенная на рисунке 9б, была оцифрована и для нее методом конечных элементов были определены механические напряжения для различных условий нагружения при помощи программного комплекса ANSYS Mechanical. Расчетная сетка, показанная на рисунке 10а, содержала около 1 млн элементов. **Граничные условия** были заданы давлением, приложенным к одной из граней (в приведенном примере – 1 МПа), и условием непересечения (Frictionless support) на противоположной грани расчетной области (рисунок 10а).

В результате расчета методом конечных элементов получен результат, что максимальные напряжения на образующей поверхности поры сложной формы превышают в  $15 \div 20$  раз напряжения в окружающем объеме материала (рисунок 10б). Одновременно, соотношение осей для отдельных фрагментов такого концентратора напряжений составляет  $3 \div 5$  (рисунок 9в), что также соответствует усилению напряжений согласно эмпирического выражения (10) до 20 раз. Таким образом, при известных средних геометрических параметрах пустот в материале может быть получена оценка усиления напряжений на концентраторах

и определено среднее напряжение в объеме материала, при котором начинается рост трещин. Соотношения максимальных и минимальных осей концентраторов напряжений или их фрагментов может использоваться в качестве «фактора формы» для описания его геометрии в модели. Фактор формы может быть определен как непосредственно путем исследования микроструктуры материалов методом сканирующей электронной микроскопии (или иным металлографическим способом), либо методами математического моделирования микроструктуры материала, позволяющими значительно сокращать время исследования (например, подготовка одного образца ККМ для металлографического исследования занимает около 10 часов).

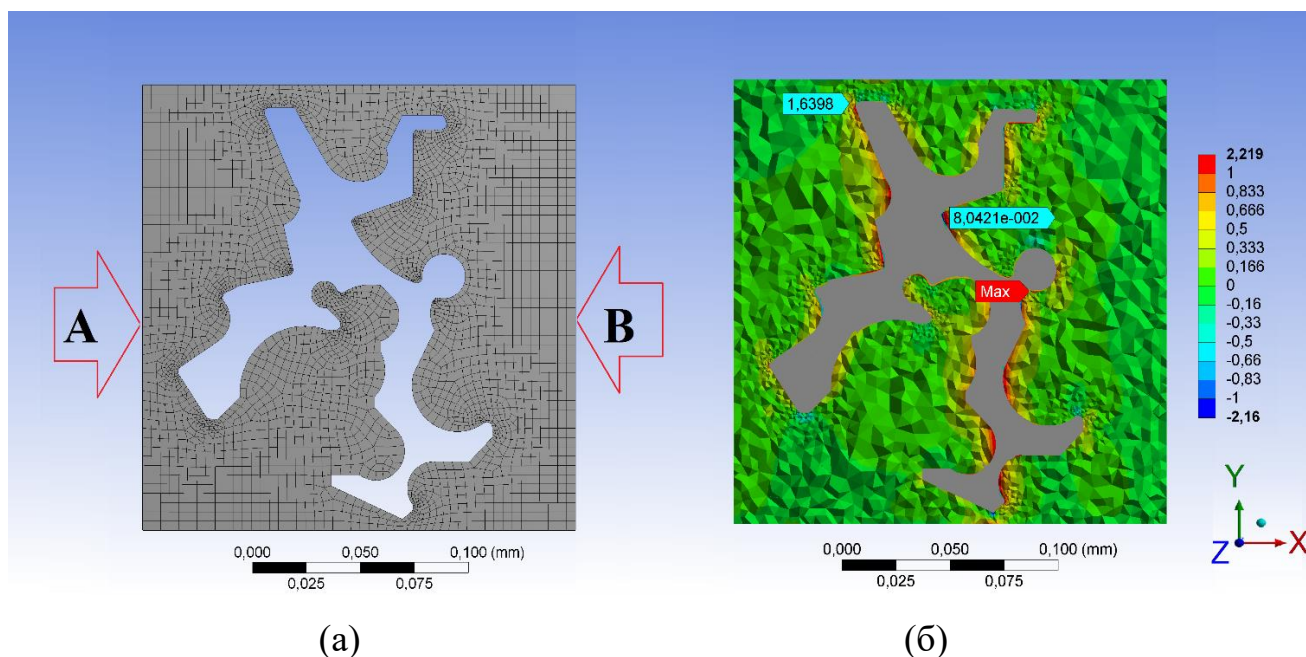


Рисунок 10. Моделирование напряжений для поровой структуры огнеупора: конечно-элементная сетка и граничные условия (а): А – давление, В – условие непересечения; (б) – результат расчета

### 3.1.2. Моделирование структуры огнеупора

Для моделирования структуры ККМ был разработан и использован способ, заключающийся в последовательном заполнении объема частицами составляющих фракций, начиная с наиболее крупных [246, 247]. Выбор координаты центра масс частицы осуществлялся случайным образом с учетом оставшегося свободного пространства. На завершающем этапе построения структуры учитывали усилие

прессования и уменьшение объема пор (пустот) за счет спекания частиц мелкой фракции, приводящие к изменению их геометрической формы и размера [246, 247]. Размер фракций частиц, которые расплавлялись в процессе спекания определяли согласно уравнения Гиббса-Томсона (39).

При разработке математического метода моделирования структуры была решена задача сокращения выборки частиц при построении модели материала. Например, фактическая смесь для производства огнеупорного материала содержит 8 – 10 фракций порошков разного размера. В таблице 2 и на рисунке 11 приведены средние размеры частиц по фракциям, их объемная доля и количество частиц в представительном объеме – объеме, обладающем интегральными свойствами массивного тела. Рекомендации по выбору представительного объема керамического материала приводятся, например, в [1]: его линейный размер рекомендуется выбирать не менее чем  $5 \div 8$  максимальных диаметров армирующих зерен. Суммарно количество частиц в представительном объеме для приведенного примера составляет около  $3 \div 4 \cdot 10^9$ . По оценкам, отдельные образцы представительных объемов огнеупорных составов могут потребовать для моделирования более  $10^{12}$  частиц, что означает привлечение значительных вычислительных ресурсов.

Таблица 2.

Фракционный состав и количество частиц в представительном объеме для одного из серийных огнеупоров, производства «Группы «Магнезит».

| Средний размер частиц фракции, м | Объемная доля, % | Объем частицы, м <sup>3</sup> | Количество в представительном объеме, шт |
|----------------------------------|------------------|-------------------------------|------------------------------------------|
| 0,005                            | 17               | $6,54 \cdot 10^{-8}$          | 969                                      |
| 0,0025                           | 28               | $8,18 \cdot 10^{-9}$          | 12767                                    |
| $5 \cdot 10^{-4}$                | 18               | $6,54 \cdot 10^{-11}$         | $1,03 \cdot 10^6$                        |
| $3 \cdot 10^{-4}$                | 1,6              | $1,17 \cdot 10^{-11}$         | 51114                                    |
| $1 \cdot 10^{-4}$                | 13               | $6,50 \cdot 10^{-13}$         | $7,46 \cdot 10^7$                        |
| $4 \cdot 10^{-5}$                | 2,2              | $2,76 \cdot 10^{-14}$         | $2,97 \cdot 10^8$                        |
| $3 \cdot 10^{-5}$                | 9,7              | $1,64 \cdot 10^{-14}$         | $2,21 \cdot 10^9$                        |
| $2 \cdot 10^{-5}$                | 0,4              | $4,18 \cdot 10^{-15}$         | $3,56 \cdot 10^8$                        |

Предложенный подход позволяет сокращать представительный объем и, соответственно, количество рассматриваемых частиц за счет исключения крупных фракций и рассматривать только фракции шихты (исходной смеси компонентов), составляющие матрицу материала. Статистическим способом на примере серии из 20 марок материалов производства Комбината «Магнезит» показано, что результаты моделирования структуры пустот в связке не зависят от того, проводится ли оно отдельно или совместно с моделированием армирующего каркаса из крупных фракций. Данный эффект обусловлен тем, что за образование внутренних полостей в материале ответственны как раз тонкие фракции шихты, заполняющие пространство между армирующими зернами. Эмпирически по предполагаемой температуре образования жидкой фазы (39) было определено, что фракциями, составляющими матрицу следует считать компоненты материала с характерным размером менее  $1 \cdot 10^{-4}$  м.

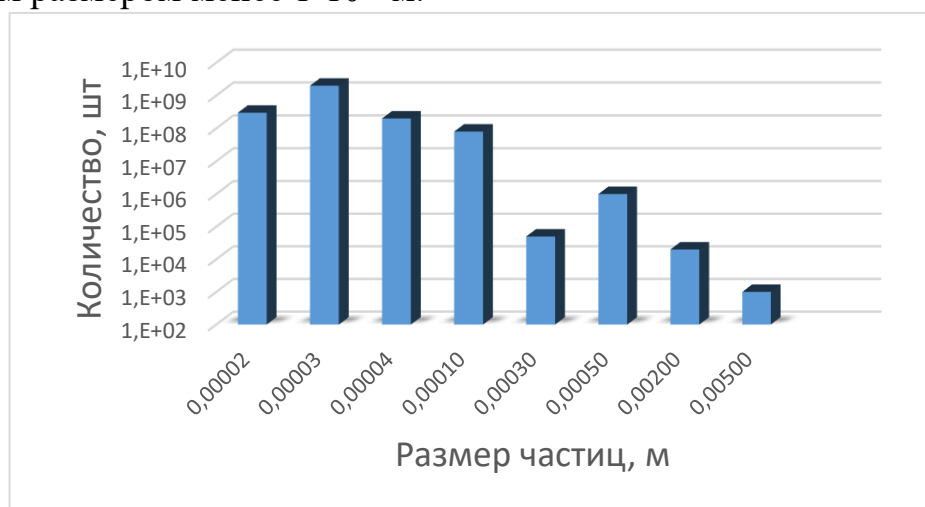


Рисунок 11. Фракционный состав (м) и количество частиц (шт) в представительном объеме для одного из серийных огнеупоров.

Исследование и определение параметров структуры материала на полученной модели проводили способом, разработанным автором [246, 247], основанным на методе Монте-Карло, путем вычисления расстояния от случайно выбранной точки до ближайших границ раздела элементов структуры, находящихся в различном направлении от выбранной точки. Направления поиска границ раздела выбирали путем «сканирования» окружающего пространства: окрестность выбранной исходной точки разбивали на некоторое количество

равных телесных углов, в каждом из которых проводили центральный луч, определяющий направление поиска ближайшей границы раздела. Движение вдоль этого луча вели с шагом, не превышающим минимальный диаметр частицы шихты до пересечения границы раздела. Далее вычисляли необходимые параметры для оценки размера и формы пустот – математическое ожидание и дисперсию. Таким образом, можно определить размеры и форму пустот, средние расстояния между частицами различных фракций и т.д. Эти возможности являются преимуществом подхода перед металлографическими исследованиями, за счет сокращения времени получения результата.

На рисунке 12 приведен результат определения математического ожидания размера пустот (а) и их фактора формы (б) – отношения средней дисперсии к математическому ожиданию для состава, приведенного в таблице 2 при последовательном сокращении фракций (состав 1 – все фракции, состав 6 – только фракции, составляющие матрицу материала). Очевидно, последовательное сокращение выборки фракций армирующих зерен не оказывает существенного влияния на оценку среднего размера и фактора формы пустот в матрице огнеупорного материала.

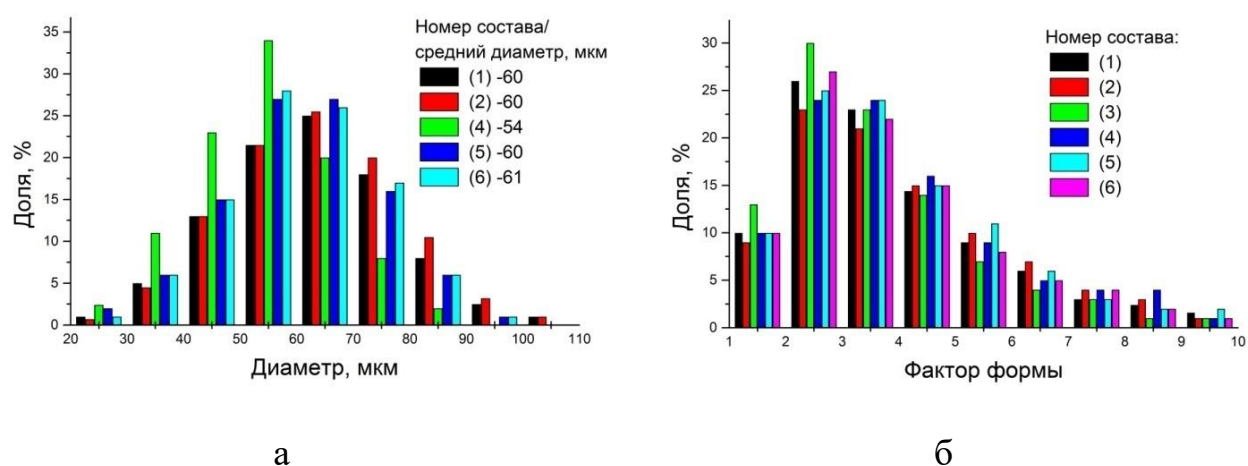
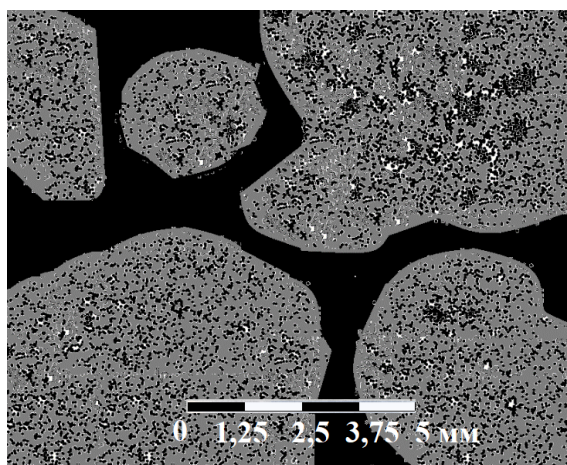


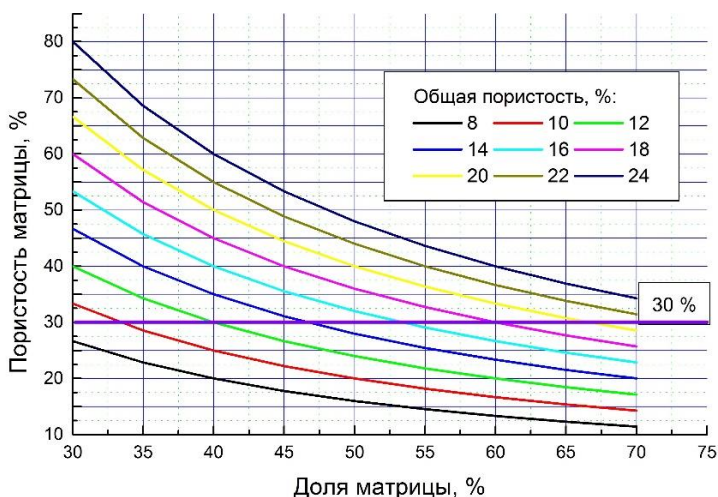
Рисунок 12. Гистограммы для определения среднего размера (а) и фактора формы (б) пустот. По вертикальной оси показана доля пор соответствующего диаметра или фактора формы.



В результате моделирования были получены реалистичные модели поровой структуры материалов, близкие по внешнему виду к фактическим структурам, приведенным на рисунке 9. Пример поровой структуры, сгенерированной разработанным алгоритмом, показан на рисунке 13а.



(а)



(б)

Рисунок 13. Структура огнеупора, сгенерированная предложенным алгоритмом  
(а): серые с черным области – зерна армирующего каркаса, черная сплошная фаза – пустоты. Зависимость пористости матрицы огнеупора от общей пористости материала, определенной по ГОСТ 2409-2014 (б).

Для применения в прочностных расчетах достаточно определить коэффициент усиления напряжений на пустотах в материале, то есть радиусы кривизны в вершинах пор и соотношения размеров их близкорасположенных осей. Численными методами был установлен средний размер пор, возникших вследствие особенностей упаковки зерен, в матрице, совпадающий с результатами металлографических исследований и фактор формы (соотношение осей), составивший для рассмотренных материалов  $2 \div 3$ .

Экспериментально пористость огнеупоров определяют по ГОСТ 2409-2014. При этом может быть определена общая пористость материала без разделения на пористость матрицы и зерен. Принимая во внимание, что поры в основном распределены в матрице материала в [246] была построена зависимость пористости

матрицы от ее доли в материале и результатов испытаний по ГОСТ 2409-2014 (рисунок 13б). Линия на уровне 30 % пористости матрицы обозначает порог перколяции для формы частиц, характерной для рассматриваемого класса материалов, при превышении которого пористость приобретает канальный характер и материал становится водо- и газопроницаемым.

Поры представлены вытянутыми пустотами, вследствие стадии прессования при производстве огнеупоров, вызывающей ориентацию максимальных размеров пустот перпендикулярно оси приложенного давления. Геометрическая форма микротрещин, образующихся за счет объемных эффектов (линейного расширения или усадки при спекании) данным методом не определяется, вследствие их иного генезиса [322], в частности их источником могут служить интерфейсы между матрицей и зернами армирующего каркаса [323]. Образование таких микротрещин, как правило, происходит на стадии термообработки материала за счет неодинакового температурного расширения каркаса и матрицы.

Параметры микроструктуры материала, определяемые предложенным способом, могут быть использованы при последующем моделировании роста трещин. Например, средние расстояния между зернами каркаса разных фракций. В таблице 3 приведен результат определения таких расстояний для одного из серийных огнеупоров отечественного производства (фракционный состав которого приведен в таблице 2).

Таблица 3.

Средние расчетные расстояния между частицами периклаза разного размера для фактического гранулометрического состава огнеупорного изделия, производства «Группа «Магнезит».

| № | Фракция, мкм | Среднее расстояние, мкм |
|---|--------------|-------------------------|
| 1 | 4000 ÷ 6000  | 18800                   |
| 2 | 1000 ÷ 4000  | 7800                    |
| 3 | 500 ÷ 1000   | 2700                    |
| 4 | 175 ÷ 500    | 1800                    |

Математическими методами возможно создание численной модели структуры материала, исходя из соотношения сырьевых компонентов в шихте и их характеристик, которая позволяет определять набор структурных параметров, требуемых для последующего моделирования роста трещин. Сравнение результатов моделирования структуры и результатов металлографического исследования позволяют считать предложенную методику адекватно описывающей структуру материалов, при значительно меньшей трудоемкости. Полученные структуры позволяют использовать их для оценки направления роста и длины трещины, не прибегая к явному моделированию ее развития в представительном объеме материала.

Способ моделирования структуры также был применен при исследовании процесса сушки водозатворяемых материалов [324 – 326]. Было выполнено моделирование структуры для серии материалов, отличающихся исходным гранулометрическим составом шихты и кажущейся плотностью после термообработки. Путем моделирования структуры определяли соотношение открытых и изолированных пор в материале, а также среднее расстояние между пустотами разного типа. Далее рассчитывали значения эффективного коэффициента диффузии воды в материале с учетом эвакуации влаги сначала из открытых, а впоследствии изолированных пор. Была выявлена корреляция между плотностью материала и эффективным коэффициентом диффузии влаги в нем. Экспериментальные измерения коэффициента диффузии воды в материалах, выполненные в лаборатории Группы «Магнезит» показали соответствие расчетных и экспериментальных результатов. На рисунке 14 приведены значения коэффициента диффузии воды в материалах с различной плотностью, вычисленные при моделировании структуры, доверительные интервалы показаны как расхождения расчетных и экспериментальных значений. Очевидно, материалы, обладающие меньшей плотностью имеют более разветвленную систему открытых полостей, соответственно эвакуация влаги происходит в них быстрее, что выражается в более высоких значениях эффективного коэффициента диффузии.



### 3.2. Упругие свойства огнеупоров при температуре эксплуатации

#### 3.2.1. Характер изменения упругих характеристик с ростом температуры

Эксплуатация ККМ при высокой температуре предполагает возможность появления жидкой фазы за счет расплавления мелких фракций шихты – поверхностных эффектов Гиббса-Томсона (39) и образования легкоплавких эвтектических соединений в результате химических реакций основного компонента материала и примесей.

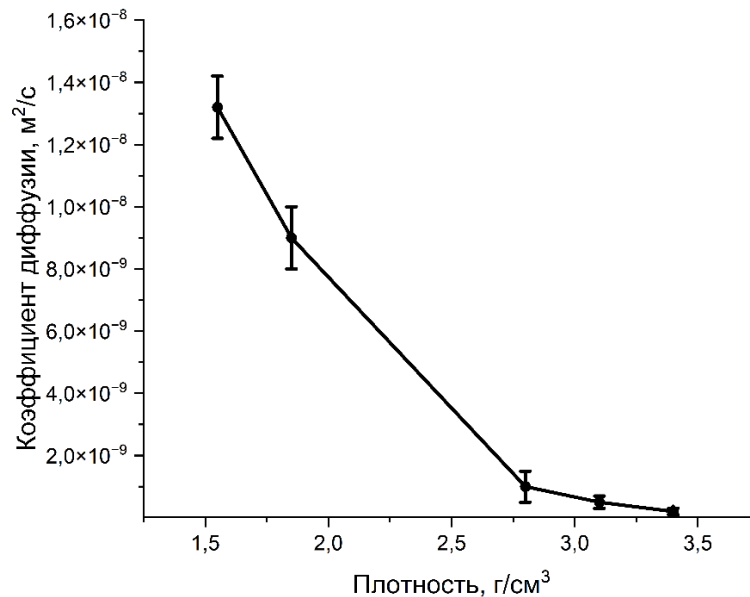


Рисунок 14. Зависимость коэффициента диффузии воды в водозатворяемых огнеупорах в зависимости от их плотности [324].

Образование жидкости изменяет интегральные упругие характеристики композиционного материала, приводя к появлению свободы перемещения армирующих зерен друг относительно друга. Это явление может приводить к снижению механического напряжения в материале и видимым пластическим деформациям изделий [14, 38] при эксплуатации. При лабораторных испытаниях материалов отмечается снижение прочностных характеристик, испытываемых образцов ККМ при увеличении температуры испытания.

Расчет температуры образования жидкой фазы и соответствующих изменений упругих свойств материала на основании размеров частиц компонентов

с применением зависимости Гиббса-Томсона (39) не позволяет получить результат, подтверждаемый экспериментальным исследованием. В результате расчетов были получены заниженные оценки температуры появления жидкости в огнеупоре. Причиной является одновременное протекание противоположных процессов: расплавления наиболее мелких фракций шихты и одновременной кристаллизации образовавшейся жидкости в виде более крупных частиц.

Для выявления температурной зависимости упругих свойств огнеупорных материалов проводятся испытания на температуру начала деформации под нагрузкой (ГОСТ 4070-2000, ISO 1893-89) и определение предела прочности при изгибе при повышенной температуре (ГОСТ Р 50526-93, ISO 5014-86). Результаты таких испытаний позволяют определить температурный интервал, в котором разрушение огнеупора будет носить хрупкий характер. Данная методика определения момента образования жидкой фазы в ККМ впервые была применена автором к огнеупорному материалу. Ранее подобные экспериментальные методики применялись для определения температуры начала плавления аморфных фаз [327 – 329].

***Положение №2, выносимое на защиту:*** Модель ККМ с системой микроструктурных концентраторов механических напряжений на основе данных о гранулометрическом составе его шихты и параметрах термообработки для оценки максимальных локальных напряжений в ККМ и исследования трещинообразования при тепловых и механических воздействиях, учитывающая зависимость свойств материала от температуры (пункт 10 и 11 паспорта специальности).

### *3.2.2. Испытания материалов на температуру начала деформации под нагрузкой*

В процессе испытания фиксируется температура образца и изменение его длины. При невысоких температурах изменение длины образца объясняется его термическим расширением. Однако, при дальнейшем повышении температуры

удлинение материала проходит максимум и в дальнейшем уменьшается, что свидетельствует о появлении жидкой фазы в материале и возможности пластической деформации. Температура этого максимума, как правило, определяет максимальную допустимую температуру эксплуатации для материала (как правило, на  $100 \div 200$  °С выше температуры начала деформации под нагрузкой).

Вид результата испытания материала на определение температуры начала деформации под нагрузкой показан на рисунке 15а.

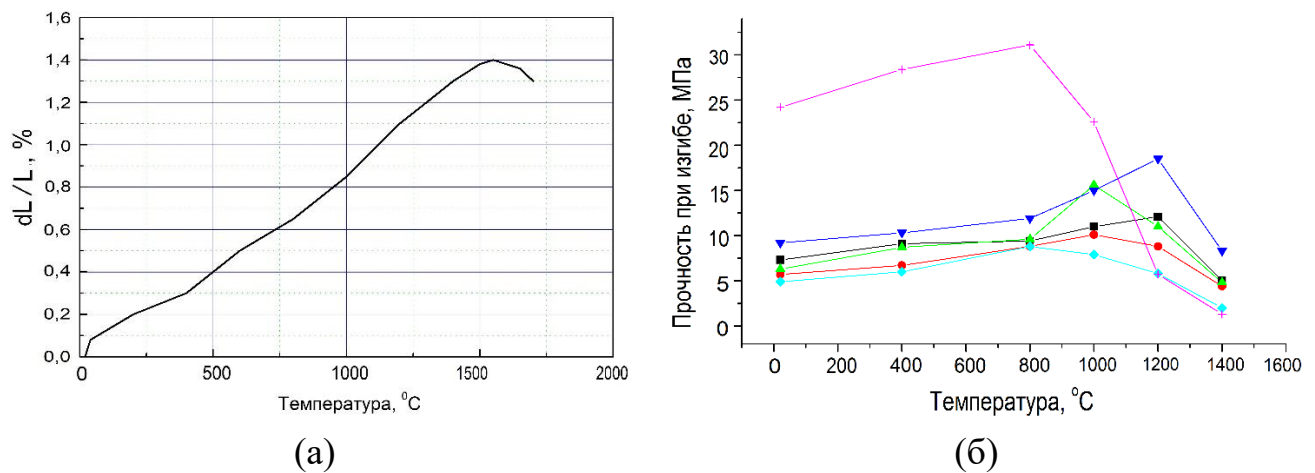


Рисунок 15. Результат испытания огнеупора периклазового состава на температуру начала деформации под нагрузкой (ГОСТ 4070-2000) – (а). Типичные значения предела прочности огнеупорных материалов при изгибе при повышенной температуре (ГОСТ Р 50526-93) – (б), пояснения на с. 105.

Результаты испытаний по ГОСТ 4070-2000 могут быть использованы для определения характеристики материала, позволяющей оценить его пластичность. Размерность этой величины совпадает с размерностью вязкости (Па·с):

$$K_1 = \frac{2 \cdot \pi \cdot M \cdot g \cdot h^5}{3 \cdot V \cdot \frac{dh}{d\tau} \cdot (2 \cdot \pi \cdot h^3 + V) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)}, \quad (51)$$

где  $M$  – приложенная нагрузка,  $g$  – ускорение свободного падения,  $h$  – исходная высота образца,  $V$  – его объем,  $dh/d\tau$  – скорость деформации,  $\alpha$  – среднее значение коэффициента термического расширения материала в рассматриваемом интервале температур,  $\Delta T$  – изменение температуры образца [330].

### 3.2.3. Релаксация напряжений

Полученная выше характеристика (51) использовалась ранее для определения вязкости стекол [327 – 329] и впервые была использована для расчета релаксации напряжений в огнеупорах [59] и ASTM C1351M-96 в соответствии с зависимостью, предложенной [331]:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\frac{\tau \cdot E}{K_1}}, \quad (52)$$

$\sigma$  – действительное механическое напряжение в материале,  $\sigma_0$  – напряжение без учета релаксации,  $\tau$  – время, прошедшее с начала релаксации (возникновения напряжения),  $K_1$  – переменная, характеризующая скорость релаксации, рассчитанная в соответствии с (51). Для огнеупорных материалов, например, она принимает значения от  $10^{15}$  при комнатной температуре до  $10^7 \div 10^9$  при температуре эксплуатации вследствие появления жидкой фазы за счет плавления эвтектических примесей и поверхностных эффектов на тонкой фракции огнеупора. С учетом порядка величин, входящих в (52), при нормальных условиях релаксация напряжений в огнеупоре практически не происходит – для ее осуществления требуется время порядка десятков или сотен часов ( $10^4 \div 10^5$  с), а при температуре эксплуатации возможны значительные пластические деформации, происходящие в течение короткого времени ( $10^0 \div 10^1$  с).

### 3.2.4. Определение предела прочности при изгибе

В лабораторных условиях используется трехточечный изгиб для аттестации конструкционных материалов (ГОСТ Р 50526-93). Получаемая в результате этого испытания характеристика особенно важна для хрупкого материала. Во-первых, непосредственно в результате испытаний может быть определен модуль упругости образца [332]:

$$E = \frac{\Delta P l^3}{48 \Delta d I}, \quad (53)$$

где  $\Delta P$  – приращение нагрузки,  $l$  – расстояние между опорами,  $\Delta d$  – приращение прогиба,  $I$  – осевой момент инерции сечения относительно оси нагружения.

Во-вторых, фиксируемые значения прочности при изгибе хрупкого материала могут быть использованы при моделировании разрушения на уровне структуры в качестве критического значения нормального главного напряжения.

На рисунке 156 приведены характерные экспериментальные результаты измерения прочности при изгибе для распространенной продукции Группы «Магнезит». Характер изменения прочности рассматриваемых огнеупорных материалов, как и других ККМ при изгибе при повышении температуры имеет физико-химическую природу и связано с незавершенностью структуры материала [333]. Фазы материала находятся при комнатной температуре в неравновесном состоянии, а при умеренном повышении температуры начинают происходить процессы стабилизации структуры, приводящие к упрочнению. При дальнейшем повышении температуры прочность таких материалов, как и у большинства других, падает. Типичные значения прочности при изгибе (растяжении) огнеупорных ККМ составляют менее 10 МПа при нормальных условиях (отдельные марки материалов за счет технологической связки могут иметь более высокую прочность), однако, при рабочей температуре прочность всех марок огнеупоров снижаются и составляет около 5 МПа.

### *3.2.5. Применение результатов лабораторных испытаний для моделирования разрушения огнеупоров*

Результаты тестирования огнеупоров на температуру начала деформации под нагрузкой показали, что для магнезиальных огнеупоров значительное возрастание скорости релаксации напряжений или появление пластических деформаций происходит, начиная с температуры порядка  $1300 \div 1350$  °С [14, 300 – 303]. Соответственно, данная температура может рассматриваться как температурный предел применимости моделей хрупкого разрушения к огнеупорам. Для каждого вида огнеупорных материалов характерна собственная температура хрупко-вязкого перехода, которая должна определяться экспериментально в рамках испытания по ГОСТ 4070-2000. При превышении указанной температуры характер

разрушения, особенно матричной составляющей материала, будет приобретать пластичный характер и, соответственно, потребует при моделировании учитывать необратимые деформации.

На практике это будет означать, что при повышении температуры наиболее горячие зоны будут склонны к пластическому деформированию, соответственно ожидать роста трещин следует в тех областях материала, где температура не превышает характеристическую, определяемую при испытании по ГОСТ 4070-2014.

Испытание материала на прочность при изгибе при повышенной температуре позволяет определять требуемые характеристики (предел прочности при изгибающих и растягивающих нагрузках и модуль упругости [334 – 341]), которые могут в дальнейшем быть использованы для моделирования хрупкого разрушения в интервале температур. Необходимо отметить, что к хрупкому разрушению материалов приводят как раз растягивающие [17] нагрузки (изгибающие и сжимающие воздействия приводят к возникновению локального растяжения в окрестности концентратора напряжений, которое и является причиной появления и роста трещин).

***Положение №3, выносимое на защиту:*** Способ использования результатов лабораторного испытания материалов по ГОСТ 4070-2014 и ГОСТ Р 50526-93 для определения их вязкоупругих свойств при высокой температуре, пространственных областей хрупкого разрушения и пластического деформирования в градиентных температурных полях. (Пункт 13 паспорта специальности).

### 3.3. Концентраторы напряжений в огнеупорах и НДС в их окрестности

#### 3.3.1. Факторы, формирующие НДС в материале

В связи с выраженной гетерогенной микроструктурой огнеупоров, поле напряжений и деформаций на уровне структуры материала не будет однородным. При наличии выраженных дефектов материала однородность этого

поля будет нарушена также на уровнях изделия и агрегата. Границы раздела фаз на уровне структуры (в том числе фазы пустоты – пор и микротрещин) или поверхности макроскопических дефектов других уровней будут выступать в качестве концентраторов напряжений и формировать вокруг себя зону повышенных напряжений и деформаций, особенно, на участках с малым радиусом кривизны границы раздела.

На результирующее НДС уровня структуры будут оказывать влияние упругие характеристики матрицы и включений, их геометрическая форма и вид нагрузки, а в случае, если напряжения инициированы температурными полями, то и коэффициенты термического расширения. В типичном случае для огнеупоров и керамики при нормальных условиях матрица и включения являются хрупкими фазами, однако, при повышенных температурах проявление пластических свойств матрицы и зерен может произойти одновременно (как вследствие разницы в температуре плавления фаз, так и за счет размерного фактора [9]), в этом случае будет наблюдаться вариант относительно пластичного зерна в хрупкой матрице, либо наоборот. Форма пор и включений может быть изотропной (в этом случае при моделировании она описывается сфероподобным объектом), уплощенной или вытянутой – для моделирования двух последних вариантов могут быть использованы эллипсоиды с различным соотношением осей.

Рассмотренные ниже геометрические формы пор и включений отражают распространенные объекты структуры огнеупоров и технической керамики. Сферы – поры, возникающие при укладке бетона и границы раздела между матрицей и сфероподобными армирующими зернами. Уплощенные эллипсоиды – микротрещины. Вытянутые эллипсоиды (называемые в этой части диссертации «иглами») – некоторые виды зерен огнеупорных материалов или волокнистые армирующие материалы или поры, остающиеся после использования выгорающих добавок для создания направленной пористости (как правило, для удаления влаги из материалов, содержащих гидравлически твердеющие вяжущие).

Геометрическая форма пустот, образующихся в результате взаимного расположения компонентов шихты, может быть определена по предложенной автором методике (*п. 3.1*).

Различия в коэффициентах термического расширения матрицы и включения при нагреве и охлаждении будут приводить либо к отрыву матрицы от включения, либо – к появлению дополнительных растягивающих напряжений в матрице и сжимающих – во включениях [342 – 348].

При высокой температуре может изменяться сценарий разрушения огнеупоров с хрупкого на пластичный. Температура перехода от хрупкого разрушения к пластическим эффектам может быть определена по ГОСТ 4070-2000 (*см. п. 3.2.2*). Таким образом, может быть определена граница применимости модели хрупкого разрушения ККМ в конкретной задаче.

### *3.3.2. Концентрация напряжений вокруг одиночных пустот различной формы*

При различных упругих свойствах матрицы и включений могут реализоваться различные картины концентрации напряжений. Хрупкой матрицей считали матрицу, обладающую вязкоупругими характеристиками, типичными для огнеупоров при нормальных условиях, пластичной – свойствами огнеупора в состоянии предплавления (при температуре выше 1450 °С) – с пониженным модулем упругости и увеличенным коэффициентом Пуассона (таблица 4).

Расчеты напряжений и упругих деформаций в окрестности включений различной геометрической формы выполняли в среде ANSYS Mechanical с целью определения основных направлений трещинообразования в окрестности одиночных включений. Включение, либо пору помещали внутрь куба, имеющего упругие характеристики, соответствующие свойствам матрицы. Модуль Юнга матрицы принимали согласно данным таблицы 4, а интенсивность нагрузки – 1 МПа. **Граничные условия:** противоположным граням этого куба прикладывали



сжимающие, либо растягивающие нагрузки (рисунок 16а) в виде разнонаправленных сил:

$$\begin{cases} F(x_i) = \begin{cases} F, -F & \text{при } x_1 = \min(x_1) \\ -F, F & \text{при } x_1 = \max(x_1), \end{cases} \\ u(x_{2,3}) = 0 & \text{при } x_1 \in S_j \end{cases} \quad (54)$$

то есть к граням области перпендикулярным одной из осей ( $x_1$ ) прикладываются разнонаправленные силы, а пересечения плоскостей симметрии  $S_j$ , проходящих через  $x_1$ , запрещены, грани, параллельные оси нагружения – свободны.

Таблица 4.

Типичные свойства огнеупоров

| Свойство                       | Ед.изм.                             | Значение до 1450 °С  | Значение свыше 1450 °С |
|--------------------------------|-------------------------------------|----------------------|------------------------|
| Модуль упругости               | ГПа                                 | <b>30</b>            | <b>0,8</b>             |
| Коэффициент Пуассона           | -                                   | <b>0,15</b>          | <b>0,45</b>            |
| Теплоемкость                   | Дж кг <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup> | 1000                 | 1000                   |
| Теплопроводность               | Вт м <sup>-1</sup> К <sup>-1</sup>  | 5                    | 4                      |
| Критическая упругая деформация | -                                   | $3 \div 5 * 10^{-3}$ | -                      |
| Прочность при растяжении       | МПа                                 | <b>8</b>             | <b>3</b>               |
| Прочность при сжатии           | МПа                                 | <b>40</b>            | <b>15</b>              |

При наличии одиночных пор разной формы в хрупкой или пластичной матрице вид поля упругих деформаций вокруг поры зависит от ее формы и направления приложения нагрузки. Например, в случае сферической поры вид поля упругих деформаций не отличается для пластичного и хрупкого материалов – рисунок 16б. Наибольший градиент упругих деформаций совпадает с осью приложения нагрузки и предполагаемым направлением развития трещины [17, 85]. При сферической одиночной поре других вариантов приложения одноосевой сжимающей нагрузки не существует.

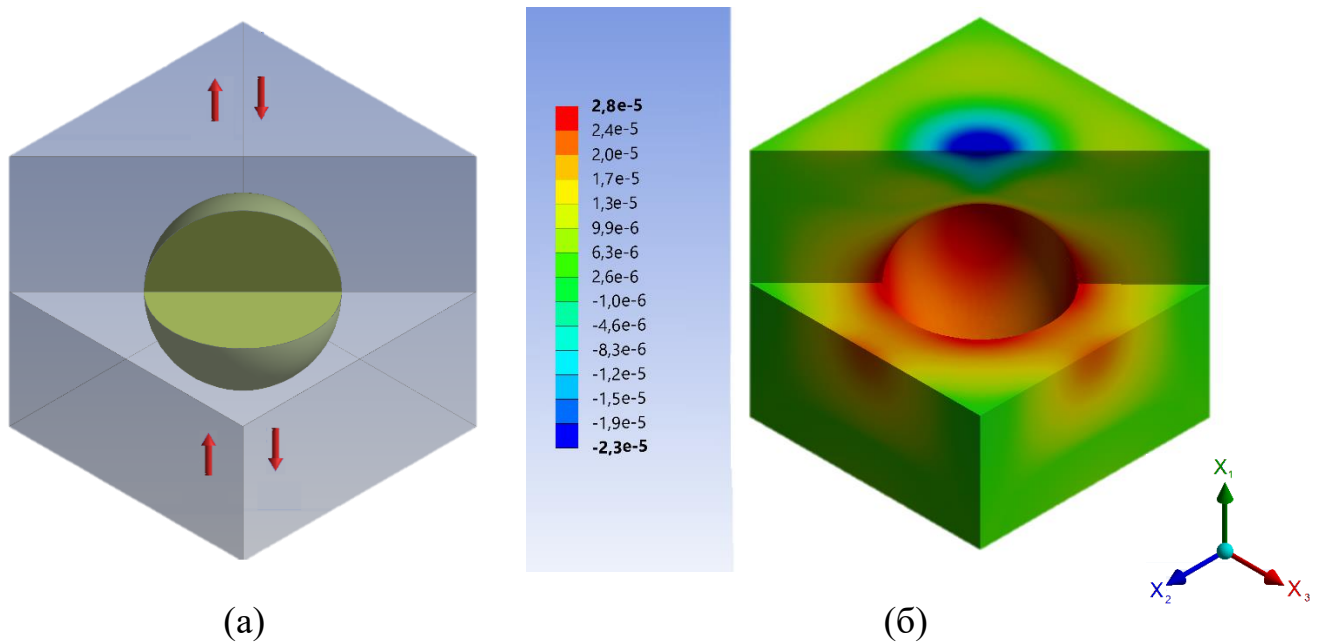


Рисунок 16. Граничные условия – (а): стрелками показаны растягивающие и сжимающие силы; сферическая область в центре представлена включением или порой. Типичная картина упругих деформаций при осевом сжатии – (б).

В идеализированных случаях геометрическая форма пор или твердых включений может быть представлена эллипсоидом с различным соотношением осей. Таким образом, можно моделировать сферические включения (поры), уплощенные эллипсоиды при вращении вокруг короткой оси (эллиптические микротрещины) или игольчатые формы при вращении вокруг длинной оси (вытянутые армирующие включения). В дальнейшем в этом разделе полюсами поры будем обозначать точки, через которые проходит ось нагружения при одноосном сжатии или растяжении, а экватором – пересечение плоскости симметрии, перпендикулярной оси нагрузки с образующей поры или включения.

Например, при сжатии хрупкой сферической частицы, находящейся в пластичной матрице, упругие деформации матрицы оказываются подобным случаю сжатия материала со сферической порой (рисунок 16б) с максимальным градиентом деформаций по оси нагружения. При этом максимальные деформации возникают по экватору включения рисунок 17а, но градиент деформации внутри самого включения невелик.

При сжатии пластичного сферического включения в хрупкой матрице формируется картина деформаций с локальными минимумами в матрице по границе сред на экваторе и полюсах и локальными максимумами между ними. В частице при этом максимальные деформации располагаются у полюсов, а локальный минимум – у экватора (рисунок 17б), градиент деформаций внутри частицы также незначителен.

Распределение градиентов деформаций в последнем случае таково, что максимальный градиент наблюдается в направлении, перпендикулярном оси сжатия, начинаясь от локального максимума между полюсом и экватором частицы.

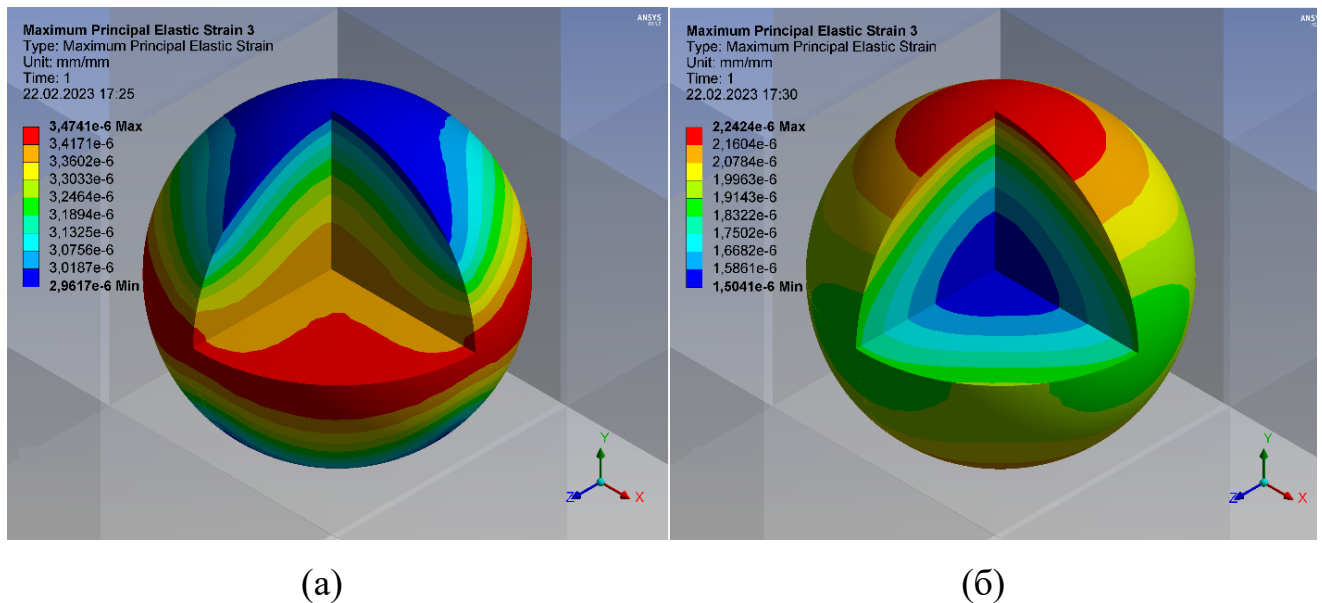


Рисунок 17. Распределение упругих деформаций в сферических твердых включениях: (а) – хрупкое в пластичной матрице, (б) – пластичное в хрупкой матрице. Сжатие вдоль оси Y.

В большинстве случаев сжатия или растяжения материала наибольшие деформации и их градиенты распределяются параллельно приложенной нагрузке при сжатии или перпендикулярно ей при растяжении. В некоторых случаях вытянутой формы включений и соотношения вязкости матрицы и включения могут наблюдаться отклонения от этого правила.

Вблизи температуры эксплуатации механические свойства твердых фаз претерпевают хрупко-вязкий переход и материалы становятся подверженными

пластическим деформациям. При этом такой переход может происходить при более низкой температуре как в зернах каркаса (в том случае если их фазовый состав не идентичен составу матрицы и имеет меньшую температуру плавления), так и в матрице (в случае, если матрица и каркас огнеупора имеют одинаковый фазовый состав, то пластические свойства при повышении температуры в первую очередь проявляются в более мелкой фракции – то есть в матрице). Таким образом, необходимо рассмотреть варианты поведения пластичных включений различной геометрической формы в хрупкой матрице и наоборот.

Ранее [342 – 348], другими исследователями были подробно рассмотрены варианты хрупкого разрушения композитов, содержащих включения, прочность которых значительно отличается от прочности матрицы. При этом максимальные деформации достигаются в менее прочной фазе, которая и оказывается областью инициации разрушения.

Были исследованы различные варианты комбинаций формы и соотношения упругих свойств материалов матрицы и включения, результат которых приведен в таблице 5.

Таблица 5.

Направления распространения трещин в зависимости от упругих свойств матрицы и включений при растяжении и сжатии.

|               | Форма включений |    |            |    |           |    |          |    |          |    |
|---------------|-----------------|----|------------|----|-----------|----|----------|----|----------|----|
|               | Сфера           |    | Эллипс (К) |    | Эллипс(Д) |    | Игла (К) |    | Игла (Д) |    |
| Вид нагрузки  | Сж              | Рс | Сж         | Рс | Сж        | Рс | Сж       | Рс | Сж       | Рс |
| Пора в ХМ     |                 | ⊥  |            | ⊥  |           | ∇  |          | ⊥  |          |    |
| Пора в ПМ     |                 | ⊥  | ⊥          | ⊥  | ∇         | ∇  | ∇        |    |          |    |
| Хрупкое ПМ    |                 | ⊥  | ⊥          | ⊥  | ⊥         | ⊥  | ⊥        | ∇  |          |    |
| Пластичное ХМ | ∇               | ⊥  | ∇          | ⊥  | ∇         | ⊥  | ∇        | ∇  | ∇        |    |

В таблице использованы следующие условные обозначения:

К – эллипс или игольчатое включение, нагрузка параллельна короткой оси

Д – то же, нагрузка параллельна длинной оси

Сж – сжатие

Рс – растяжение

ХМ – хрупкая матрица

ПМ – пластичная матрица

|| - нагрузка и направление роста трещины параллельны

⊥ - нагрузка и направление роста трещины перпендикулярны друг другу

∇ - трещина распространяется под углом к направлению нагрузки

В зависимости от направления нагрузки и упругих свойств матрицы и зерновой фракции материала в простых случаях растяжения и сжатия может быть проведена быстрая оценка направления распространения трещины на уровне структуры материала.

### *3.3.3. Поле компонентов НДС в окрестности включений в градиентном поле температур*

При высокотемпературной эксплуатации материалов наиболее распространенными практическими случаями являются наличие пор в матрице с различными свойствами, либо хрупких включений в относительно пластичной матрице. В случае однофазного материала, вследствие размерных эффектов появление жидкой фазы и, соответственно, проявление пластических свойств будет наблюдаться в матрице при более низких температурах, чем в армирующих зернах. Разность температуры появления жидкой фазы в разных фракциях при этом может достигать нескольких сотен градусов, для типичных огнеупорных фаз [9]. Таким образом, в однофазных материалах более вероятным случаем является наличие хрупких частиц в пластичной матрице при температурах эксплуатации.

При производстве многофазных материалов, как правило, в качестве армирующего компонента используются более тугоплавкие и, соответственно, хрупкие при высокой температуре фазы. Однако, возможны и противоположные комбинации свойств, при которых локально может реализоваться состояние пластичного включения в хрупкой матрице.

Типичными случаями для огнеупорных материалов являются хрупкие включения или пустоты в хрупкой либо пластичной (только при высокой температуре) матрице. Результат взаимодействия хрупких частиц с хрупкой матрицей определяется соотношением их прочностей и коэффициентов термического расширения, данный случай был упомянут выше и рассмотрен подробно другими исследователями [342 – 348]. При нем наблюдаются условия трещинообразования по границам раздела структурных элементов.

Наличие пустот приводит к росту трещин параллельно оси нагружения при сжатии, либо разрыву материала перпендикулярно приложенной нагрузке – при растяжении. Исключение составляет только растяжение вытянутых пустот вдоль длинных осей – в этом случае условия трещинообразования складываются вблизи острых вершин границы раздела и максимум градиента деформаций не совпадает с осью поры.

Случай хрупких включений в пластичной матрице при растяжении и сжатии, аналогичен разрушению матрицы в окрестностях пор. В случае же пластичных включений в хрупком материале возникает характерная картина с образованием зон локального сжатия на оси нагрузки и перпендикулярно ей, а зоны максимального растяжения, располагаются между зонами сжатия симметрично. При этом сами включения значительной деформации не испытывают.

### 3.4. Суперпозиции полей напряжений вокруг концентраторов

Огнеупорные футеровки промышленных агрегатов одинакового назначения, но разного размера формируют различные картины разрушения с различной характерной локализацией трещин. Причиной таких различий может быть перекрытие (или его отсутствие) полей напряжений от нескольких концентраторов напряжений макроскопического уровня [16, 79]. С целью проверки предположения о том, что поля напряжений от разных концентраторов могут перекрываться, было проведено исследование для нескольких размерных уровней. Перекрытие полей напряжений, в свою очередь приводит к формированию новых локальных максимумов деформаций и напряжений, которые в свою очередь могут стать центрами зарождения трещин. Исследования проведены для математического полупространства, а также размерных уровней промышленного агрегата и внутренней структуры материала огнеупорной футеровки.

### 3.4.1. Суперпозиции полей напряжений в полубесконечном теле

Для анализа взаимного перекрытия полей напряжений без влияния границ тела рассматривали математическую абстрактную модель полупространства (полубесконечного тела) к которому было приложено внешнее воздействие в виде **граничного условия** – давления в двух площадках конечного размера, взаимное положение которых варьировалось в рамках вычислительного эксперимента. Таким образом, задавалось внешнее давление в виде функции координаты (оно было приложено к одной из граней расчетного объема в областях  $A_1$  и  $A_2$ ) и запрет на перемещения для узлов, находящихся на значительном удалении от рассматриваемых площадок (кроме плоскости, которой принадлежат площадки с приложенным давлением):

$$\begin{cases} P(x_i) = P, \quad i = 1, 2, 3, \quad x_1 = 0, x_{2,3} \in A_{1,2} \\ u(x_j) = 0, \quad x_{2,3} = 0, x_j = \max(x_j) \end{cases} \quad (55)$$

Размер площадок в вычислительном эксперименте составлял 100x100 мм, при этом размеры расчетной области – 2000x2000x2000 мм, грань противоположная приложенной нагрузке имела шарнирное закрепление. Кроме того, варьировались упругие характеристики полупространства – модуль Юнга и коэффициент Пуассона.

В случае, если линейный размер площадок, к которым приложено внешнее давление значительно меньше, чем расстояние между ними – напряженные зоны не перекрываются. При увеличении интенсивности нагрузки, уменьшении расстояния между площадками или уменьшении коэффициента Пуассона материала возникнет перекрытие этих зон. Отмечено, что нагрузки одинаковой интенсивности вызывают более существенный отклик в хрупких средах, нежели в пластичных. Аналогичный вычислительный эксперимент с варьированием модуля Юнга, показал, что результат вычислений не зависит от модуля упругости.

Наиболее практически значимым результатом проведенного численного эксперимента является сравнение геометрической формы напряженной зоны вокруг нагруженных площадок в зависимости от расстояния между ними и наличия

границ расчетной области поблизости. На рисунке 18 приведены результаты такого анализа – области пространства, в которых механические напряжения превышают 5 % давления, приложенного к площадкам. При этом на рисунке 18а – расстояние между площадками равно их удвоенному линейному размеру, (б) – 4 размера, (в) – 8 размеров. Случай (г) аналогичен варианту (б), но рассмотрено не полупространство, а тело конечных размеров, границы которого совпадают с границами цветной области рисунка.

Таким образом, в неограниченном полупространстве возможно возникновение перекрытия (суперпозиция) полей напряжений от близко расположенных источников механического напряжения. При этом расстояние между источниками напряжения должно совпадать по порядку величины с их собственным размером (при больших расстояниях источники напряжений будут создавать независимую картину поля напряжений) – выполняется принцип Сен-Венана. При переходе от неограниченного полупространства к телам конечного размера взаимное влияние источников напряжений увеличивается – рисунок 18б и 18г. Полученные заключения справедливы для всех размерных уровней – как дефектов уровня структуры, так и макроскопических уровней.

### *3.4.2. Суперпозиция полей напряжений в футеровках промышленных агрегатов разного размера*

Выводы, сформулированные в предыдущем разделе, играют важную роль при изучении полей напряжений в тепловых агрегатах аналогичного назначения, обладающих различным геометрическим размером. В частности, некоторые зоны оборудования в процессе эксплуатации подвергаются постоянным циклическим тепловым или механическим локальным нагрузкам. При этом, характер разрушения в аналогичных агрегатах разного размера отличается, при том что характер и расположение концентраторов напряжений макроуровня (уровня агрегата) не зависят от его размера.



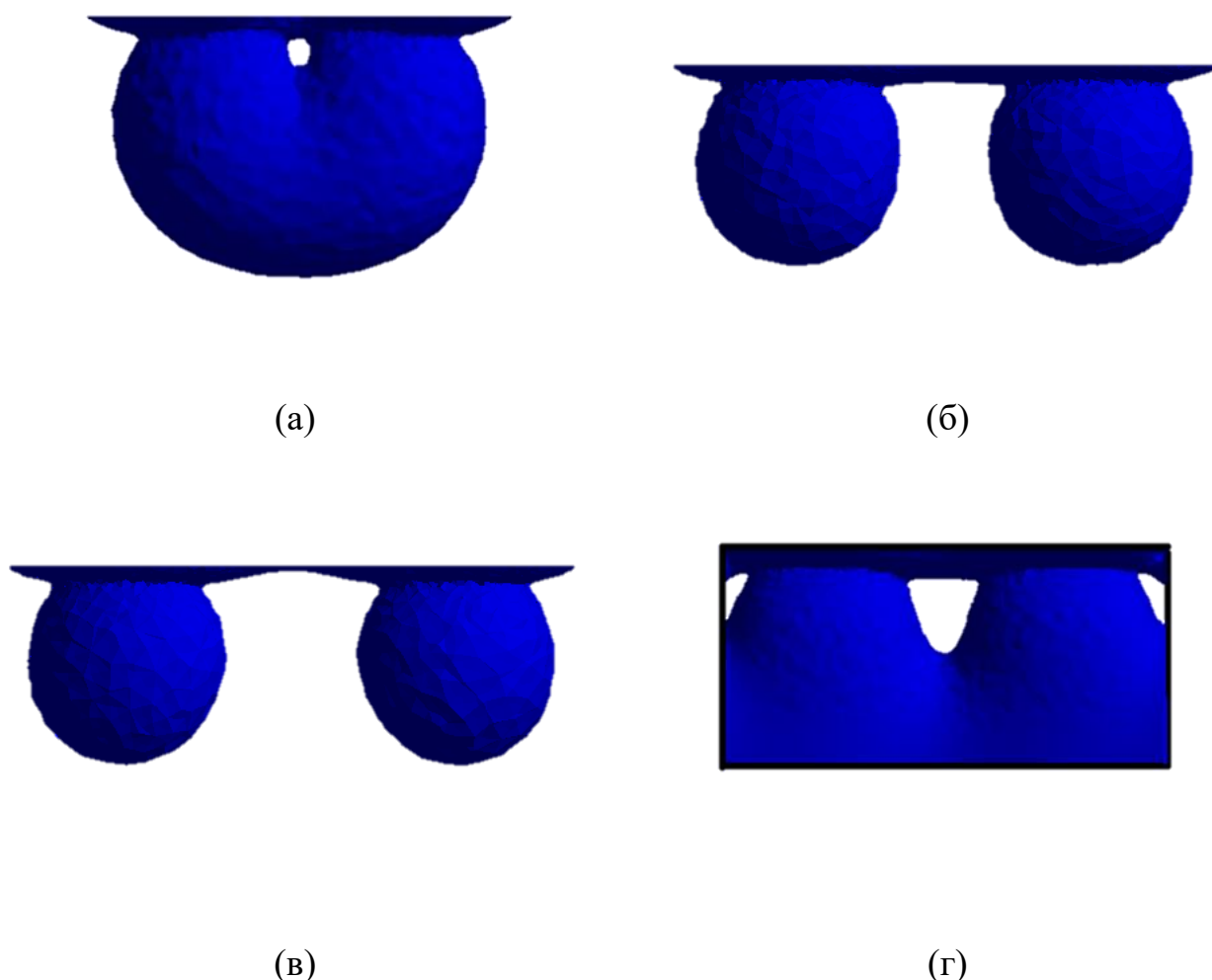


Рисунок 18. Зоны напряжений в полубесконечном пространстве при разных условиях расчета (пояснения в тексте).

Локальные термические напряжения могут вызываться конструктивными особенностями оборудования. Например, кожух сталеразливочных ковшей снабжен массивными металлоконструкциями для их перемещения, которые, в свою очередь, работают как радиаторы охлаждения, создающие градиентные температурные поля в огнеупорной футеровке [16, 317] и соответствующие термомеханические напряжения в ней. Дополнительные механические напряжения в этом случае возникают при перемещении агрегата – из-за деформации кожуха и при обслуживании, например, в положении «на боку» (для ремонта или замены системы выпуска металла) – из-за неравномерно распределенной весовой нагрузки. На рисунке 19а показано влияние габаритных размеров (диаметра агрегата) и толщины рабочего слоя футеровки на возникающие в ней напряжения под

действием механической или термомеханической нагрузки [16]. С учетом фактической толщины футеровки это позволяет сделать вывод о том, что напряженное состояние для агрегата большого размера окажется более интенсивным, чем для оборудования малого размера. Расчеты выполнялись методом конечных элементов в программе ANSYS Mechanical на трехмерной геометрической модели, аналогичной приведенной на рисунке 19б. Свойства материалов для расчета приведены в таблице 6. В качестве *граничных условий* использовали решение задачи теплообмена внутри футеровки – как исходные данные для определения теплового расширения в виде функции распределения температуры, деформации рассчитывали при условии их симметрии относительно вертикальной плоскости, проходящей через цапфы ковша ( $x=x_{sym}$ ), кроме того, учитывали собственный вес футеровки, введением вектора гравитации:

$$\begin{cases} T(x, y, z) = f(x, y, z) \\ u_x(y, z) = 0, x = x_{sym} \\ \vec{g} = -g \cdot \vec{y} \end{cases} \quad (56)$$

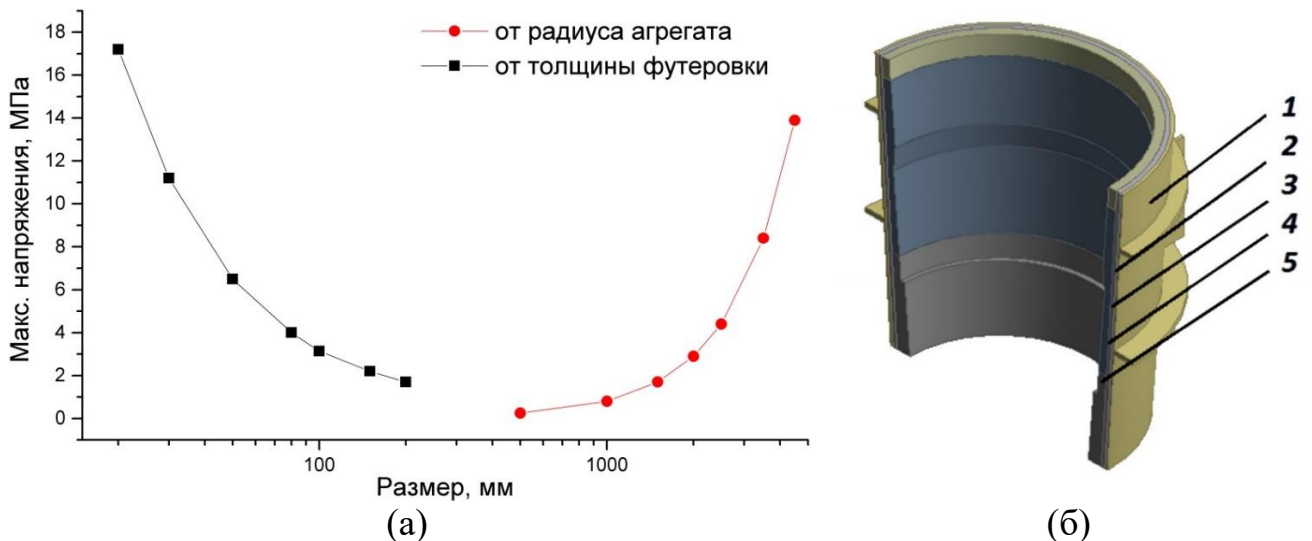


Рисунок 19. Зависимость максимальных напряжений в футеровке от толщины футеровки (слева) и радиуса агрегата (справа) – (а). Толщина футеровки варьировалась при радиусе агрегата – 1000 мм. Радиус агрегата варьировался при величине толщины футеровки 200 мм. Типовая схема футеровки высокотемпературного агрегата (б): 1 – кожух с внешними конструктивными элементами, 2 – теплоизоляционный слой, 3 – арматурная футеровка, 4 – буферный слой, 5 – рабочая футеровка.

Таблица 6.

## Характеристики материалов футеровки, используемые в расчетах.

| Показатель                               | Ед. изм.                             | ПУ                  | Буферный слой | Шамот              | Теплоизоляция | Сталь               |
|------------------------------------------|--------------------------------------|---------------------|---------------|--------------------|---------------|---------------------|
| Плотность                                | Кг·м <sup>-3</sup>                   | 3000                | 1500          | 2000               | 300           | 7850                |
| Коэффициент термического расширения      | К <sup>-1</sup>                      | 10·10 <sup>-6</sup> | -             | 6·10 <sup>-6</sup> | -             | 12·10 <sup>-6</sup> |
| Модуль упругости                         | ГПа                                  | 10                  | 1             | 2                  | 0,1           | 200                 |
| Коэффициент Пуассона                     | -                                    | 0,18                | 0,2÷0,4       | 0,18               | 0,4           | 0,3                 |
| Теплопроводность                         | Вт·м <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup>  | 10                  | 3             | 1                  | 0,2           | 60,5                |
| Теплоемкость                             | Дж·кг <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup> | 1000                | 1200          | 880                | 1100          | 460                 |
| Толщина                                  | мм                                   | 200                 | 40            | 120                | 20            | 40                  |
| Прочность при сжатии (ГОСТ Р 53065-2008) | МПа                                  | 40                  | -             | 20                 | 0,5           | 150 *               |
| Прочность при изгибе (ГОСТ Р 50526-93)   | МПа                                  | 4                   | -             | 5                  | -             | -                   |
| Критическая деформация                   | %                                    | 0,4                 | -             | -                  | -             | -                   |

\*ГОСТ Р 53065-2008 неприменим к сталям, испытания проводились по ГОСТ 25.503-97.

Обе приведенные на рисунке 19а зависимости имеют степенной характер. В ковшах с радиусом больше 2-3 м максимальные растягивающие напряжения существенно превышают предел прочности материала футеровки. В то же время уменьшение радиуса ковша на порядок величины снижает величину этих напряжений практически до нуля. Противоположная тенденция справедлива для толщины футеровочного слоя: увеличение расчетной толщины футеровки на порядок величины приводит к пропорциональному снижению максимальных растягивающих напряжений, до значений, кратно меньших предела прочности. Таким образом, новые футеровки в оборудовании малого размера наименее подвержены трещинообразованию в характерных зонах.

В случае крупного оборудования локальные области высоких механических или термомеханических напряжений имеют малые, по сравнению с агрегатом размеры и находятся далеко друг от друга, что приводит к возникновению характерных зон разрушения футеровок. При этом уровень напряжений в этих

зонах относительно высокий. В оборудовании малого размера складывается противоположная ситуация, когда размер областей повышенных напряжений соизмерим с размерами всего агрегата, что приводит, согласно ранее сформулированным заключениям к возникновению суперпозиции полей напряжений и стохастическому, либо регулярному распределению возникающих трещин. Так, на рисунке 20 показаны картины разрушения футеровок сталеразливочных ковшей малой (25 тонн стали) – (а) и большой (300 тонн стали) – (б), емкости.



Рисунок 20. Локализация областей разрушения в оборудовании малого, диаметр 1,5 м (слева) и большого, диаметр 5 м (справа) размера.

На рисунке отчетливо видна характерная локализация областей трещинообразования для большого ковша и ее отсутствие для малого.

Полученные результаты [16] подтверждают предположение о том, что в оборудовании большого размера следует ожидать преимущественного появления характерных картин разрушения рабочей футеровки в области цапф, на линии, перпендикулярной их оси и в точках максимальной деформации футеровки в процессе обслуживания агрегата. В малых ковшах высока вероятность формирования хаотично расположенных трещин.

### 3.4.3. Суперпозиция полей напряжений на уровне микроструктуры материала

Микроструктура огнеупорных материалов представлена армирующими зернами и связующей матрицей, которые, кроме того, содержат дефекты структуры в виде пор, микротрещин и интерфейсов между включениями и матрицей. Перечисленные дефекты структуры могут выступать в качестве концентраторов напряжений и, в конечном итоге, источников трещин. При этом размерный фактор также играет значительную роль в формировании поля напряжений и деформаций: при значительных расстояниях между элементами структуры, каждый из них формирует вокруг себя индивидуальную картину поля напряжений и деформаций, а при малых расстояниях между ними – возникает суперпозиция полей уровня структуры, способная приводить к изменению положения точки-источника трещинообразования и направления роста трещины (аналогично концентраторам напряжений на уровней изделия или агрегата) [79].

На рисунке 21 приведен вид суперпозиции полей напряжений для нескольких модельных случаев сферических пор, находящихся в поле сжимающей нагрузки. В показанных областях вокруг концентраторов, напряжения оказываются выше, чем в отдаленной окрестности материала (выше номинального напряжения). Поры расположены в вершинах правильного октаэдра. В расчетах варьировали размер ребра октаэдра – расстояние между порами и упругие характеристики материала матрицы. *Граничное условие* в виде сжимающей или растягивающей силы прикладывали к границе расчетной области (аналогично приведенному на рисунке 16а), находящейся на значительном удалении от системы пустот – размер расчетной области превышал расстояние между пустотами или их собственный размер на порядок величины.

В случае, показанном на рисунке 21а, расстояние между порами (минимальная толщина стенки между ними) не превышает их диаметра – поле повышенных напряжений образует единое облако, в случае, соответствующему рисунку 21б – расстояние между порами более их диаметра (но менее трех диаметров), наблюдается значительное перекрытие таких полей, вариант на рисунке 21в соответствует расстоянию, превышающему диаметр в несколько раз (до порядка величины) – каждый дефект при этом образует индивидуальное

неперекрывающееся поле повышенных напряжений. В рассмотренном случае нагрузка приложена вдоль вертикальной оси. Соответственно, геометрическая форма области повышенных напряжений имеет характерные особенности в направлении оси нагружения, схематично показанные на врезке рисунка 21в. При моделировании было также отмечено, что коэффициент Пуассона материала, в отличие от его модуля Юнга, оказывает влияние на вид суммарного поля напряжений, и наряду с расстоянием между пустотами, определяет локализацию наиболее напряженного участка системы и направление дальнейшего роста трещины.

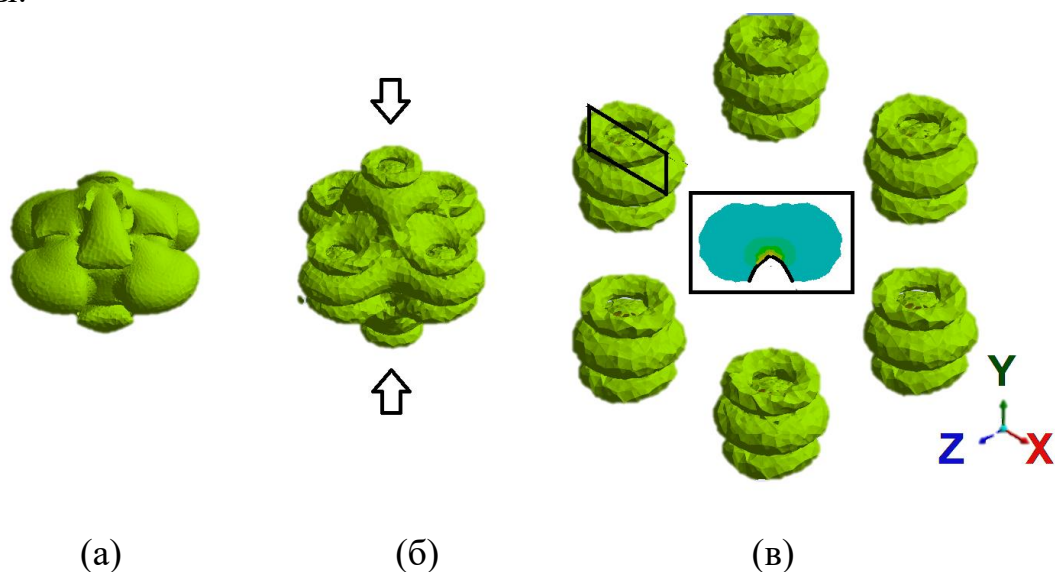


Рисунок 21. Изменения суперпозиции полей напряжений вокруг сферических пустот в зависимости от расстояния между ними: (а) – расстояние между образующими пор менее их диаметра, (б) -  $1 \div 3$  диаметра, (в) более 3 диаметров. Стрелками на рисунке показано направление нагрузки, действовавшее во всех рассмотренных случаях.

### 3.5. Влияние размерного фактора на локализацию инициатора трещины и направление ее роста

Выше было показано, что на разных размерных уровнях возможно перекрытие полей напряжений и деформаций от разных концентраторов напряжений, приводящее к формированию характерных картин трещинообразования или хаотическому (регулярному) взаимному расположению трещин в зависимости от геометрических размеров оборудования на уровне агрегата.

Проведено численное исследование влияния размера сферических дефектов и расстояния между ними на картину напряжений и направление трещинообразования для идеализированной системы пор или включений, расположенных в вершинах правильного октаэдра, и нагруженной внешним воздействием (одно- или многоосевым сжатием или растяжением) – на уровне структуры материала. Также было рассмотрено влияние упругих характеристик материала (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) на направление роста трещин. Для определения направления роста трещин применялся градиентный деформационный критерий, введенный автором ранее.

При выполнении расчетов поры (пустоты) или включения (сферические области с заданными свойствами), расположенные регулярно в вершинах правильного октаэдра помещались в кубическое пространство с другими свойствами (матрица), размеры куба превышали размер системы пор на порядок величины. При расчете варьировали расстояния между включениями и свойства окружающего пространства.

Таким образом, *граничные условия* включали размерные и силовые компоненты:

$$\left\{ \begin{array}{l} l = 0 \dots 10R \\ F(x_i) = \begin{cases} F, 0, -F \text{ при } x_i = \min(x_i) \\ -F, 0, F \text{ при } x_i = \max(x_i) \end{cases} \\ u(x_{j,k}) = 0 \text{ при } x_i \in S_{sym} \\ i, j, k = 1, 2, 3 \\ i \neq j \neq k \end{array} \right., \quad (57)$$

где  $l$  – расстояние между включениями, которые варьировались в зависимости от их размера,  $R$  – радиус включения,  $F(x_i)$  – внешняя сила параллельная одной из координатных осей, которая может приводить как к растяжению, так и сжатию материала или отсутствовать,  $S_{sym}$  – множество плоскостей симметрии расчетной области, параллельных направлениям приложения нагрузки, пересечение которых запрещено.



### 3.5.1. Инициация роста трещин на идеализированной системе пустот при сжатии и растяжении

Установлено, что при значительных расстояниях между дефектами разных уровней при внешнем воздействии вокруг каждого из них формируется собственное поле напряжений и деформаций. В данном случае выполняется принцип Сен-Венана [349], согласно которому влияние объектов друг на друга ограничивается областью, размер которой соизмерим с размерами самих объектов. Размер области влияния при этом зависит от свойств материалов. Для удобства этот аспект будет рассмотрен подробно для уровня структуры материала. При одноосевом сжатии в пластичных материалах взаимное влияние пор наблюдается на расстояниях между ними меньших, чем 1,2 радиуса, а для хрупких материалов оно сохраняется до 4,3 радиусов [79]. Аналогичная картина наблюдается и при одноосном растяжении, однако различие между пластичными и хрупкими материалами не столь заметны: 3,0 и 3,5 радиусов поры, соответственно.

При меньших расстояниях наблюдается перекрытие полей напряжений и деформаций вокруг дефектов, приводящее к образованию их локальных экстремумов и возникновению альтернативных направлений развития трещин, связанных с деформационными градиентами. Возможные направления трещинообразования в системе сферических пор приведены на рисунке 22.

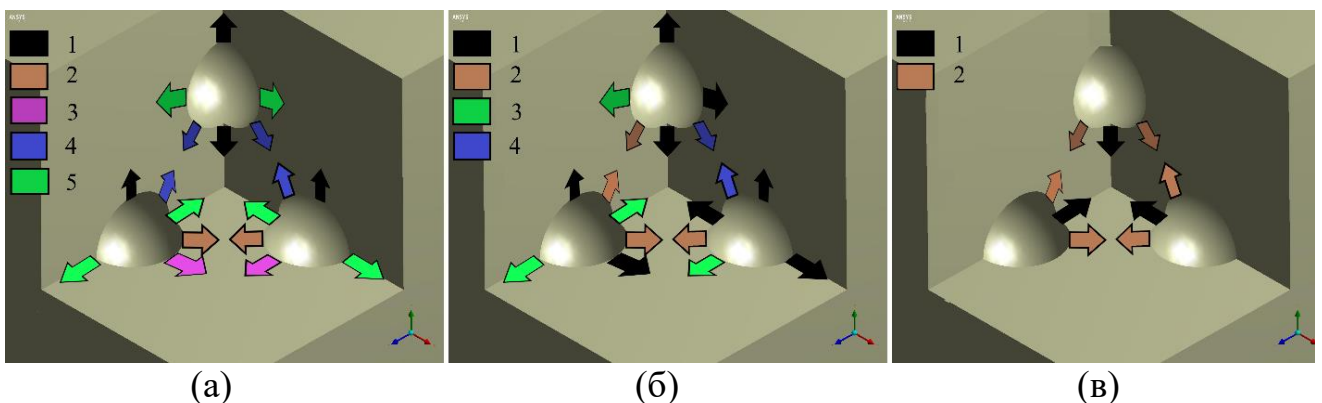


Рисунок 22. Различные варианты направлений развития трещин при осевом воздействии на кубический образец с регулярной системой внутренних пор при различных расстояниях между порами и различных упругих свойствах матрицы: (а) – одноосевое по оси Y, (б) – двухосевое вдоль осей X и Y, (в) – всестороннее.



При одноосевом воздействии и значительном расстоянии между порами в зависимости от пластических свойств материала разрушение может происходить либо параллельно приложенной нагрузке при сжатии хрупкого материала (направление 1 на рисунке 22а), либо перпендикулярно ей при сжатии пластичных материалов или растяжении, независимо от пластических свойств (направление 5 на рисунке 22а). При расстояниях между порами менее 0,3 радиусов для сжатия и 0,5 радиуса в случае растяжения, преимущественное направление разрушения будет происходить по кратчайшему расстоянию между порами в плоскости, перпендикулярной направлению воздействия (направление 2 на рисунке 22а). А в случае если расстояния составляют более указанной величины и менее расстояния, на котором поры формируют обособленные картины деформаций следует ожидать разрушений стенок между дефектами в плоскостях, параллельных внешнему воздействию (направление 4, рисунке 22а). Направление 3 на рисунке 22а было выявлено как приоритетное для нескольких комбинаций свойств материала и расстояний между пустотами при переходе от схемы 2 к схеме 4 при сжатии материалов коэффициент Пуассона для которых составлял менее 0,05 и при расстоянии между порами около  $0,25 \div 0,30$  радиусов [76].

При двухосном сжатии материалов с близко расположенными порами, трещины образуются либо в стенках, находящихся в плоскости сжимающих нагрузок для хрупких материалов, либо в перпендикулярном направлении – для пластичных (рисунок 22б, направление 4 или 2 соответственно). При больших расстояниях между порами хрупкие материалы будут разрушаться в плоскости действия нагрузки, пластичные же в перпендикулярной плоскости (рисунок 22б, направление 1 или 3 соответственно). Двухосное растяжение при значительных расстояниях между порами приведет к трещинообразованию перпендикулярно приложенным нагрузкам, независимо от пластических свойств материала (рисунок 22в, направление 3). При малых расстояниях и двухосном растяжении дополнительно может реализоваться схема 4 на рисунке. 22б – разрушение стенок между порами в плоскости нагружения.

При давлении, оказываемом по всем направлениям, и малых толщинах стенок разрушение локализуется в стенках между включениями независимо от коэффициента Пуассона – происходит разрушение наиболее тонких стенок между порами в соответствии с направлением 2 (рисунок 22в). При увеличении расстояния основным направлением трещинообразования станет направление во внутренние области, ограниченные несколькими порами – направление 1, рисунок 22в. При всестороннем растяжении при большом расстоянии между порами будет реализовываться сценарий 1 рисунок 22в, а при малом расстоянии направления 1 и 2 рисунок 22в окажутся равновероятными альтернативами.

Таким образом, проанализировано влияние свойств материала и расстояния между порами на максимальные упругие деформации в системе и направления роста трещин в соответствии с введенным деформационным градиентным критерием разрушения. Результат приведен на рисунке 23 [76]. Направления кривых на рисунке 23 показывают, что в случае хрупких материалов направление разрушения, характерное для одиночных пор (область 1 на рисунке 23), становится приоритетным при меньших расстояниях между ними. Однако, суперпозиция – взаимное влияние полей упругой деформации отдельных пор при этом сохраняется дольше – до момента, когда графики, становятся параллельны оси абсцисс.

Необходимо отметить, что точные значения расстояний между порами, при которых происходит переход от одной схемы разрушения к другой – условны, поскольку были определены для некоторых дискретных значений коэффициента Пуассона и модуля Юнга. На рисунке 23 показано, что фактически существует зависимость между коэффициентом Пуассона и расстоянием между пустотами, при которых происходит смена сценария разрушения.

Перечисленные схемы развития трещин в системах пор могут реализовываться в реальных огнеупорных материалах. На рисунке 24а приведена зависимость общей пористости ( $\eta$ ) от кратчайшего расстояния ( $l$ ) между равновеликими порами, расположенными в вершинах правильного ( $a$  и  $R$  – характерный размер октаэдра и радиус отдельной поры соответственно). С учетом

того, что общая пористость огнеупорных материалов достигает 15 – 20%, и, как было показано автором [246, 247], зачастую пористость сосредоточена в связующей матрице, не затрагивая армирующие зерна материала, расстояния между пора́ми могут составлять менее 0,5 их радиуса. Пористость матрицы может достигать 50 %. Таким образом, влияние полей напряжений и деформаций соседних дефектов структуры на направление роста трещины и локализацию области ее возникновения следует считать значимым для технических объектов.

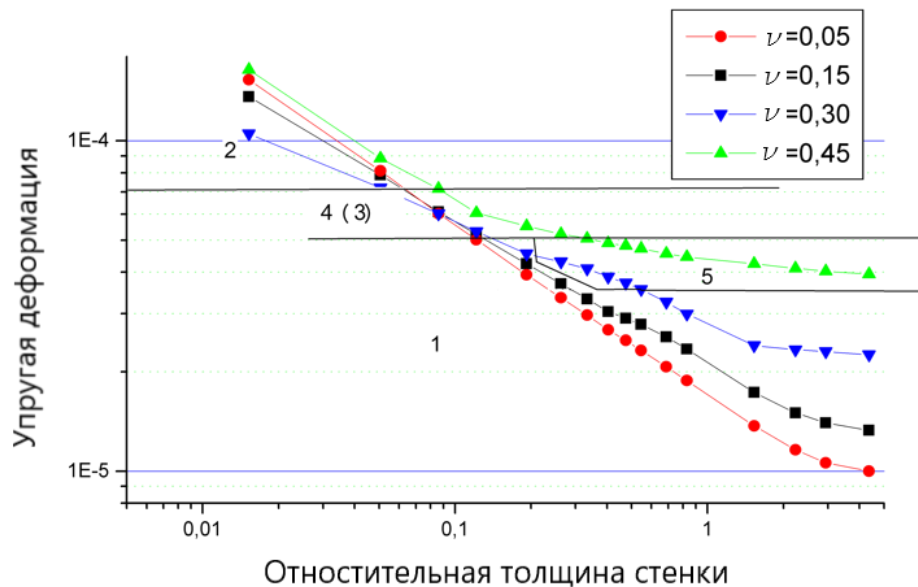


Рисунок 23. Влияние пластических свойств и взаимного расположения пор на направление роста трещин при одноосевом сжатии и деформированное состояние системы. Цифрами на (а) обозначены области направлений роста трещин в соответствии с рисунком 21а. (б) – 3 D интерпретация [76].

### 3.5.2. Инициация трещин на идеализированной системе включений с различными пластическими свойствами при сжатии и растяжении.

В качестве идеализированной системы включений была рассмотрена такая же структура сферических частиц, как и в случае системы пустот. Были рассмотрены варианты хрупких включений в пластичной матрице и наоборот. **Граничные условия задачи** были аналогичны предыдущему случаю.

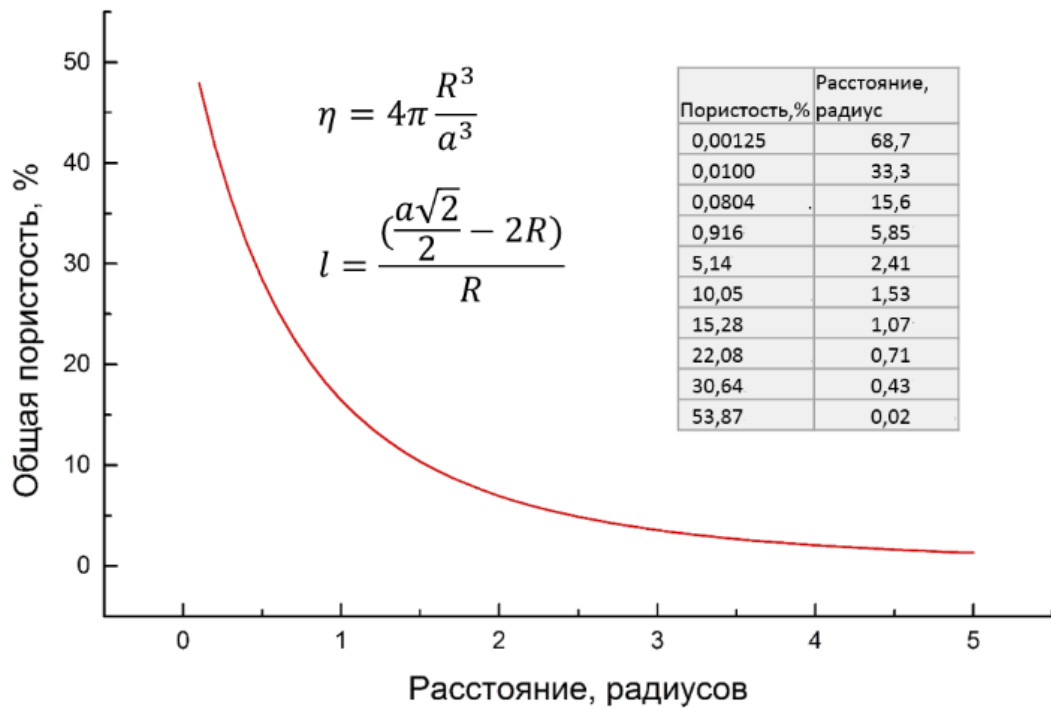


Рисунок 24. Корреляция общей пористости и расстояния между порами для равновеликих пор, расположенных регулярно в узлах ГЦ решетки.

В случае одноосной нагрузки на относительно пластичную матрицу, содержащую более хрупкие включения максимальные деформации и их градиенты в матрице локализованы в окрестностях экваторов частиц. При большом расстоянии между частицами разрушения следует ожидать в направлении 5 на рисунке 22а – перпендикулярно приложенной нагрузке, как при сжатии, так и растяжении системы пустот. Внутри частиц при этом также формируются значительные деформации, однако, в отличие от матрицы, их градиенты незначительны.

При малых расстояниях между включениями следует ожидать разрушения стенок в плоскости, перпендикулярной приложенной нагрузке (направление 2, рисунок 22а). Включения при этом подвергаются значительной деформации и значительным ее градиентам. Соответственно, трещинообразование в матрице и включениях могут оказаться альтернативными конкурирующими сценариями. Следует иметь в виду, что для огнеупорных материалов в большинстве случаев прочностные характеристики зерен заполнителя превышают прочность матрицы,

таким образом, предпочтительным сценарием инициации трещин в рассматриваемом варианте будет разрушение стенок между включениями.

При одноосевом воздействии на хрупкую матрицу с пластичными включениями во всех случаях деформации и градиенты внутри включений будут незначительны. При больших расстояниях между включениями при сжатии ожидается формирование полей деформаций в матрице с разделенными симметричными зонами максимумов выше и ниже экватора включений. Направления начала роста трещины при этом ожидаются от области максимальной деформации под углом  $45^\circ$  к плоскости экватора. При растяжении будет формироваться трещина, параллельная направлению воздействия (направление 1, рисунок 22а).

Если расстояния между включениями невелики, то при любом направлении нагрузки следует ожидать разрушения стенок в плоскости ее приложения (направление 4 на рисунке 22а). Причем, в случае сжатия образуется симметричная относительно экватора зона высоких деформаций в матрице, способная в дальнейшем оказаться инициатором вторичных разрушений.

При двухосевой нагрузке для пластичной матрицы и хрупких включений наиболее вероятным направлением трещинообразования будет перпендикулярное к осям приложения нагрузок – направление 3 на рисунке 22б. Данный сценарий реализуется для всех случаев растяжения и сжатия и расстояний между включениями за исключением растяжения при близко расположенных включениях. В этом случае характерным будет разрушение в плоскостях, перпендикулярных плоскости нагружения по кратчайшему расстоянию между частицами (направление 2 на рисунке 22б). Также, в этом случае вероятно трещинообразование в направлении 4, рисунок 22б, поскольку максимальные деформации находятся на этом направлении. Кроме того, при наличии хрупких частиц в пластичной матрице возможно разрушение самих частиц, которое будет происходить: при больших расстояниях между частицами параллельно осям нагружения, а при малых расстояниях – перпендикулярно им в случае сжатия и вдоль кратчайшего расстояния между частицами в плоскости нагружения при растяжении.

В случае пластичных включений в хрупкой матрице, их упругие деформации оказываются значительно ниже, чем в матрице, разрушение которой преимущественно будет происходить независимо от расстояния между частицами по кратчайшему расстоянию между ними в плоскостях, перпендикулярных плоскости воздействия (направление 2 на рисунке 22б), что объясняется возникновением областей максимальных деформаций параллельных «экватору» на поверхности границы раздела частица – матрица. Аналогично предыдущему случаю, исключением является растяжение при малых расстояниях между частицами, когда преимущественным направлением трещин будет кратчайшее расстояние между частицами в плоскости нагружения (направление 4 на рисунке 22б).

При трехосевой нагрузке и малых расстояниях между включениями разрушение будет начинаться в наиболее тонких стенках между зернами. При этом в случае пластичной матрицы оно будет происходить по кратчайшему расстоянию, начинаясь на одной из границ раздела, независимо от вида нагрузки (направление 2, рисунок 22в). В случае хрупкой матрицы разрушение будет носить более сложный характер, начинаясь либо в толще стенки, либо развитие трещин будет проходить не по наиболее тонкому сечению при сжатии и растяжении соответственно. Это связано с положением максимумов деформаций и направлением их градиента.

При увеличении расстояния между включениями преимущественное направление развития трещин изменяется на направленное в область между несколькими соседними включениями (направление 1, рисунок 22в), а при дальнейшем увеличении расстояния – направления трещинообразования перестают зависеть от соседних элементов структуры и рост трещин определяется действием одиночного включения, как концентратора напряжений, согласно принципа Сен-Венана.

Полученные результаты в совокупности с моделированием структуры материала, описанным в *п 3.1.2* позволяют уточнять длину траектории трещины, возникающей в ККМ, не прибегая к использованию явной модели представительного объема.

### 3.6. Инициация трещинообразования для системы дефектов структуры при сложных видах нагружения

К сложным видам нагружения применительно к огнеупорам могут быть отнесены изгиб и комбинации внешнего и внутреннего давления в материале.

Изгиб возникает при развитии в материале градиента температур, вследствие неравномерного расширения или сжатия отдельных областей изделия. Сложностью данного вида нагрузки является зависимость поля компонентов НДС от расстояния рассматриваемой области материала до оси приложенной нагрузки. Таким образом, в этом случае анализу подвергается, в отличие от рассмотренных выше случаев, суперпозиция не одинаковых, а существенно отличных полей напряжений и деформаций.

В качестве геометрической модели для расчетов полей напряжений и деформаций при изгибе использовалась аналогично предыдущим расчетам модель структуры с равновеликими включениями или порами, расположенными регулярно в вершинах правильного октаэдра.

Комбинация внешнего и внутреннего давления характерна для стадии сушки водозатворяемых огнеупорных материалов, например, бетонов. При этом внешнее давление создается за счет собственного термического расширения материала в стесненных условиях, а внутреннее – за счет разложения гидратов вяжущего, сопровождаемого испарением воды во внутренние полости (поры). Эвакуация воды из внутренних полостей требует значительного времени по причине низкого коэффициента диффузии воды в твердом теле [324 - 326]. Разрушение водозатворяемых материалов на стадии сушки происходит значительно чаще по сравнению с трещинообразованием в огнеупорных футеровках вызванным иными причинами. Кроме того, такое разрушение часто носит взрывной характер и приводит к моментальному выходу оборудования из строя. Известен случай взрывного разрушения бетонных стен тоннеля под Монбланом при пожаре 24 марта 1999 года. По этой причине изучение НДС, возникающего при сушке

огнеупорных бетонов (и их разрушения), является одной из приоритетных практических задач нескольких исследовательских групп [28, 324 – 326, 350, 351].

Подробно взаимное влияние различных дефектов, характерное для всех уровней также будет рассмотрено на примере уровня структуры.

### 3.6.1. Трещинообразование в системе сферических пор и включений при изгибе

При изгибе монолитного тела с дефектами структуры, например, огнеупорного ККМ, распределение деформаций может быть представлено эпюрой, приведенной на рисунке 25а. Без учета влияния пор и включений разрушение образца происходит по вертикальной плоскости симметрии «сверху вниз» - от наиболее растянутой к наиболее сжатой части.

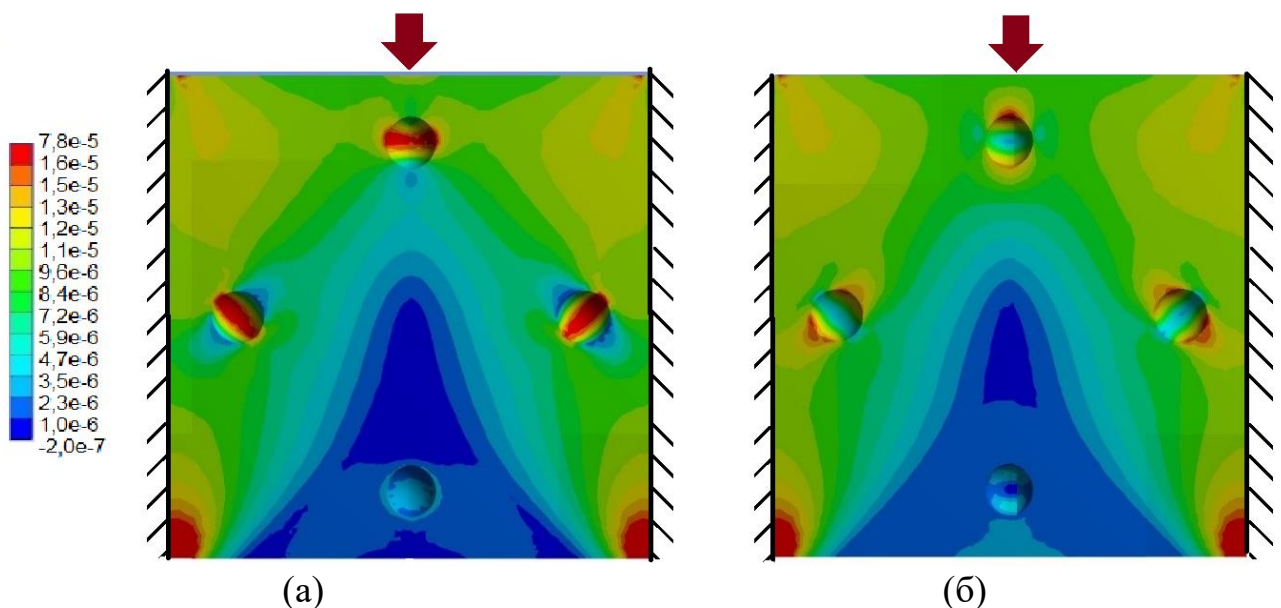


Рисунок 25. Упругие деформации при изгибе для системы: (а) – пор в любой матрице или хрупких включений в пластичной матрице, (б) – пластичных включений в хрупкой матрице. Направление действия силы показано стрелкой.

**Граничные условия** в данном расчете представлены силой, приложенной к малой площадке в центре горизонтальной грани образца (обозначено стрелкой), торцы которого имеют жесткое закрепление (серая область на рисунке) – перемещения узлов сетки на этих поверхностях запрещены:



$$\begin{cases} F_y = F \\ u_i^{x=0} = 0, u_i^{x=l} = 0 \end{cases} \quad (58)$$

где  $F_y$  – сила, параллельная оси  $Y$ , направленная вертикально вверх в плоскости рисунка 36,  $u_i$  – смещения,  $x=0$  и  $x=l$  – геометрическое место закрепленных торцевых поверхностей испытуемого образца (аналогично трехточечному изгибу).

Пустоты или включения изменяют область инициации трещины по сравнению с изгибом однородного материала, что, в конечном итоге может приводить к изменению конфигурации излома образца. При отсутствии дефектов в окрестности плоскости симметрии изгиба, излом проходит по ней, однако, возможны значительные отклонения при наличии дефектов структуры в этой области.

Если в качестве дефекта выступает система пор или рассматривается пластичная матрица с хрупкими включениями (наиболее характерный вариант для огнеупорных материалов при температуре эксплуатации), то эпюра упругих деформаций выглядит как на рисунке 25а. В случае же пластичных частиц в хрупкой матрице, она принимает вид, приведенный на рисунке 25б.

В первом случае первоначальные разрушения будут инициироваться на включениях среднего ряда – в наиболее деформированных областях, обращенных к зоне сжатия на оси изгиба, где наблюдается наибольший градиент деформации. В дальнейшем формирование трещины ожидается в области включения верхнего ряда и верхней поверхности образца. При этом уже сформировавшееся повреждение матрицы вокруг включения среднего ряда будет приводить к отклонению трещины от плоскости симметрии в сторону этого включения.

Во втором случае наибольшие деформации наблюдаются на включениях верхнего ряда, находящихся на оси изгиба и в верхней области включений среднего ряда. Более вероятным в этом случае следует считать разрушение по оси изгиба, вследствие большего градиента упругих деформаций в этом направлении.

Также следует отметить, что увеличение расстояния от плоскости изгиба до включения или поры во всех случаях будет понижать вероятность отклонения трещины от осевого направления.

На рисунке 26 приведен пример траектории трещины, образовавшейся при разрушении керамического образца в результате трехточечного изгиба.



Рисунок 26. Направление движения трещины по разным поверхностям образца при трехточечном изгибе. Центральный пуансон действовал на плоскость 1. Фото Буяков А.С., ИФПМ СО РАН.

Со стороны поверхности 3 и 4 (нижняя и боковая поверхности соответственно) наблюдается отклонение траектории трещины в сторону включения (включение видно со стороны поверхностей 3 и 4) согласно ранее сделанному предположению. Область, в которую произошло смещение растущей трещины от оси симметрии на рисунке 26 выделена овалами.

Таким образом, применение градиентного деформационного критерия к прогнозированию локализации источника и направлению развития трещины позволяет объяснить картины разрушения керамических образцов при трехточечном изгибе.

### *3.6.2. Трещинообразование при одновременном действии внутреннего давления и внешней нагрузки*

Как было показано выше, внутреннее давление, возникающее в полостях водозатворяемых материалов в процессе их сушки способно послужить причиной катастрофического разрушения, в случае, когда оно превысит предел прочности

материала. В связи с неоднородностью структуры огнеупорных бетонов такого превышения следует ожидать в первую очередь в окрестностях концентраторов напряжений, особенно пор и микротрещин.

В зависимости от геометрических форм пустот, содержащихся в материале внутреннее давление может приводить к возникновению локальных максимумов напряжений большей или меньшей интенсивности на участках с малым радиусом кривизны на вытянутых порах. Уровень локального максимума напряжений, определенный численными методами, имеет степенную зависимость от соотношения осей пустоты, в которой возникает.

Внешние воздействия на материал оказывают пропорциональное влияние на уровень локальных напряжений и упругих деформаций в окрестности концентраторов. Под внешним воздействием в данном случае будем понимать напряжения и упругие деформации, возникающие, в случае огнеупорных материалов за счет их собственного температурного расширения.

В случае гидравлически твердеющего материала (бетона), который сушится в стесненных условиях, кроме внутреннего давления материал испытывает также внешнюю сжимающую нагрузку в направлении одной, двух или трех координатных осей. На рисунке 27а приведен результат расчета максимальных напряжений в системе пор при различных комбинациях внешнего сжатия единичной интенсивности по каждому направлению и такого же внутреннего давления в зависимости от кратчайшего расстояния (минимальной толщины стенки – ОТС) между порами. ОТС – относительную толщину стенки вычисляли как отношения минимального расстояния между образующими поры (включения) к их радиусу. Сжатие в одном или двух направлениях приводит к усилению эффекта от внутреннего давления, при этом двустороннее сжатие оказывает незначительно больший эффект. Всестороннее сжатие нивелирует эффект внутреннего давления, в том числе меняет направление нагрузки внутри системы с растягивающей на сжимающую.

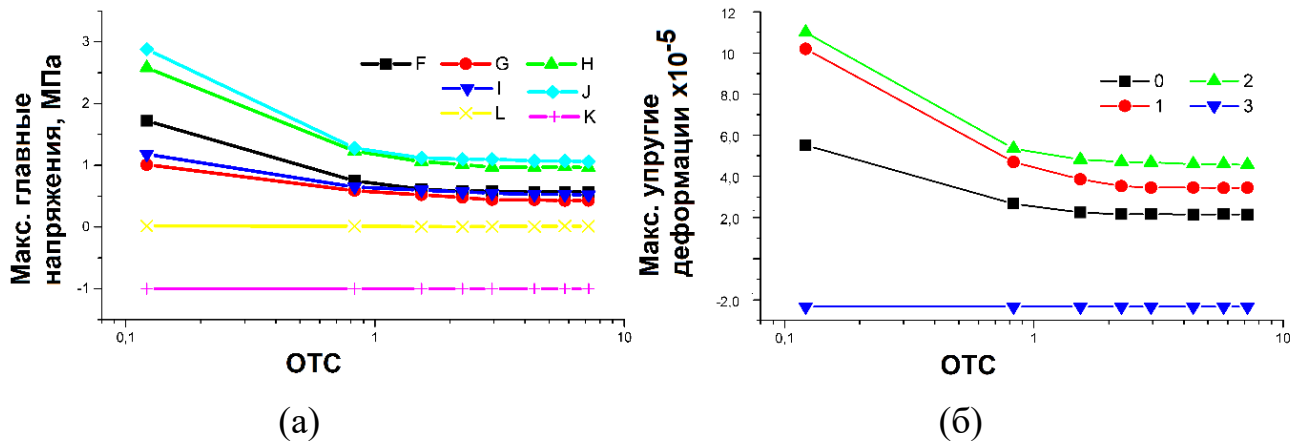


Рисунок 27. Максимальные главные напряжения (а) вокруг группы пор: F – при наличии только внутреннего давления; G, I, L – нагружение только внешним воздействием по одному, двум или трем направлениям; H, J, K – нагружение одновременно внутренним давлением и внешним воздействием по одному, двум или трем направлениям. Максимальные упругие деформации вокруг группы пор под действием внутреннего давления и стесненных условий (б). Цифры – количество осей приложения нагрузки: 0 – только внутреннее давление, 1, 2 или 3 – дополнительное внешнее давление по 1, 2 или 3 направлениям.

**Граничные условия** в этом случае аналогичны проведенному ранее расчету поля упругих деформаций для системы пор (включений), нагруженных внешними силами. Условные обозначения в системе ниже совпадают с обозначениями для (57). Дополнительным условием является наличие внутреннего давления  $P_{in}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} l = 0 \dots 10R \\ F(x_i) = \begin{cases} F, 0, -F & \text{при } x_i = \min(x_i) \\ -F, 0, F & \text{при } x_i = \max(x_i) \end{cases} \\ u(x_{j,k}) = 0 \text{ при } x_i \in S_{sym} \\ i, j, k = 1, 2, 3; \quad i \neq j \neq k \\ P_{in} = P \end{array} \right. \quad (59)$$

Аналогичные результаты показали расчеты упругих деформаций в системе при тех же условиях приложения нагрузки – рисунок 27б. Следует отметить, что всестороннее сжатие является менее опасным для огнеупора с точки зрения разрушения материала, как приводящее к наименьшим деформациям по сравнению с одно- и двухосным сжатием. Таким образом, материал, находящийся в стесненных условиях, способен выдерживать значительно большие номинальные нагрузки по сравнению с более свободными вариантами закрепления конструкции.

В том случае, если система пустот нагружена одновременно внутренним давлением и растяжением в нескольких направлениях происходит более существенное увеличение напряжений и деформаций в точках локальных максимумов. Результаты расчетов приведены на рисунке 28.

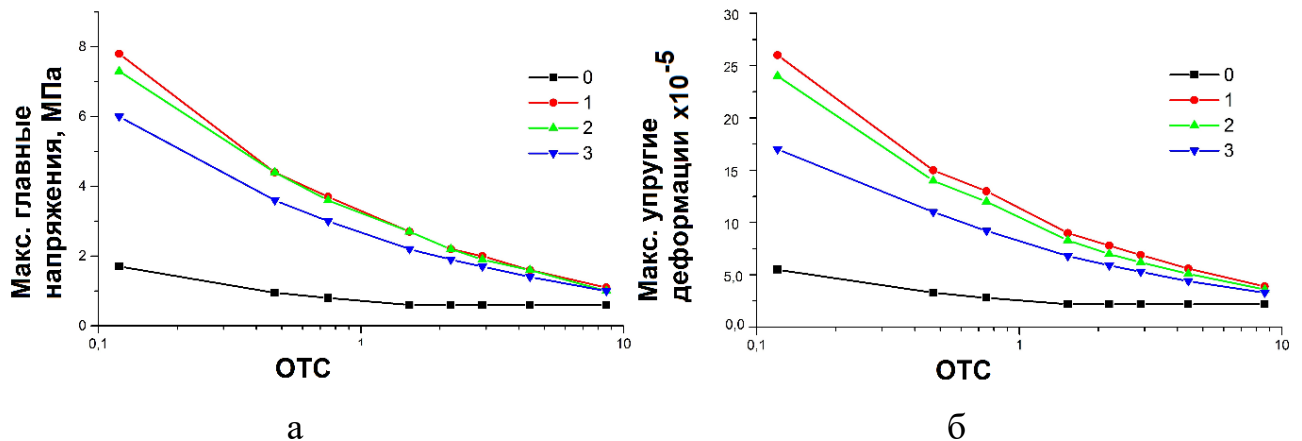


Рисунок 28. Максимальные главные напряжения (а) и упругие деформации (б) вокруг группы пор под действием внутреннего давления и внешнего растяжения. Цифры – количество осей приложения нагрузки: 0 – только внутреннее давление, 1, 2 или 3 – дополнительное внешнее растяжение по 1, 2 или 3 направлениям.

Несмотря на то, что всестороннее растяжение и приводит к заметному снижению напряжений и деформаций по сравнению с одно- и двухосным воздействием, но не происходит изменения характера деформации с растяжения на сжатие. Кроме того, в случае всестороннего растяжения напряжения и упругие деформации оказываются значительно выше, чем при нагружении пористого материала только внутренним давлением. Это означает, что растягивающие нагрузки увеличивают вероятность разрушения материала при наличии внутреннего давления независимо от их направления.

При изгибе также происходит усиление максимальных напряжений и деформаций на внутренних пустотах, нагруженных давлением. Это усиление носит тот же характер, что и при нагружении внешним растяжением, однако, его интенсивность приблизительно в 1,5 – 2 раза меньше, что было определено путем численного моделирования методом конечных элементов.

Соответственно, в материалах, нагруженных внутренним давлением любые внешние воздействия (за исключением всестороннего сжатия) увеличивают локальные максимальные главные напряжения и деформации, которые носят растягивающий характер.

### 3.7. Выводы по главе 3

1. Предложена методика создания численной модели структуры материала на основе данных о зерновом составе его шихты. Полученная модель позволяет определять средние расстояния между элементами структуры материала и уровень напряжений на концентраторах.
2. Предложен и валидирован подход к определению интервала температур, в котором наблюдается хрупкое разрушение огнеупорных материалов на основе стандартного испытания огнеупорной продукции по ГОСТ 4070-2000. Показано, что определение физических и технических характеристик материалов, требуемых для моделирования может выполняться путем стандартных лабораторных испытаний огнеупорной продукции.
3. Рассмотрено поле упругих деформаций в образцах ККМ при различных комбинациях направления внешних нагрузок на образец материала, геометрической формы одиночных пор и твердых включений и вязкоупругих характеристик фаз, составляющих материал. Полученные результаты позволяют анализировать направление трещинообразования в различных температурных областях материалов при разном характере термомеханического воздействия.
4. Рассмотрено формирование суперпозиции полей напряжений и деформаций вокруг пор и включений в материалах. Расчетным путем определены расстояния, на которых данная суперпозиция оказывает влияние на направление роста трещин и расположение области трещинообразования. Показано, что при фактических характеристиках огнеупорных материалов,

влияние расстояния между порами и твердыми включениями на трещинообразование является существенным.

5. Совместное использование моделирования структуры материала по данным об использованных сырьевых компонентах и закономерностей влияния структурных элементов на локальное направление роста трещины позволяет уточнять длину ее траектории, которая в случае ККМ можеткратно превосходить длину отрезка между точкой зарождения и вершиной трещины. Предложенный подход не требует при этом использования модели структуры представительного объема материала в явном виде.
6. Исследовано влияние внешних нагрузок на материалы, находящиеся под действием внутреннего давления. Расчетным путем установлено, что только всестороннее сжатие может приводить к снижению уровня напряжений на концентраторах и позволяет материалам выдерживать нагрузки, превышающие пределы прочности, определенные при одноосном нагружении в квазистационарных условиях. Другие виды нагружения приводят к снижению сопротивления материала внутреннему давлению.

## 4. Модель докритического роста трещин в ККМ в градиентных температурных полях

Трещинообразование в ККМ может быть разделено на три стадии: упругого деформирования, квазихрупкой деформации (связанной с ростом трещин докритического размера на уровне структуры) и стадии катастрофы (или обострения), характеризующейся возникновением магистральных разрушающих трещин уровня изделия и агрегата. В настоящей главе детально рассматривается вторая стадия процесса, как определяющая для ресурса конструкции [24] и объясняющая суть процесса квазихрупкого разрушения. В свою очередь, данная стадия складывается из стадии зарождения или инициации микротрещин, их роста или формирования микротрещиноватой структуры и начала роста магистральной трещины, которая уже описывается при помощи интегральных свойств материала, достигнутых в результате его деградации при формировании микротрещин.

Большое теоретическое значение для понимания процессов разрушения ККМ имеет вопрос роста трещин в окрестностях границ раздела фаз. В качестве индивидуальных фаз могут выступать как обособленные объемы материала, являющиеся различными фазами в термодинамическом понимании (например, различные включения), так и области материала, обладающие различными свойствами вследствие различной температуры.

### 4.1. Локализация трещины в ККМ

#### 4.1.1. Определение области инициации трещины в ККМ

Выше, в *главе 3* была проанализирована локализация областей возникновения трещин в зависимости от геометрической формы и соотношения упругих характеристик включений и связующей матрицы. Фактически, установлено, что области локализации максимальных деформаций и напряжений – зоны, для которых вероятность инициации трещин велика. Рост трещины, начавшийся в этих зонах, согласно введенному в работе критерию продолжается в



направлении максимального градиента упругой деформации. В частности, преимущественное расположение наиболее напряженных участков относительно оси приложенной нагрузки в окрестностях минимальных расстояний между включениями. При этом, дополнительное влияние на общее поле упругих деформаций оказывает суперпозиция таких полей вокруг частиц или пустот при расстояниях между структурными элементами (включениями), соизмеримыми с размером самих элементов.

В реальных материалах на этапе инициации трещин будет происходить конкуренция между различными концентраторами, одновременно возникающие трещины будут приводить к разгрузке напряжений в некоторой окрестности формирующейся поверхности. Соответственно, следует ожидать множественного роста дефектов на концентраторах напряжений, локализация которых будет зависеть в том числе и от скорости приложения нагрузки. Данный эффект исследовали в [42] численными методами и экспериментальном нагружении образцов поликристаллической окиси кремния. Действительно, медленное нагружение приводит к преимущественному формированию повреждений в матрице и на интерфейсах – границах фаз в материале, в то время как при высокой скорости нагружения возрастает степень поврежденности армирующих зерен огнеупора (рисунок 29) [19, 42].

Наблюдаемая картина локализации поврежденности при различных скоростях нагружения объясняется различной динамикой накопления напряжений в зернах и матрице огнеупора. Зерна, как правило, представляют собой плотные, упругие, среды с относительно малой плотностью внутренних дефектов, при этом геометрическая форма зерен может обуславливать образование значительного количества поверхностных концентраторов напряжений. Матрица напротив, обладает высокой объемной плотностью дефектов. Зерна, как правило, обладают более высоким модулем упругости и, как следствие, более высокой скоростью роста напряжений при деформации (напряжения в матрице и зернах при одинаковых значениях упругих деформаций могут отличаться на 2 – 3 порядка

величины, вследствие различий в модуле упругости, однако, отличия в механической прочности оказываются значительно меньше). Одновременно, скорость распространения деформаций в матрице и зернах различна и близка к скорости звука в этих средах (12) и (13) [206].

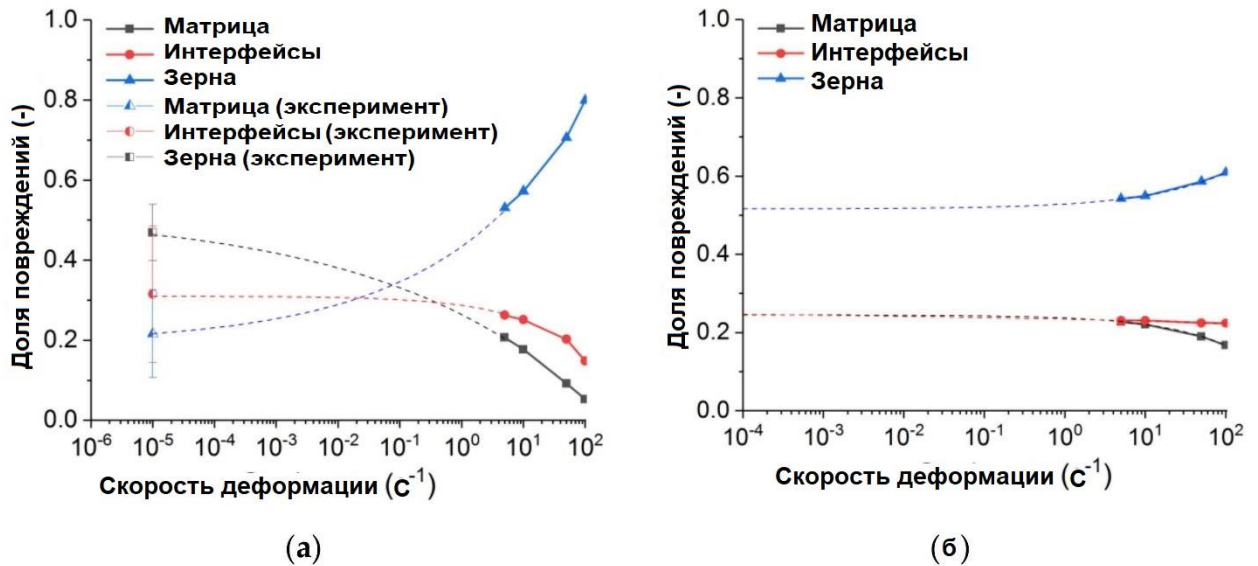


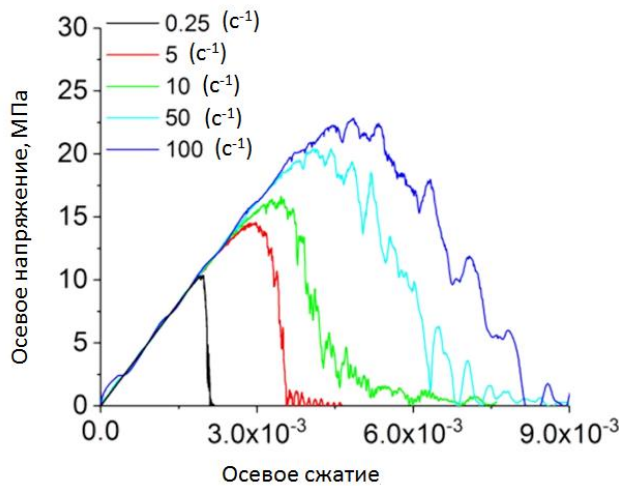
Рисунок 29. Зависимость локализации повреждений материала от скорости нагружения: (а) – при растяжении и (б) – сжатии [42].

Скорость роста трещин и, соответственно, разгрузки за счет локального разрушения может достигать половины от скорости звука [204], авторы [205] вычислили интервал этой скорости как  $0,3 \div 0,4$  скорости звука в упругой среде. Таким образом, при малых скоростях упругой деформации разрушение локализовано в матрице материала за счет близких значений скорости нарастания нагрузки и роста трещин, а при высокой скорости, вследствие запаздывания разгрузки в процесс вовлекается также зерновая составляющая.

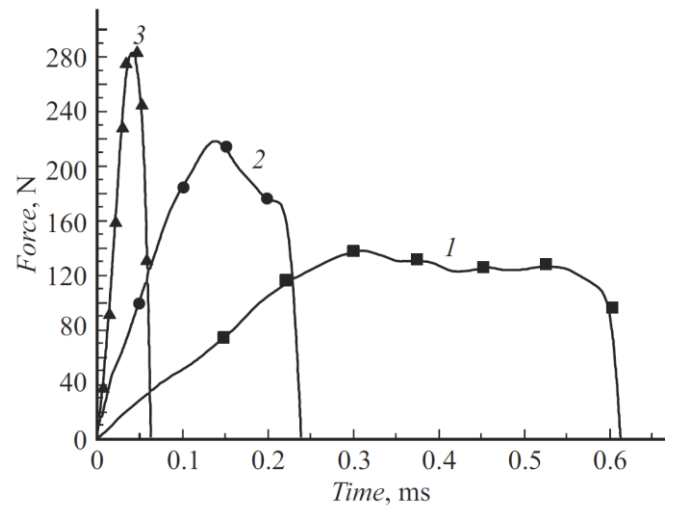
Путем несложных преобразований можно получить уравнение для вычисления скорости деформации, требуемой для вовлечения зерен армирующего каркаса в процесс трещинообразования:

$$\left(\frac{d\varepsilon_1^e}{d\tau}\right)_{cr} = \frac{(\sigma_{cr}^t)_{gr}\omega_m}{E_{gr}xk}, \quad (60)$$

где  $\left(\frac{d\varepsilon_1^e}{d\tau}\right)_{cr}$  – минимальная скорость деформации, требуемая для прохождения трещины через зерна каркаса,  $\text{с}^{-1}$ ,  $(\sigma_{cr}^t)_{gr}$  – предел прочности зерен на растяжение, Па,  $\omega_m$  – скорость звука в матрице, м/с,  $E_{gr}$  – модуль упругости зерна, Па,  $x$  – расстояние от поверхности приложения нагрузки до рассматриваемого зерна, м,  $k$  – безразмерный коэффициент, связывающий скорость распространения трещин в матрице со скоростью звука (может принимать значения от 2 до 10, согласно [205] или  $2,5 \div 3$ , согласно [206]). Применение зависимости (60) к типичным огнеупорам для оценки порядка величины  $\left(\frac{d\varepsilon_1^e}{d\tau}\right)_{cr}$  показало, что для прохождения трещин через зерна необходима скорость нагружения порядка  $10^2 \text{ с}^{-1}$  или более. Данный тезис подтверждается также фиксируемыми значениями прочности материала при различных скоростях подачи нагрузки (рисунок 30а), что объясняется вовлечением более прочной зерновой фракции в процесс трещинообразования.



(а)



(б)

Рисунок 30. (а) – Диаграмма деформирования при динамическом растяжении [42]; (б) – Типичный профиль силы от времени для трех разных скоростей деформации: 1 — 180, 2 — 455, 3 — 2035 1/с [211].

Аналогичное увеличение измеренной прочности композиционных материалов зафиксировано в многочисленных экспериментальных работах по определению динамической прочности по методу Кольского [352 – 356] для

широкого класса объектов [209, 210, 357 – 372]. Также зафиксировано соответствие порядка величины критической скорости нагружения, рассчитанной по формуле (60) и определенной экспериментально, при которой происходит изменение сценария разрушения композиционных материалов [211] (в рассмотренном авторами случае – с пластичного на хрупкий при увеличении скорости нагружения).

Запаздывание начала трещинообразования в матрице после достижения критического уровня напряжений позволяет развиваться критическим напряжениям также и в зернах каркаса. Подобное поведение при высокой скорости нагружения свойственно также пластичным материалам, в частности в [373] отмечено изменение характера разрушения брони с пластичного на хрупкий при трехкратном увеличении скорости движения ударника.

Следствием рассуждений, приведенных выше, является то, что в зависимости от скорости приложения нагрузки основным источником трещин в композиционном материале будут служить либо концентраторы напряжений в матрице, либо в зернах армирующего каркаса. При этом время разрушения материала сокращается при увеличении скорости приложения нагрузки. [209, 211] (рисунок 30б).

В работе [374] рассмотрен экспериментальный случай формирования механической нагрузки в композиционном материале за счет быстрого нагрева материала. Скорость нагрева достигала  $10^9$  К/с. Возникающие механические напряжения в этом случае также приводили к трещинообразованию в зернах армирующего каркаса. При этом скорость нарастания деформаций может достигать  $10^{3÷4}$  с<sup>-1</sup>.

Таким образом, инициация роста трещины происходит в микрообъеме материала, где сложились условия для разрушения – достигнут критический уровень напряжений, либо локальных деформаций. При этом, в зависимости от скорости нарастания нагрузки будет реализован хрупкий или квазихрупкий сценарий разрушения и в качестве инициаторов трещинообразования выступят матрица или зерна каркаса композиционного материала. Нагружение при этом

может носить как чисто механический, так и термомеханический характер, то есть может быть инициировано локальным изменением температуры объекта.

#### *4.1.2. Трехточечный изгиб огнеупорного материала при квазистатическом нагружении*

Для типичной структуры огнеупора было выполнено численное моделирование стандартного испытания материала на прочность при трехточечном изгибе, как пример медленного накопления деформаций в материале, не приводящий к разрушению зерен армирующего каркаса, вплоть до образования магистральной трещины. Условия приложения нагрузки в этом случае были квазистационарными: согласно стандарту (ГОСТ Р 50526-93), не допускался рост механических напряжений более чем 5% от ожидаемой прочности в секунду.

Определение напряжений для такого испытания выполнено методом конечных элементов в трехмерной постановке. При этом размер образца и расчетной области составляет 150x25x25 мм, к торцам прикладывали условие «жесткой заделки» - запрещено перемещение узлов на этих поверхностях, а к центральной части образца прикладывали силу, обеспечивающую его изгиб: **граничные условия** определяются системой (58). Характерный размер конечных элементов для расчетной сетки выбирали около 1 мм, соответственно, их общее количество составляло около  $10^5$ . В серии проведенных вычислений варьировали изгибающую силу до достижения напряжений в центральном сечении образца, обеспечивающих выполнение условия начала роста трещины на типичном концентраторе напряжения (микротрещине) для материала.

Оценка размерных параметров концентраторов напряжений матрицы, являющихся геометрическим местом возникновения трещин, выполнена путем компьютерного моделирования по оригинальной методике автора (**n. 3.1.**)

Критерием начала роста трещины считалось достижение растягивающим напряжением на типичном для материала концентраторе напряжений предела прочности на разрыв для материала матрицы, либо соответствующей упругой

деформации в вершине дефекта (60). Напряжения в вершине микротрещины определяли в соответствии с зависимостью (10).

Экспериментально определенные свойства материала, использованные для расчета приведены в таблице 7.

Таблица 7.

Свойства материала, используемые для моделирования

| Показатель                                     | Значение |
|------------------------------------------------|----------|
| Прочность матрицы при растяжении, МПа          | 20       |
| Модуль упругости матрицы, ГПа                  | 10       |
| Вязкость разрушения матрицы, МПа·√м            | 2        |
| Прочность армирующих зерен при растяжении, МПа | 150      |
| Модуль упругости зерен, ГПа                    | 250      |
| Прочность композита при изгибе, МПа            | 8        |

Очевидно, что по мере роста микротрещины требуемое для его продолжения напряжение в окрестности ее вершины снижается (рисунок 31, красная линия, соответствующая (10)).

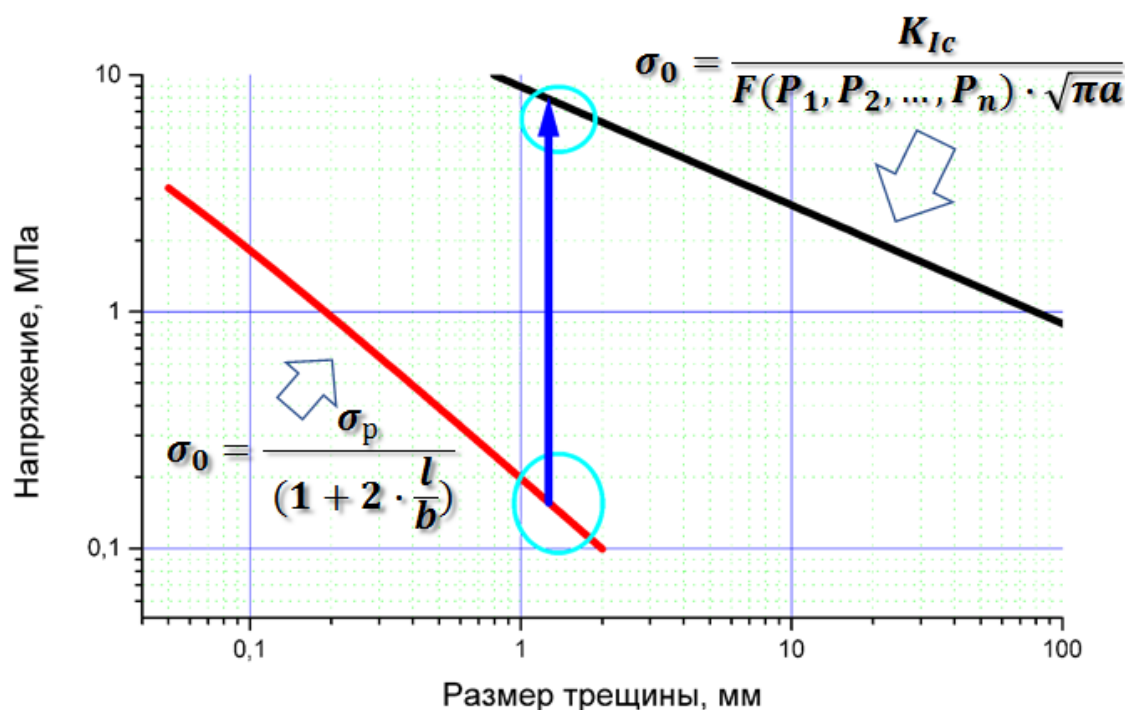


Рисунок 31. Корреляция между максимальным размером трещиноподобного дефекта и фактическим значением прочности для одного из периклазоуглеродистых огнеупоров.

Согласно данным **п. 3.1** при достижении трещиной размера порядка  $10^{-3}$  м, ее вершины придут в соприкосновение с зернами каркаса, обладающими значительно большей прочностью, чем матрица. Далее возможно изменение направления роста трещины, либо начало роста соседних микротрещин, либо разрушение одного из зерен каркаса. Как правило, в огнеупорах на этой стадии формируется трещиноватая структура. Разрушение такой структуры требует большего уровня механических напряжений по сравнению с увеличением длины одиночной докритической трещины и носит катастрофический характер, причем напряжения, при которых образуется магистральная трещина зависят как от параметров сформировавшейся структуры, так и от геометрических характеристик самого разрушаемого объекта. Соответствующая линия на рисунке 31 была получена путем расчета по методике, описанной в [24] для эллиптической трещины в теле конечного размера (7).

Функция  $f$  в уравнении (7) изучена численными методами для большинства распространенных случаев проектирования [24], а само значение вязкости разрушения определяется в лабораторном эксперименте в соответствии с ГОСТ 25.506-85 и ГОСТ 29167-2021. Для рассмотренного случая – внутренняя трещина, размер которой составляет менее 20% от размера объекта согласно рекомендациям [24] использовался следующий вид функции  $f$ :

$$f = \alpha^{-\frac{3}{4}} \left( \frac{4}{3\pi} \left( 1 + \frac{\alpha}{2} + \frac{3\alpha^2}{8} + \frac{5\alpha^3}{16} \right) - 0,47\alpha^4 + 0,663\alpha^5 \right), \quad (61)$$

$$\alpha = 1 - \frac{2l}{W}$$

где  $W$  – характеристический размер объекта, в данном случае длина стороны сечения балки для испытания огнеупора на предел прочности при трехточечном изгибе.

Переход между линиями на рисунке 31 находится в области ожидаемого размера микротрещины, в случае ее контакта с ближайшими зернами каркаса (ее длина в этот момент времени равна среднему расстоянию между армирующими

зернами), а экспериментально измеренная прочность композиционного материала (см. таблицу 7) также соответствует расчетному значению.

#### *4.1.3. Динамическое нагружение огнеупора по методу Кольского*

Прямой эксперимент по валидации зависимости характера разрушения огнеупора от скорости деформации был проведен по методу Кольского в ННГУ им. Лобачевского [375]. Целью эксперимента было установление различного характера разрушения образцов ККМ, деформируемых с различной скоростью. Предполагалось, что при деформации с докритической скоростью область разрушения будет находиться преимущественно в матрице материала, а при более высоких скоростях деформации будет наблюдаться разрушение и его зернового каркаса. В качестве объекта исследования выступали серийные огнеупорные материалы, производства «Группы «Магнезит» периклазошпинельного состава. Образцы диаметром и высотой 50 мм нагружали ударным способом с различной скоростью движения ударника и, соответственно, упругой деформации, как превышающей вычисленный критический уровень  $10^2 \text{ с}^{-1}$ , так и с меньшей скоростью. В процессе эксперимента считывали импульсы, возникающие в ударнике и мерном стержне, по которым восстанавливали значения упругой деформации материала и ее производную по времени (скорость нагружения). Кроме того, процесс разрушения записывали на видео.

На рисунке 32 приведены по три последовательных кадра разрушения материала при скорости деформирования менее (а) –  $80 \text{ с}^{-1}$  и более критической (б) –  $350 \text{ с}^{-1}$ . Были зафиксированы значения прочности материала 60 и 110 МПа соответственно.



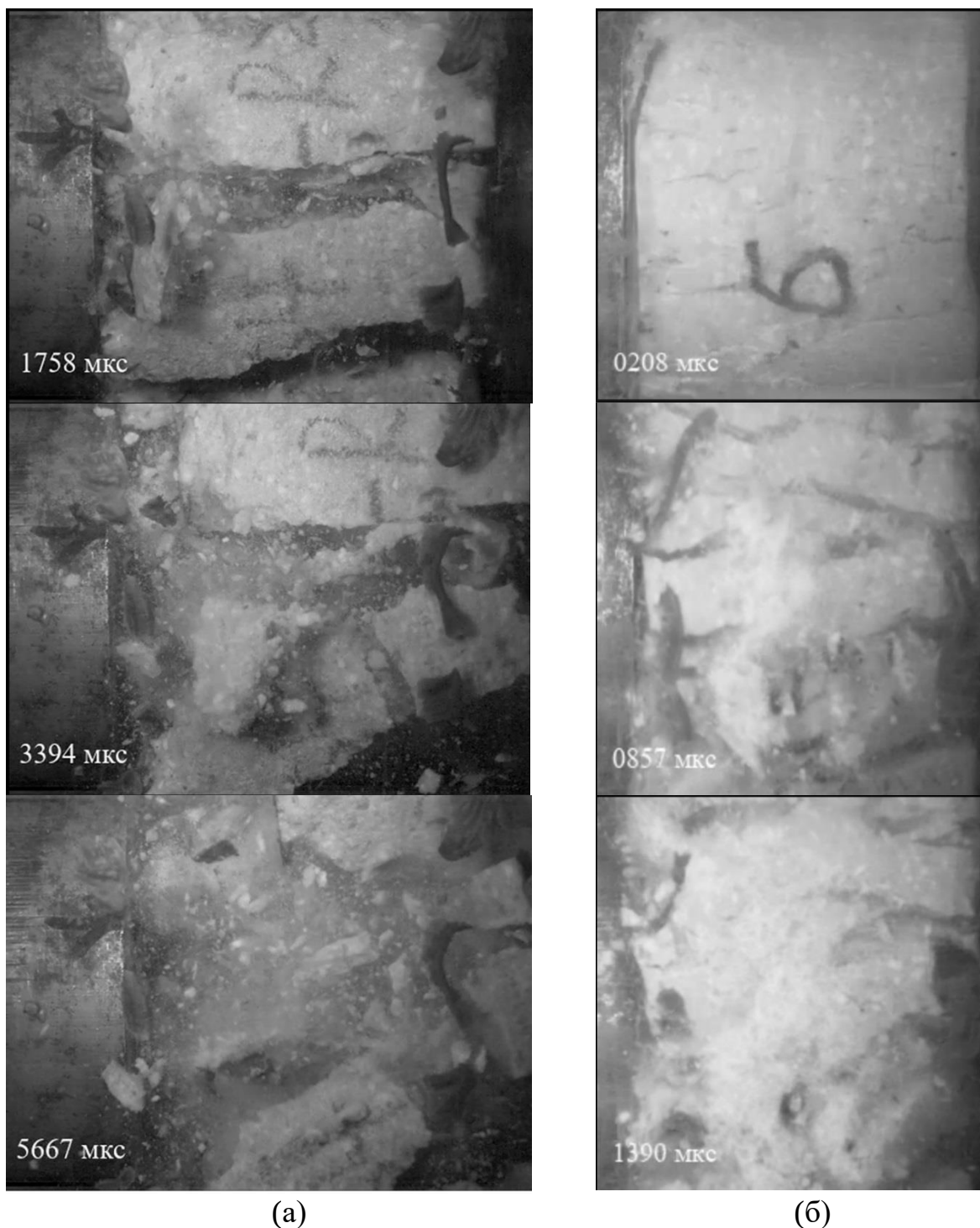


Рисунок 32. Характер разрушения огнеупорного материала при малой (а) и высокой (б) скорости деформации.

При малой скорости деформирования (рисунок 32а) происходит разрушение материала на крупные блоки. Трещины проходят преимущественно по матрице или границам раздела между матрицей и зернами каркаса. На рисунке видно, что фрагменты представляют собой либо отдельные зерна каркаса, размером около

2 мм, либо блоки включающие зерна каркаса и прилегающие фрагменты матрицы, в этом случае размер обломков составляет 5 мм и более. При быстром нагружении (рисунок 32б) – напротив, виден множественный рост трещин на начальной стадии, сменяющийся интенсивным объемным разрушением на некотором удалении от поверхности приложенной нагрузки. Разрушение в этом случае фиксируется как в матрице материала, так и в зернах каркаса. Фрагменты на фото представляют собой пылевидные частицы, размер которых можно оценить, как существенно меньший 1 мм (на 1 – 2 порядка величины), то есть менее чем типичный размер компонентов зерновой фракции, что подтверждает трещинообразование внутри зерен армирующего каркаса материала.

Таким образом, экспериментально показано изменение характера разрушения ККМ при увеличении скорости деформирования сверх расчетного критического значения. Разрушение в докритической области представлено образованием крупных блоков материала с прохождением трещин по границам раздела зерен каркаса и матрицы, зерна при этом в основном не подвергаются разрушению. В закритической области происходит объемное разрушение материала на мелкие пылевидные фрагменты, причем разрушению подвергаются и зерна каркаса.

#### 4.2. Формирование микротрещиноватой структуры

Возникшая микротрещина в композиционном материале распространяется со скоростью до 0,5 скорости звука в данном материале [205] до наступления одного из следующих событий:

- Встреча с препятствием – выход на границу раздела фаз – структурных элементов материала (частный случай – выход на границу объекта).
- Прекращение поступления энергии в вершину трещины, которое может наблюдаться при кратковременном воздействии на материал.

Дальнейший сценарий роста трещины в первом случае зависит от граничных условий, определяющих интенсивность и характер нагрузки. Различные варианты

развития разрушения рассмотрены ниже. В случае термомеханического разрушения огнеупоров в большинстве случаев скорость роста напряжений недостаточна для разрушения ККМ (огнеупора) как абсолютно хрупкого тела – одностадийного образования магистральной трещины. На практике при термомеханических нагрузках реализуется вариант последовательного механизма роста трещины со значительным числом циклов нагружения – разгрузки окрестности растущей трещины, сопровождающихся ее поэтапным удлинением.

В гетерогенных материалах растущая трещина преодолевает границы раздела фаз. В качестве фаз могут выступать как вещества в различном агрегатном состоянии, например, поры, заполненные воздухом или водой – для водозатворяемых материалов (гидравлически твердеющих бетонов), так и вещества одного агрегатного состояния – например, зерна армирующего каркаса и однородная матрица, обладающие существенно различными упругими характеристиками. Кроме того, с учетом особенностей службы высокотемпературных материалов существенно различаться могут и упругие характеристики в пределах одной фазы, при наличии большого градиента температуры в ней. Данная ситуация является обычной для условий эксплуатации огнеупора, при этом различные зоны материала могут в одно и то же время проявлять пластические и хрупкие свойства.

Данный раздел посвящен анализу особенностей прохождения трещин через границы раздела фаз на стадии формирования микротрещиноватой структуры. Такие границы раздела фаз, зачастую являются препятствиями для роста трещин, приводящими к их остановке или изменению направления роста.

#### *4.2.1. Граница раздела «матрица – зерно каркаса»*

В гетерогенных материалах, например, керамике или огнеупорах границы раздела зерен и матрицы встречаются относительно часто. В *п. 3.1* (таблица 3) приведен пример средних расстояний между армирующими зернами разных фракций для одной из марок огнеупоров, выпускаемых в промышленных объемах

Группой «Магнезит». Очевидно, путь трещины до выхода на какую-либо границу раздела не может значительно превышать среднее расстояние между зернами. В типичном случае такое расстояние (средний свободный пробег трещины) составляет не более нескольких миллиметров.

Как правило, армирующие зерна в керамических материалах представлены крупнокристаллическими материалами с низкой пористостью и малой плотностью дефектов структуры. Соответственно, они обладают повышенными по сравнению с окружающей матрицей упругими характеристиками и большим пределом прочности при распространенных видах механических нагрузок.

Результат продвижения вершины трещины на границе раздела «зерно – матрица» зависит от энергии упругой деформации, накопленной трещиной (напряжений в ее вершине), соотношения упругих характеристик материала зерна и матрицы и угла прохождения границы раздела трещиной. В работе [240] показано, что пересечение границы раздела зерен маловероятно, если отклонение от перпендикулярного направления превышает 30 градусов. Применение энергетического критерия приводит к схожим результатам при использовании типичных упругих характеристик керамических и огнеупорных материалов [77].

Рассмотрим малую область радиуса  $R$  у вершины трещины, такую, что деформации в этой окрестности можно считать постоянными. Энергия упругой деформации для этой области может быть определена при помощи зависимости (45). На рисунке 33а приведена схема такой области. Полукруглая область – окрестность вершины трещины, в которой поле упругих деформаций условно считается постоянным, стрелкой показано направление роста трещины, линиями 1 и 2 показано положение границы раздела для случаев если трещина растет перпендикулярно границе и под произвольным углом к ней, соответственно.

Согласно закона сохранения, энергия, накопленная растущей трещиной, не изменяется при переходе из одной среды в другую. Соответственно преобразование зависимости (43) при допущении, что геометрическая форма вершины трещины не изменяется при переходе через границу раздела фаз

позволяет вычислить НДС вершины трещины до и после перехода границы раздела. Например, при перпендикулярном положении трещины:

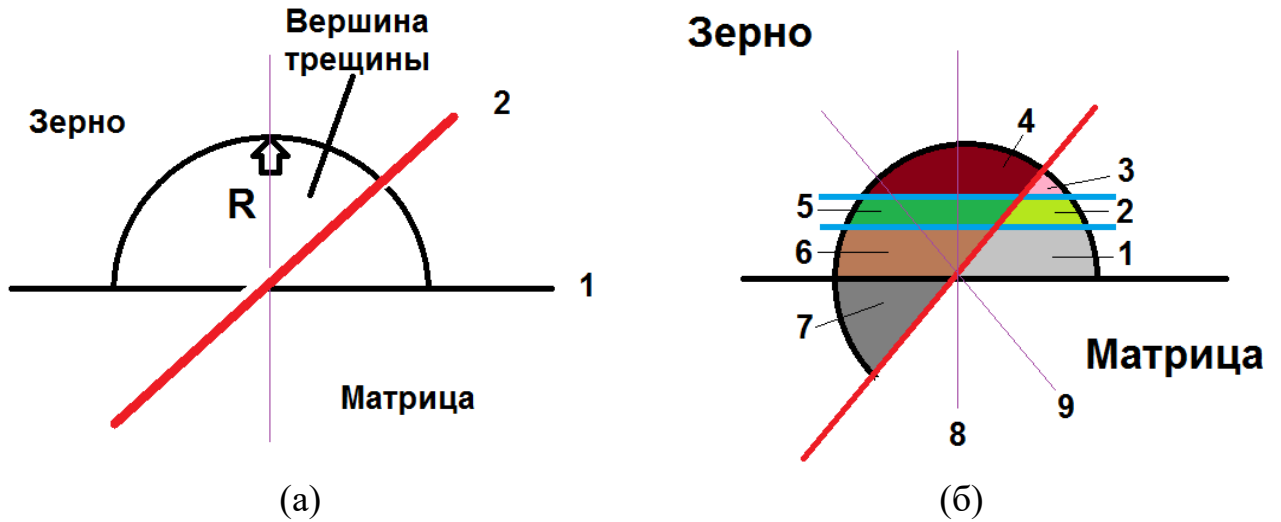


Рисунок. 33. Схема прохождения трещиной границы раздела фаз: (а) – при скачкообразном изменении свойств на границе раздела; (б) – при наличии интерфейса. Пояснения приведены в тексте.

$$\varepsilon_{gr} = \varepsilon_{mt} \sqrt{\frac{E_{gr}}{E_{mt}}}, \quad (62)$$

где  $\varepsilon_{gr}$  – упругие деформации в окрестности вершины трещины внутри зерна,  $\varepsilon_{mt}$  – упругие деформации в вершине трещины в матрице,  $E_{gr}$  и  $E_{mt}$  – модули упругости материала зерна и матрицы соответственно. Допущение о сохранении геометрии вершины трещины (вследствие малого геометрического размера рассматриваемой области) позволяет в этом частном случае исключить размерную составляющую из уравнения. Для произвольного угла наклона оси трещины к границе раздела ( $\alpha^0$ ) зависимость (62) преобразуется в:

$$\varepsilon_{gr} = \varepsilon_{mt} \sqrt{\frac{E_{gr}}{E_{mt}}} \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha^0}{180} \right). \quad (63)$$

Это выражение может быть применено для оценки деформаций в окрестности вершины трещины, пересекающей границу раздела фаз под произвольным углом для определения возможности продолжения роста трещины в

новой фазе. Для этого требуется, чтобы переданной в новую фазу энергии хватило для формирования закритических упругих деформаций в окрестности новой вершины. В качестве критерия такой оценки может выступать эквивалентное механическое напряжение, вычисляемое при помощи зависимости (31). Геометрические параметры вершины трещины при переходе в другую фазу в рамках данной модели не меняются. Под фазой здесь понимается область материала одного агрегатного состояния, обладающая одним и тем же комплексом физико-химических характеристик и соответствующих определению (36).

Предельное положение в случае роста трещины параллельно границе раздела фаз соответствует уравнению:

$$\varepsilon_{gr} = \frac{\varepsilon_{mt}}{2} \sqrt{\frac{E_{gr}}{E_{mt}}} . \quad (64)$$

В том случае, если напряжения в вершине трещины, рассчитанные для зерна (31), превышают его предел прочности происходит переход трещины в зерно, в противном случае трещина останавливается, либо меняет направление роста и продолжает распространяться по матрице или по границе раздела фаз. Условие остановки трещины предполагает, что энергии в вершине трещины будет недостаточно для начала ее роста в другом направлении. В качестве критерия остановки в этом случае можно использовать преобразованное выражение (10) в предположении, что при изменении направления роста трещины напряжения перераспределяются по всему контуру ее вершины, а трещину с измененным направлением на этом этапе можно считать сферической. В этом случае уменьшение максимальных напряжений в вершине произойдет в  $n$  раз:

$$n = \left( \frac{1}{3} + \frac{2l}{3b} \right) , \quad (65)$$

где  $l$  – максимальная длина трещины до контакта с границей раздела,  $b$  – радиус ее вершины. А сами эффективные напряжения могут быть определены по (10) при допущении, что длина и радиус трещины равны.

Описанная выше ситуация, основанная на выражении (62) справедлива в случае, если границей раздела фаз является некоторая абстрактная поверхность, при переходе через которую свойства материала изменяются резко (скачком). В случае если изменение свойств происходит в пределах некоторой зоны, то следует рассмотреть влияние переходной зоны – «интерфейса» на движение вершины трещины в его окрестности.

В литературе встречается определение интерфейсов как двумерных неавтономных фаз [9]. Действительно, эти структуры имеют незначительную толщину, не могут формировать массивные тела и существуют только на поверхностях раздела фаз. При этом их упругие характеристики могут быть определены путем косвенных измерений или расчетными методами [42]. Также, эти характеристики могут быть переменными по толщине этой фазы, совпадая на противоположных границах раздела с характеристиками разделяемых фаз.

Для определения, каким будет изменение направления движения вершины трещины на границе раздела, следует рассмотреть модель, состоящую из трех областей: матрица, зерно и переходная фаза – интерфейс. Графически данная модель представлена на рисунке 33б.

Цифрами на рисунке 33б обозначены: 1, 6, 7 –участки матрицы материала, находящиеся в вершине трещины при различной ориентации ее оси (1 попадает в вершину только при перпендикулярной ориентации оси относительно границы раздела, 7 – только при произвольном угле наклона оси к границе, 6 – в любом случае); 2, 5 участки интерфейса находящиеся в вершине трещины при перпендикулярном и любом положении ее оси соответственно; 3, 4 – то же для участка зерна; 8 – ось трещины при ее росте перпендикулярно границе раздела, 9 – ось трещины при ее произвольном направлении относительно границы. При известном угле наклона и заданном радиусе вершины трещины, площади всех геометрических фигур на рисунке 33б могут быть определены при помощи несложных дополнительных построений. Аналогично выражению (62) для любой

фазы на рисунке 33б может быть рассчитано эффективное напряжение в вершине трещины при сохранении ее геометрической формы:

$$\varepsilon_{m1} = \varepsilon_{m2} \sqrt{\frac{E_{m1} V_{m2}}{E_{m2} V_{m1}}}, \quad (66)$$

где  $\varepsilon_{m1}$  – максимальные главные деформации в окрестности вершины трещины в определяемом материале, например, зерне,  $\varepsilon_{m2}$  – максимальные главные деформации в вершине трещины в определяющем материале, например, матрице,  $E_{m1}$  и  $E_{m2}$  – модули упругости этих материалов соответственно, а  $V_{m1}$  и  $V_{m2}$  – объемы материалов, оказавшиеся в рассматриваемой окрестности вершины трещины соответственно. Ввиду того, что расчеты возможности пересечения трещиной границы раздела фаз, как правило, проводятся после определения упругих деформаций в объеме, содержащем зерно и трещину на основании континуальных свойств материалов, то за базовый (определяющий) материал принимают матрицу, как наиболее близкую по свойствам к интегральным характеристикам ККМ. При рассмотрении плоского случая или случая невысокой кривизны фронта трещины объемы могут быть заменены площадью фигур, либо удельными объемами на единицу длины фронта, которые также пропорциональны площадям фигур.

Таким образом, могут быть рассчитаны эффективные поля напряжений и деформаций для всех фаз, находящихся в вершине трещины и выявлена фаза, которая будет разрушаться преимущественным образом. Изменение геометрической формы вершины трещины также может быть учтено в рамках предлагаемой модели путем введения поправок на соотношение объемов (площадей) фаз в окрестности вершины трещины.

#### *4.2.2. Моделирование НДС вершины трещины на границе раздела матрицы и армирующего включения*

В работе [376] исследовали взаимодействие вершины трещины и поверхности армирующего включения при помощи метода конечных элементов в среде ANSYS Mechanical.



На основании экспериментальных данных была построена компьютерная модель фрагмента включения, содержащего трещиноподобный дефект, как изображено на рисунке 34. На рисунках 34б, 35 и 37 представлено сечение расчетной области. Максимальный размер трещины, возникающей в матрице на участке между двумя крупными армирующими зёрнами, может достигать  $2 \div 2,5$  мм по длине, а типичное соотношение длин осей для таких трещин – около 4 [246, 247]. Внешняя нагрузка была задана согласно температурным условиям с учётом эффекта предплавления, препятствующего хрупкому разрушению материала вблизи его рабочей поверхности (при температурах для огнеупоров сталеплавильного производства выше  $1350^\circ\text{C}$  [17]). В этих условиях хрупкое разрушение обычно происходит на удалении от нагреваемой поверхности в наиболее напряжённой области материала. В этой области в результате термоудара расчётные колебания температуры составляют около  $100$  градусов, а соответствующие термомеханические напряжения, рассчитанные по (26) и (31) для сплошного материала без дефектов, не превышают  $20$  МПа [377].

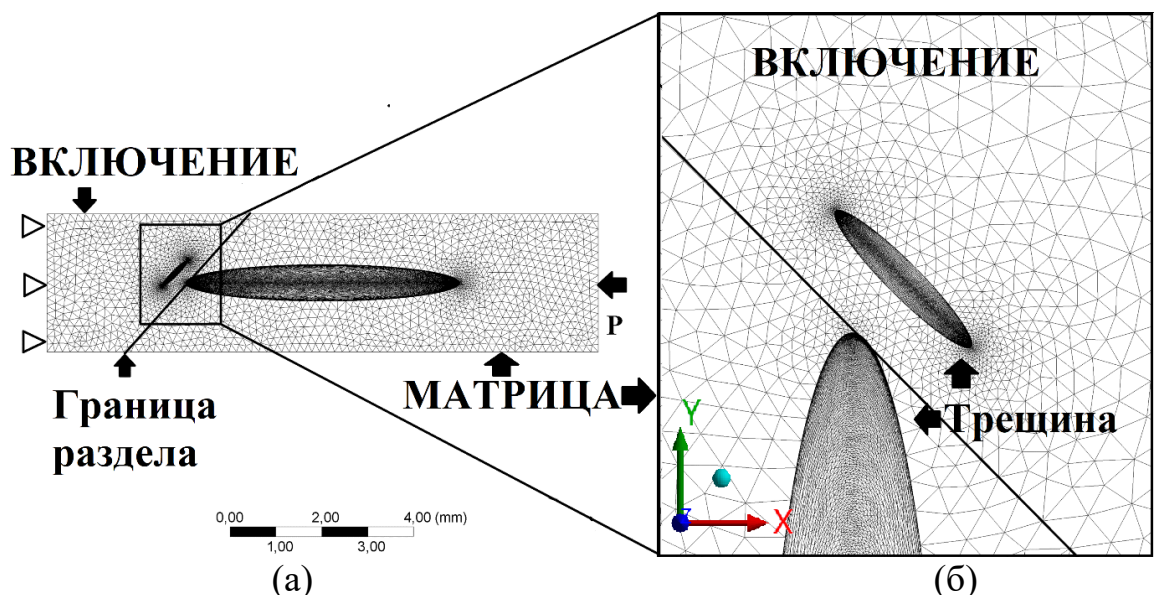


Рисунок 34. Обобщённый вид расчётной области (а) и увеличенный фрагмент зоны контакта трещины в матрице с границей раздела фаз (б) (повёрнуто на  $90^\circ$  относительно (а)). Здесь и далее граница раздела фаз отмечена сплошной линией.

Таким образом, для определения поля напряжений и упругих деформаций на границе раздела включений и матрицы композиционного материала были заданы

геометрические параметры расчётной области и *граничные условия*. В качестве геометрических параметров выступают форма и размеры трещиноподобных дефектов матрицы и внутренних трещин включения. Типичная механическая нагрузка ( $P$ ), действующая на одну из поверхностей расчётной области и запрет на пересечение противоположной поверхности – условие симметрии (Frictionless Support в ANSYS Mechanical) вида (42) формируют *граничные условия* задачи.

Для большей общности результатов напряжения и деформации рассчитывались для нескольких возможных случаев расположения дефектов в окрестности границы раздела фаз. Трещины (пустоты), задаваемые в виде эллипсоидов вращения, располагались как в матрице, так и во включении, как показано на рисунке 34. При проведении расчётов для бездефектных фаз из системы удаляли одну из эллиптических трещин или обе одновременно. Также на рисунке 34 показана расчётная сетка, состоящая из более 2 млн. тетраэдрических элементов. Упругие свойства фаз матрицы и включения (типичные значения, определяемые в лабораторном эксперименте) приведены в таблице 8.

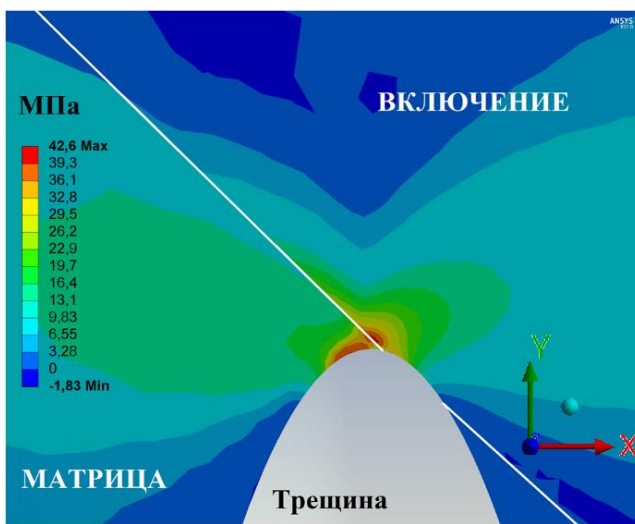
Таблица 8.

Механические свойства фаз, использованных в расчётах.

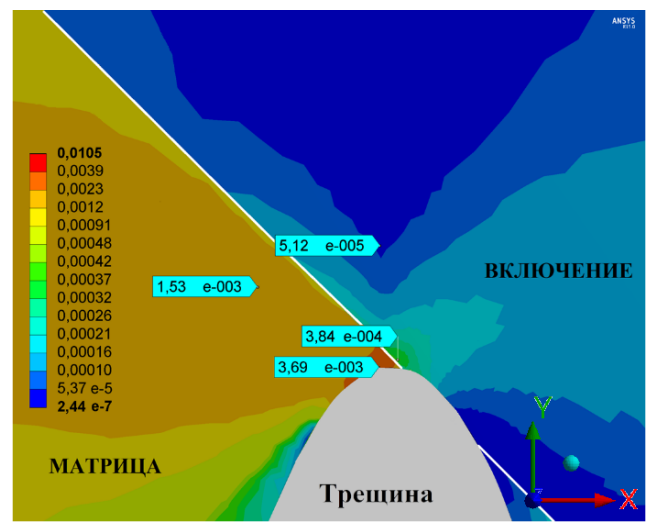
| Свойство                                                               | Значение |                                 |
|------------------------------------------------------------------------|----------|---------------------------------|
|                                                                        | Матрица  | Включение<br>(армирующие зерна) |
| Модуль упругости, ГПа                                                  | 25       | 250                             |
| Коэффициент Пуассона                                                   | 0,15     | 0,15                            |
| Плотность, г/см <sup>3</sup>                                           | 2,5      | 3,5                             |
| Прочность при сжатии, МПа                                              | 50       | 200                             |
| Прочность при растяжении, МПа                                          | 8        | 50                              |
| Коэффициент термического расширения, К <sup>-1</sup> ( $\times 10^6$ ) | 12       | 12                              |
| Размер зёрен, мкм                                                      | Менее 10 | 50 ÷ 5000                       |

В случае, если и в матрице, и в армирующих зернах отсутствуют дефекты структуры, то реализуется ситуация роста трещины на границе раздела матрицы и зерна подробно рассмотренная выше в *п. 4.2.1*.

При наличии трещиноподобного дефекта только в матрице (при плотном контакте между ней и включением) поле механических напряжений сохраняется при переходе через границу раздела фаз (рисунок 35а). Исключение составляет только ближайшая окрестность точки контакта вершины трещины и поверхности включения. Перехода трещины во включение в этом случае не происходит, поскольку напряжения в нём недостаточны для начала его разрушения. Наибольший градиент упругих деформаций при этом направлен вдоль границы раздела фаз. Маркерами на рисунке 35б отмечены значения упругих деформаций для некоторых точек матрицы и включения для определения направления роста трещины в соответствии с критерием (46). Полученный результат свидетельствует о том, что при взаимодействии вершины внешней трещины с бездефектным включением внутри включения не выполняется необходимое условие трещинообразования (33) – (35). Продолжение роста трещины в матрице, согласно условию (46), будет происходить вдоль границы раздела матрицы и включения. Это приведёт к изменению её траектории, обходу включения и продолжению роста трещины вплоть до разрушения всего огнеупорного изделия.



(а)



(б)

Рисунок 35. Поле главных механических напряжений (а) и соответствующих главных упругих деформаций (б) на границе раздела фаз при наличии дефекта в менее прочной фазе (матрице).

На рисунке 36 приведена фотография огнеупорного материала, содержащего трещину, сформировавшуюся под действием термомеханических нагрузок. Хорошо видны многочисленные «обходы» трещиной армирующих зерен в материале при взаимодействии вершины трещины с поверхностью зерна под произвольным углом. Контакт же вершины трещины и зерна перпендикулярно границе раздела двух фаз приведет к временной остановке роста трещины до момента накопления энергии, достаточной для разрушения армирующего зерна. На рисунке 36 стрелкой отмечен случай такого взаимодействия вершины трещины с включением. В зависимости от размеров, расположения и механических характеристик зерна это может оказаться началом роста катастрофической магистральной трещины в материале, вследствие накопления окрестностью трещины значительной энергии упругой деформации.

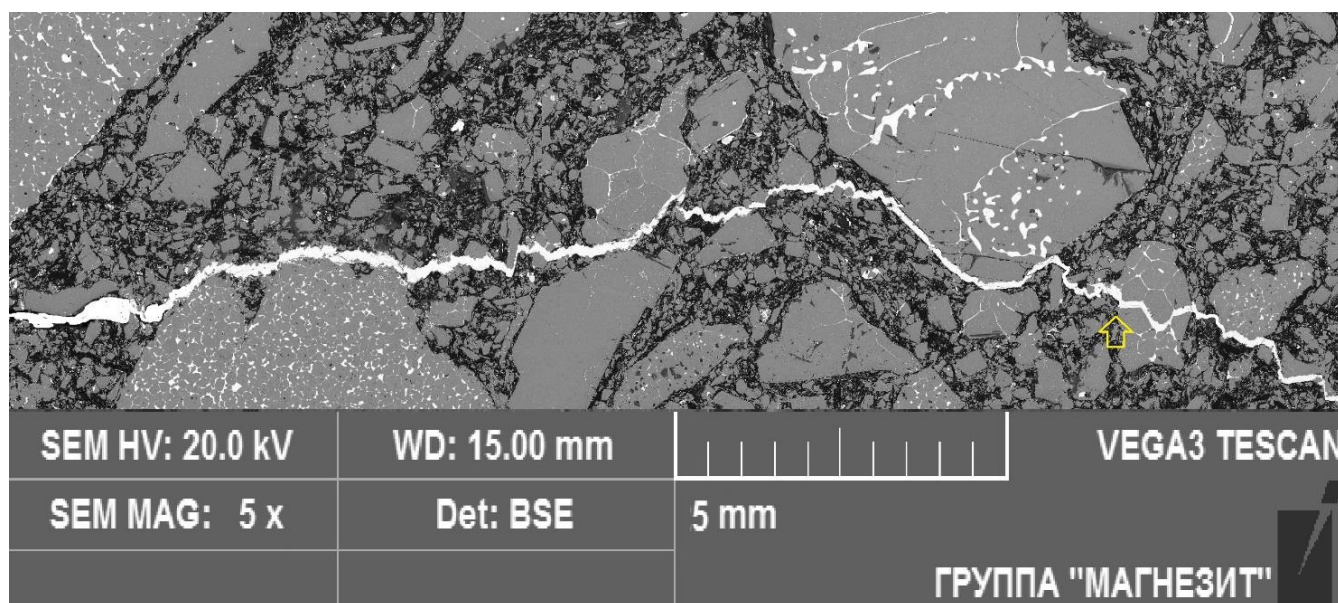


Рисунок 36. Траектория трещины в огнеупоре после термомеханического разрушения.

При наличии трещины в матрице вблизи включения, также содержащего микротрещины, поле напряжений в окрестности вершины трещины в матрице оказывает влияние на напряжения и деформации на поверхности раздела двух фаз. При выходе трещины на границу раздела поле главных напряжений и деформаций внутри включения заметно меняется. На рисунках 37а и 37б приведены эпюры

главных механических напряжений и упругих деформаций, соответствующие моменту контакта вершины трещины, растущей в матрице, с поверхностью включения. В приведенном примере условия начала роста трещины внутри включения выполнены (напряжения в её вершине превышают предел прочности материала при растяжении), а её дальнейший рост, согласно критерию (46), будет направлен вглубь включения от границы раздела фаз.

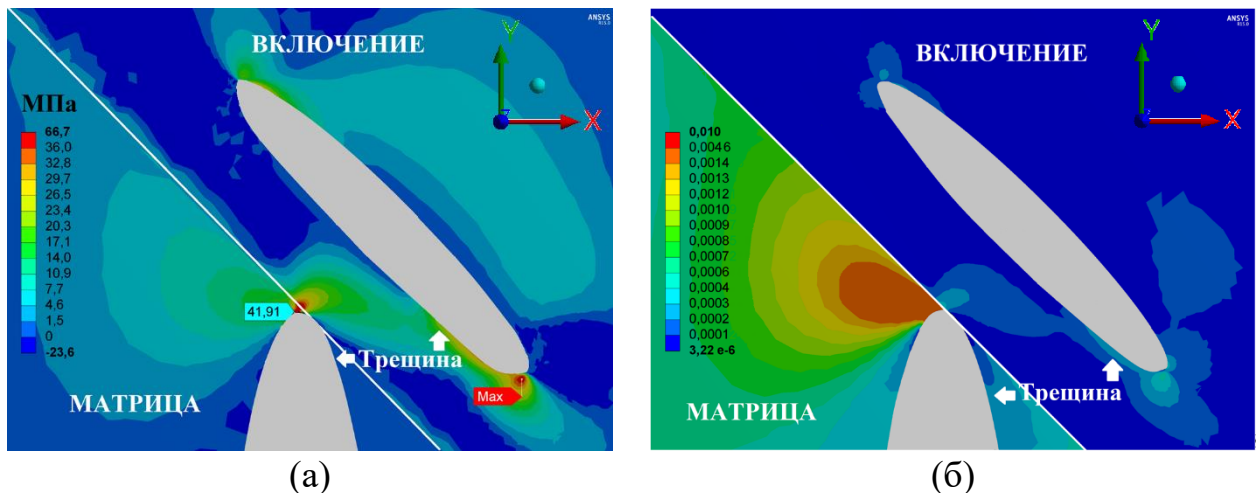


Рисунок 37. Поле главных механических напряжений (а) и соответствующих главных упругих деформаций (б) на границе раздела фаз при наличии дефектов в обеих фазах.

#### 4.2.3. Граница раздела «поры – матрица»

Прохождение вершиной трещины границы раздела фаз, находящихся в разных агрегатных состояниях, например, между твердым материалом и замкнутой порой, заполненной воздухом предполагает резкое изменение радиуса кривизны в вершине трещины и перераспределение напряжений по новой геометрической форме вершины. Соответственно, применение зависимости (10) позволяет определить возможность дальнейшего роста трещины.

Необходимо, как и в рассмотренных ранее случаях учитывать, что поле напряжений и деформаций в вершине трещины может существенно изменяться в зависимости от существующих граничных условий. Например, в случае постоянного уровня упругих деформаций и напряжений в отдаленной окрестности материала вероятность продолжения роста трещины за пределы поры значительно



выше, чем в случае, когда трещина растет в результате накопленной конечной деформации и соответствующего уровня напряжений.

#### *4.2.4. Области материала, находящиеся вблизи температуры фазового перехода*

Рассмотрим этот случай на примере образца материала, одна из граней которого нагрета до температуры, близкой к температуре плавления. Такая ситуация на практике реализуется, например, в огнеупорных футеровках при их эксплуатации, а также была рассмотрена автором на примере одностороннего нагрева образцов пресноводного льда [213]. Подробно эксперимент с термомеханическим разрушением льда был рассмотрен выше (*п. 2.3.3*).

По мере приближения температуры материала к температуре его плавления уменьшается модуль упругости и повышается коэффициент Пуассона – материал становится более пластичным (эффект предплавления). Таким образом, в температурном градиентном поле в материале формируется соответствующее градиентное поле упругих характеристик.

Рассматривался образец ККМ конечных размеров, находящийся в температурном поле, обладающим выраженным градиентом. Одна часть образца находилась вблизи температуры плавления («горячая» часть), другая же – в условиях значительно меньшей температуры («холодная» часть). Модуль упругости и коэффициент Пуассона моделируемого материала в условиях его приближения к температуре плавления описывались как:

$$\begin{cases} E = -k_1(T - T_0) + C_1 \\ \nu = k_2(T - T_0) + C_2 \end{cases}, \quad (67)$$

где  $E$  – модуль упругости,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $k_1$  и  $k_2$  – положительные коэффициенты (знак «минус» показывает обратно пропорциональную зависимость),  $T_0$  – температура нижней границы интервала предплавления, определяемая из уравнения Гиббсона-Томсона (39),  $C_1$  и  $C_2$  – константы, численно

равные показателям свойств материала в «холодном» состоянии (при температуре ниже проявления эффектов предплавления).

Характеристики периклазового огнеупорного материала (на основе оксида магния), для которого изменение упругих характеристик в результате предплавления происходит в интервале температуры  $1350 \div 1450$  °С приведены в таблице 9. Данный материал выбран в качестве модельного, поскольку является одним из самых распространенных огнеупорных материалов для черной металлургии.

Рассматривалось два варианта изменения механических свойств материала при переходе от «холодного» состояния к «горячему». В первом случае считалось, что характеристики материала меняются линейно в интервале температуры от 1350 до 1450 °С (соответствует наличию интерфейсной фазы на границе раздела). Во втором случае рассматривался вариант скачкообразного изменения механических свойств при переходе от одной части материала к другой (в этом случае неавтономная фаза на границе раздела отсутствует).

Таблица 9.

## Характеристики модельного материала.

| Свойство                                 | Значение                         |                                  |
|------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
|                                          | При температуре менее<br>1350 °С | При температуре более<br>1450 °С |
| Модуль упругости, Па                     | $10^{11}$                        | $10^{10}$                        |
| Коэффициент теплового<br>расширения 1/°С | $10^{-5}$                        |                                  |
| Коэффициент Пуассона                     | 0,15                             | 0,45                             |
| Плотность, кг/м <sup>3</sup>             | 3000                             |                                  |

Рассматривалась эллиптическая трещина (полость), находящаяся под действием сжимающей нагрузки  $P$ , направленной вдоль ее длинной оси (рисунок 38). Для расчета использовали трехмерную модель окрестности вершины трещины, растущей вдоль границы раздела областей материала с различными упругими характеристиками. Передняя и нижняя плоскости на рисунке 38 являются

плоскостями симметрии – пересечения этих плоскостей узлами расчетной сетки – запрещено (условие симметрии нижней грани показано стрелками):

$$\begin{cases} P_y = P \\ u_y^{y=0} = 0, u_z^{z=0} = 0 \end{cases} \quad (68)$$

Передняя плоскость **F** является также плоскостью разреза, в которой отражены в дальнейшем результаты расчетов на рисунках 39 – 41.

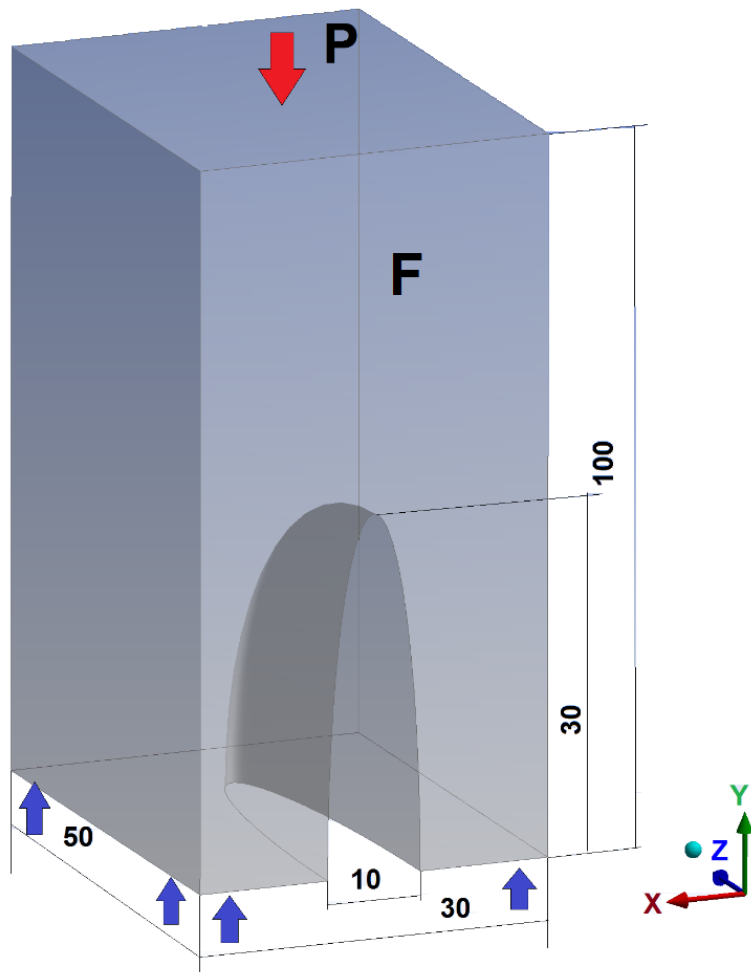


Рисунок 38. Граничные условия для моделирования (размеры указаны в мкм).

Рассматривали два предельных случая положения оси трещины: параллельно и перпендикулярно градиенту температурного поля. Исследованные варианты температурного поля приведены на рисунке 39. В случае, представленном на рисунке 39а «холодная» и «горячая» части образца находятся слева и справа соответственно, а в случае рисунке 39б внизу иверху изображения. Искажения температурного поля на рисунке 39а вызваны теплоизолирующим действием



трещины. При ее отсутствии изотермы представляли бы собой параллельные вертикальные линии.

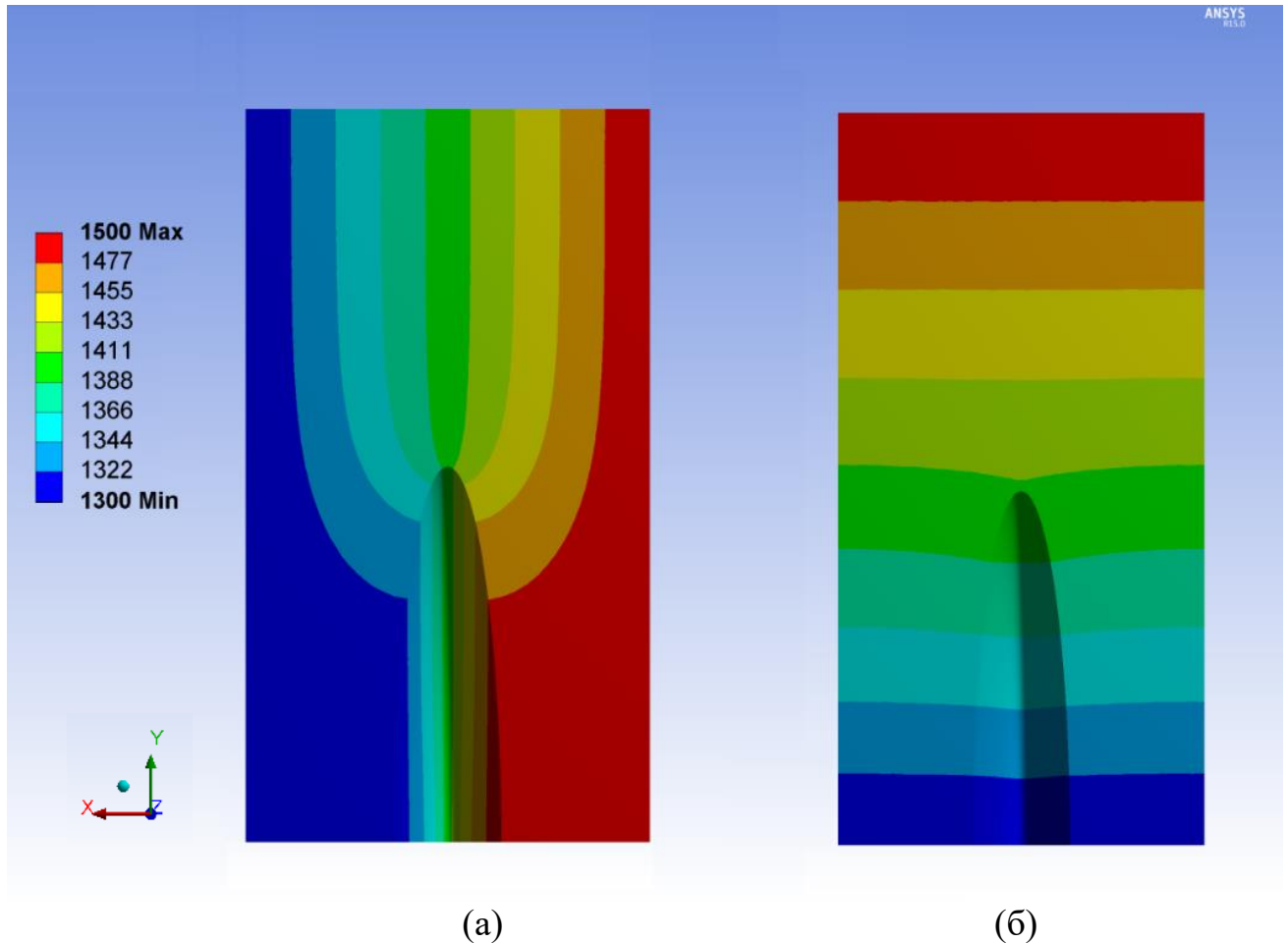


Рисунок 39. Температурные поля для моделирования роста трещины, °C (а) – ось трещины перпендикулярна градиенту температуры, (б) – ось трещины параллельна градиенту температуры.

Для материала, не проявляющего градиентных свойств (на границе раздела областей с различными свойствами их изменение происходит скачкообразно) в рассмотренном поле температур, на рисунке 40 приведено поле главных упругих деформаций в окрестности вершины трещины: (а) – ось трещины параллельна, (б) – перпендикулярна градиенту температурного поля. За счет температурных деформаций тела в одном случае нарушается симметрия поля упругих напряжений (рисунок 40а). Соответственно, согласно градиентного деформационного критерия следует ожидать отклонения направления роста трещины от первоначального в сторону менее растянутой области материала – то есть в сторону меньшей

температуры. В другом случае, если трещина растет вдоль градиента температуры, изменения траектории не ожидается (рисунок 40б).

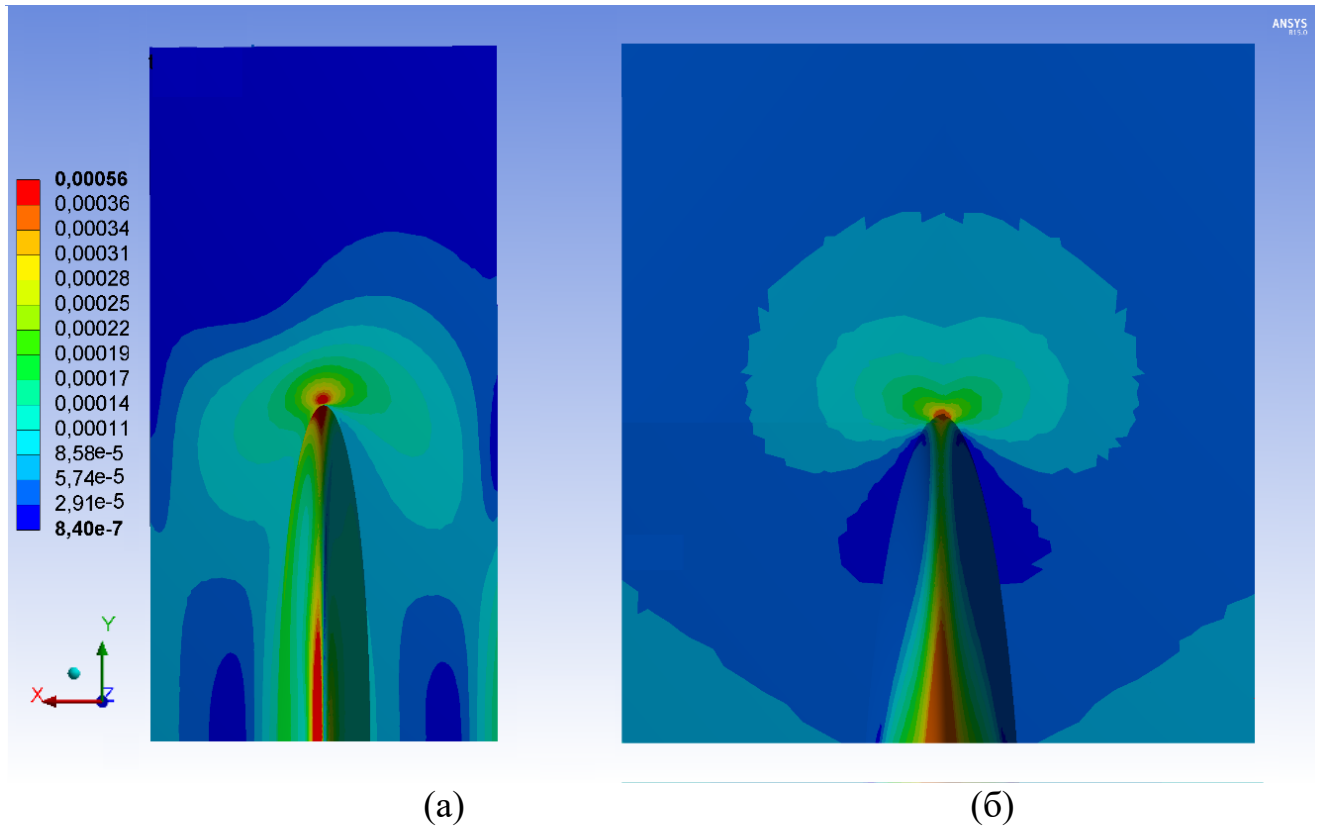


Рисунок 40. Главные упругие деформации в окрестности вершины трещины неградиентного материала в градиентном температурном поле: (а) – ось трещины параллельна, (б) – перпендикулярна градиенту температурного поля.

При развитии трещины в материале, обладающем градиентными упругими свойствами в градиентном температурном поле картина упругих деформаций будет существенно отличаться от приведенной на рисунке 40. На рисунке 41 приведены эпюры главных упругих деформаций для этого набора свойств и граничных условий при направлении оси трещины параллельно (а) и перпендикулярно (б) изотермам (аналогично рисунку 40, температурное поле приведено на рисунке 39).

Основным отличием при росте трещины перпендикулярно градиенту температуры является появление локальной зоны растяжения позади вершины (жёлтая область на рисунке 41а справа от вершины трещины). При этом градиент упругих деформаций в самой вершине направлен таким образом, что отклонения траектории трещины согласно выбранным критериям не предполагается.

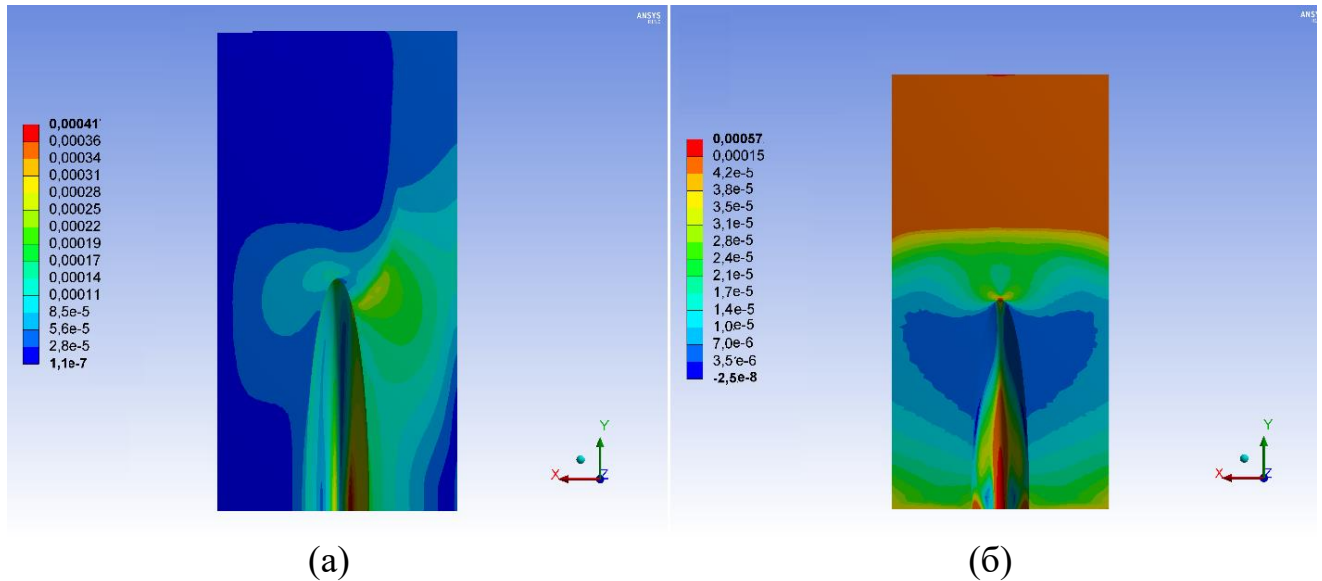


Рисунок 41. Главные упругие деформации окрестности вершины трещины в градиентном материале (а) и градиентном температурном поле (б).

Образовавшийся локальный максимум упругих деформаций позволяет предположить, что возможно возникновение боковых вторичных трещин, направленных к более нагретой поверхности. На практике такой случай наблюдали в эксперименте с образованием вторичных термических трещин в блоках пресноводного льда. На рисунке 42 приведена эпюра упругих деформаций для определения направления роста трещины в блоке при его несимметричном нагреве (локальный нагрев нижней поверхности справа от оси симметрии блока). Направления максимальных градиентов деформаций показано линиями 1 – 5.

В таблице 10 приведены значения градиентов упругой деформации для выявленных направлений. Ввиду того, что направление 5 соответствует росту трещины в сторону горячей поверхности, где материал за счет повышенной температуры обладает пластическими свойствами, оно исключается из расчета. Соответственно, приоритетным направлением для трещины является вариант 4.

На практике, вид образовавшихся трещин приведен на рисунке 43. Красными стрелками обозначена основная трещина (совпадающая с рассчитанным направлением 4), синими – ее боковые вторичные ответвления за счет роста из локальных максимумов упругих деформаций (позади вершины растущей трещины).

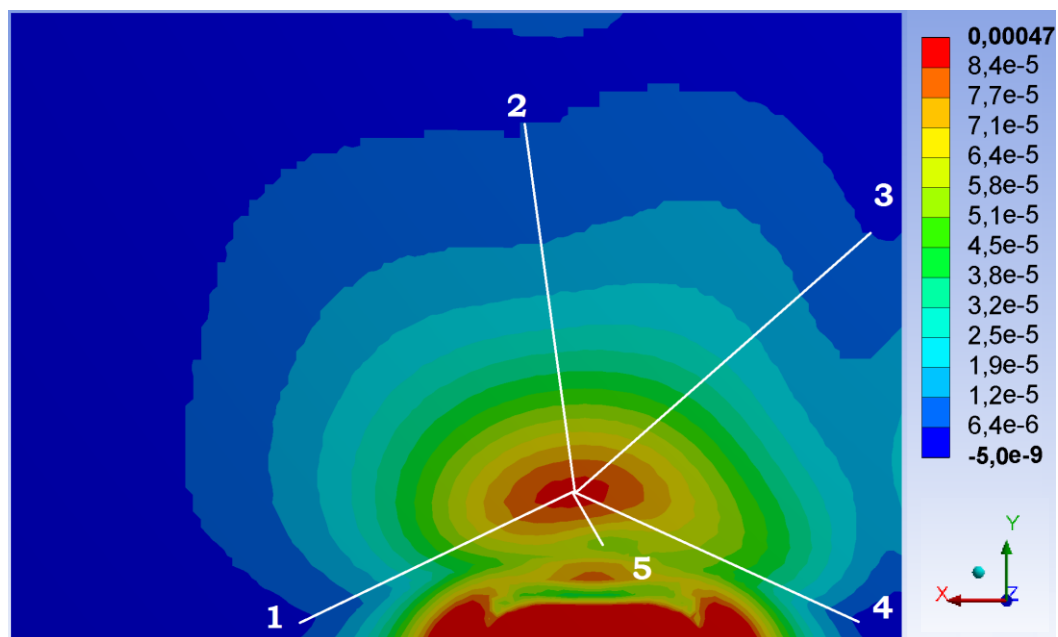


Рисунок 42. Эпюра главных упругих деформаций и возможные направления роста трещин при несимметричном нагреве блока из пресноводного льда.

Таблица 10.

Градиенты главных упругих деформаций для альтернативных направлений роста трещин,  $\text{мм}^{-1}$ .

| Измерение      | Номер направления |                |                |                |                |
|----------------|-------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|                | 1                 | 2              | 3              | 4              | 5              |
| 1              | 0.00078           | 0.00136        | 0.00105        | 0.00094        | 0.00157        |
| 2              | 0.00059           | 0.00042        | 0.00039        | 0.00099        | 0.00158        |
| 3              | 0.00042           | 0.00084        | 0.00078        | 0.00093        | 0.00105        |
| 4              | 0.00041           | 0.00019        | 0.00021        | 0.00081        | 0.00099        |
| <b>Среднее</b> | <b>0.00055</b>    | <b>0.00070</b> | <b>0.00061</b> | <b>0.00092</b> | <b>0.00130</b> |

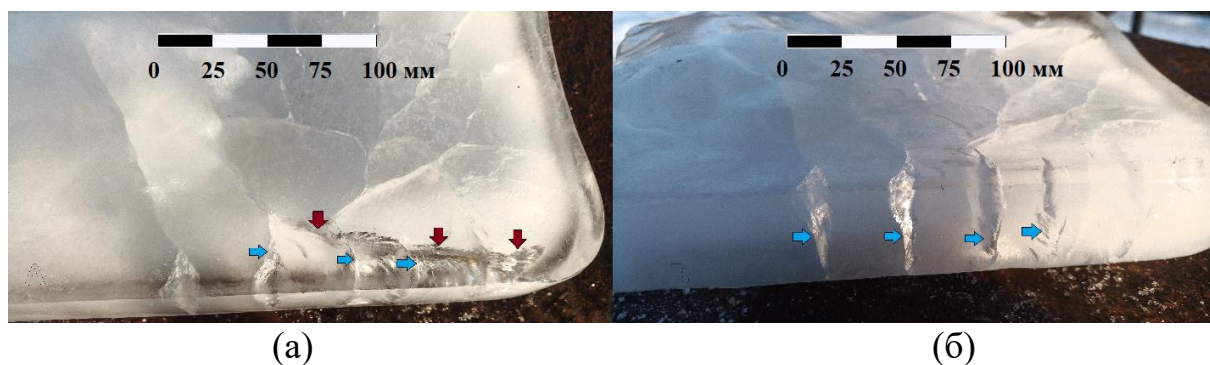


Рисунок 43. Вид трещин, образовавшихся при несимметричном нагреве блока пресноводного льда. (а) – вид сверху, (б) – вид сбоку (со стороны поверхности нагрева). Красные стрелки – основная трещина, синие – боковые ответвления.

Эпюра поля главных упругих деформаций окрестности вершины эллиптической трещины в градиентном материале, направленной вдоль градиента температурного поля (рисунок 39б) приведена на рисунке 41б.

В случае градиентного изменения свойств перед вершиной трещины формируется зона слабого растяжения, а далее – зона сильных растяжений. При этом, максимальный градиент главной упругой деформации направлен противоположно направлению роста трещины (рисунок 41б), что может расцениваться, как торможение роста в рассмотренных условиях. При термическом разрушении блоков льда в условиях эксперимента наблюдали остановку трещины, растущей в направлении нагретых поверхностей – рисунок 44.

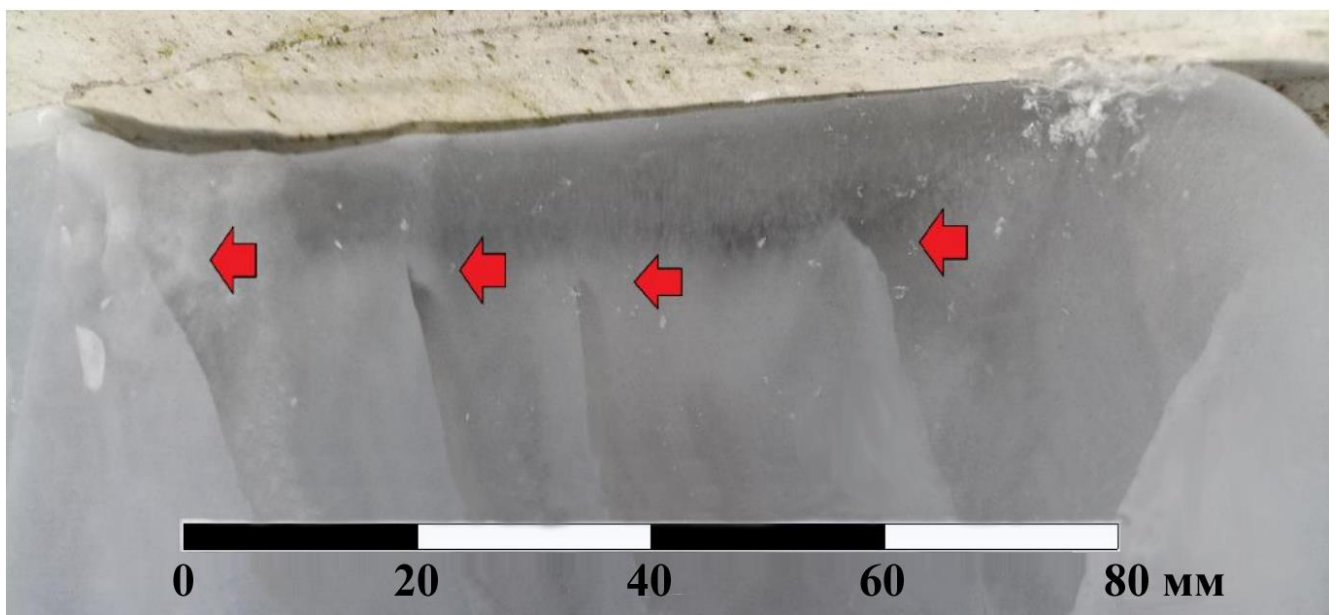


Рисунок 44. Остановка трещин вблизи нагретой поверхности.

#### 4.3. Разрушение микротрещиноватой структуры

Согласно схеме, на рисунке 4 разрушение материала происходит после развития микротрещиноватой структуры, то есть прорастания микротрещин между концентраторами напряжений и ближайшими армирующими элементами. Фактически, в зависимости от скорости приложения нагрузки и свойств материала возникновение магистральных трещин возможно на любом этапе приведенной

схемы, вплоть до мгновенного возникновения разрушающей трещины без предварительного формирования трещиноватой структуры.

Могут быть выделены пороговые значения скорости нагружения при которых изменяется характер роста трещины (без учета влияния температурных эффектов):

1. Разрушение носит последовательный характер при скорости нагружения, позволяющей происходить процессам релаксации за счет формирования микротрещиноватой структуры в матрице:

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \sqrt{\frac{\gamma \Delta S}{EV}}, \quad (69)$$

где  $\frac{d\varepsilon}{d\tau}$  – скорость упругой деформации,  $\gamma$  – поверхностная энергия материала матрицы,  $\Delta S$  – соответствующее приращение площади трещины в объеме материала  $V$ . Выражение (69) может быть приведено путем использования результатов **п. 1.5.1** о размерах области разгрузки к виду:

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \sqrt{\frac{\gamma}{Ea}}, \quad (70)$$

где,  $a$  – характерный размер области разгрузки для трещины, например, (24). В этом случае оценочный расчет скорости нагружения для огнеупора, при котором наблюдается последовательный характер разрушения, составляет до  $10^{-2} - 10^{-1} \text{ с}^{-1}$ , что подтверждается экспериментальными данными (рисунок 32). Разрушение происходит в менее прочной матрице огнеупора, как правило, не затрагивая зерна каркаса.

2. Разрушение происходит во всем объеме материала, если выполняется условие (60) – в процесс разрушения при этом вовлекается как матрица, так и зерна армирующего каркаса на различных удалениях от области приложения нагрузки. При этом скорость роста деформации составляет более  $10^2 \text{ с}^{-1}$ .

3. При промежуточном значении скорости нагружения следует ожидать различных сценариев взаимодействия растущих трещин с зернами каркаса. При этом зерна каркаса могут выступать как в качестве сдерживающего фактора роста трещины, так и сами подвергаться разрушению.

#### *4.3.1. Динамика формирования микротрещиноватой структуры*

При низкой скорости деформации менее  $10^{-2} \div 10^{-1} \text{ с}^{-1}$  – в области последовательного разрушения матрицы время формирования микротрещиноватой структуры зависит от геометрических параметров концентраторов напряжений, их плотности и расстояния между армирующими элементами. Промежуточным результатом разрушения является структура, схема которой представлена на рисунке 4в – полностью сформированная микротрещиноватая структура, в которой вершины трещин заблокированы армирующим зернами. Разрушение такой структуры происходит в случае, если напряжения в вершине трещин превысят предел прочности связки между матрицей и армирующими зернами. При этом такие напряжения могут быть рассчитаны с помощью зависимости (7) и (10). Применение такого подхода к моделированию прочностных испытаний ККМ показывает хорошее соответствие расчетных и экспериментальных результатов – по такому механизму происходит разрушение медленно нагружаемых образцов огнеупоров в лабораторных испытаниях.

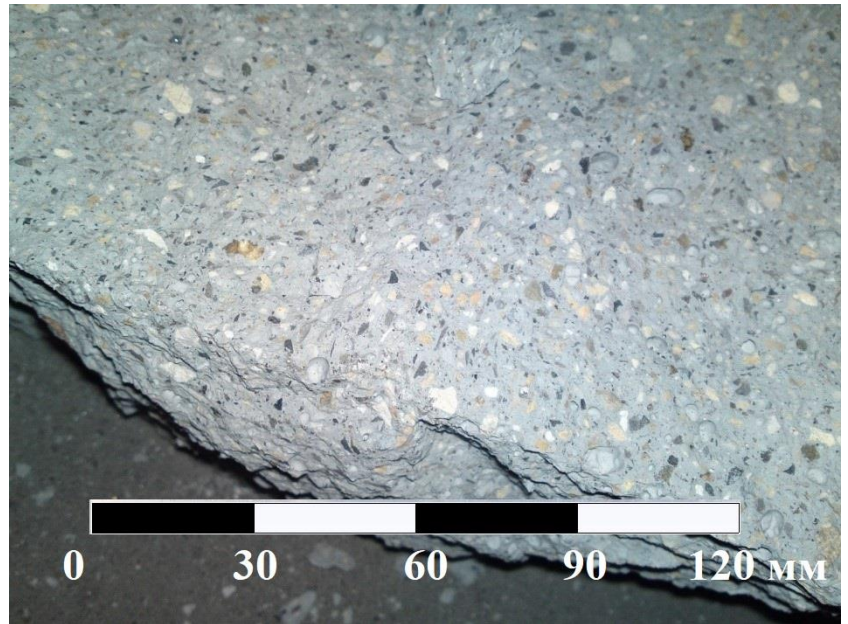
Согласно ГОСТ 4071.1-94 (ИСО 10059-1-92) при лабораторном испытании огнеупоров на предел прочности при сжатии скорость деформирования составляет  $10^{-4} \div 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . На рисунке 45а приведен пример образца бетона, подвергнутого сжатию вдоль вертикальной оси с невысокой скоростью нагружения. Трещина в этих условиях не пересекает зерна армирующего каркаса. Аналогичный случай обхода зерен трещиной показан на рисунке 3б для термомеханического разрушения огнеупорного изделия.



При высокой скорости нагружения (более  $10^2 \text{ с}^{-1}$ ) происходит быстрое разрушение огнеупора по хрупкому механизму как сплошного материала – фронт деформации приводит к разрушению как связующего компонента, так и армирующих зерен [375]. Формирование трещины происходит с разделением как матрицы, так и зерен. На рисунке 45б приведен внешний вид скола, образовавшегося в результате растрескивания образца огнеупорного бетона во время сушки, вследствие интенсивного подъема температуры и образования водяного пара во внутренних полостях изделия. Очевидно, что трещина прошла сквозь светлые зерна армирующего каркаса.



(а)



(б)

Рисунок 45. Трещина в образце в результате осевого сжатия с невысокой скоростью нагружения (а). Излом образца огнеупорного бетона, разрушенного внутренним давлением водяного пара – фото автора (б).

Скорость распространения трещины вследствие постоянного притока энергии за счет испарения воды во внутренние полости была близка к максимально возможной (около  $2000 \text{ м/с}$ ) соответственно скорость роста упругих деформаций в ее вершине также составляла порядка  $10^3 \div 10^4 \text{ с}^{-1}$ . На рисунке 32б также показан результат разрушения образца огнеупора при высокой скорости приложения нагрузки.



В промежуточном варианте сценарий разрушения формируется в зависимости от направления, в котором происходит рост трещины относительно зерен и соотношения упругих характеристик зерен и матрицы. Соответственно, на изломе наблюдаются как разрушенные зерна, так и обходы трещинами армирующего компонента. Например, при испытании огнеупорных материалов на предел прочности при изгибе реализуется скорость роста деформаций порядка  $10^{-2} \div 10^1 \text{ с}^{-1}$ . На рисунке 46 приведен внешний вид образца огнеупорного материала после испытания на предел прочности при изгибе. Реализованы оба возможных сценария движения трещины в окрестности армирующего зерна – как через зерно, так и по границе «зерно – матрица» (аналогично рисунку 36).

В работе [42] проводили математическое моделирование разрушения динасового огнеупора при растягивающей нагрузке (рисунок 47).



Рисунок 46. Траектория трещины при разрушении образца огнеупора при испытании на предел прочности при изгибе. Фото Буяков А.С. –ИФПМ СО РАН.

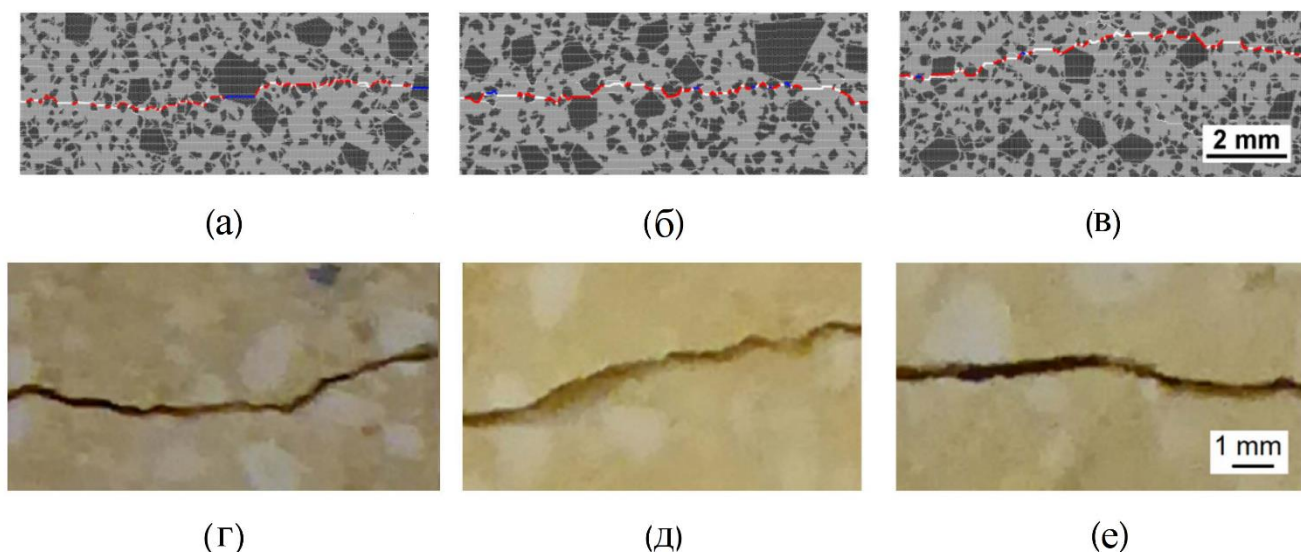


Рисунок 47. Разрушение при растяжении образца динасового огнеупора (а) – (в) – моделирование, (г) – (е) – эксперимент [42].

Результаты были валидированы путем сравнения с фактически разрушенным материалом. Скорость деформирования в обоих случаях составляла  $10^{-1} \div 10^0 \text{ с}^{-1}$ . В обоих случаях наблюдается как обход зерен по интерфейсам, так и (в более редких случаях) – разрушение зерен материала. Таким образом, экспериментальные данные подтверждают зависимость картины разрушения огнеупорных материалов от скорости их деформации.

Формирование структур микротрещин, удерживаемых зернами каркаса следует ожидать при небольшой и средней скорости нагружения. При высоких скоростях (более  $10^2 \text{ с}^{-1}$ ) происходит разрушение таких композиционных материалов по хрупкому механизму [23, 32, 378, 379], как сплошной среды.

#### 4.3.2. Динамика упругих деформаций при термическом воздействии

Скорость роста упругих деформаций в огнеупорах при термической нагрузке (термоударе) можно оценить, используя скорость нагрева и коэффициент термического расширения материала:

$$\frac{d\varepsilon}{d\tau} = \alpha \frac{dT}{d\tau}, \quad (71)$$

где  $\frac{d\varepsilon}{d\tau}$  – скорость упругой деформации,  $\text{с}^{-1}$ ,  $\alpha$  – коэффициент линейного термического расширения,  $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ,  $\frac{dT}{d\tau}$  – скорость нагрева или охлаждения  $^{\circ}\text{C}/\text{с}$ .

При заливке металла скорость нагрева футеровки агрегата может составлять порядка  $10^4$   $^{\circ}\text{C}/\text{с}$  (до  $10^5$   $^{\circ}\text{C}/\text{с}$  при заливке металла в переохлажденный ковш), скорость упругой деформации в этом случае – до  $1$   $\text{с}^{-1}$ ; а при и ее естественном охлаждении после обработки металла  $10^1 \div 10^2$   $^{\circ}\text{C}/\text{с}$  и  $10^{-3}$   $\text{с}^{-1}$  соответственно.

Таким образом, при резком нагреве в условиях эксплуатации огнеупора в металлургическом оборудовании могут быть достигнуты средние скорости деформации, приводящие к частичному повреждению зерен каркаса, в то время как при резком охлаждении следует ожидать разрушения в матрице материала. Соответственно, следует ожидать последовательной квазихрупкой схемы разрушения, вероятность быстрого возникновения катастрофических трещин невелика.

#### 4.5. Выводы по главе 4

1. В ККМ при различных скоростях приложения нагрузки во время прочностных испытаний фиксируется различный уровень предела прочности и реализуются разные сценарии разрушения. Это объясняется тем, что скорость распространения деформаций и скорость роста дефектов отличаются друг от друга, причем скорость распространения деформаций выше. Таким образом, при высокой скорости деформации за счет запаздывания релаксации (разгрузки НДС при росте дефектов) в менее плотных зонах композита (матрице) в процесс разрушения вовлекаются более прочные структурные элементы (например, армирующие зерна). Предложен способ оценки критической скорости деформации выше которой в процесс разрушения вовлекаются зерна каркаса. Результаты расчетов валидированы сравнением с экспериментальными результатами

- из литературных источников и испытанием образцов огнеупорных материалов.
2. Рост трещины сопровождается энергозатратным процессом образования новой свободной поверхности. При этом затрачивается накопленная ранее энергия упругой деформации материала. Размер деформированной области, за счет которой происходит подпитка энергией растущей трещины, коррелирует с размером «зоны предразрушения» определенным другими исследователями и геометрическими параметрами растущего дефекта.
  3. Проведено моделирование перехода растущей трещины через границу раздела фаз. Показано, что в зависимости от НДС в вершине трещины и угла наклона ее оси к поверхности раздела возможны различные сценарии развития событий, включая переход трещины в новую фазу, изменение направления роста, либо остановка. Предложен простой расчетный способ оценки дальнейшего сценария. Рассмотрены случаи как резкого изменения упругих свойств при переходе границы раздела, так и наличия переходной зоны – двумерной неавтономной фазы или интерфейса.
  4. Методами численного моделирования исследованы особенности роста трещин при температурах, близких к температурам фазовых переходов – в области высоких градиентов свойств материала. Показано, что в этом случае, в зависимости от направления градиента температуры возможно либо торможение роста трещины, либо появление вторичных боковых ответвлений в сторону более пластичной области материала. На блоках пресноводного льда успешно проведена валидация полученных результатов.
  5. Разработана модель разрушения ККМ путем трещинообразования для прогнозирования ресурса эксплуатации конструкций, одновременно учитывающая влияние структуры материала и температурной зависимости

его упругих свойств на характер разрушения (пункт 10 и 11 паспорта специальности) – *положение № 4, выносимое на защиту.*

## **5. Применение многоуровневого подхода к прогнозированию характера и скорости разрушения ККМ**

### **5.1. Режимы работы тепловых агрегатов и формирование температурных полей в их футеровках**

#### *5.1.1. Режимы эксплуатации тепловых агрегатов*

Одной из важнейших причин разрушения огнеупорных футеровок при их эксплуатации являются термомеханические напряжения, возникающие при неравномерном тепловом расширении огнеупоров. Основным фактором, определяющим температурные поля футеровок высокотемпературного оборудования, являются тепловые потоки, возникающие в футеровке под действием сложной схемы теплообмена с внутренней и внешней средой агрегата. В общем случае температурное ограждение (футеровка) промышленного оборудования выполнено в несколько слоев, несущих несколько функций – конструктивной прочности, тепловой и коррозионной защиты. Типичная схема слоев футеровки высокотемпературного агрегата (на примере футеровки стен сталеразливочного ковша) приведена выше на рисунке 19б. Нагрев осуществляется при контакте рабочей футеровки с внутренней средой агрегата, а охлаждение – путем свободной конвекции на поверхности кожуха оборудования, либо, в отдельных случаях, в специально установленных на его поверхности холодильниках. Таким образом, в процессе эксплуатации агрегата тепловой поток направлен во внешнюю среду через футеровку. По окончании эксплуатации, при охлаждении горячая рабочая поверхность сравнительно быстро остывает при контакте с атмосферным воздухом и источником тепла становятся внутренние слои футеровки, тепловой поток при этом будет направлен в две стороны – к кожуху оборудования и к рабочей поверхности футеровки.

Промышленные агрегаты эксплуатируются в соответствии с одним из возможных режимов – непрерывным или периодическим. Непрерывный режим

эксплуатации характеризуется постоянными условиями внутри агрегата, постоянным тепловым потоком через участки футеровки и, соответственно, медленно изменяющимся (по мере химического или абразивного износа рабочего слоя футеровки) температурным полем внутри футеровки. К агрегатам непрерывного действия условно могут быть отнесены шахтные (в том числе доменные) и вращающиеся печи: загрузка и выгрузка материалов в этих агрегатах происходит либо непрерывно, либо продолжительность этих операций мала по сравнению с длительностью других периодов эксплуатации.

Периодический режим эксплуатации характеризуется значительными изменениями в свойствах рабочей среды агрегата, в частности, длительные периоды высокотемпературной эксплуатации сменяются продолжительными периодами охлаждения. Одной из разновидностей периодического режима является циклический режим: в этом случае длительность периодов охлаждения и нагрева на протяжении всего срока эксплуатации футеровки остается относительно постоянной. Большинство промышленных тепловых агрегатов работают в условиях периодического режима. Из агрегатов черной металлургии в непрерывном режиме проходит только эксплуатация доменных печей.

Футеровки, эксплуатируемые в условиях непрерывного режима в большей степени подвержены химическому и абразивному износу при контакте с внутренней средой агрегата, в то время как периодическая эксплуатация подразумевает большее влияние термомеханического воздействия на футеровку при резком изменении температуры внутри агрегата, которое в этом случае зачастую становится основным фактором износа.

### *5.1.2. Граничные условия на поверхностях теплообмена агрегатов.*

Огнеупорные материалы обладают сравнительно высокой теплоемкостью: как правило, теплоемкость огнеупора составляет порядка  $1000 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{K})^{-1}$ , для сравнения типичная теплоемкость стали составляет  $400 \div 500 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{K})^{-1}$ ; умеренной теплопроводностью порядка  $10^0 \div 10^1 \text{ Вт} \cdot (\text{м} \cdot \text{K})^{-1}$  (теплопроводность

металлов на один – два порядка величины выше) и сравнительно высокой плотностью – около  $3000 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$ . Такая комбинация свойств обеспечивает низкую по сравнению с металлами (на  $2 \div 3$  порядка величины) температуропроводность. Вследствие этого, и значительных габаритов агрегатов (толщина огнеупорных футеровок может составлять порядка  $10^0$  метра), огнеупорные конструкции обладают значительной тепловой инерцией.

Выбор граничных условий для тепловых расчетов футеровок, эксплуатируемых в непрерывном режиме после достижения равновесия не представляет трудностей, поскольку, температуры внутренней среды и поверхности кожуха агрегата могут быть измерены. Соответственно, при расчете температурного поля могут быть использованы в том числе граничные условия первого рода (на поверхностях теплообмена задаются температуры).

Выполнение расчетов прогрева футеровок в динамике требует вычисления температуры на поверхностях теплообмена в каждый момент времени, что в нестационарных условиях может быть обеспечено использованием граничных условий третьего рода – учетом зависимости интенсивности теплообмена от температуры кожуха и свойств окружающей среды (внутренней среды для рабочей поверхности футеровки).

### *5.1.3. Теплообмен на внешней поверхности агрегатов.*

Для вычисления температуры поверхности кожуха в большинстве модельных случаев применяли явную схему определения температуры [380], учитывающую излучение и конвективный теплообмен (в том числе нагрев воздуха при движении конвективных потоков вдоль разогретой стенки оборудования). Расчет температуры поверхности стенки агрегата проводится по формулам [103, 381 - 383]:

$$T_s = T_a + \frac{q}{\alpha}, \quad (72)$$



где  $T_s$  – температура поверхности стенки агрегата,  $T_a$  – температура воздуха,  $Q$  – тепловой поток через рассматриваемое сечение,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи от стенки в окружающую среду. Тепловой поток в футеровке для стационарного процесса определяется как:

$$Q = (T_m - T_s) \cdot \Sigma f(\lambda_j / \delta_j), \quad (73)$$

где  $T_m$  – температура внутри агрегата,  $f(\lambda_j / \delta_j)$  – функция отношения теплопроводности слоя футеровки к его толщине. При нестационарном процессе требуется учитывать скорость распространения теплового потока в твердом теле, используя разнообразные численные методы. Например, в [59, 60] автором использовано приведение задачи нестационарного теплообмена к квазистационарному виду путем выбора расчетной пространственной сетки и временного шага (различные методики расчета распространения тепла в футеровке приводят к сходным результатам, поэтому подробно рассматриваться здесь они не будут). Таким образом, тепловой поток в окружающую среду от поверхности агрегата становится функцией времени в период установления стационарного режима теплообмена, который продолжается в течение нескольких часов и более.

Коэффициент теплоотдачи в окружающую среду складывается из теплопотерь излучением -  $\alpha_r$  и конвективных теплопотерь -  $\alpha_k$ :

$$\alpha_T = \alpha_r + \alpha_k, \quad (74)$$

теплопотери излучением вычисляются по формуле:

$$\alpha_r = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \varepsilon_s \cdot (T_s^4 - T_a^4) \cdot (T_s - T_a)^{-1}, \quad (75)$$

где  $\varepsilon_s$  – степень черноты поверхности кожуха агрегата, которая в большинстве случаев принимает значение от 0,8 до 0,95, однако, применение специального окрашивания позволяет кратковременно добиться ее снижения до уровня около 0,5 (полированные металлические поверхности могут иметь степень черноты 0,2 и менее, например, Al обладает чрезвычайно низкой степенью черноты при определенном качестве обработки поверхности [384, 385]). Интенсивность

конвективного теплообмена на поверхности вычисляется с использованием критериев подобия:

$$\alpha_k = Nu_a \cdot \lambda_a \cdot d^{-1}, \quad (76)$$

где  $Nu_a$  – критерий Нюссельта для воздуха,  $\lambda_a$  – теплопроводность воздуха при данной температуре,  $d$  – характерный размер агрегата. Критерий Нюссельта вычисляется как функция критериев Грасгофа ( $Gr_a$ ) и Прандтля ( $Pr_a$ ):

$$Nu_a = f(Gr_a, Pr_a). \quad (77)$$

Вид функции (77) различен для горизонтальных и вертикальных поверхностей [380] и для различной скорости движения окружающего воздуха.

$$Gr_a = g \cdot d^3 \cdot \beta \cdot (T_s - T_a) \cdot \mu_a^{-2}, \quad (78)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $\beta$  – коэффициент объемного расширения воздуха,  $\mu_a$  – динамическая вязкость воздуха;

$$Pr_a = c_a \cdot \mu_a \cdot \lambda_a^{-1}, \quad (79)$$

где  $c_a$  – теплоемкость воздуха.

Температура поверхности кожуха, является одним из наиболее чувствительных условий тепловых расчетов. В частности, в интервале температур  $20 \div 300$  °С, в котором проходит эксплуатация большинства тепловых агрегатов, тепловые потери в окружающую среду изменяются за счет температуры поверхности более чем на 3 порядка величины – рисунок 48а.

Таким образом, точное определение (расчет) температуры поверхности кожуха является необходимым условием успешного построения температурного поля футеровки и дальнейших прочностных расчетов, которое достигается оптимальным выбором граничных условий.

#### *5.1.4. Теплообмен на внутренней поверхности агрегатов.*

Для агрегатов периодического действия наиболее сложным периодом для определения температуры поверхности являются переходные процессы резкого

нагрева или охлаждения. Первые протекают, как правило, при заполнении агрегата горячим теплоносителем, вторые – после окончания процесса и попадания внутрь холодного атмосферного воздуха. Оба процесса носят название термического удара (термоудара) и являются наиболее опасными для дальнейшей службы огнеупора по причине развития значительных механических напряжений различного характера.

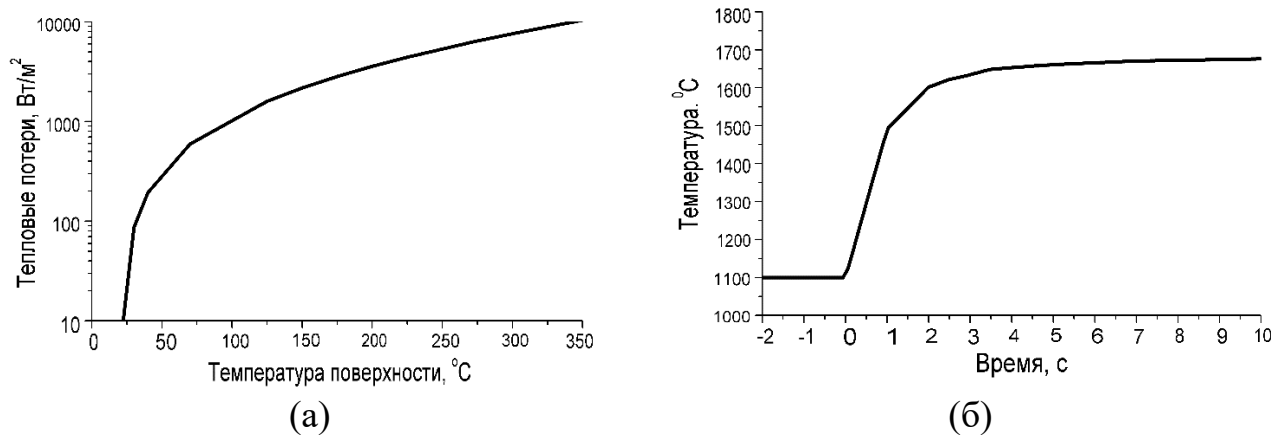


Рисунок 48. Суммарные тепловые потери от поверхности кожуха агрегатов в рабочем интервале температуры (экспериментальные данные для графика предоставлены Kirill Andreev, TataSteel) – (а). Моделирование нагрева поверхности футеровки сталеразливочного ковша при контакте с расплавом стали (б).

Точный расчет температуры поверхности внутренней стенки оборудования как при нагреве во время заполнения горячим теплоносителем, так и при остывании и попадании внутрь холодного воздуха требует учета изменения температуры самого теплоносителя (или атмосферного воздуха), что значительно осложняет задачу определения граничного условия.

В случае нагрева при заполнении теплоносителем хорошие результаты показало применение для расчета модели реактора «идеального перемешивания» [104] для определения температуры пристеночного слоя рабочей среды в агрегате совместно с методом конечных элементов и теплопередачей путем теплопроводности на границе сред. На рисунке 48б приведен график нагрева поверхности футеровки, полученный в результате такого расчета. Считали, что

поверхность футеровки была предварительно разогретой до 1100 °С и выдержана до наступления равновесия, а затем ковш был заполнен металлом с температурой 1700 °С. Момент времени «0», соответствует моменту контакта металла с поверхностью футеровки. Очевидно, что в данном случае переходный процесс на поверхности занимает около 5 с, на этот момент расчетная разность температуры поверхности и теплоносителя не превышает 1,3 °С (что существенно ниже чувствительности датчиков для измерения высоких температур) и они выравниваются полностью в течение нескольких минут. Скорость повышения температуры на начальном этапе в зависимости от исходной температуры поверхности футеровки может достигать  $10^3 \div 10^4$  град/с (до  $10^5$  град/с – при грубом нарушении правил эксплуатации футеровок).

Моделирование охлаждения поверхности футеровки атмосферным воздухом при использовании модели реактора «идеального перемешивания» позволяет получить осредненные значения температуры для стенки агрегата. Метод приводит к удовлетворительным результатам в случае, если целью является моделирование собственно теплообмена, например, расчет времени охлаждения. Если, результат расчета требуется использовать в качестве исходных данных для определения термомеханических напряжений, то требуется проводить моделирование перемешивания воздуха в процессе конвекции и определение локальных температур в разных зонах.

На рисунке 49 приведены схемы конвективных потоков воздуха в разогретом сталеразливочном ковше (слева) и эпюра температур его стенки (справа) рассчитанные методом конечных элементов при помощи программного комплекса ANSYS Fluent.

Как видно по результатам детального моделирования интенсивное охлаждение происходит только в верхней зоне ковша, а перепад температуры по поверхности футеровки достигает нескольких сотен градусов. Расчетная скорость охлаждения в верхней части агрегата составляет порядка  $10^1 \div 10^2$  град/с, а в нижней (вдали от холодных конвективных потоков)  $10^{-1} \div 10^1$  град/с – на порядок

величины ниже. На рисунке 50 приведены расчетные графики максимальной и минимальной температуры стенки сталеразливочного ковша в период его остывания в открытом положении, на этом же графике приведены фотографии светимости реальной футеровки для разных моментов времени. Светимость является температурозависимым свойством [386]. По светимости поверхности ее температура однозначно определяется оптическими пирометрическими методами [387, 388]. Фотографии расположены вдоль шкалы времени, соответственно моментам, в которые они были сделаны. Результаты замера температуры удовлетворительно коррелировали с расчетными значениями. Максимальные измеренные температуры в глубине агрегата и минимальные – вблизи его горловины отличаются от расчетных значений не более, чем на 50 °С, при типичной чувствительности оптического метода не менее  $\pm 20$  °С.

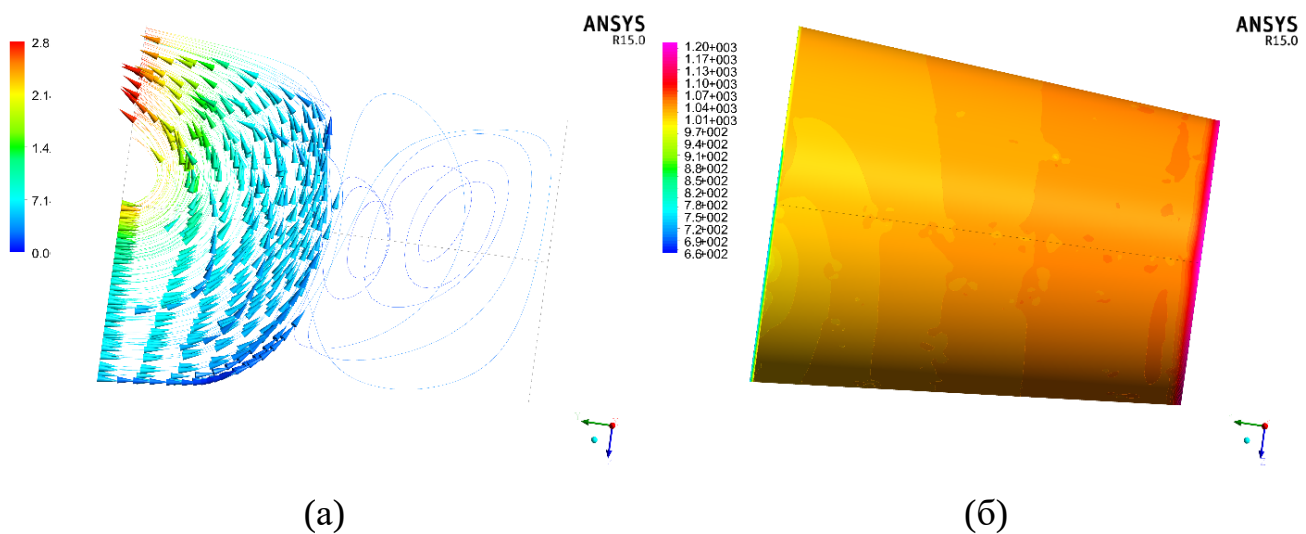


Рисунок 49. Моделирование конвективных потоков воздуха, м/с (а) и температуры рабочей поверхности сталеразливочного ковша, °С (б) при его остывании в горизонтальном положении.

Таким образом, в сталеразливочных ковшах черной металлургии нагрев футеровки при заполнении агрегата расплавом происходит на ранних стадиях значительно интенсивнее, чем охлаждение рабочей поверхности в начале межплавочного простоя. Данное явление объясняется большей площадью контакта сред с максимальной разницей температур и большим коэффициентом

теплообмена между стенкой и расплавом, вследствие большей теплоемкости металла по сравнению с воздухом (79).

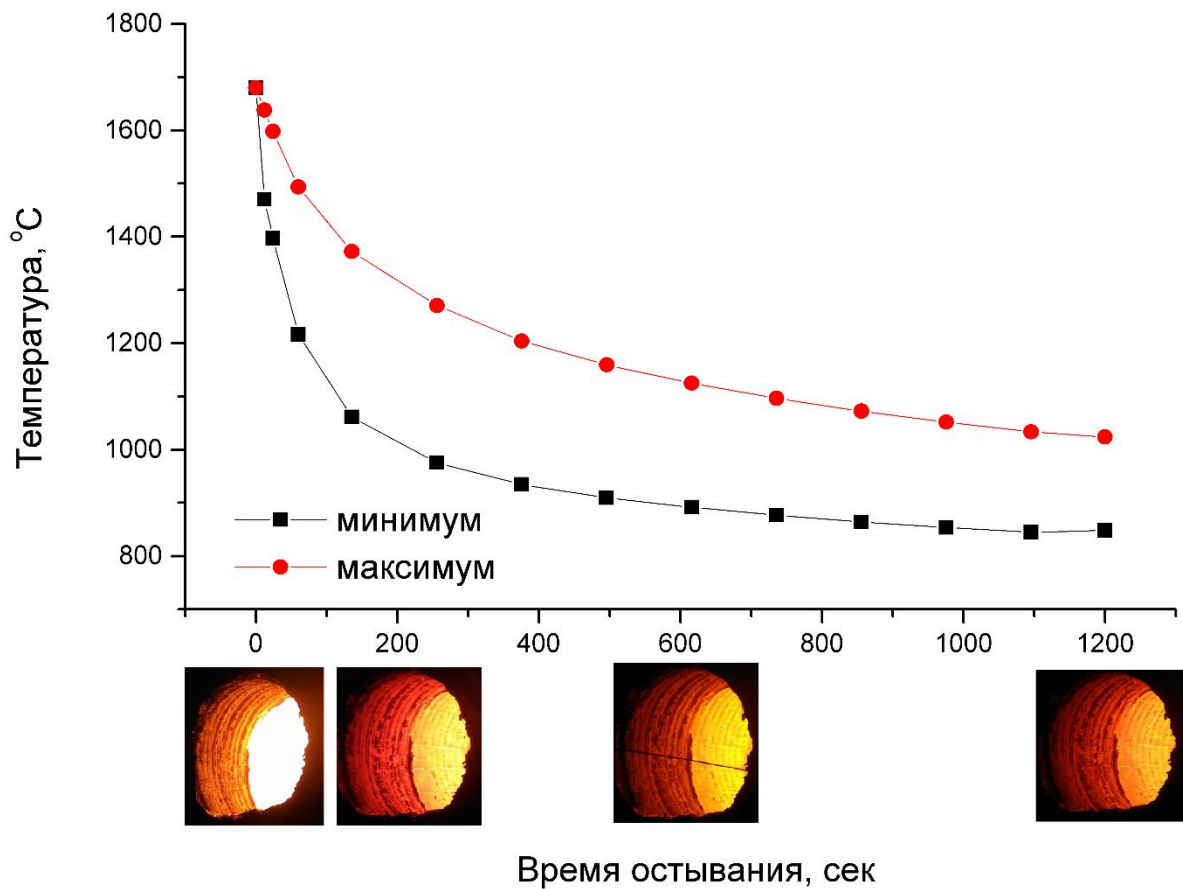


Рисунок 50. Расчетные температуры футеровки сталеразливочного ковша и ее внешний вид в соответствующие моменты времени (фото Мигашкин А.О., Группа «Магнезит»).

#### 5.1.5. Валидация использованной методики

Результаты расчета температуры футеровок и стенок оборудования неоднократно были подвергнуты экспериментальной проверке в процессе выбора подхода к моделированию температурных полей в футеровках.

Для случая стационарного теплообмена проводили расчеты температуры футеровки методом релаксации [105, 389, 390], а экспериментальное определение температуры поверхности кожуха днища и стены сталеразливочного ковша емкостью 150 тонн жидкой стали – инфракрасным способом [103]. Метод релаксации, описанный в [105] был модифицирован [103] для применения к многослойным футеровкам:

$$T_0 = \frac{\sum T_i \lambda_i}{\sum \lambda_i}, \quad (80)$$

где  $T_0$  – искомая температура в расчетной точке, а  $T_i$  и  $\lambda_i$  – температура и теплопроводность в точках системы, соседних по отношению к расчетной точке соответственно. Последовательность вывода формулы (80) аналогична рассуждениям, приведенным в [105]. На рисунке 51 приведены графики температур в зависимости от положения точки замера на днище (слева) или по высоте на стене (справа) кожуха. Высокая степень соответствия достигнута благодаря применению граничных условий 3 рода для моделирования теплообмена на поверхностях.

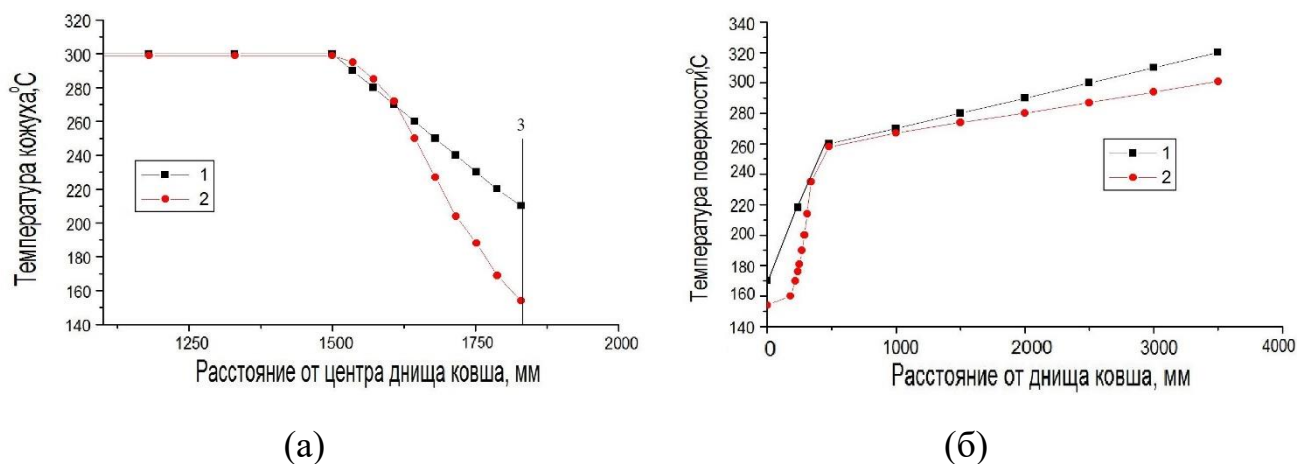


Рисунок 51. Расчетные (1) и экспериментальные (2) значения температуры на поверхности кожуха 150 т сталеразливочного ковша. (3) – граница днища агрегата [103]. (а) – для поверхности днища кожуха, (б) – для вертикальной поверхности.

В работе [381] был рассмотрен случай динамического изменения температуры остывания 150-тонного сталеразливочного ковша, закрытого неплотно прилегающей теплоизолирующей крышкой (рисунок 52а, знаком «\*» на рисунке показаны точки контроля для которых выполнялся расчет температуры) и проведено сравнение результатов расчета с фактически измеренными температурами. Расчет выполнен методом конечных элементов в программной реализации автора (в среде СУБД Microsoft FoxPro и в квазистационарной

постановке) с граничными условиями третьего рода определенными по методике *n. 5.1.3.*

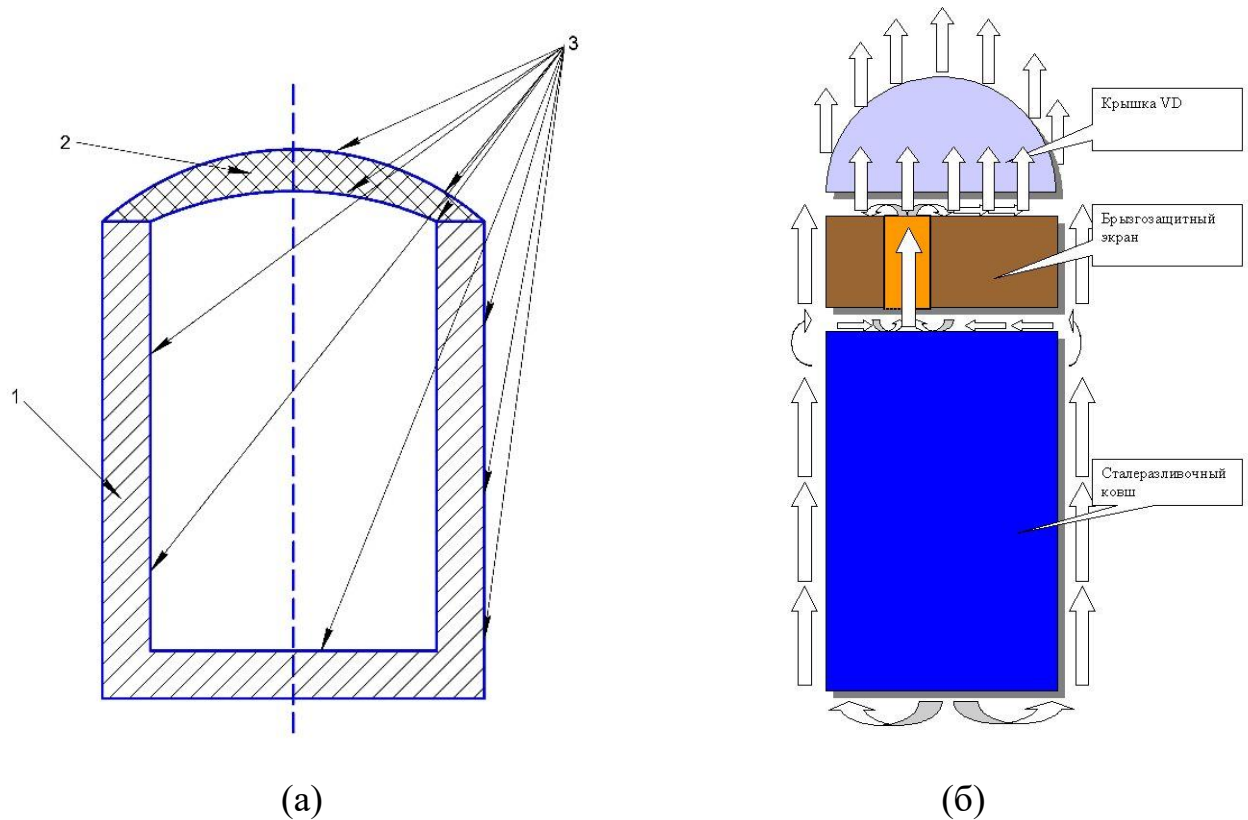


Рисунок 52. Схема замера температуры при остывании сталеразливочного ковша под крышкой (а): 1 – футеровка ковша, 2 – теплоизолирующая крышка, 3 – точки контроля температуры. Схема линии VD установки VD-VOD и конвективные потоки воздуха во время ее предварительной сушки (б).

При расчете учитывалось неплотное прилегание крышки к борту ковша, вследствие которого происходила циркуляция воздуха, объем которой определялся в соответствии с рекомендациями [104]:

$$V = C_1 A \sqrt{2gh \cdot (T_i - T_a) \cdot T_i^{-1}}, \quad (81)$$

где  $C_1$  – константа,  $A$  – площадь сечения ковша,  $h$  – его высота,  $g$  – ускорение свободного падения,  $T_a$  – температура атмосферного воздуха,  $T_i$  – температура воздуха внутри ковша.

На рисунке 53 приведены результаты валидации расчетов для точек контроля температуры: а – рабочая поверхность стены ковша, б – поверхность вертикальной стены кожуха, в – верхние и нижние поверхности теплоизоляционной крышки.



В соответствии с графиками – расчеты отражают характер изменения температуры ковша при его остывании, расхождение расчетных и измеренных величин во всех случаях не превышало точности измерительных приборов.

Аналогичные расчеты проводились и для случая остывания ковшей без крышки, результаты которых были представлены выше на рисунках 49 и 50, данные которых валидированы оптическими методами.

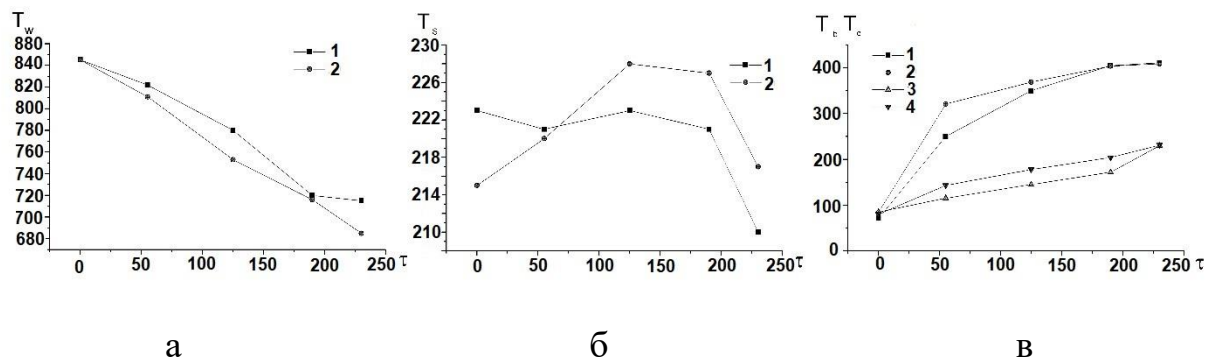


Рисунок 53. Валидация для моделирования остывания сталеразливочного ковша под крышкой: а – рабочая поверхность стены ковша, б – поверхность стены кожуха, в – поверхности теплоизоляционной крышки. 1,3 – экспериментальные данные, 2,4 – результаты расчетов [381].

Более сложным случаем, для которого была применена описанная методика расчета и формирования граничных условий было моделирование температур на элементах установки камерного вакуумирования стали (VD-VOD) во время ее предварительной сушки и термообработки. Подробно процесс расчета и выполнения контрольных замеров описан в [382]. Схема оборудования приведена на рисунке 52б.

Сушка необходима ввиду того, что футеровка крышки VD и ее брызгозащитного экрана выполнена из гидравлически твердеющего материала (огнеупорного бетона), соответственно, требуется удаление влаги до начала эксплуатации. Сушка осуществляется путем установки предварительно нагретых до высокой температуры сталеразливочных ковшей под крышку и брызгозащитный экран. По мере остывания ковша производится его замена на другой ковш с еще более высокой температурой. При этом важность моделирования заключается также в том, чтобы не допустить слишком быстрого

нагрева бетонных изделий, которое может приводить к их взрывному разрушению при интенсивном испарении воды во внутренних полостях материала.

Результаты валидации расчета температуры в этом случае представлены на рисунке 54 для ковша и крышки VD соответственно. Скачки температуры на графиках соответствуют моментам замены остывшего ковша на свежий разогретый.

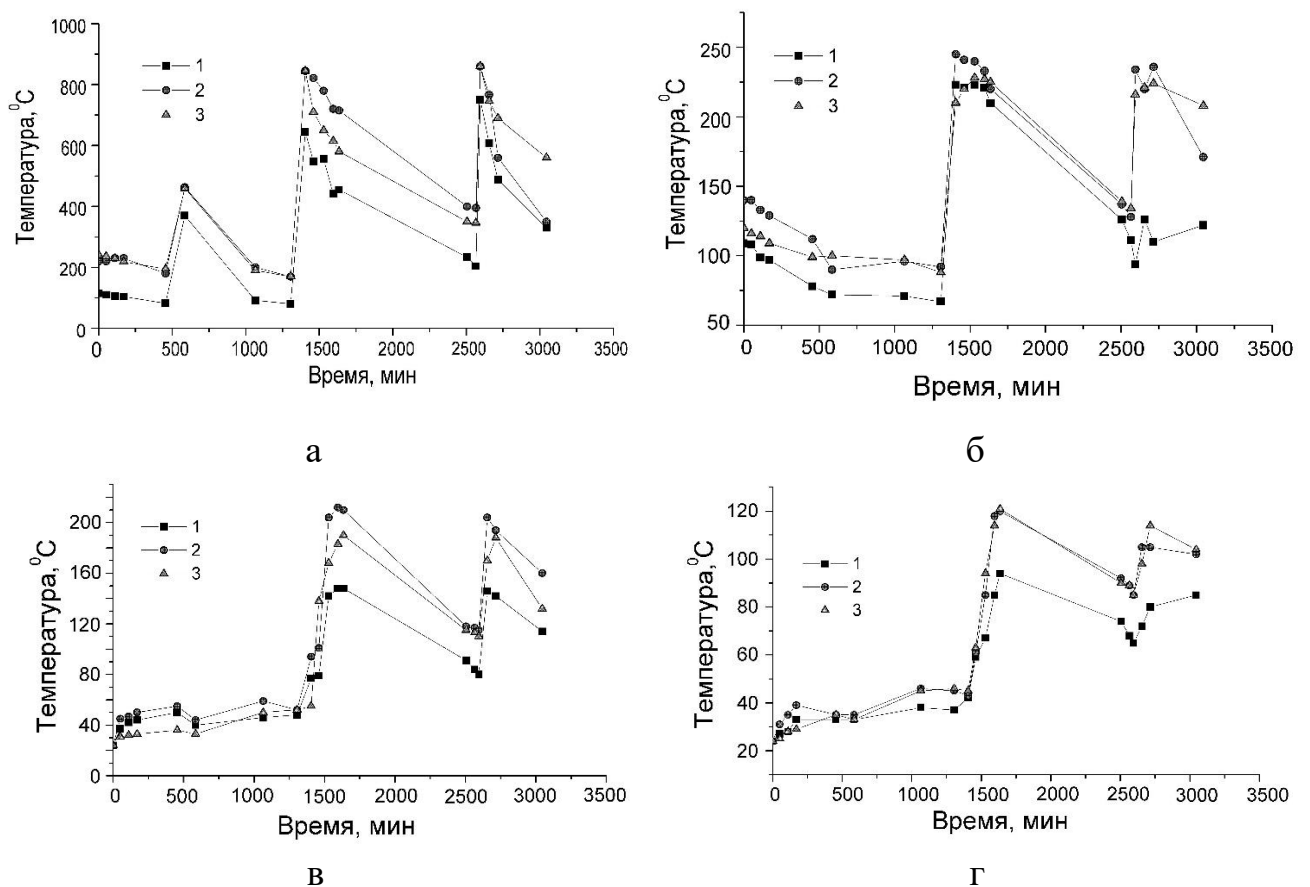


Рисунок 54. График изменения температуры для элементов сталеразливочного ковша: рабочая поверхность футеровки – а; поверхность кожуха – б. 1 – минимальные измеренные температуры, 2 – максимальные измеренные температуры, 3 – расчет. График изменения температуры на крышке VD: горячая (нижняя) поверхность – в, верхняя поверхность – г. 1 – минимальные измеренные температуры, 2 – максимальные измеренные температуры, 3 – расчет [382].

Эксперимент показал удовлетворительную корреляцию результатов расчета и фактических температур оборудования – в пределах погрешности измерительной аппаратуры. Таким образом, граничное условие третьего рода при определении тепловых потерь в окружающую среду позволяет получать результат, совпадающий с экспериментальными данными в пределах погрешности измерительного оборудования.

#### *5.1.6. Температурные поля вблизи конструктивных особенностей кожуха оборудования*

Кожуха высокотемпературного оборудования имеют конструктивные элементы, предназначенные для их перемещения (цапфы), бандажи для вращения (на вращающихся печах) или повышения прочности (на сталеразливочных ковшах). Указанные элементы обладают значительной площадью поверхности и, соответственно, выступают как радиаторы охлаждения. На рисунке 55а [317] показано схематичное температурное поле поверхности кожуха сталеразливочного ковша. Максимальная температура поверхности может достигать 300 °С при нормальной эксплуатации, холодные зоны прогреваются незначительно, их температура не превышает 50 °С. На рисунке 55б [317] приведена эпюра температурного поля тыльной (холодной) поверхности рабочей футеровки сталеразливочного ковша при недостаточной теплоизоляции – за счет интенсивного охлаждения в проекции конструктивных элементов кожуха перепад температуры на небольшом расстоянии превышает 250 градусов. Такой градиент температуры приводит к возникновению локальных зон высоких термомеханических напряжений и их градиента, который, в свою очередь является причиной характерной картины разрушения футеровки.

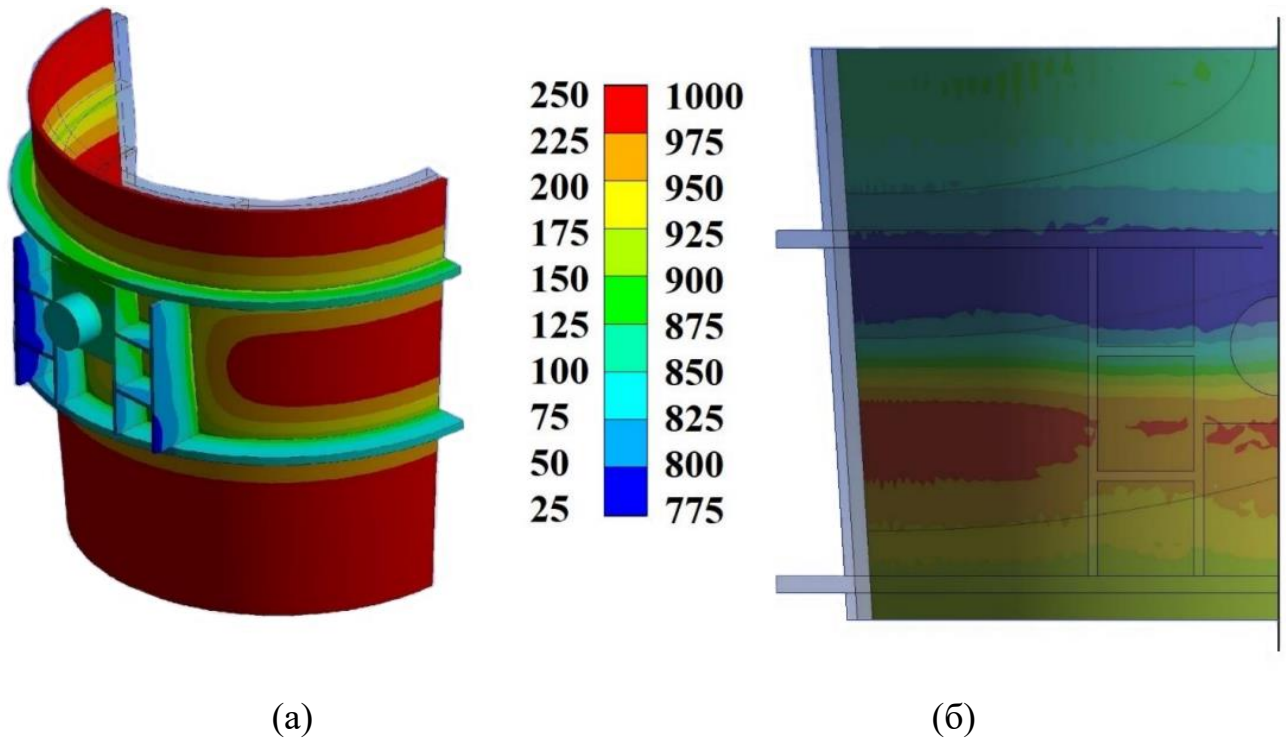


Рисунок. 55. Схема температурного поля поверхности кожуха сталковша, °С – (а), Влияние внешнего охлаждения на температуру тыльной поверхности рабочей футеровки ковша, °С – (б). Пределы изменения величины приводятся в тексте.

### 5.1.7. Динамика формирования температурных полей при эксплуатации промышленного оборудования

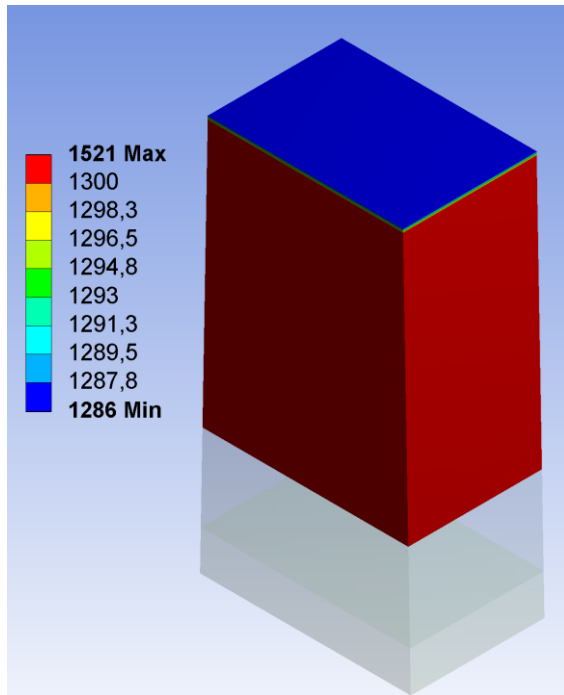
Процесс формирования температурных полей в футеровках промышленного оборудования различен для агрегатов непрерывного и циклического действия. Для первого типа оборудования происходит формирование стационарного температурного поля в течение нескольких часов (или суток для доменных и туннельных печей) после начала эксплуатации. В дальнейшем температурное поле постепенно изменяется по мере износа и истончения футеровки, либо возможны кратковременные изменения температуры, что является внештатной ситуацией. Как правило, при эксплуатации наиболее разогретая поверхность огнеупора имеет температуру, при которой умеренно проявляются пластические свойства материалов за счет эффектов предплавления на границах раздела фаз с малым радиусом кривизны, а противоположные грани изделий находятся при

температуре, не предполагающей таких эффектов. В случае агрегатов периодического действия тепловое равновесие в футеровке может и не устанавливаться на протяжении всей его кампании, а граница зоны пластических свойств циклически мигрирует вблизи разогретой поверхности огнеупора. При этом, во время цикла нагрева пластичная зона имеет выход на рабочую поверхность изделия, а во время цикла охлаждения может сохраняться некоторое время на некотором удалении от нее вглубь футеровки. Например, на рисунке 56 показаны температурные поля в футеровке сталеразливочного ковша при его охлаждении в течение 1 часа. Красным цветом показана зона пластических свойств материала (температура ее выше  $1300 \div 1350$  °C). Верхняя грань на рисунке является рабочей и при эксплуатации находится в контакте с расплавом, серым цветом показаны вспомогательные слои футеровки: арматурный, теплоизоляционный и кожух.

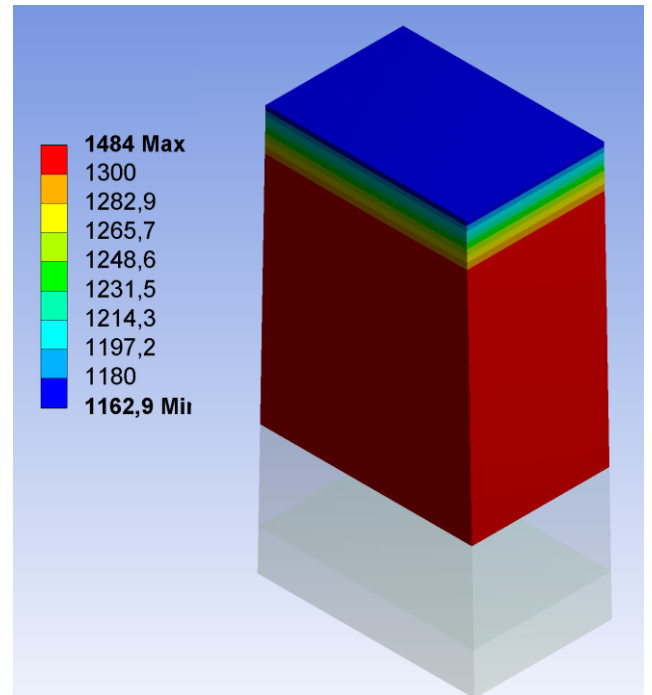
При нагревании изделий расплавом металла после межплавочного простоя или в начале первой плавки происходит обратное явление – движение границы зоны пластических свойств материала вглубь изделия от горячей поверхности по мере его прогрева.

Как было показано в *п. 5.1.4*, скорость нагрева поверхности футеровки расплавом металла значительно выше, чем скорость охлаждения во время межплавочного простоя атмосферным воздухом. Это объясняется быстрым нагревом самого воздуха, обладающего малой теплоемкостью при его попадании внутрь агрегата. В дальнейшем, охлаждение происходит за счет конвективных потоков внутри оборудования и вновь поступающих порций холодного воздуха. Очевидно, скорость процесса значительно ниже скорости теплообмена с металлом, обладающим высокой теплопроводностью и теплоемкостью.

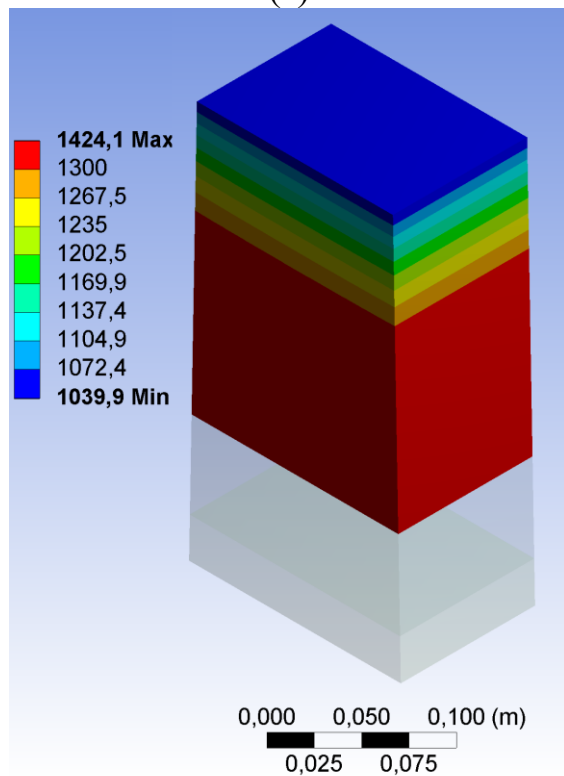
Таким образом, при резком нагреве высока вероятность формирования внутренних повреждений изделий, а при быстром охлаждении роста дефектов следует ожидать от охлаждаемой поверхности, однако, вероятность их появления несколько ниже [15].



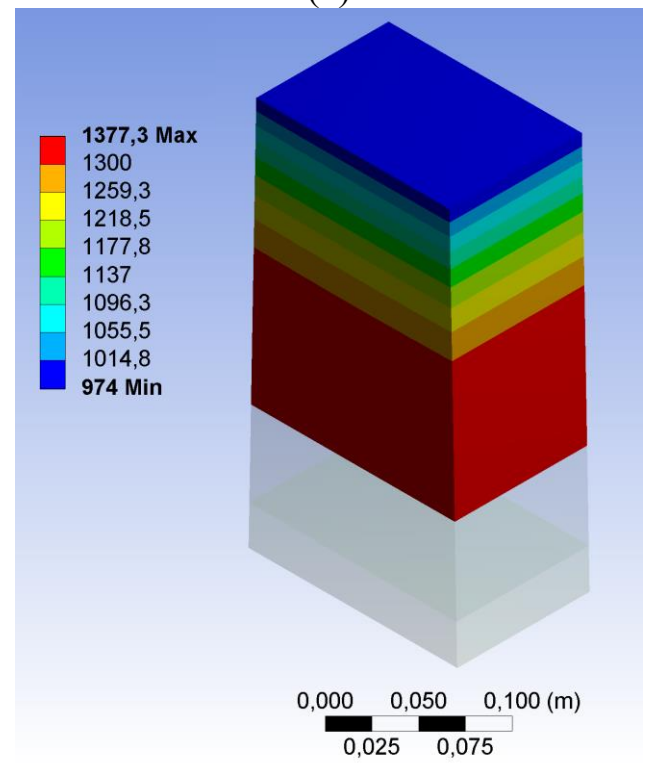
(a)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 56. Эволюция температурного поля ( $^{\circ}\text{C}$ ) изделия при охлаждении футеровки сталеразливочного ковша в течение 1 часа. На рисунке приведены результаты для времени (а) – ~18 минут, (б) – ~30 минут, (в) – ~48 минут, (г) – 60 минут.

## 5.2. Определение направления роста трещин в футеровках оборудования и изделиях

Распространенной технической задачей является выявление предполагаемых зон разрушения в агрегатах (отдельных блоках их футеровки) и направления распространения трещин. Несовпадение прогнозируемой и фактической локализации трещин является основанием для уточнения фактических условий эксплуатации, при которых происходит трещинообразование. В том числе это приводит к выявлению нештатных ситуаций, при которых имело место разрушение оборудования.

Далее в данном разделе приводится описание примеров применения предложенного многоуровневого подхода к определению характера и локализации разрушения огнеупорных футеровок и образцов огнеупоров в лабораторных условиях.

### 5.2.1. Свод мартеновской печи

При выводе высокотемпературного оборудования на режим эксплуатации производится предварительный нагрев огнеупорной футеровки, целью которого является плавное создание температурного поля внутри футеровки для уменьшения перепада температуры между горячей и холодной гранями огнеупорных изделий.

Распространенной проблемой при эксплуатации мартеновской печи является возникновение сколов футеровки, параллельных ее рабочей поверхности в случае интенсивного предварительного нагрева (рисунок 57а). На рисунке отчетливо видны неровности горячей поверхности свода мартеновской печи (обозначены стрелками), возникшие в результате интенсивного предварительного нагрева. На рисунке 57б приведена качественная эпюра упругих деформаций участка футеровки, которая указывает на совпадение областей: расчетной максимальной деформации и повреждений изделий в процессе нагрева печи. Предложенная

методика также позволяет оценить глубину этих повреждений (неровностей) и определить условия, при которых данные сколы не будут образовываться.

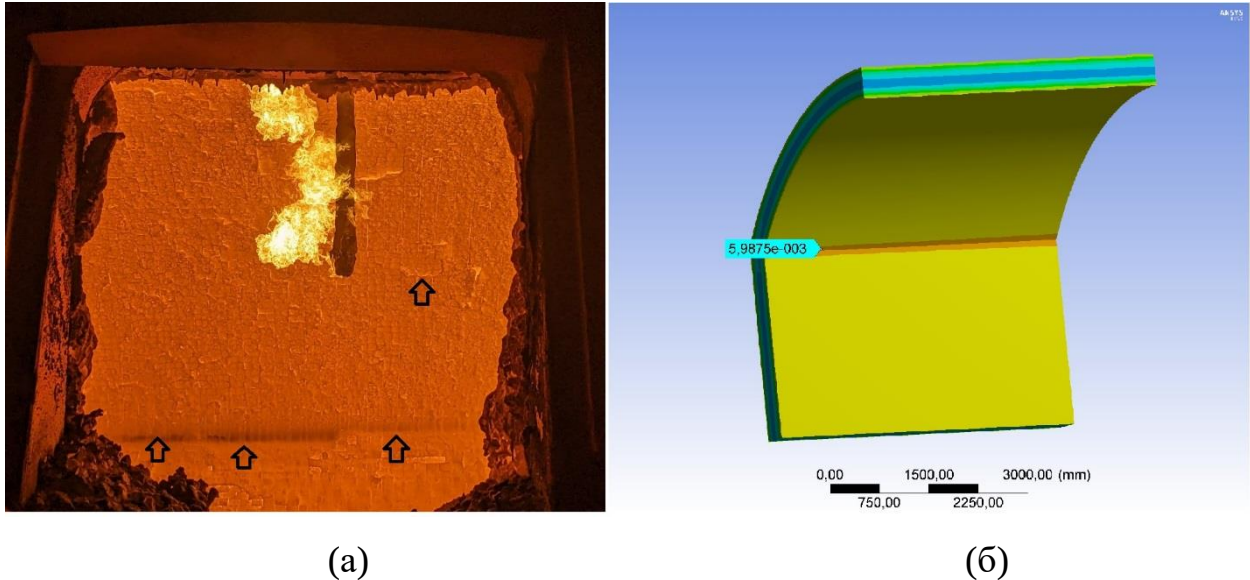


Рисунок 57. Внешний вид свода мартеновской печи после интенсивного разогрева, (а) – фото Аношкин И.В. (Группа «Магнезит»); (б) – эпюра упругих деформаций этого участка футеровки.

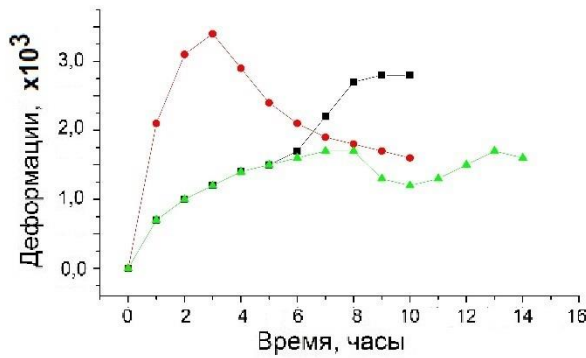
Для расчета использовали *граничные условия* по температуре – первого рода для рабочей поверхности футеровки и третьего рода для кожуха. Механическая часть задачи была решена исходя из симметрии печи: в качестве механического *граничного условия* использовали запрет на пересечение плоскостей симметрии в модели агрегата вида (42).

График максимальных главных упругих деформаций в отдельном сводовом изделии в зависимости от применяемых режимов предварительного нагрева приведен на рисунке 58а, а соответствующая температура поверхности футеровки – на рисунке 58б. Очевидно, максимальная скорость нагрева приводит к развитию максимальных деформаций на ранней стадии нагрева (в рассмотренном случае – в течение первых 3 часов).

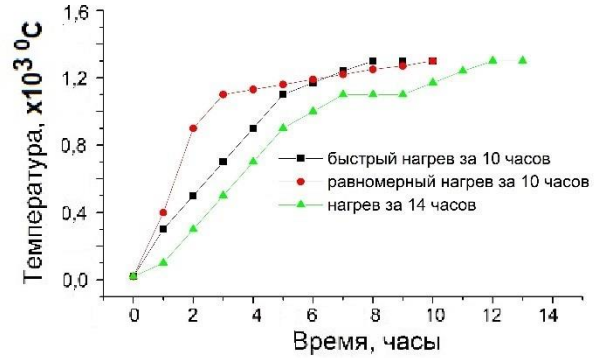
Общий вид картины главных упругих деформаций в отдельном изделии сохраняется на протяжении всего процесса, при этом значительно изменяются их абсолютные значения. Карта деформаций при их максимальном значении для



рассмотренных вариантов приведена на рисунке 59 (слева на рисунке находится горячая поверхность огнеупора).



(а)



(б)

Рисунок 58. Максимальные упругие деформации в сводовом изделии мартеновской печи при различных режимах предварительного нагрева (а); соответствующие температуры поверхности футеровки (б).

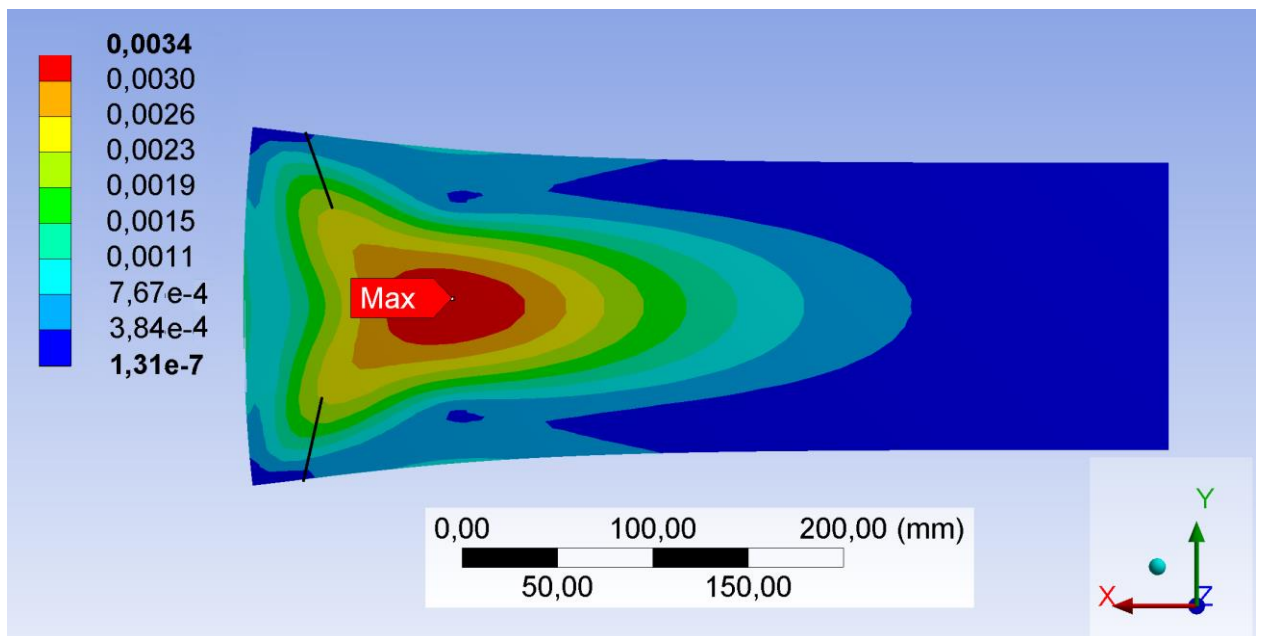


Рисунок 59. Эпюра упругих деформаций отдельного сводового изделия мартеновской печи.

Максимальный градиент деформаций наблюдается не в окрестности максимума упругих деформаций, а в области наибольшего сгущения изолиний и

его направление обозначено на рисунке линиями. Таким образом, в рассмотренных условиях, согласно расчету и градиентному деформационному критерию следует ожидать образование сколов, глубиной до 20 мм, что совпадает с фактическими повреждениями поверхности футеровки, наблюдаемыми на практике.

#### *5.4.2. Исследование разрушения изделий для футеровки сталеразливочного ковша в градиентных температурных полях*

Для рабочей футеровки сталеразливочных ковшей используются изделия (кирпичи) клиновидной формы с различной разностью длины оснований (по рабочей и тыльной поверхностям соответственно). Рабочая грань кирпича свободна всегда и направлена внутрь агрегата, в то время как боковые (границы между соседними кирпичами в одном ряду кладки), тыльная (граничащая с арматурным слоем футеровки, находящимся между корпусом оборудования и рабочей футеровкой) и горизонтальные (границы между соседними рядами футеровки по вертикали) грани могут испытывать внешнее воздействие со стороны соседних изделий. Интенсивность такого воздействия может быть различной: от нулевой до полной невозможности расширения изделия в указанном направлении. Схема типового изделия для рабочей футеровки сталеразливочного ковша приведена на рисунке 60.

В зависимости от интенсивности внешнего воздействия на закрепленные поверхности изделия (как правило, за счет наличия или отсутствия степени свободы для собственного термического расширения) возможна реализация нескольких вариантов направления роста трещин в таких изделиях [318, 391 – 393], анализ которых приведен ниже [318].

**Граничные условия** могут быть записаны следующим образом (индекс  $k$  относится к пронумерованным граням на рисунке 60 и, соответственно принимает значения от 1 до 6:

$$\begin{cases} T^{k=3} = T_{max}; T^{k=4} = f(x_i) \\ u^{k=3}_{\perp} = f(T, \alpha); u^{k=1,2,4,5,6}_{\perp} = f(T, \alpha), 0' \end{cases} \quad (82)$$

то есть для рабочей поверхности ( $k=3$ ) используются температурные условия первого рода, для тыльной грани ( $k=4$ ) могут быть использованы температурные условия первого или третьего рода, в последнем случае на этой грани, в том числе может возникать температурный градиент. Рабочая поверхность при этом всегда свободна – ее перемещения, в том числе в перпендикулярном направлении определяются температурой  $T$  и коэффициентом теплового расширения материала  $\alpha$ , для остальных граней может соблюдаться свобода расширения, либо может быть установлено боковое стеснение: в этом случае их перемещения перпендикулярно плоскости контакта будут запрещены.

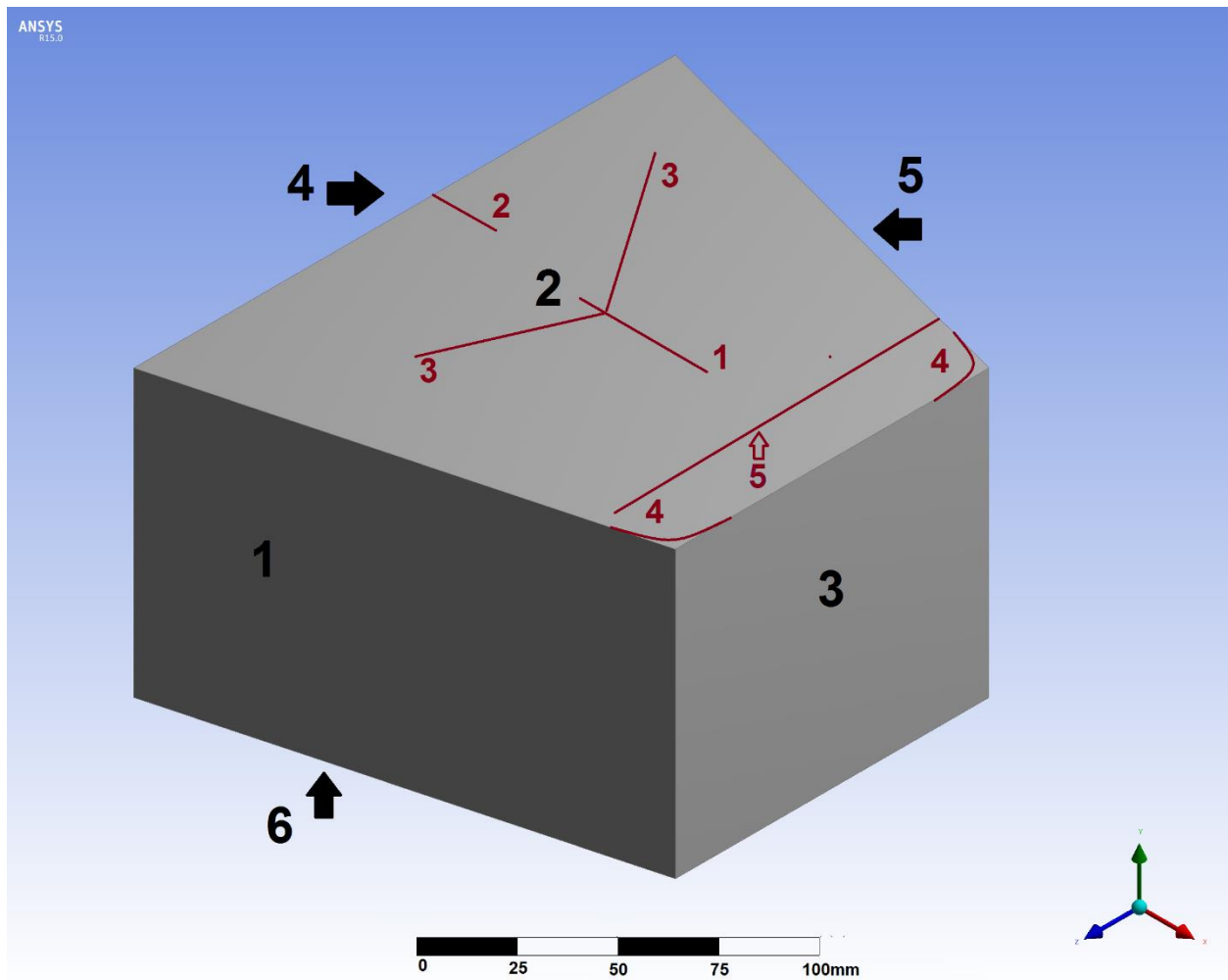


Рисунок 60. Грани футеровочного кирпича (черные обозначения): 1 и 5 – боковые, 2 и 6 – горизонтальные, 3 – рабочая, 4 – тыльная. Возможные направления роста термических трещин (красные обозначения): 1, 2 – радиальные, 3 – V-образные, 4 – разрушение углов и ребер, 5 – скол рабочей грани изделия.

При свободном положении всех сторон изделия, во время резкого нагрева рабочей грани формируется зона высоких деформаций в средней части внутри изделия, максимальный градиент которых направлен к горячей поверхности кирпича (обозначен линией на рисунке 61а). Соответственно, следует ожидать разрушения изделий по оси симметрии в вертикальной плоскости (направление 1 на рисунке 60).

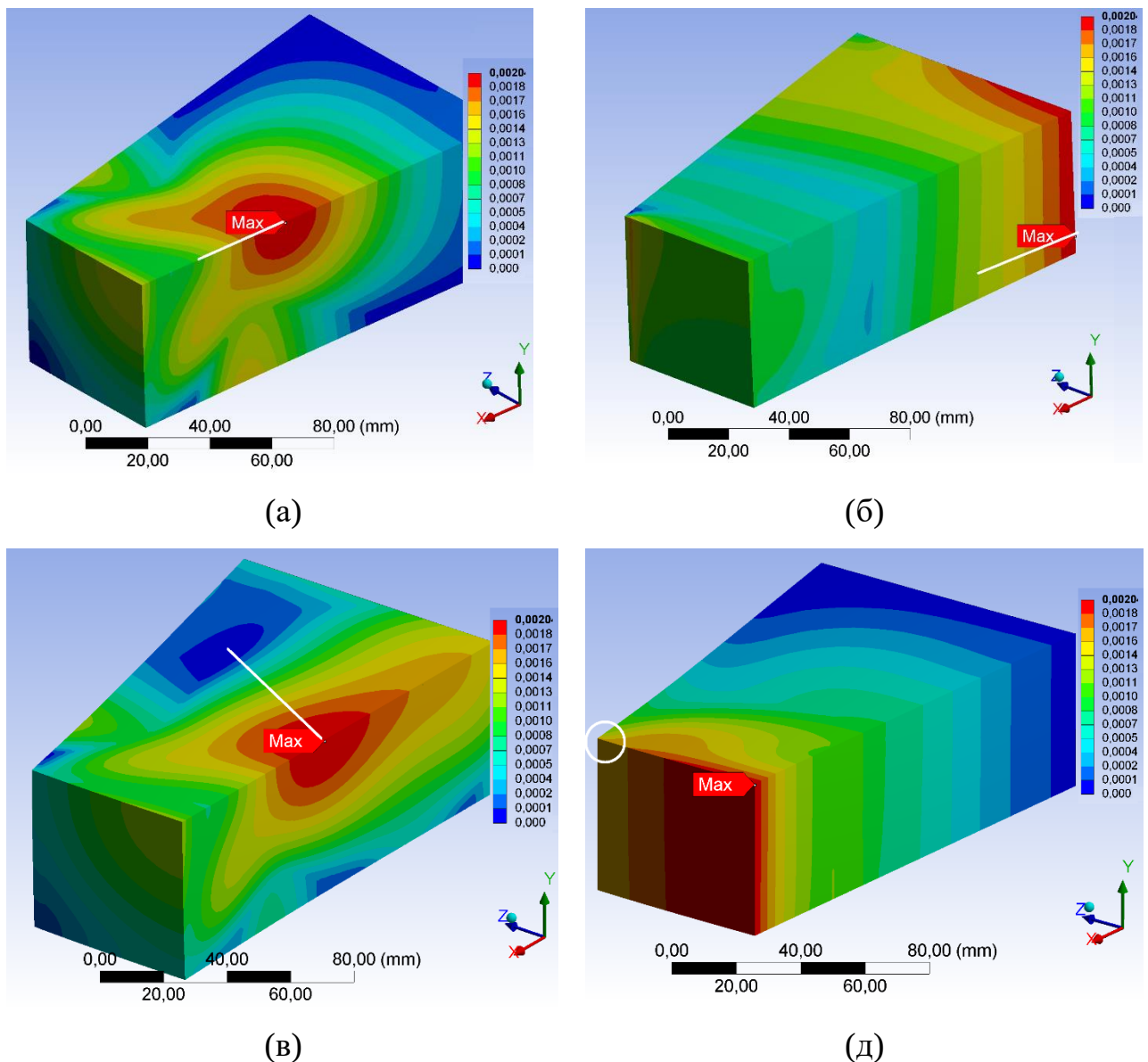


Рисунок 61. Поле главных упругих деформаций при резком нагреве огнеупора (Сечение плоскостями, параллельными XY и XZ): (а) – при незначительном зажатии граней, (б) – при боковом стеснении изделия, (в) - в случае тыльного стеснения, (д) - при вертикальном стеснении изделия.

В случае, если перемещение в боковом направлении невозможно (изделия одного ряда плотно прилегают друг к другу, компенсаторы бокового расширения отсутствуют) максимальные упругие деформации формируются в центральной части тыльной грани изделия (рисунок 61б). Максимальный градиент деформации также направлен вдоль оси симметрии, параллельной плоскости ХУ. Трещина в этом случае располагается по направлению 2 на рисунке 60.

При зажатии тыльной грани формируются боковые зоны локального сжатия при сохранении центральной зоны растяжения. Соответственно формируется градиент деформаций, располагающий к росту вертикальных (параллельных оси Y) трещин от центральной части изделия в направлении углов тыльной грани (рисунок. 61в). В этом случае длина траектории трещины может возрасти до 2 раз в зависимости от геометрической формы изделия по сравнению с радиальным растрескиванием (направление 3 рисунок 60).

При вертикальном стеснении изделий возникают условия для разрушения в угловых зонах рабочей грани (рисунок 61д), там формируется максимальный градиент упругих деформаций (область 4 на рисунке 60). Однако, температура этой зоны превышает уровень, при котором возможно разрушение огнеупора по хрупкому механизму, соответственно имеют место пластические деформации, приводящие к скруглению угловых ребер и расширению швов.

При комбинации различных вариантов стесненных условий наиболее напряженные зоны в изделиях формируются также в окрестности вертикальных ребер рабочей грани изделия.

Следует отметить, что в огнеупорных футеровках часто наблюдаются сколы изделий, параллельные рабочей поверхности (рисунок 60, направление 5), которые, согласно расчетам, могут возникать на ранних стадиях нагрева – в течение его первых нескольких секунд, пока температура в этой области не превысила значение «хрупко-пластичного» перехода. На рисунке 62 приведены эпюры главных упругих деформаций для различных моментов времени процесса нагрева.

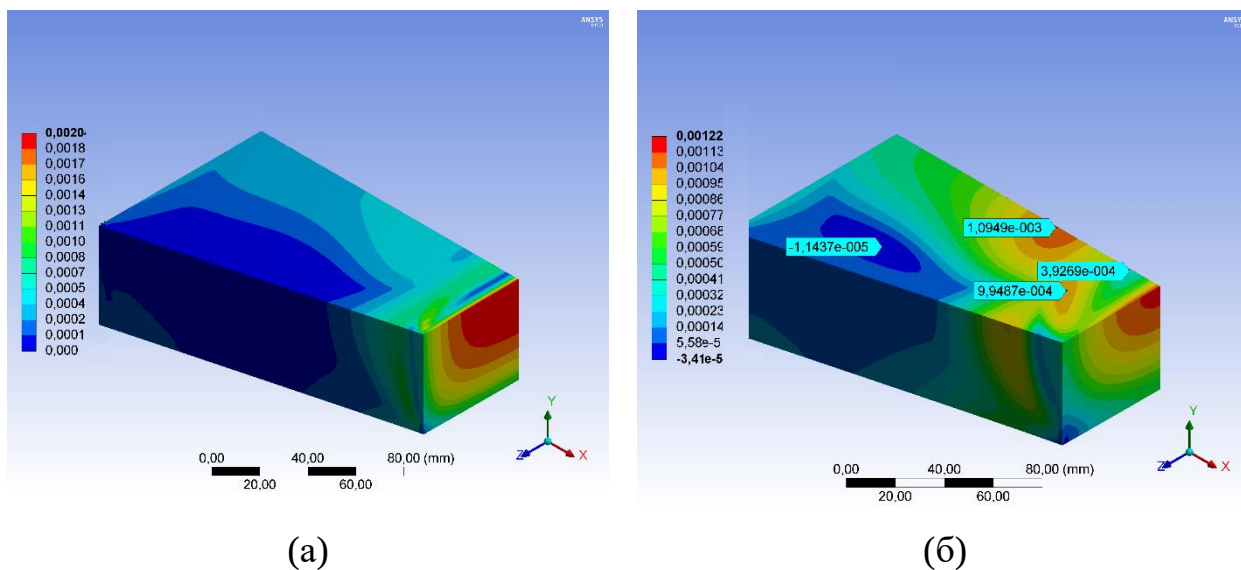


Рисунок 62. Главные упругие деформации при резком нагреве рабочей грани огнеупора. (а) – 5 секунд после начала нагрева, (б) – 50 секунд.

На рисунке. 62а видны зоны растягивающих деформаций на горизонтальном (параллельном плоскости XZ) сечении в окрестности вертикального ребра рабочей грани. В то же время, ближайшая зона сжатия находится на незначительном удалении от рабочей поверхности в центральной части изделия. С учетом того, что в рассмотренных условиях нагрева (5 секунд после контакта рабочей поверхности с расплавом) температура этой области соответствует условиям хрупкого разрушения – возможно образование скола, параллельного рабочей поверхности.

В дальнейшем (рисунок 62б) картина деформаций трансформируется – основной зоной растяжения становится центральная часть изделия, возникают два альтернативных направления роста трещины: из центра изделия в радиальном направлении, перпендикулярно рабочей грани (при свободном закреплении или боковом стеснении), либо в сторону вертикальных ребер тыльной грани с образованием V – образных трещин (при зажатии тыльной грани).

Рассмотренные выше варианты возникновения трещин в рабочих футеровках высокотемпературного оборудования часто наблюдаются на практике – рисунок 63. Рассмотренные результаты нагрева и охлаждения изделий при разных условиях закрепления (расположения поверхностей стеснения) и характерная картина НДС в этих случаях сведены в таблицу 11.





Рисунок 63. Виды трещин в огнеупорах. (а) – V-образные трещины, (б) – параллельные рабочей грани, (в) – радиальные, перпендикулярно рабочей грани, (г) – выкрашивание и размытие углов рабочей грани при комплексной нагрузке.

Таблица 11.

Локализация и последовательность появления термических напряжений при нагреве и охлаждении.

| Стеснение |      | Характер изменения температуры рабочей грани                                                                                                                                                                                                                      |                                                                                                          |
|-----------|------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Бок       | Тыл  | Нагрев                                                                                                                                                                                                                                                            | Охлаждение                                                                                               |
| Есть      | Есть | Вертикальные швы рабочей поверхности. В дальнейшем – на оси симметрии изделия на умеренном удалении от рабочей грани. На ранних стадиях появляется напряженная зона на оси симметрии вблизи тыльной грани, в дальнейшем рост напряжений в ней значительно меньше. | Растягивающие напряжения по центру рабочей грани. Изгиб боковых граней на некотором удалении от рабочей. |
| Нет       | Есть | Изгиб боковых граней, напряжения сжатия на них. Напряжения в точках контакта тыльной грани и ее «опоры»                                                                                                                                                           |                                                                                                          |
| Есть      | Нет  | Вертикальные швы рабочей поверхности. В дальнейшем – на оси симметрии изделия на умеренном удалении от рабочей грани.                                                                                                                                             |                                                                                                          |
| Нет       | Нет  | Вертикальные швы рабочей поверхности. В дальнейшем – на оси симметрии изделия на умеренном удалении от рабочей грани. Изгиб боковых граней, напряжения сжатия на них.                                                                                             |                                                                                                          |

Конструктивные особенности кожуха оборудования, как было показано в *п. 5.1.6* (рисунок 55), могут вызывать дополнительные градиенты температуры в изделиях футеровки, таким образом, что суммарный градиент температуры перестает быть перпендикулярен рабочей поверхности, как в случаях, рассмотренных выше, а направлен под некоторым углом к ней. Пример такого градиента температуры приведен на рисунке 64.

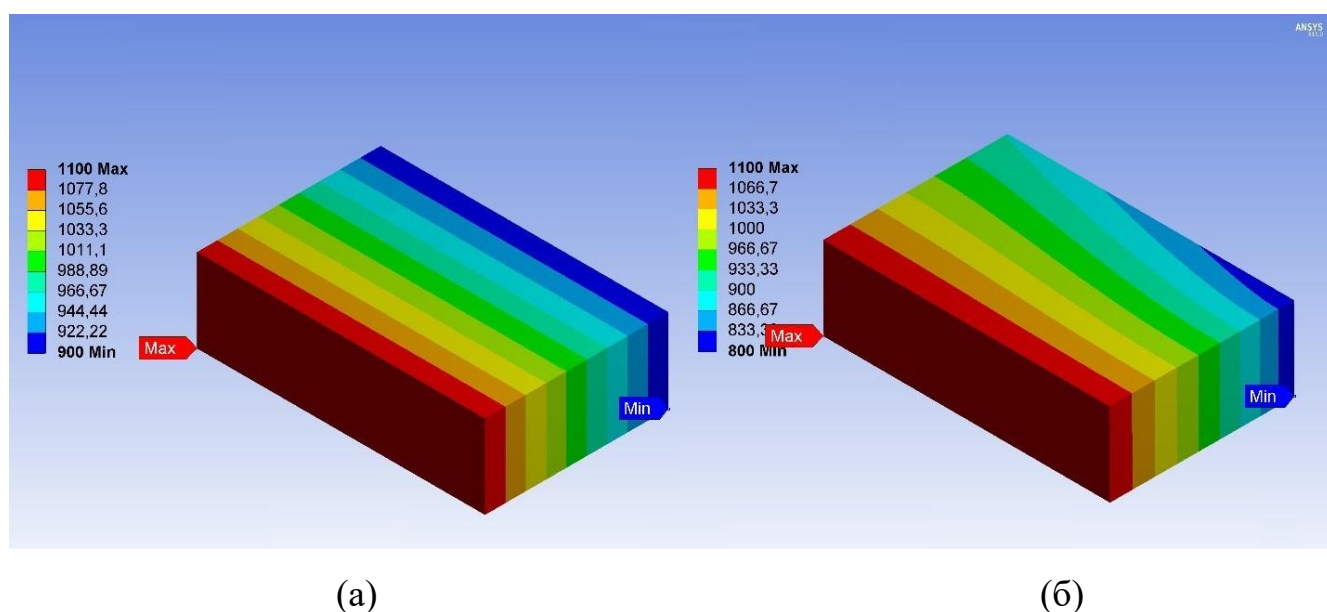


Рисунок 64. Пример градиента температуры, возникающего под действием локального интенсивного охлаждения участка кожуха (°C): (а) – градиент отсутствует; (б) – пример градиентного распределения температуры.

Для верификации предыдущих рассуждений, полученные результаты сравнивали с расчетами, выполненными другими методами и исследованиями других авторов.

Например, в работах [16, 317] анализ направления роста трещин в рабочем слое футеровки при наличии и отсутствии температурного градиента на «холодной» грани был выполнен с помощью как метода конечных элементов и предложенного градиентного деформационного и других критериев, так и методом дискретных элементов с моделированием роста и траектории трещины в явном виде.



Было проведено сравнение различных критериев роста трещин при конечно-элементном моделировании для верификации полученных результатов. Например, использовался критерий Друкера – Прагера – Ранкина [138, 394]:

$$\begin{cases} \sigma_{fract} = 1.5(\beta - 1)\sigma_{mean} + 0.5(\beta + 1)\sigma_{eq} = \sigma_c \\ \sigma_1 = \sigma_t \end{cases}, \quad (83)$$

здесь  $\beta = \sigma_c / \sigma_t$ ,  $\sigma_c$  и  $\sigma_t$  – значения пределов прочности материала при сжатии и растяжении соответственно,  $\sigma_{fract}$  – значение критерия,  $\sigma_{mean}$  – среднее напряжение,  $\sigma_{eq}$  – интенсивность напряжений (напряжения по Мизесу),  $\sigma_1$  – критерий Ранкина (максимальное главное напряжение).

Эпюры, демонстрирующие значения использованных критериев, вычисленных методом конечных элементов, приведены на рисунке 65 для случая, если градиент температуры на «холодной» стороне футеровки отсутствует, рассматриваются только собственные деформации изделий – боковые стесненные условия отсутствуют. Время экспозиции после резкого нагрева рабочей грани – 2 минуты.

На рисунке 65 области максимальных значений всех рассмотренных критериев локализованы в одной зоне изделия, в которой и ожидается образование трещин. При этом, для определения направления их роста при использовании предложенного градиентного деформационного критерия достаточно провести анализ поля упругих деформаций для момента достижения ею критического значения и вычислить ее градиент. Для альтернативного критерия необходимо проанализировать несколько последовательных временных «срезов», чтобы выявить направление, в котором будет последовательно достигаться его критическое значение. Для рассмотренного случая значимых отличий в расположении инициирующей точки и направления распространения трещины при использовании разных критериев и подходов – не выявлено. При этом

трудоемкость обработки результата вычисления при использовании введенного критерия значительно меньше.

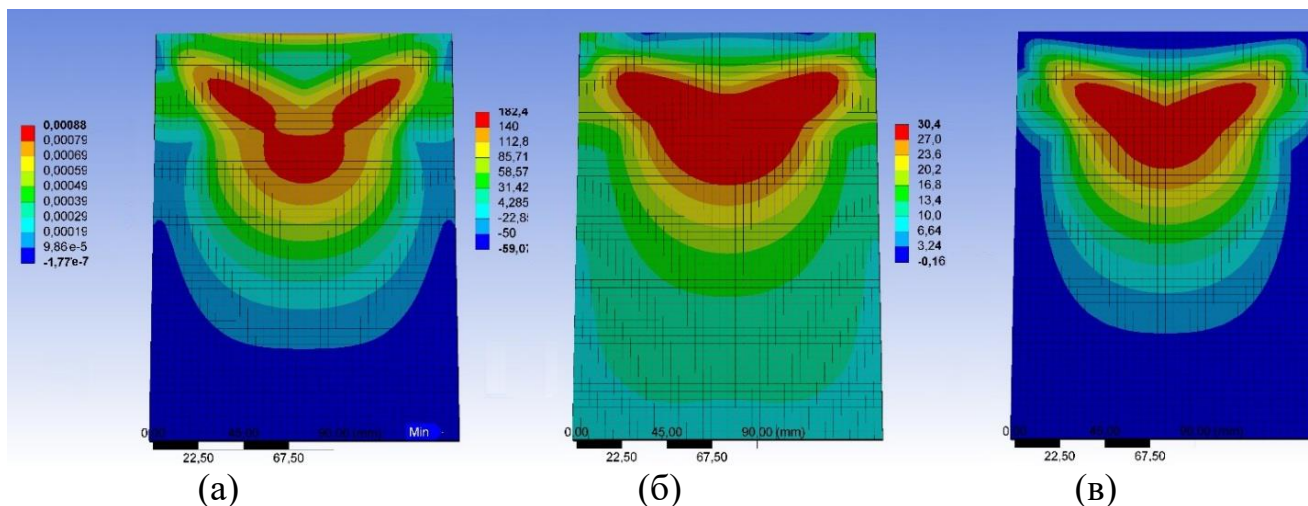


Рисунок 65. Распределения компонентов НДС после резкого нагрева рабочей поверхности (тыльная грань свободна от напряжений и градиентов температуры): (а) – эпюра упругих деформаций; (б) – эпюра значений критерия (83), МПа; (в) – эпюра значений максимальных главных напряжений, МПа.

Для случая, когда имеется перепад температуры на «холодной» грани футеровки, а другие условия сохранены, получен аналогичный результат использования разных критериев при расчете методом конечных элементов. Соответствующие эпюры приведены на рисунке 66.

Различия в результатах анализа с применением разных критериев были отмечены при малых временах экспозиции (менее 2 с). Так, применение критерия максимальных градиентов упругих деформаций в этом случае прогнозирует разрушение и выкрашивание угловых зон изделий (рисунок 63г) – время экспозиции – 0,5 с. Критерий же Друкера – Прагера – Ранкина в этих условиях, кроме того, предполагает возникновение сколов, параллельных поверхности рабочего слоя футеровки. На рисунке 67 показана угловая зона изделия и параметры ее НДС в условиях быстрого разогрева рабочей грани без учета стесненных условий. Оба варианта разрушения наблюдаются и на реальных объектах (рисунок 63г,б – соответственно).

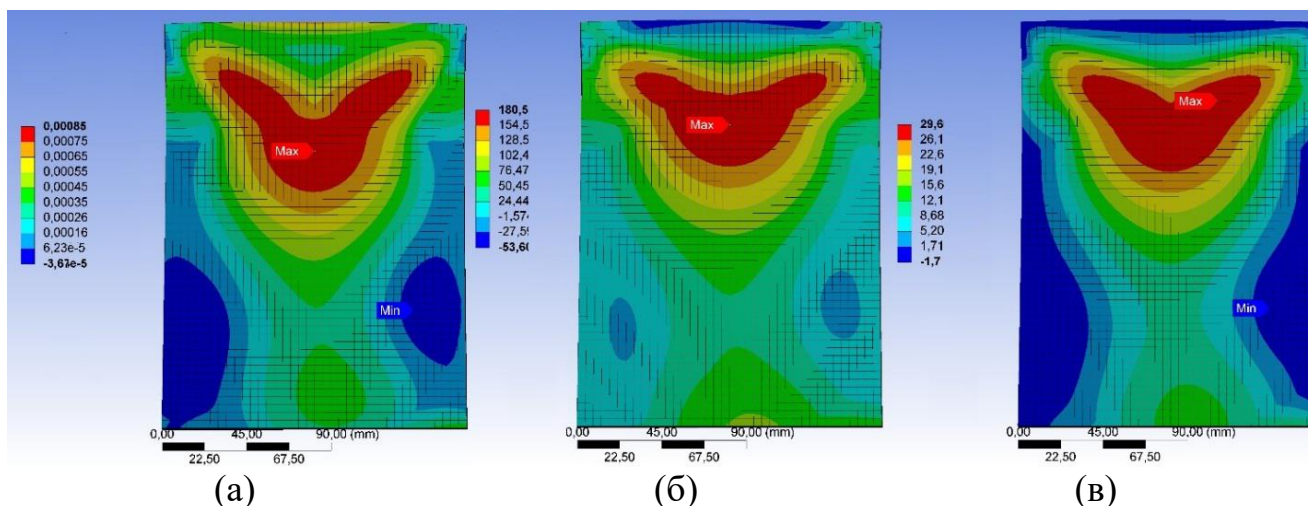


Рисунок 66. Распределения компонентов НДС после резкого нагрева рабочей поверхности при наличии градиента температур на тыльной поверхности: (а) – эпюра упругих деформаций; (б) – эпюра значений критерия (83), МПа; (в) – эпюра значений максимальных главных напряжений, МПа.

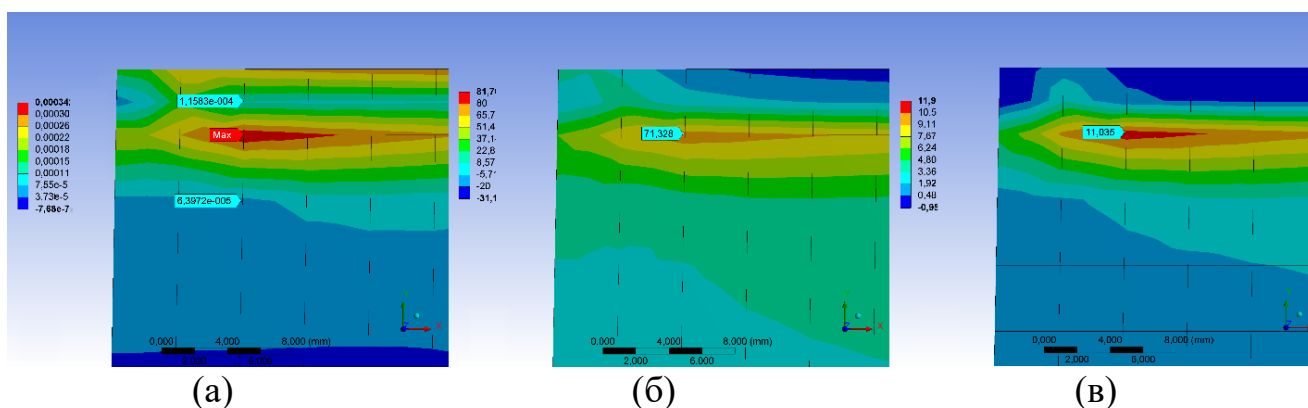


Рисунок 67. Различные критерии разрушения для угловой зоны огнеупорного изделия при времени экспозиции 0,4 с: (а) – эпюра упругих деформаций; (б) – эпюра значений критерия (83), МПа; (в) – эпюра значений максимальных главных напряжений, МПа.

При времени экспозиции 2 с, предлагаемый градиентный деформационный критерий предполагает начало формирования радиальной трещины – максимум упругой деформации смещается в центр горячей грани, а градиент направлен перпендикулярно ей. Максимальное значение критерия Друкера – Прагера – Ранкина формирует обширную область возможного разрушения, в которой возможно образование как трещины, параллельной рабочей поверхности, так и радиальной. Наглядно результат работы этого критерия приведен на рисунке 68 для дискретно-элементного моделирования [317].

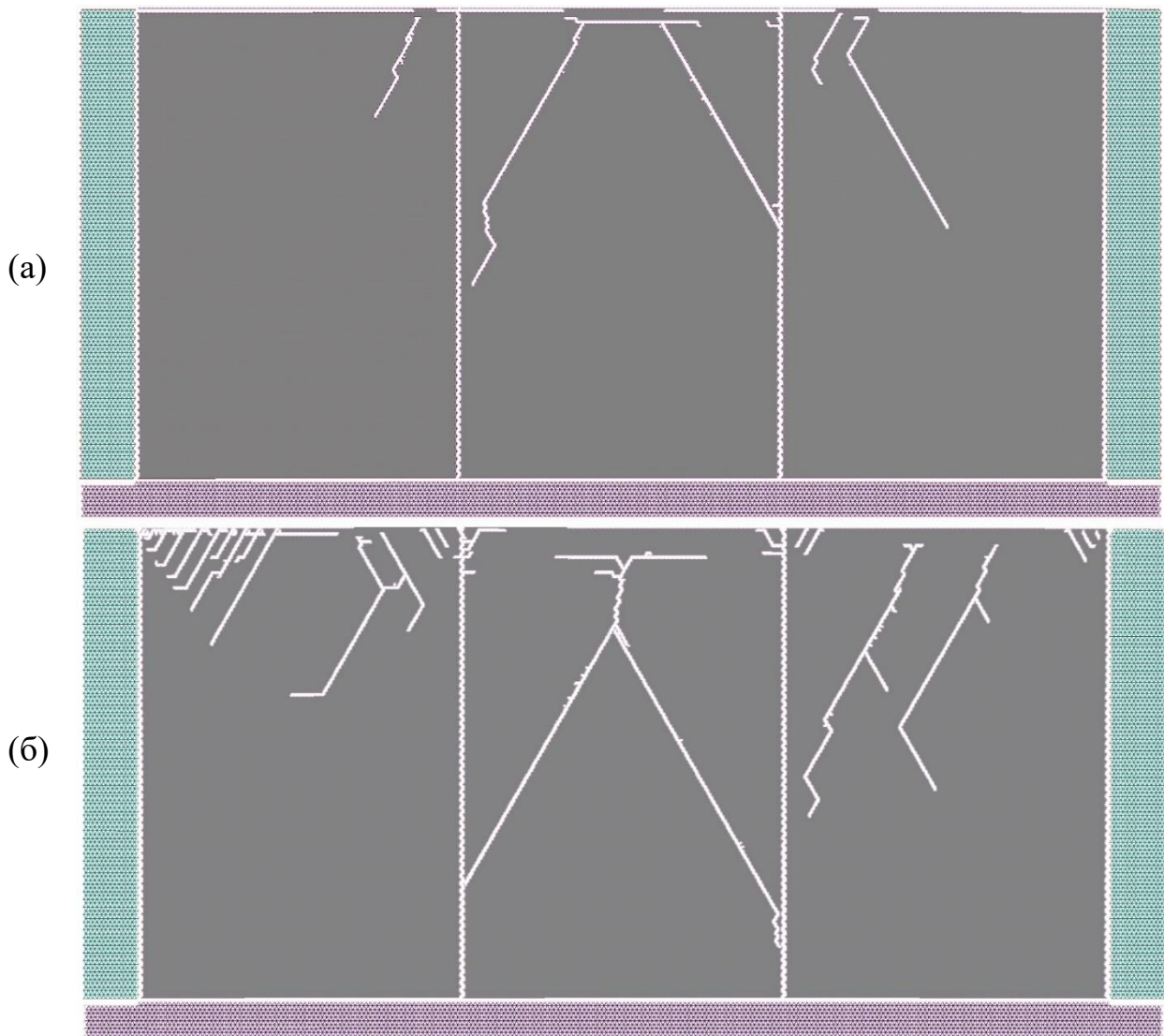


Рисунок 68. Моделирование направления роста трещин методом дискретных элементов. Сверху – градиент температуры на холодной стороне отсутствует. Снизу – с учетом градиентов температуры на холодной стороне.

Результаты моделирования методом дискретных элементов показали, что при отсутствии градиента температуры на тыльной грани футеровки, прогнозируемые трещины ориентированы без преимущественного направления, а при его наличии – преимущественное направление их роста совпадает с результатами конечно-элементного моделирования (рисунок 68). Для дискретно-элементного моделирования в качестве критерия разрушения, как и в предыдущем случае, был выбран критерий Друкера – Прагера – Ранкина.

Аналогично конечно-элементной модели, в данном расчете показана возможность образования угловых сколов, трещин, параллельных рабочей грани и

радиальных трещин (которые могут отклоняться от оси симметрии под действием градиентов температуры на «холодной» грани изделия).

Ранее, другими исследователями анализировалась возможность образования трещин, параллельных рабочей поверхности, связанных с температурным градиентом внутри материала [395]. При этом авторы предполагали отсутствие температурной зависимости свойств материала, а зону образования таких трещин приурочивали к области изменения характера деформации при резком изменении температуры одной из поверхностей объекта – например с растяжения на сжатие.

#### *5.4.3. Рабочая футеровка сталеразливочного ковша*

Сталеразливочный ковш является одним из основных агрегатов черной металлургии, выполняя как функцию промежуточной емкости для нахождения расплава в промежутке времени от его выплавки в печи до разливки, так и агрегата, в котором происходит доводка химического состава металла до требуемого, путем введения легирующих добавок и т.п. Сталеразливочный ковш является агрегатом периодического действия, температура рабочей поверхности футеровки при обработке металла может превышать 1700 °С, а в перерыве между циклами обработки (плавками) опускаться ниже 900 °С.

Характерные разрушения огнеупорной футеровки сталеразливочного ковша – это радиальные трещины, разделяющие огнеупорные изделия надвое на симметричные части, распространяющиеся в пределах одного изделия (рисунок. 69, красные стрелки). Кроме того, в процессе эксплуатации периодически возникают глубокие магистральные трещины, проходящие через несколько соседних изделий на всю толщину футеровки, зачастую являющиеся причиной преждевременного вывода агрегата из эксплуатации (рисунок 69, зеленая стрелка).



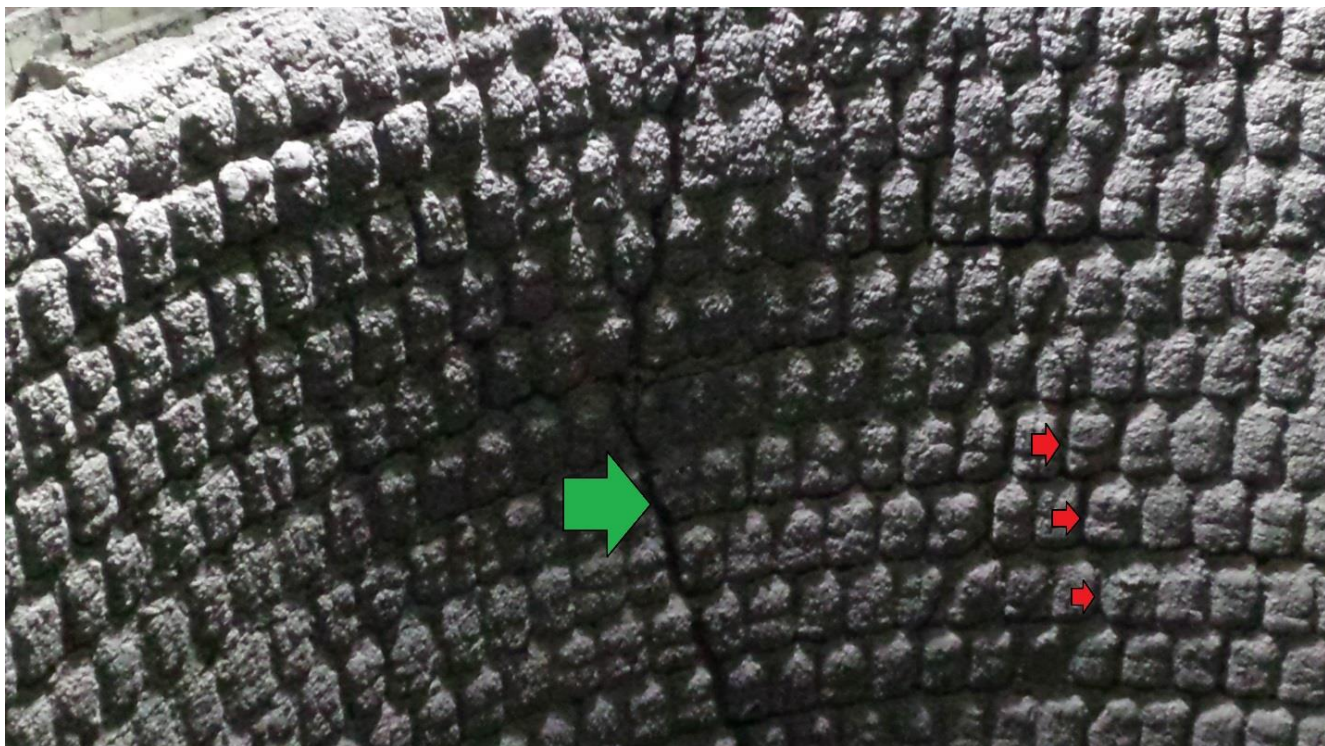


Рисунок 69. Вид футеровки сталеразливочного ковша после эксплуатации с указанием трещин разного характера (пояснения приведены в тексте).

Трещины, разделяющие изделия надвое, возникают в большинстве случаев эксплуатации сталеразливочного ковша при термическом ударе, связанном с повышением температуры – заливке расплава в ковш, при этом перепад температуры может составлять 500 °С и более. Подробно процесс трещинообразования внутри единичного изделия с использованием предложенного *многоуровневого подхода* и градиентного деформационного критерия проведен в [15, 317] (*п. 5.4.2*). При этом, с помощью численного моделирования установлено, что возникновение трещин такого рода происходит на некотором удалении от рабочей поверхности, в области температур огнеупора, при которых не наблюдается пластических эффектов вследствие предплавления материала. Экспериментально зафиксированное время и место появления видимых трещин на поверхности футеровки согласуется с расчетной локализацией первоначальной трещины и скоростью коррозии огнеупора, которая и приводит к износу той части огнеупора, которая находится в пластичном состоянии при его эксплуатации и не подвержена хрупкому разрушению (*см. п 2.2*).

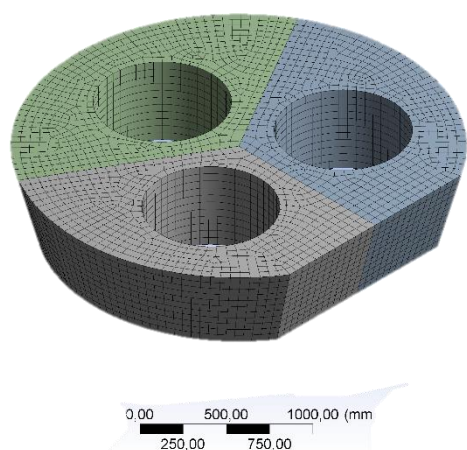
Образование крупных магистральных трещин связано с особенностями полей напряжений и деформаций на размерном уровне агрегата и находится в зависимости как от температурного поля, так и от размеров оборудования (*п. 2.2*). При этом, в сталеразливочных ковшах могут быть выделены зоны преимущественного трещинообразования согласно деформационному градиентному критерию, расположенные около цапф ковша и на линии, перпендикулярной их оси. Однако, в агрегатах большого размера эти зоны приводят к образованию индивидуальных трещин, в то время как в агрегатах малого диаметра, вследствие суперпозиции полей компонентов НДС, такие трещины локализованы хаотично или регулярно (рисунок 20). Предложенный критерий для определения направления роста трещин позволяет объяснить, как локализацию трещин в оборудовании разного размера, так и образование трещин, направление которых отлично от радиального (в частности, возникновение так называемых «косых» трещин было предсказано в случае значительного износа теплоизоляции агрегатов и, как следствие, локального интенсивного теплообмена) [16].

#### *5.4.3. Свод дуговой сталеплавильной печи*

Одним из быстро изнашиваемых огнеупорных изделий является бетонная вставка свода дуговой сталеплавильной печи (ДСП), конечно-элементная модель которой изображена на рисунке 70а. Возникновение трещин в этом изделии наблюдается как на стадии сушки бетона (удаления технологической влаги), так и при его эксплуатации. Вставка может выполняться как в виде единого блока, так и в виде отдельных сегментов, монтаж которых производится по месту применения. Пример разделения изделия на отдельные сегменты в процессе производства показан на рисунке 70а различными цветами.

**Граничные условия** в этом случае обусловлены рабочей температурой на одной из поверхностей вставки (условие первого рода по температуре) и активным охлаждением противоположной поверхности – условие третьего рода. Закрепление

модуля осуществляется за счет фиксации конической боковой поверхности и возможность ее перемещения определяется тепловым расширением металлической обечайки, то есть применяется условие вида (42).



(а)



(б)

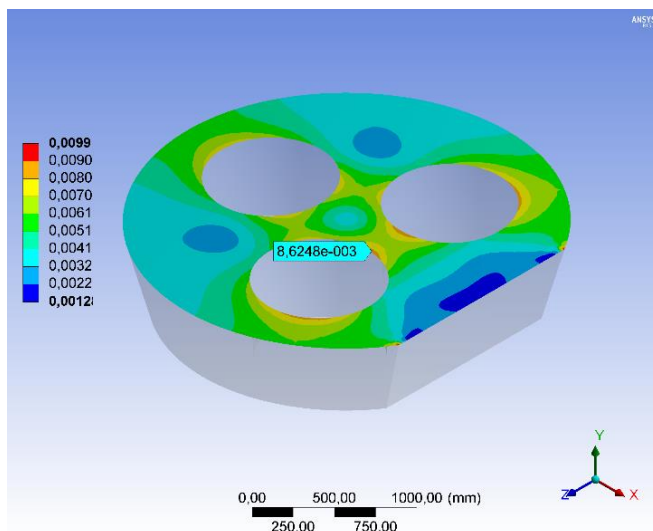
Рисунок 70. Бетонная вставка свода ДСП (а). Характерные признаки ускоренного износа промежутков между электродными каналами вставки свода ДСП (б).

Типичная картина поля упругих деформаций вставки ДСП (упругие деформации материала) в процессе эксплуатации в случае ее монтажа в виде единого блока показана на рисунке 71а. Максимальные деформации и их градиенты в этом случае фиксируются на сторонах цилиндрических электродных каналов, обращенных друг к другу. Соответственно, перемычки между ними являются основной зоной повреждений. На рисунке 70б. стрелками указаны характерные признаки истончения промежутков между электродными каналами, происходящего по причине усиленного трещинообразования в этой зоне.

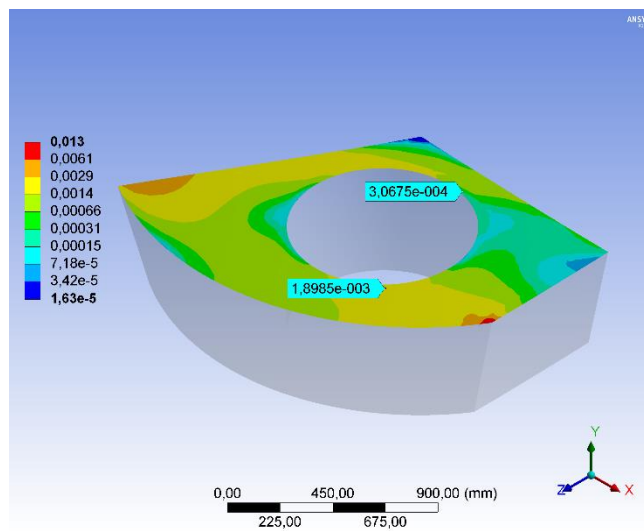
При изготовлении вставки в виде набора сегментов, между которыми оставляют технологические зазоры для снижения напряжений при тепловом расширении, картина поля упругих деформаций изменяется, происходит существенное снижение упругих деформаций и увеличивается ресурс изделия (рисунок 71б). Максимальные упругие деформация на рисунке 71а достигают 1%,



что значительно превышает их типичный критический уровень для ККМ (около 0,2%). В случае выполнения свода в виде сегментов максимальные деформации локализованы у внешнего края изделия, а в точках, способных стать источником магистральных трещин уровень деформаций не превышает критической величины (рисунок 71б).



(а)



(б)

Рисунок 71. Упругие деформации единого свода ДСП (а). Упругие деформации в сегменте свода ДСП (б).

#### 5.2.4. Применение модели разрушения к испытанию огнеупора на термостойкость

Заключительной стадией разрушения квазихрупкого материала является формирование магистральной трещины, разделяющей образец на отдельные фрагменты. Как правило, эта стадия у ККМ при лабораторных испытаниях на предел прочности при сжатии или изгибе происходит быстро. Процесс протекает в соответствии со сценарием хрупкого разрушения и может быть описан известными закономерностями разрушения хрупких тел с дефектами структуры [24] с использованием интегральных механических характеристик материала. В случае, если причиной разрушения являются термомеханические нагрузки, то реализуется также последовательный механизм роста трещин.

Работы [18, 19, 232, 236] затрагивают проблему термомеханического последовательного разрушения динасовых блоков размером 100x120x415 мм под действием термомеханической нагрузки, создаваемой воздушным охлаждением блоков, предварительно нагретых до 200 °С. Свойства блоков представлены в таблице 12.

Разрушение материала при испытании на термостойкость происходило последовательно в течение 28 теплосмен с образованием множества трещин. Последовательность образования трещин была проанализирована автором диссертации при помощи метода конечных элементов и введенного ранее градиентного деформационного критерия. Необходимо отметить, что, вследствие характера роста трещин, на протяжении первых нескольких теплосмен речь идет об увеличении геометрических размеров дефектов структуры. Целостность образца при этом сохраняется. Это позволяет комбинировать расчет поля упругой деформации всего образца континуальными методами с энергетическим подходом расчета прироста длины трещины за цикл нагрева – охлаждения.

Таблица 12.

Свойства динасовых блоков, исследованных на трещиностойкость при термическом ударе по режиму «200 °С – воздух» [232].

| Свойства                                    | Состав 1 | Состав 2 | Состав 3 | Состав 4 |
|---------------------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| Химический состав                           |          |          |          |          |
| SiO <sub>2</sub>                            | 96       | 96       | 97       | 98       |
| Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>              | 1,0      | 1,0      | <3       | 0,5      |
| Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>              | 0,5      | 0,5      | 0        | 0        |
| CaO                                         | 2,5      | 2,5      | <3       | 0        |
| P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>               | 0        | 0        | 0        | 0,4      |
| Плотность, г/см <sup>3</sup>                | 1,86     | 1,84     | 1,83     | 1,9      |
| Открытая пористость, %                      | 19,4     | 19,6     | 18,6     | 14       |
| Термическое расширение, %<br>(20 – 1000 °С) | 1,2      | 1,3      | 1,3      | 1,4      |
| Модуль Юнга, ГПа                            | 11       | 12       | 6        | 20       |
| Теплопроводность, Вт/мК                     |          |          |          |          |
| 20 °С                                       | 1,5      | –        | 1,1      | –        |
| 1000 °С                                     | 2,2      | –        | 2,0      | –        |

В качестве расчетной модели рассматривался симметричный сегмент (четверть) исходного образца, полученный путем его рассечения плоскостями симметрии. В качестве начального условия принималась температура испытания – 200 °С во всем объеме образца. *Граничные условия* по температуре третьего рода варьировались с учетом теплообмена на конкретной грани в зависимости от среды, с которой она контактирует (воздух либо металлическая подставка). В качестве механического *граничного условия* использовали условия симметрии на секущих плоскостях. На рисунке 72 показана расчетная модель, причем опорная пластина, на которой происходит наиболее интенсивный теплообмен располагается в верхней части и показана прозрачным контуром.

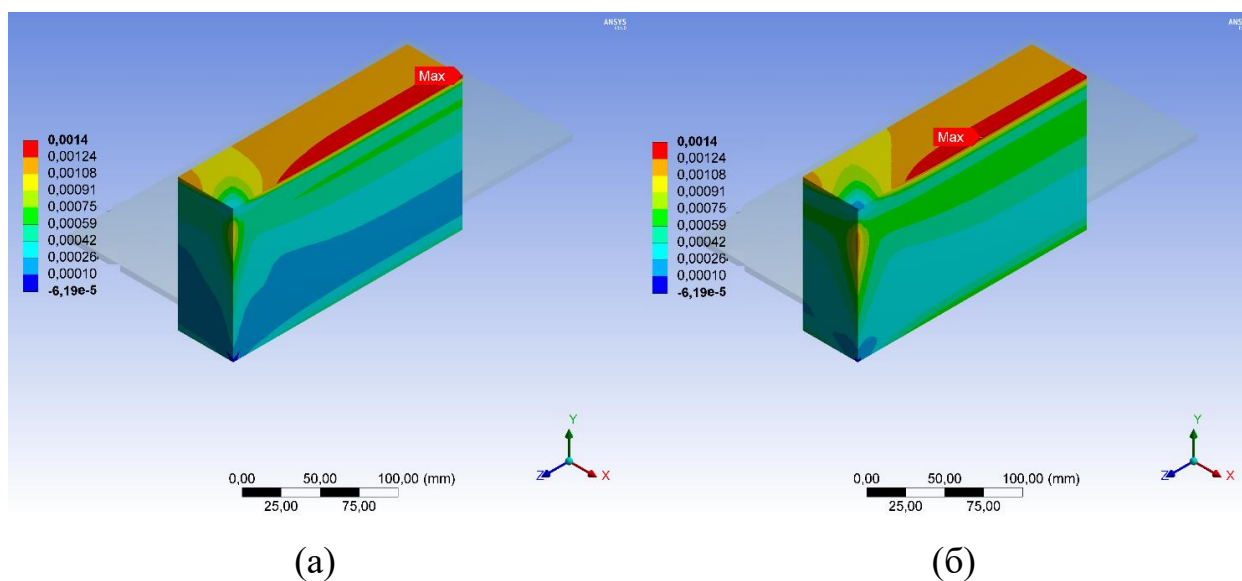


Рисунок 72. Локализация максимума главных упругих деформаций в образце в моменты времени 48 с (а) и 108 с (б).

В рассмотренных условиях теплообмена деформации и напряжения в материале (согласно результатам расчета) быстро нарастают при охлаждении и в течение первых 5 с достигают критических величин, причем максимум напряжений и растягивающих деформаций локализован в средней части длинного ребра образца (рисунок 72а). В дальнейшем, приблизительно через 2 минуты охлаждения, максимальные напряжения перемещаются в точки, делящие длинное ребро на 4 части, причем максимальный уровень деформаций в них выше, чем в

центральной части (рисунок 72б). В этой зоне деформации оказываются максимальными в период 1 – 6 минут охлаждения. Далее максимум деформаций перемещается в центральную зону среднего по длине ребра (расположенного вертикально на рисунке 72).

На рисунке 73 приведен график изменения деформаций во времени для такого образца по зонам и максимальное значение для всей системы за один цикл охлаждения (рассчитано для всего образца континуальным методом). Упругие деформации последовательно достигают максимума в нескольких зонах образца, причем фактическая последовательность появления трещин в образце соответствует приведенному расчету (рисунок 74) Числа в верхней части схем расположения трещин означают количество прошедших теплосмен.

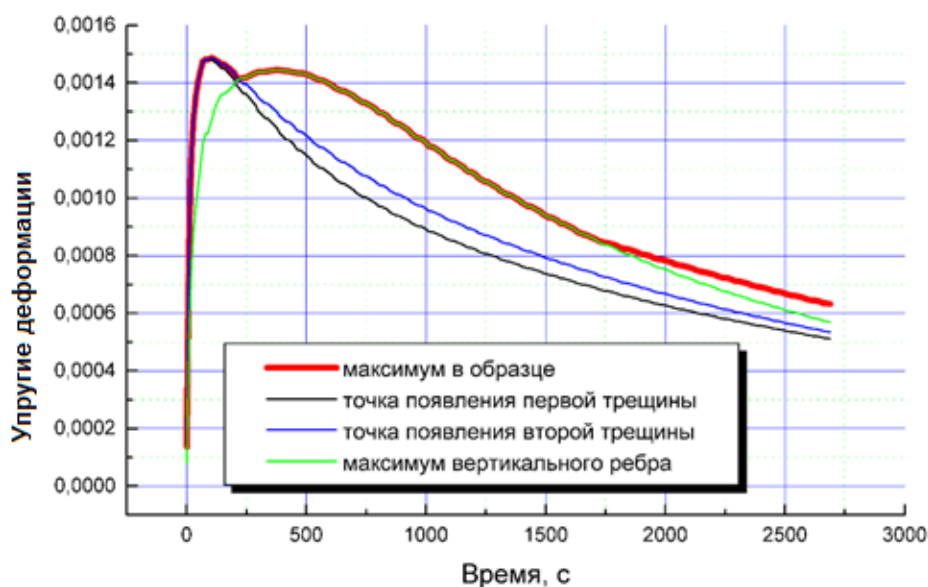


Рисунок 73. Развитие упругих деформаций в образце (максимальные главные для некоторых зон образца).

Аналогичное перемещение области максимальной деформации отмечалось автором также в работах [15, 318] (рисунок 61а, в) при исследовании поля упругой деформации огнеупорного кирпича при его эксплуатации в рабочей футеровке сталеразливочного ковша в условиях теплосмены. Был рассмотрен термический удар при заполнении ковша расплавом, показано, что в течение нескольких минут

наиболее напряженная область изделия перемещается с его горячей поверхности вдоль оси его симметрии на глубину 30 – 40 мм, что составляет до 20% толщины рабочего слоя футеровки.

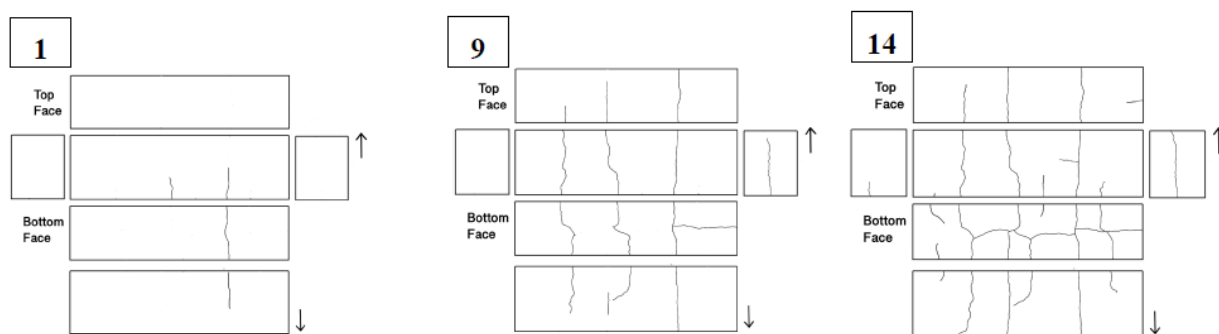


Рисунок 74. Фактическая последовательность трещинообразования при исследовании термостойкости динасовых блоков [18].

## 5.5. Моделирование инициации трещин на структурах, имитирующих реальные огнеупорные материалы

### 5.5.1. Геометрическая модель структуры огнеупорного материала

Фактически, зерна каркаса огнеупорных материалов, применяемых в промышленности, обладают сложной геометрической формы, которая не может быть достаточно точно описана при помощи сферических и эллиптических приближений или сведена к симметричному многограннику. Зерна, получаемые путем дробления или помола, как правило имеют форму, образованную большим количеством разно ориентированных плоскостей, образовавшихся в результате сколов в процессе измельчения. На рисунке 75 приведены примеры зерна плавленного периклаза после измельчения на производственной площадке Комбината «Магнезит» (г. Сатка, Челябинской области).

Для анализа особенностей НДС в реальных огнеупорах и оценки возможности применения зависимостей, полученных выше в настоящей главе к реальным промышленным материалам, была построена геометрическая модель по результатам рентгеновской томографии серийного изделия производства

Комбината «Магнезит». На рисунке 76 приведен общий вид объекта томографического исследования (а) и два примера плоских сечений («срезов») материала, полученных в результате снятия томограммы (б, в). На «срезах» хорошо видно взаимное расположение зерен «каркаса» (светлые области), несколько размерных уровней зерен – от 1 до 6 мм, связующая матрица.

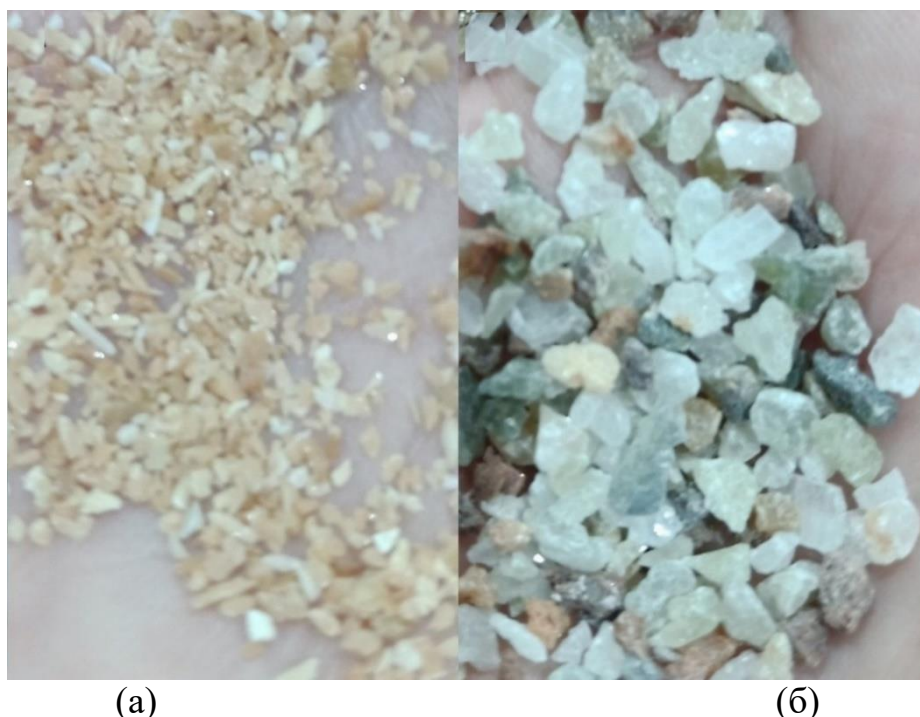


Рисунок 75. Внешний вид зерен плавленного периклаза после помола. Размер зерна 1-0 мм (а) и 3-1 мм (б).

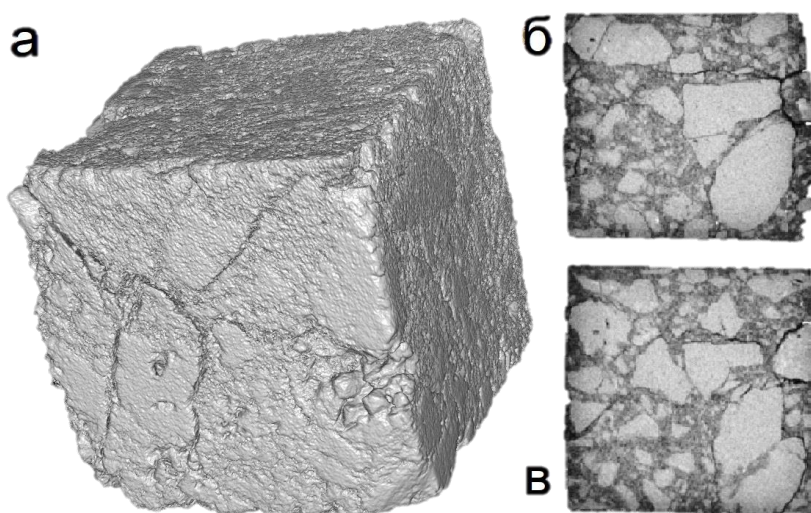


Рисунок 76. Результат томографического исследования огнеупорного материала ПУ95-10-К. (а) – общий вид, (б), (в) – плоские «срезы», восстановленные по данным исследования. Исследование выполнено в ИФПМ СО РАН А.С. Буяковым.



В качестве основы геометрической модели материала был использован результат оцифровки по результатам томографического исследования усреднённой геометрической формы огнеупорного зерна (рисунок 77а), который соответствует внешнему виду молотых огнеупорных материалов, приведенных на рисунке 75. При использовании модели зерна и масштабирования была получена геометрическая упрощенная модель материала, учитывающая различные размерные уровни фракций огнеупорных зерен (3 уровня) и разные варианты расстояний между ними (рисунок 77б). Полученная модель применялась для расчета полей напряжений и деформаций при нескольких распространенных видах нагрузок (растяжение, сжатие и изгиб) возникающих при промышленной эксплуатации огнеупорных материалов. При моделировании растяжения и сжатия использовали *граничные условия* вида (54), а для изгиба – вида (58).

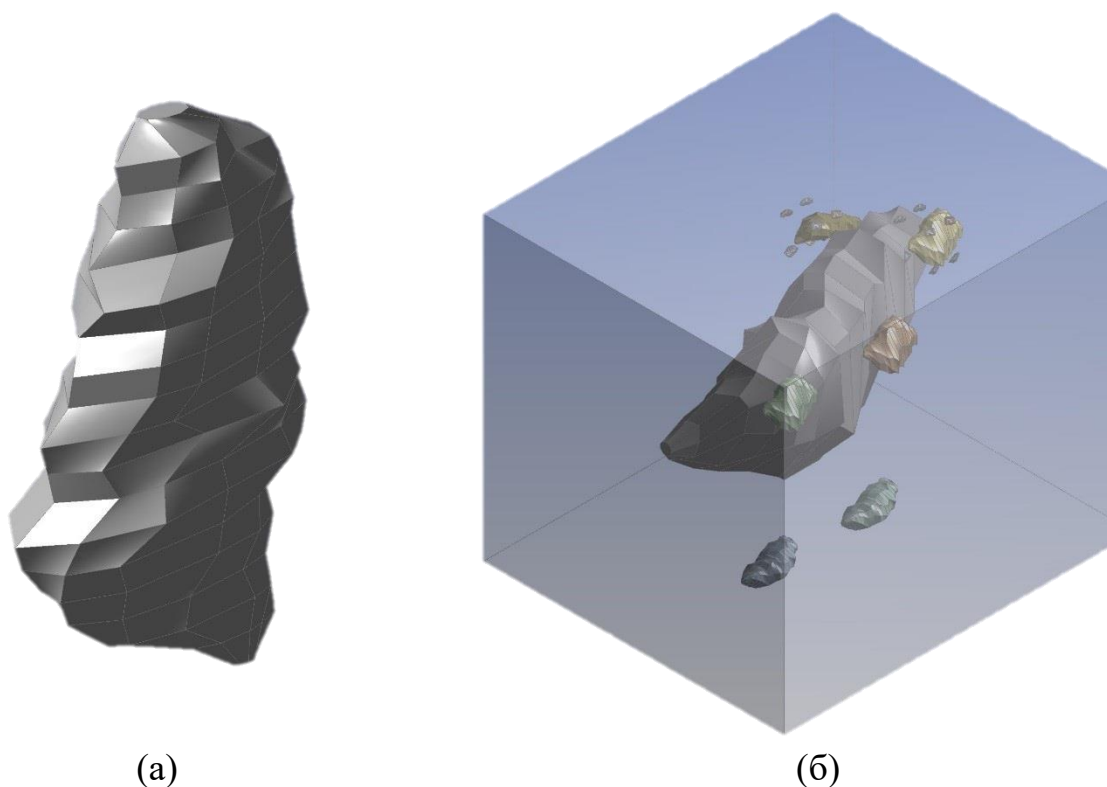


Рисунок 77. Геометрическая модель огнеупорного зерна по результатам томографического исследования (а) и модель материала с учетом размерных уровней зерен и расстояний между ними (б).

### 5.5.2. Сжатие

При исследовании влияния сжатия на модельную структуру, в связи с типичной вытянутой геометрической формой зерен каркаса материала рассмотрены оба варианта приложения нагрузки – при совпадении направления нагрузки с длинной осью включения (ось Z) и в перпендикулярном направлении (вдоль оси Y).

В случае пластичной матрицы, содержащей хрупкие частицы (наиболее распространенный случай для огнеупорных материалов при повышенной температуре в состоянии предплавления) характер распределения максимальных деформаций в системе не отличается от результатов, полученных для идеализированных структур – максимальные деформации сконцентрированы в окрестности «экваторов» частиц с учетом локальных концентраторов напряжений, способных сдвигать положение локального максимума в том или ином направлении. Например, на рисунке 78а сжимающая нагрузка направлена вдоль оси Z (направление указано в нижнем правом углу изображения), при этом зоны максимального отклика – напряжений и деформаций ориентированы (вытянуты) перпендикулярно нагрузке и в основном сосредоточены в центральной зоне частиц.

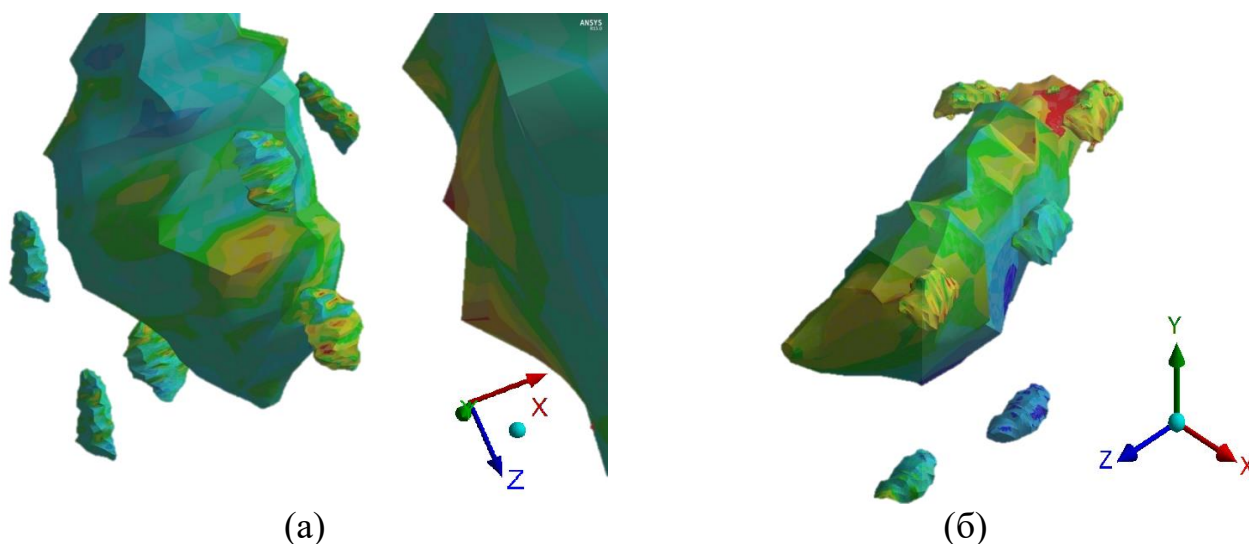


Рисунок. 78. Распределение деформаций по поверхности хрупких частиц в пластичной матрице при сжатии вдоль оси Z (а). Влияние изгиба на систему хрупких включений в пластичной матрице (б).



На рисунке 79 приведена эпюра максимальных упругих деформаций в сечении, проходящем через наиболее напряженную зону модели для матрицы (а) и частиц (б) соответственно при сжатии вдоль короткой оси.

Очевидно, что локальные напряжения находятся в значительной зависимости от взаимного расположения и размера частиц. При расстояниях между частицами, соизмеримыми с их собственным размером наблюдаются локальные максимумы деформаций и напряжений – выполняется принцип Сен-Венана. Особенно это явление выражено при наложении нескольких полей напряжений друг на друга – одинаково ориентированные по направлению внешнего воздействия мелкие частицы формируют вокруг себя зону значительных напряжений при наличии двух соседних частиц и зону умеренных напряжений при наличии одной соседней частицы. Кроме того, уровень напряжений и деформаций в окрестности и внутри самих частиц имеет обратную зависимость от их размера – частицы с малыми размерами формируют поля более интенсивных нагрузок. Это может объясняться корреляцией размера частицы и радиусов кривизны ее поверхностей: как было показано выше, поверхности с меньшими радиусами кривизны формируют в своей окрестности поля больших нагрузок.

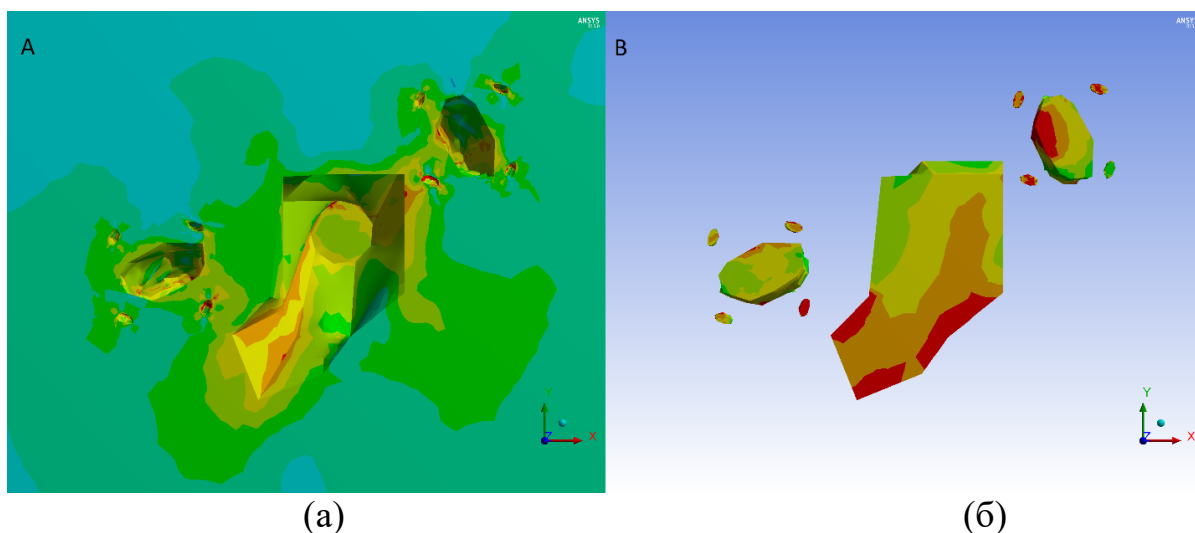


Рисунок 79. Деформации матрицы (а) и частиц (б) при сжатии по вдоль оси Y.

### 5.5.3. Растяжение

При растяжении локальные максимумы напряжений и деформаций расположены в окрестностях концентраторов напряжений, перпендикулярно оси приложенной нагрузки. Кроме того, вдоль оси нагружения около «полюсов» частиц формируется зона разгрузки – локальных минимумов напряжений и деформаций. При этом взаимное влияние соседних включений, выражающееся в усилении эффекта концентрации напряжений при малых расстояниях между ними – сохраняется.

### 5.5.4. Изгиб

При изгибе, в отличие от рассмотренных выше случаев, нагрузка распределяется неравномерно в рассматриваемом образце – возникают обширные области растяжения и сжатия, расположенные по разные стороны оси симметрии изгиба. Соответственно, напряжения, возникающие на уровне образца, передаются и на локализованные в соответствующих областях частицы.

На рисунке 78б показано, что для крупной частицы, находящейся вблизи или на оси изгиба, происходит формирование зон растяжения и сжатия в масштабе самой частицы.

На рисунке 80 приведены эпюры упругих деформаций при изгибе для матрицы в окрестности крупной частицы, через которую проходит ось изгиба (а) и внутри этого включения (б) соответственно. Следует отметить, что внутри частицы области близких по значению деформаций обширны и характеризуются относительно плавными переходами. Локальные максимумы деформации матрицы напротив располагаются строго вблизи концентраторов напряжений и ограничены в пространстве.

Таким образом, согласно введенному градиентному деформационному критерию (при температуре футеровки, предполагающей хрупкий характер разрушения огнеупоров), начало разрушения следует ожидать в матрице, на ее границе раздела с включением и дальнейшим распространением трещины по

матрице. Данное заключение также может быть отнесено и к рассмотренным выше случаям чистого растяжения и сжатия. Необходимо отметить, что в рассмотренных в этом разделе примерах не учитывалось время, за которое в материале было сформировано НДС. Как было показано выше, в зависимости от скорости роста напряжений картина разрушения может существенно отличаться. Однако, высокая скорость развития напряжений характерна только для ограниченного числа условий нормальной эксплуатации высокотемпературного оборудования, либо нештатных ситуаций. Как правило, высокоскоростное нагружение имеет место только при лабораторных исследованиях.

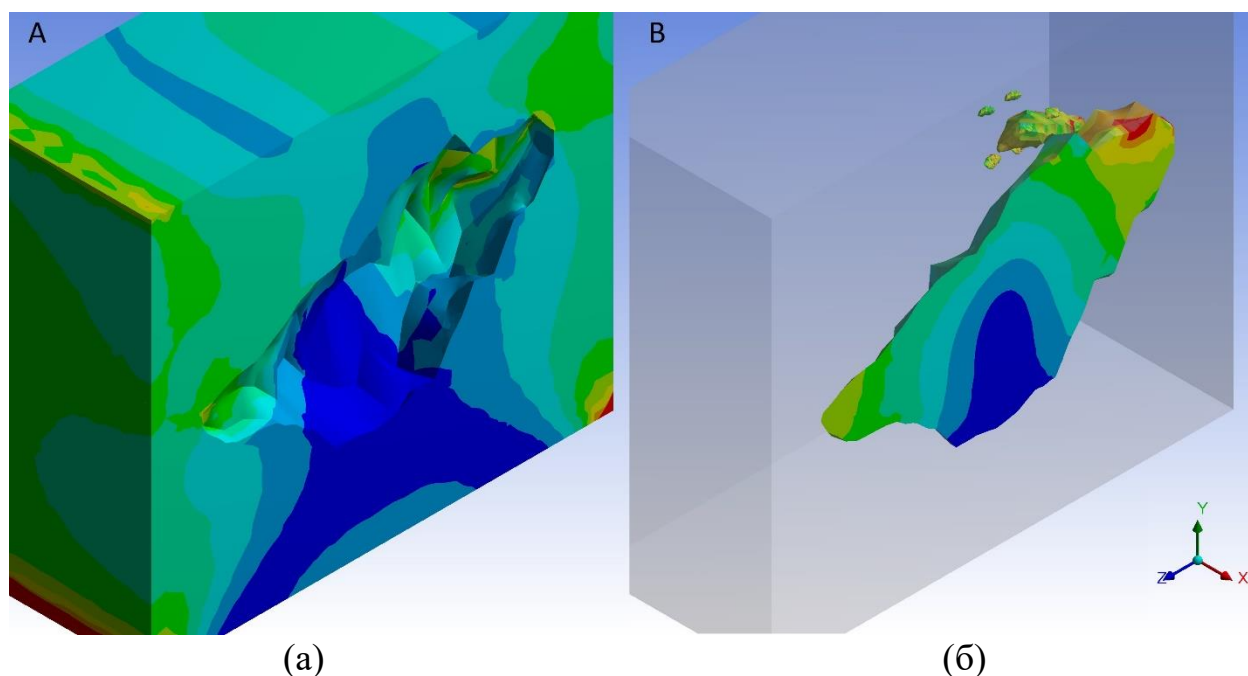


Рисунок 80. Упругие деформации в окрестности (а) и внутри (б) хрупкого включения в пластичной матрице при изгибе.

## 5.6. Прогноз разрушения изделий и футеровок

Задача прогнозирования времени, за которое происходит разрушение конструкции, требует рассмотрения полей упругих реакций на различных размерных уровнях в связи с особенностями роста трещин в ККМ. Для выполнения прогноза необходимо определить область разрушения в агрегате (используется геометрическая модель всего оборудования), рассчитать детализированное поле напряжений и деформаций на уровне отдельного изделия или их обособленной

группы, провести моделирование динамики роста «докритической» трещины на уровне структуры изделия, а затем определить время развития трещины критического размера для уровня изделия или блока до разрушающего размера в масштабе футеровки оборудования (уровня агрегата).

Ниже будет рассмотрена динамика роста таких трещин на нескольких примерах службы и производства огнеупорной продукции.

### *5.6.1. Футеровка сталеразливочного ковша*

НДС футеровки сталеразливочного ковша в основном формируется под действием теплообмена через огнеупорную стенку между рабочим телом – расплавом металла и окружающей средой в результате собственного теплового расширения огнеупоров. Гидростатическое давление расплава металла и собственный вес футеровки вызывают напряжения и деформации на 1 – 2 порядка величины меньше, чем собственное температурное расширение материала в стесненных условиях. При этом, вследствие различных условий теплообмена в разных зонах оборудования (например, в проекции внешних устройств для перемещения ковша – цапф и бандажей [16, 317]) это поле имеет выраженные неоднородности. Вследствие этого возникают преимущественные зоны трещинообразования в рабочей футеровке. Ниже моделирование образования трещин в огнеупорной футеровке сталеразливочного ковша будет рассмотрено на примере ковша емкостью 32 тонны жидкой стали. Граничные условия заданы системой (56), перемещения конструкции за пределами плоскости симметрии определяются тепловым расширением материалов.

Наиболее опасным процессом с точки зрения трещинообразования в футеровке сталеразливочного ковша является резкий нагрев футеровки при заливке металла в предварительно нагретый или холодный ковш и последующие несколько минут эксплуатации [15]. При этом температурное поле в разрезе футеровки изменяется в течение первых 5 минут после заливки металла как показано на рисунке 81. Нагрев рабочей поверхности футеровки происходит в течение 5 с после налива металла, как показано на рисунке 48б.

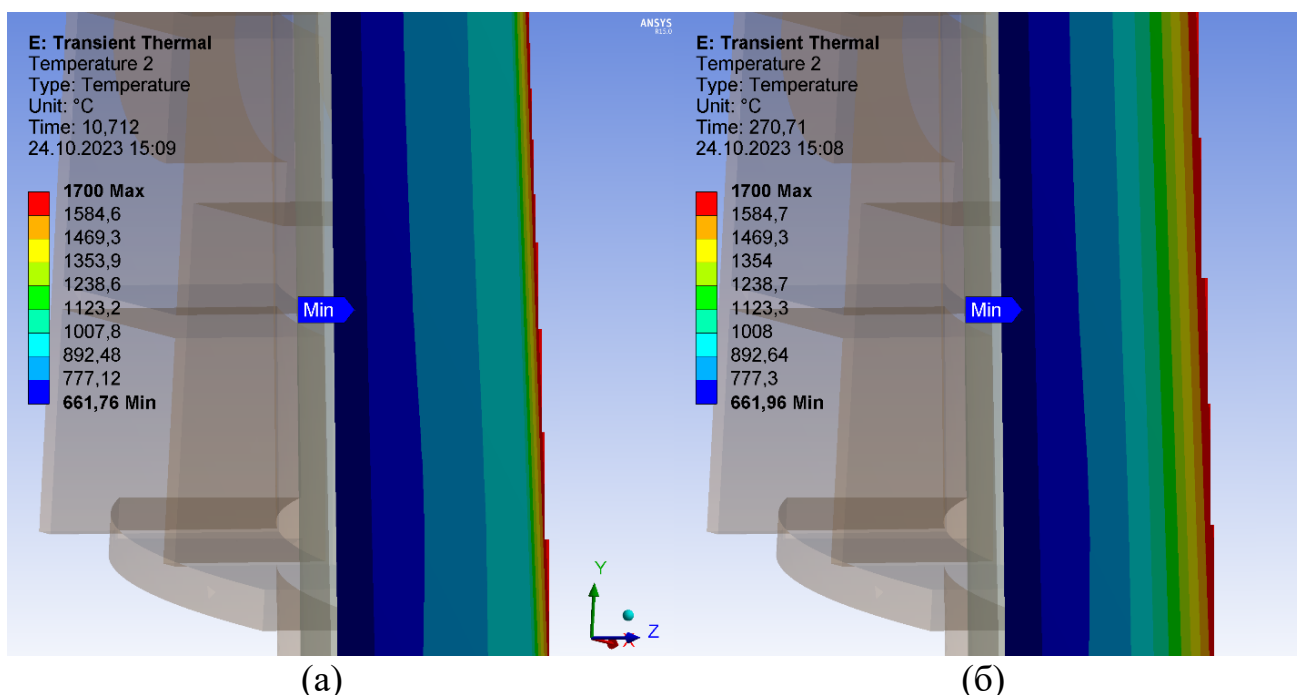


Рисунок 81. Температурное поле в разрезе футеровки сталеразливочного ковша: а – через 10 с после налива металла, б – по прошествии 270 с. Рабочая (нагретая) поверхность футеровки находится на рисунке справа.

К концу рассматриваемого периода упругие деформации футеровки достигают своих максимальных значений, при этом локализация максимально деформированной зоны не меняется на протяжении всего периода нагрева. На рисунке 82 приведено поле упругих деформаций футеровки: в изометрии (а) и в разрезе (б), а на рисунке 82в – вид трещин, локализация которых совпадает с расчетным определением их положения [377].

Для изучения роста трещины необходимо детализировать поле компонентов НДС в зоне возникновения трещины, в том числе с учетом взаимного влияния соседних изделий в футеровке и швов между ними.

Развитие термических напряжений в условиях резкого нагрева, например, при первой заливке металла в ковш после длительного простоя и охлаждения, происходит с высокой скоростью. На рисунке 83 приведены графики роста максимальных упругих деформаций (а) и соответствующих им напряжений (б) в огнеупорном изделии в этих условиях. Очевидно, что упругие деформации и напряжения в таких условиях могут достигать критических уровней уже в течение нескольких сотых долей секунды после начала нагрева. При этом необходимо

учитывать наличие и форму концентраторов механических напряжений на размерном уровне структуры материала, которые существенно снижают прочность материала по сравнению с монокристаллом. Рост трещин в материале будет продолжаться до тех пор, пока идет нарастание деформаций и напряжений (35), то есть в рассматриваемых условиях в течение нескольких десятков секунд. В расчет следует принимать общее значение деформаций – то есть после определения приращения трещины следует учитывать «разгрузку» - снижение значений напряжений и деформаций в окрестности ее вершины.

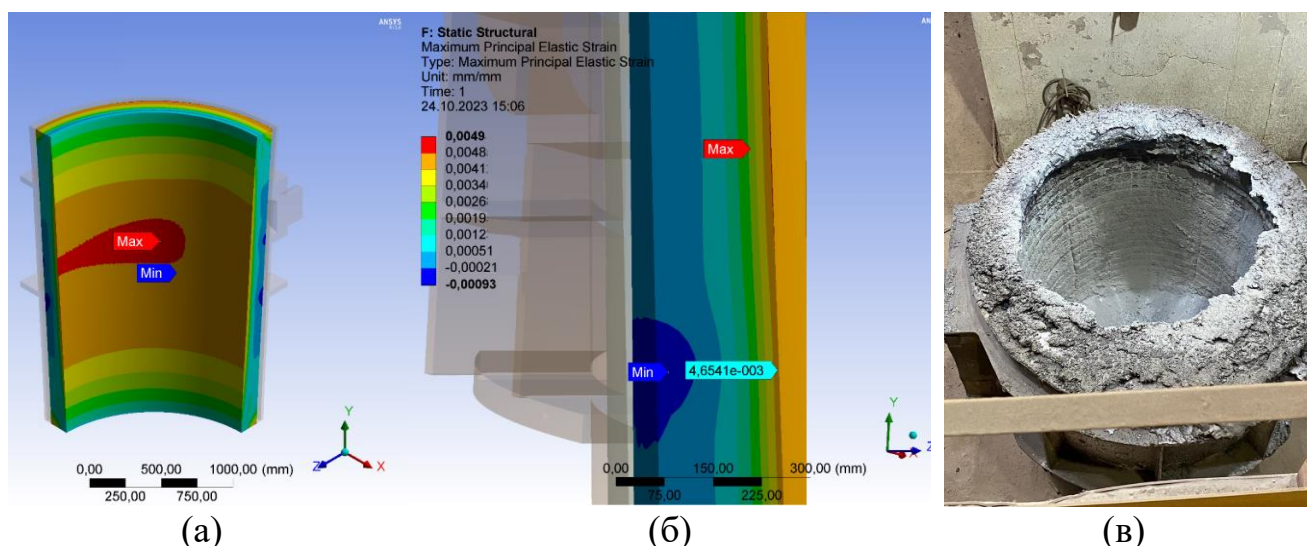


Рисунок 82. Упругие деформации в футеровке сталеразливочного ковша в процессе резкого нагрева. (а) – общий вид, (б) – разрез по плоскости максимального градиента деформации. Внешний вид трещин в футеровке сталеразливочного ковша. Фото А.О. Мигашкин, ООО «Группа «Магнезит» (в)

Рассмотрение процесса формирования НДС на уровне единичных изделий или их блоков позволяет получить необходимые исходные данные по упругим деформациям и напряжениям, которые впоследствии будут использованы в качестве граничных условий для расчетов на уровне структуры материала. Кроме того, в зависимости от вида стесненных условий при эксплуатации футеровок определяются направления роста трещин внутри изделия, которые, как было показано выше, могут привести к отличиям по конечной длине трещины в несколько раз.

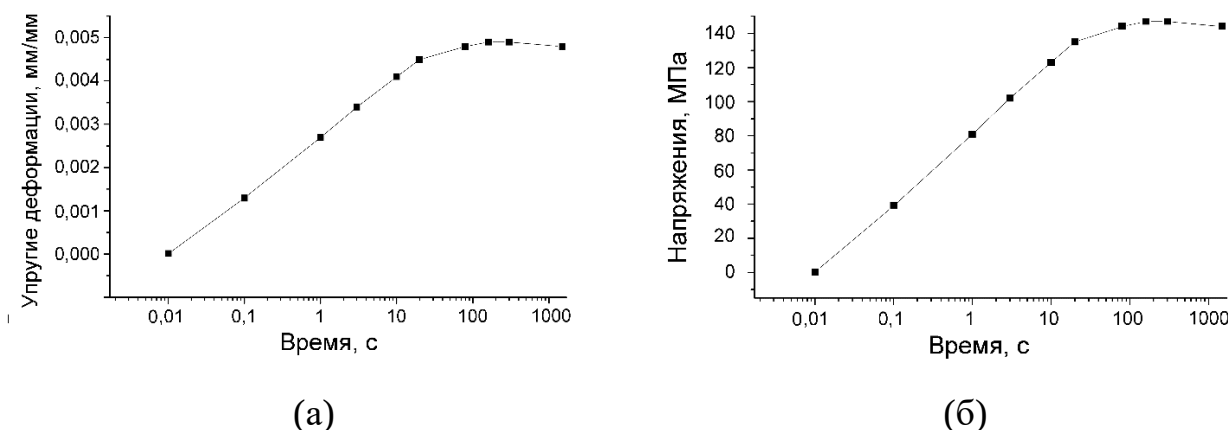


Рисунок 83. Графики максимальных упругих деформаций (а) и термомеханических напряжений (б) при резком нагреве огнеупора без учета разгрузки при трещинообразовании.

Прогнозирование роста трещины докритического размера на уровне структуры материалов требует создания модели, которое было описано в п. 3.1. Важным параметром такой модели будут являться средние расстояния между включениями различного рода в материале. Причем важны как расстояния между полостями (порами и микротрещинами), так и твердофазными включениями. Взаимное расположение пор и твердых включений оказывает влияние на траекторию роста трещины. Кроме того, эти объекты являются как источниками трещин, так и препятствиями на границе которых происходит остановка роста дефектов. Зоны повышенных термомеханических напряжений, при наличии в них выраженных градиентов деформации также могут приводить к изменению направления роста трещин.

Первым этапом моделирования роста докритических трещин в огнеупорах является установление характерных размеров пустот и зерен каркаса в материале, их взаимного расположения и возможной длины «свободного пробега» трещины до контакта с зернами включений армирующего каркаса. Математическое моделирование структур [246, 247] и сканирующая электронная микроскопия приводят к совпадающим результатам, касающихся размеров полостей в материале. Для дальнейших расчетов исходные геометрические форму и размеры

микротрещин в материале для рабочей футеровки сталеразливочных ковшей принимали как эллипсоид с радиусами по осям 50, 50 и 10 мкм. Общая пористость материала составляет около 4 %, доля матрицы – около 50%, соответственно, согласно [246] пористость матрицы принята около 8% (подробно способ определения пористости матрицы описан в *п. 3.1.2*. В этом случае размер элементарного объема материала, содержащего одну микротрещину, составит  $1,3 \cdot 10^6$  мкм<sup>3</sup> (соответствует кубу с длиной ребра около 110 мкм при центральном расположении или 140 и 170 мкм при имитации ОЦ и ГЦ решеток соответственно). Среднее расстояние между ближайшими армирующими зернами в материале, согласно приведенным ранее результатам моделирования структуры приведено в *п. 3.1*. Вследствие того, что материал подвергается прессованию – пустоты, образованные до этой стадии, будут иметь преимущественную ориентацию короткой оси параллельно направлению приложенного давления.

Так как взаимное расположение микротрещин предполагает возможность нескольких вариантов развития трещины, допустим, что на практике реализуется наиболее продолжительный вариант, когда единственная микротрещина разрастается до касания соседних армирующих зерен.

На рисунке 84 приведен расчетный график главных механических напряжений в объеме материала по (10), требуемых для начала роста трещины заданной длины, при ее малом радиусе 10 мкм. Напряжение в вершине трещины при начале ее роста составит около 200 МПа (теоретическая прочность при растяжении связующего в огнеупоре). Фактическая прочность матрицы огнеупора при растяжении по данным различных источников составляет от 20 до 100 МПа [396 – 402].

Первый цикл обработки металла является наиболее разрушительным, поскольку именно в этом цикле огнеупор испытывает наиболее значительные деформации. Ко второй и последующим плавкам происходит прогрев рабочей футеровки, и амплитуда деформаций уменьшается.



Для получения максимальной оценки времени формирования микротрещиноватой структуры рассмотрим наиболее медленный вариант роста трещины. В этом случае достижение микротрещиноватой структуры осуществится ориентировочно за  $15 \div 20$  циклов (прирост длины трещины составляет около  $50 \div 60$  мкм за цикл, а расстояние между зернами каркаса – порядка 1000 мкм).

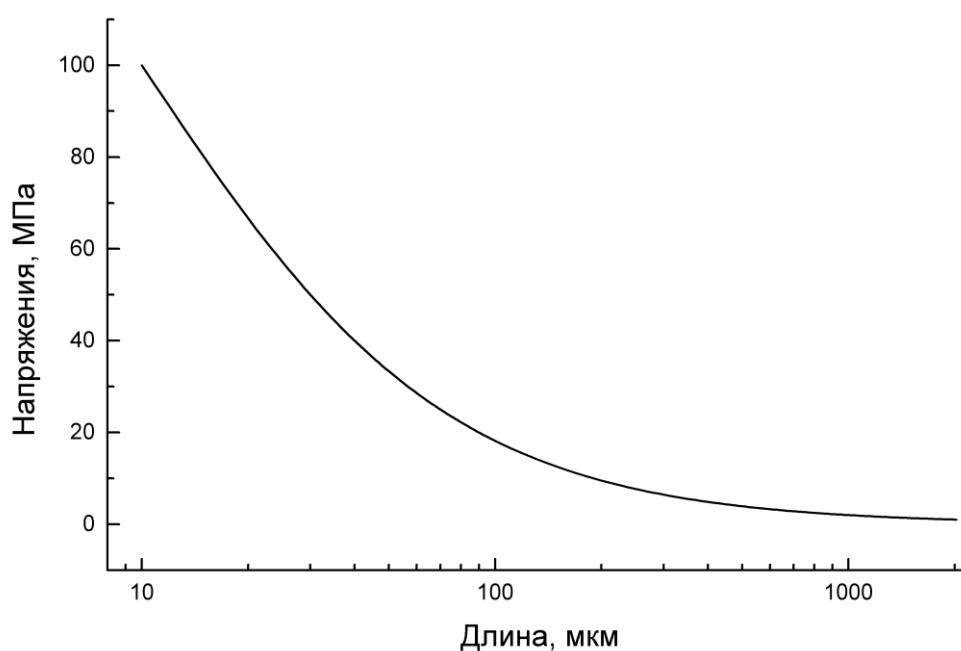


Рисунок 84. Зависимость максимального главного напряжения, требуемого для активации роста микротрещины от ее размера.

Скорость дальнейшего разрушения огнеупора определяется взаимодействием вершины трещины и зерна армирующего каркаса. Возможными вариантами развития событий, в этом случае, как было показано в *главе 4* является либо разрушение зерна, либо изменение траектории роста трещины и ее распространение вдоль интерфейса – по границе раздела матрицы и зерна. Разрушение зерна возможно только при наличии дефектов его структуры, поскольку его прочность при отсутствии таковых превышает прочность матрицы на несколько порядков величины. Например, расчетная теоретическая прочность

бездефектного оксида магния, определенная исходя из прочности химических связей в кристаллах может достигать нескольких сотен ГПа, прочность матрицы – сотен МПа (различаются на 3 порядка величины). Разрушение зерен армирующего каркаса было рассмотрено выше (*п.4.2.2*).

Прочность интерфейсов, согласно результатам численного моделирования [42] оказывается в  $1,5 \div 2$  раза ниже прочности матрицы. Необходимо отметить, что существуют только косвенные методы оценки прочности интерфейсов [403].

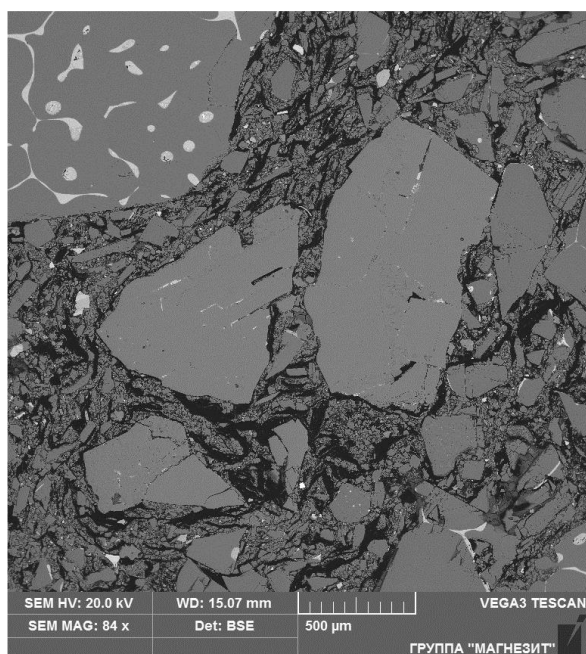
Считаем, что для соединения трещины, дошедшей до зерна с другой ближайшей трещиной, ей следует вырасти вдоль интерфейса зерна и преодолеть половину пути до ближайшего соседнего зерна к растущей встречной трещине. Применяя рассуждения, аналогичные предыдущей стадии роста трещины, получаем оценку продолжительности второго этапа роста трещины в напряженной зоне изделия. Таким образом, в течение первых  $20 \div 30$  плавок в центральной части изделия формируется внутренняя извилистая трещина, размер которой соизмерим с размером наиболее напряженной области изделия. Согласно расчетам, приведенным в [15] порядок размера такой трещины, составляет  $10^{-2}$  м (типично –  $20 \div 30$  мм).

Для разрушения зерна армирующего каркаса, напряжения в вершине растущей трещины должны достигать предела прочности материала зерен в случае бездефектного зерна, либо зерна должны обладать внутренней трещиноватой структурой (*см. п. 4.2.2*).

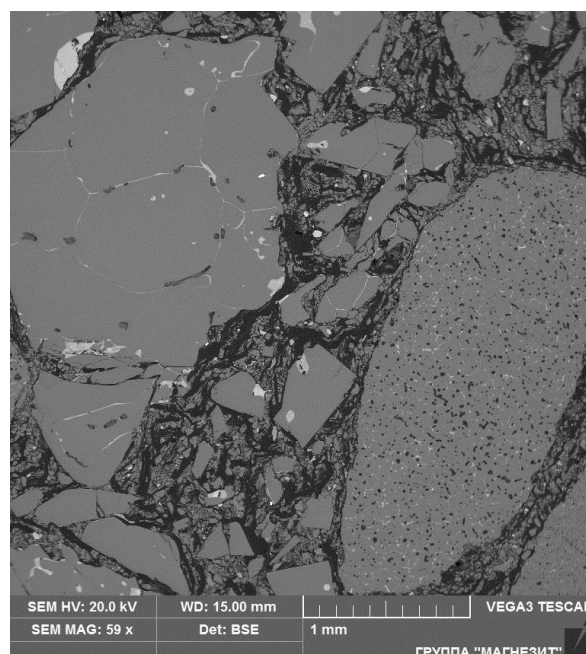
Напряжения в вершине трещины могут достичь теоретического предела прочности материала зерен в случае, если длина трещины составляет порядка  $10^{-2}$  м, при высокой скорости деформации, как было показано в **4.1.3**. Таким образом, разрушение бездефектных зерен возможно при росте магистральной трещины, либо при интенсивном механическом воздействии на огнеупор, сопровождающемся быстрым ростом упругих деформаций. Как было показано выше, термомеханическое воздействие не предполагает высокой скорости деформации.

В качестве армирующего каркаса огнеупоров черной металлургии, как правило, применяются зерна плавленного периклаза, внешний вид зерен которого приведен на фото (рисунок 85а).

По данным фото (рисунок 85а), зерна периклаза обладают плотной структурой, иногда они могут быть сформированы спеканием нескольких зерен, с включением силикатной фазы по их границам. Соответственно, концентраторы напряжений в виде микротрещин отсутствуют, имеющиеся внутренние интерфейсы способны приводить к снижению прочности до одного порядка величины. Поверхность зерен локально обладает малым радиусом кривизны, что также может приводить к некоторому снижению прочности. Таким образом, ожидаемая прочность зерен может быть оценена как  $10^9 \div 10^{10}$  Па, а необходимый уровень напряжений в материале для разрушения зерен  $100 \div 1000$  МПа, который может быть достигнут, как было показано выше, вследствие быстрой деформации.



(а)



(б)

Рисунок 85. Микроструктура зерна с микротрещинами (а) и развитой поровой структурой (б).

Разрушение зерен при имеющихся уровнях напряжений в материале за счет термомеханических явлений возможно при наличии дефектной структуры зерен.

На рисунке 85 показаны варианты структуры армирующих зерен с дефектной структурой (а – спеченное зерно с белыми включениями посторонней фазы в левом верхнем углу фотографии, б – зерно, обладающее собственной поровой структурой справа внизу на фото), разрушение которой будет происходить при упругих деформациях, возникающих в результате термомеханической нагрузки на материал.

В случае, изображенном на рисунке 85а, при достижении разрушающего значения механического напряжения в вершине трещины, расчетный шаг ее прироста составит около 0,1 мкм, а количество таких шагов за одну теплосмену составит около 10, требуемый путь трещины до разрушения зерна – порядка 100 мкм, таким образом, введение подобных структур в огнеупор может приводить к замедлению роста трещин на стадии формирования микротрещиноватой структуры на всю кампанию агрегата.

Аналогичным образом действует и структура зерен, изображенная на рисунке 85б. В данном случае значительное замедление скорости роста трещины достигается за счет округлой формы внутризеренных пор, требующих значительного напряжения для начала роста трещин при небольших соотношениях длины и радиуса в ее вершине.

Применение добавок с приведенной структурой зерен позволяет значительно уменьшать скорость формирования микротрещиноватой структуры при том же уровне упругой деформации материала за счет термомеханической нагрузки. На примере промышленной эксплуатации сталеразливочных ковшей показано, что использование таких огнеупоров во многих случаях предотвращает появление магистральных вертикальных трещин в футеровке сталеразливочных ковшей [404].

При достижении трещиной размера (длины) порядка  $10^{-2}$  м ее скорость роста становится довольно высокой, за счет того, что для последующего шага роста требуются относительно небольшие напряжения. При этом рост трещины до внешней границы изделия произойдет в течение 1 ÷ 2 плавов. Использование методов механики разрушения – вычисления  $K_I$  для внутренней трещины в изделии [24] показывает, что при размере трещины от 10 мм, ее также можно считать критической, и, при растягивающем напряжении порядка единиц МПа (что

является типичным условием эксплуатации огнеупорного материала) следует ожидать быстрого разрушения изделия и выхода трещины на его внешние границы.

Для роста магистральной трещины в пределах всей футеровки агрегата, необходимо, чтобы трещина обладала энергией, достаточной для преодоления шва между соседними изделиями и разрушения целого изделия. В случае, когда энергия достаточна для формирования магистральной трещины образуется несколько трещин уровня агрегата (рисунок 69, зеленая стрелка), в противном случае разрушение останавливается в пределах отдельных изделий (рисунок 69, красные стрелки).

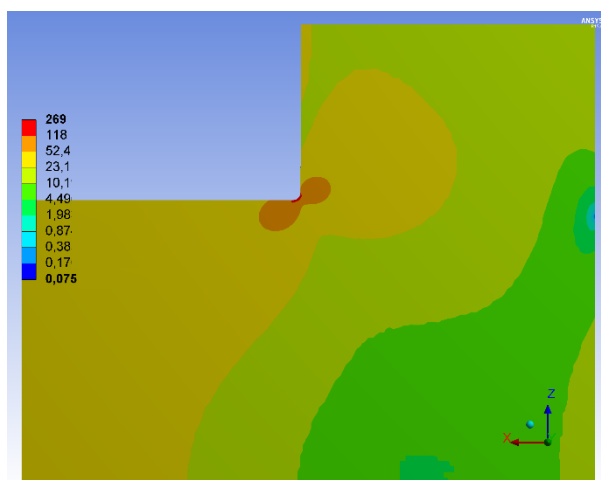
Согласно выражению (10) и определенным в главе 4 геометрическим параметрам зоны предразрушения требуемый уровень растягивающих напряжений в футеровке для перехода трещины через шов должен составлять от 15 до 25 МПа (при учете геометрической формы образовавшейся трещины), в зависимости от схемы установки изделий в футеровке. Минимум будет наблюдаться в случае выхода трещины единичного изделия на вертикальные швы соседних рядов футеровки, а максимум, соответственно – при выходе трещины перпендикулярно плоской поверхности соседнего изделия.

Образования магистральной трещины следует ожидать при наличии локальной зоны высоких механических напряжений в футеровке. В дальнейшем, образовавшаяся поверхность трещины будет подвергаться эрозии и коррозии при взаимодействии с расплавами металла и шлака.

#### *5.6.2. Усталостное разрушение прессовой оснастки для производства огнеупоров*

В качестве демонстрации использования предложенного подхода к оценке срока службы материалов может быть использована прессовая оснастка для производства (формования) огнеупорных изделий. Это оборудование изготавливается методом литья высокоуглеродистых сталей, поликристаллическая структура которых позволяет считать их разновидностью ККМ. В процессе

эксплуатации оснастка подвергается циклической нагрузке, интенсивность которой достигает на максимуме нескольких десятков МПа. Расчет проводили на симметричном сегменте оснастки. В качестве *граничных условий* использовано давление, оказываемое на внутреннюю поверхность формы и запрет на пересечение плоскостей симметрии. Наиболее механически напряженной зоной оснастки является угловая зона, пиковые значения растягивающих напряжений в которой, определенные расчетным путем могут достигать более 250 МПа. На рисунке 86а приведена эпюра напряжений по Мизесу угловой зоны прессовой оснастки, а на рисунке 86б – сформировавшаяся в процессе эксплуатации усталостная трещина. Очевидно, что направление градиента напряжений (и упругих деформаций) совпадают с направлением роста усталостной трещины, причем, необходимо отметить, что из-за различных длин сторон изделия угол между градиентом и сторонами оснастки отличен от 45 градусов.



(а)



(б)

Рисунок 86. Эпюра напряженного состояния угловой зоны прессовой оснастки (а), МПа; усталостная трещина угловой зоны прессовой оснастки (б).

Срок службы такого изделия, определенный путем анализа диаграмм усталости, построенных при помощи зависимости Пэриса [405], ориентировочно составляет около  $(5 \div 7) \cdot 10^3$  циклов нагружения.

Применение предложенной в работе методики для оценки длительности сопротивления материала оснастки эксплуатационным нагрузкам требует оценки исходного размера типичных дефектов структуры. На рисунке 87 приведено изображение аншлифа образца высокоуглеродистой стали при увеличении 1200 раз. На изображении заметны единичные микротрещины с большим отношением длины ( $5 \div 7$  мкм) к радиусу кривизны в вершине (менее 1 мкм).

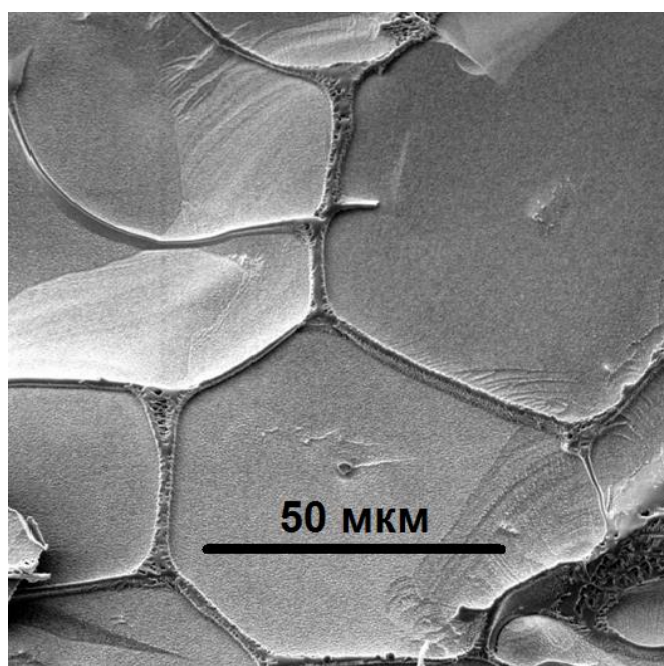


Рисунок 87. SEM изображение структуры материала, применяемого в прессовых оснастках огнеупорного производства.

Расчеты, аналогичные проведенным для установления долговечности огнеупорной футеровки, учитывающие соотношение прочности зерен, стали и интерфейсов (13 и 10 ГПа соответственно [406]), размер зоны предразрушения вокруг вершины трещины, максимальной амплитуды нагрузок показали, что в исходном состоянии шаг удлинения трещины составляет порядка  $10^{-9}$  м за цикл нагружения. В дальнейшем, по мере роста трещины шаг прироста длины также увеличивается. Опасность быстрого роста представляют в условиях эксплуатации трещины миллиметровых размеров и более [24]. Анализ полученной информации

приводит к результату, что долговечность такой конструкции может составляет  $2 \div 3$  тыс. циклов.

На практике, появление усталостных трещин в прессовой оснастке фиксируется через полгода эксплуатации, что соответствует нескольким тысячам циклов. Таким образом, применение различных методик оценки долговечности конструкций прессовой оснастки для производства огнеупоров приводит к сходным (с точностью до порядка величины) результатам, совпадающим с фактическими показателями стойкости изделия.

### *5.6.3. Применение многоуровневого подхода к анализу разрушения огнеупорной бетонной конструкции при сушке*

Сушка водозатворяемых огнеупорных бетонов является сложным для исследования, в том числе компьютерного моделирования, процессом, вследствие того, что на материал одновременно воздействует результат собственного теплового расширения в стесненных условиях и давление испаряющейся воды во внутренних полостях. Равновесное давление водяного пара возрастает с повышением температуры и около  $180 \div 250$  °С становится соизмеримым с механической прочностью бетона при растяжении [407]. Выделение водяного пара при сушке бетонов имеет несколько максимумов, связанных с выделением свободной и химически связанной воды, при этом последняя особенно интенсивно выделяется в интервале температур  $230 \div 250$  °С [29, 324, 408 – 411]. При этой же температуре происходит большинство аварий на стадии сушки бетонных конструкций (изделий).

Разработанный многоуровневый подход был применен к анализу аварийной ситуации, связанной с разрушением брызгозащитного экрана установки вакуумирования стали в ковше (VD – VOD) в процессе его сушки (рисунок 44а). Сушка выполнялась при одностороннем нагреве изделия. Важной особенностью сушки односторонним нагревом является приоритетное движение влаги в направлении горячей поверхности материала [325] через уже высушенный слой.

Процесс сушки огнеупорного бетона описывается общими закономерностями сушки капиллярно пористого тела [412] и складывается из



периодов постоянной и уменьшающейся скорости сушки. Период постоянной скорости сушки соответствует испарению влаги всей поверхностью изделия, причем, как влаги, изначально находившейся вблизи поверхности (в начале процесса сушки), так и влаги, поступающей к поверхности в первый период за счет капиллярных явлений. В дальнейшем, скорость сушки снижается за счет того, что поверхностный слой материала существенной толщины высох и доставка влаги из более глубоких слоев происходит медленнее, чем ее испарение с поверхности [408]. Одновременно происходит диффузия влаги из закрытых пор в полости, имеющие выход на поверхность (канальные поры или стягивающие кластеры пустот в терминах теории перколяции [413]), а также происходит дегидратация гидроалюминатов кальция и движение освободившейся влаги как в твердом теле, так и по полостям.

Движение воды или водяных паров по кластерам пор к поверхности изделия – это сравнительно быстрый процесс, описываемый уравнением Пуазейля [414]:

$$V = \frac{r^2}{8\mu(T)} \cdot \frac{\Delta P(T)}{h}, \quad (84)$$

где  $V$  – средняя скорость движения воды в кластере,  $r$  – радиус поры,  $\mu$  – вязкость воды,  $\Delta P$  – разность давлений между окружающей средой и порой, учитывающее капиллярное давление, гидростатическое давление и давление паров воды в случае повышенной температуры процесса,  $h$  – высота поднятия жидкости в капилляре или пройденный путь.

Следует учитывать, что параметры вязкость и разность давления в уравнении (84) являются функциями температуры, которая в свою очередь в реальных условиях неодинакова для разных участков материала при его сушке. Таким образом, уравнение (84) требует численного решения.

Диффузия свободной воды из закрытых пор к поверхности изделия или к ближайшему стягивающему кластеру через слой твердого материала, описывается уравнением Фика:

$$\frac{dm}{dt} = D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \cdot dS, \quad (85)$$

где массоперенос  $(\frac{dm}{dt})$  через элементарную площадку  $dS$  пропорционален градиенту концентрации  $(\frac{\partial c}{\partial x})$  в направлении диффузии, коэффициент пропорциональности  $D$  носит название коэффициента диффузии.

Разложение гидроалюминатов кальция в интервале температур  $80 \div 370$  °С (с максимумом при  $230 \div 250$  °С) с выделением свободной воды в твердую фазу и последующей диффузией к ближайшей закрытой поре или к кластеру, описывается уравнением (85) при диффузии по твердому телу и уравнению (84) при движении в стягивающем кластере.

Для решения задач, связанных с сушкой водозатворяемых огнеупорных материалов в ООО «Группа «Магнезит» был разработан при решающем участии автора лабораторный способ определения коэффициентов диффузии воды в бетонах, позволяющий, в том числе рассчитывать отдельно процессы, описываемые уравнениями (84) и (85). Подробное описание способа и его валидации в лаборатории «Группы «Магнезит» приведено в [325].

При моделировании разрушения бетонной конструкции во время сушки требуется для уровня изделия определить температурное поле и зону температур в нем, представляющую наибольшую опасность с точки зрения разрушения под давлением водяного пара при  $230 \div 250$  °С. На рисунке 88 приведены эпюры температуры для нескольких последовательных моментов времени термообработки конструкции – зона опасной температуры обозначена зеленым цветом. Таким образом зона выделения химически связанной воды под высоким давлением по мере прогрева конструкции смещается вглубь, что затрудняет эвакуацию пара. Соответственно, температурный режим сушки должен выбираться с учетом времени, необходимого для диффузии воды из глубинных слоев конструкции.

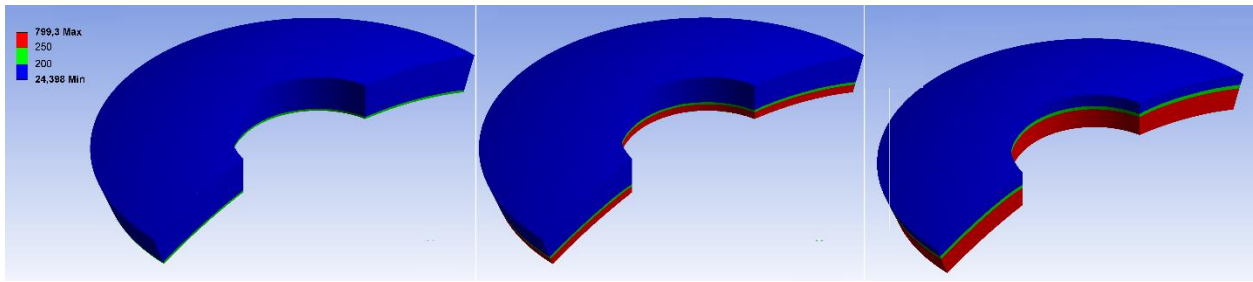


Рисунок 88. Изменение положения опасной температурной области, °С по мере нагрева брызгозащитного экрана установки VD –VOD.

Использование данных о температурном поле изделия и скорости диффузии воды в разных структурных областях (канальные поры и твердая фаза) может быть определена концентрация влаги в материале в зависимости от расстояния до поверхностей, на которых происходит теплообмен. Влагосодержание в экране в процессе сушки может быть представлено диаграммой, аналогичной рисунку 89.

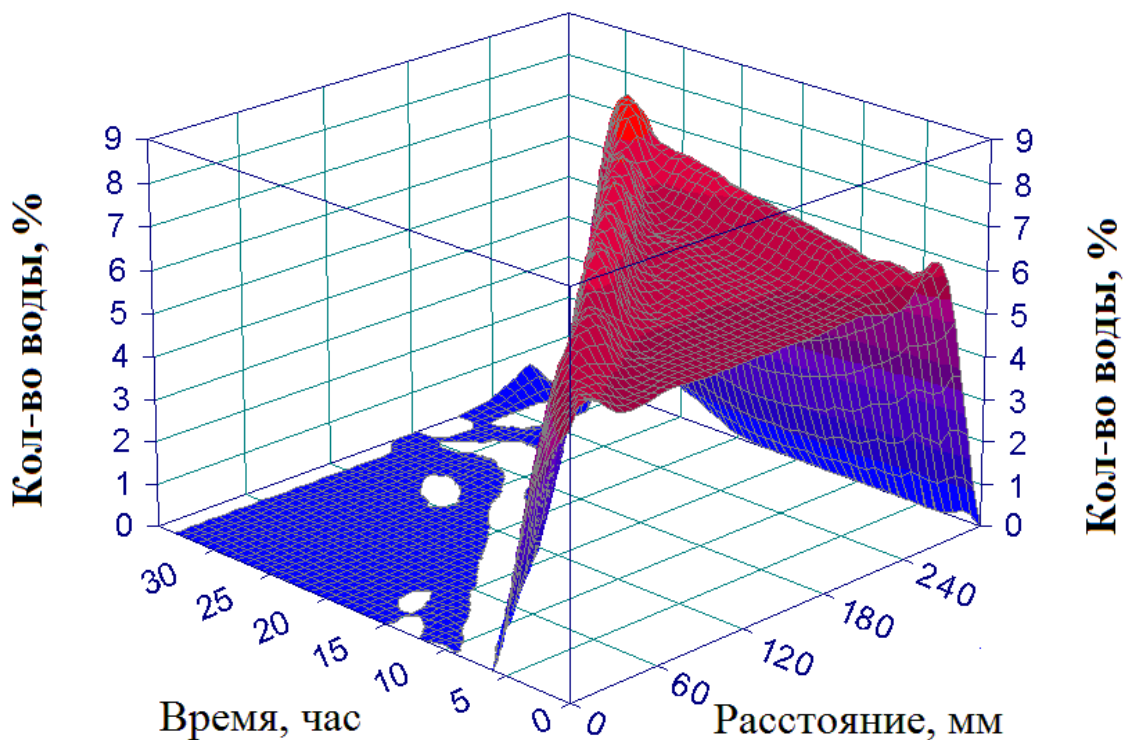


Рисунок 89. Влагосодержание в брызгозащитном экране при односторонней сушке.

На диаграмме рисунок 89 «расстояние» подразумевает расстояние от нагреваемой поверхности внутрь изделия, количество воды выражено в массовых процентах. Некоторое увеличение влагосодержания на границе «сухой» и «влажной» областей конструкции объясняется проникновением воды в более влажную и холодную зону материала под действием высокого парциального давления водяного пара.

Таким образом, для успешного высушивания бетонных конструкций при одностороннем нагреве необходимо, чтобы скорость движения температурного фронта, приводящего к появлению давления водяного пара, превышающего прочность материала не была выше скорости движения границы просушенного материала вглубь конструкции. В противном случае, возможно разрушение.

Фактическое давление водяного пара, способное привести к разрыву бетона в процессе сушки может быть определено из параметров микроструктуры материала. Поровая структура бетона представлена округлыми порами диаметром до нескольких миллиметров средние расстояния между образующими которых составляют  $0,8 \div 1,2$  их радиуса. Согласно результатам [76, 411] снижение прочности на такой структуре пор может достигать порядка величины: отдельные поры приводят к концентрации напряжений в  $1,5 \div 2$  раза по сравнению с беспористым телом, а близко расположенные поры дополнительно снижают уровень разрушающего напряжения еще до 3 раз [79, 415]. В результате расчетная прочность материала при растяжении составляет  $15 \div 16$  МПа, а измеренная экспериментально – 12 МПа.

Зона максимальных упругих деформаций в бетонном изделии при этом пространственно совпадает с областью опасных температур тела (рисунок 90) – напряжения, вызываемые внутренним давлением паров, значительно превышают напряжения от собственного термического расширения тела.

В результате компьютерного моделирования было установлено, что разрушение конструкции произошло при давлении водяного пара около 3 МПа (согласно данным контроля и расчета температуры материала в зоне разрушения)

при экспериментально измеренной прочности материала – 12 МПа. Таким образом, многоуровневый подход к расследованию причины разрушения позволил установить, что локально прочностные характеристики материала оказались ниже ожидаемых. Дальнейший поиск зоны таких локально сниженных характеристик позволил выявить соответствующие дефекты структуры, послужившие инициаторами разрушения и возникшие на стадии изготовления конструкции.

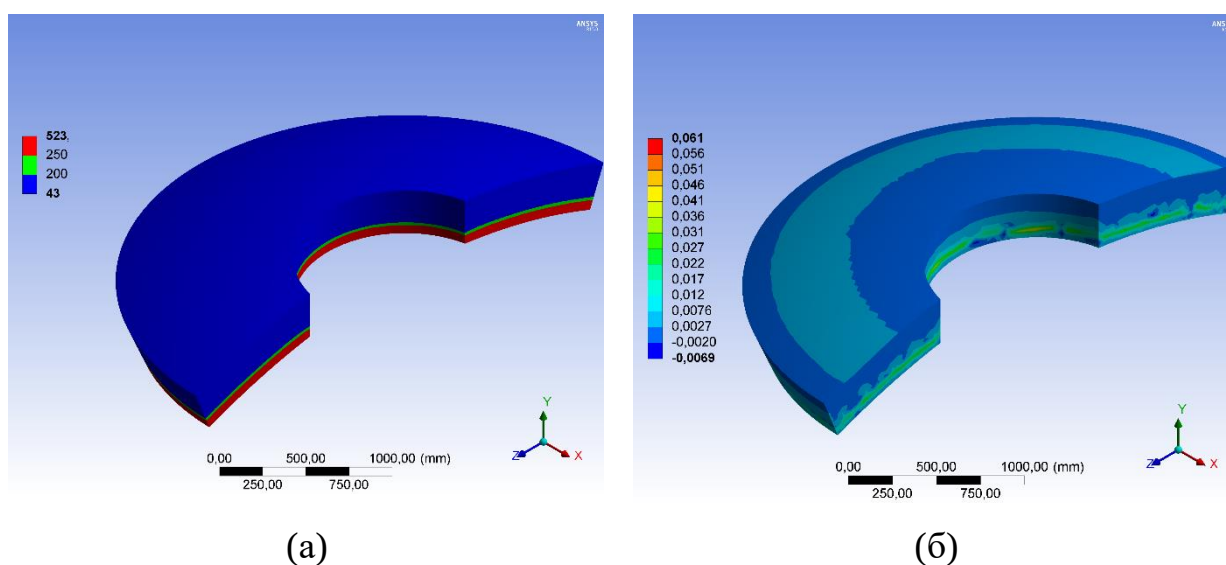


Рисунок 90. Поле температур (а), °С и соответствующее поле упругих деформаций (б) для брызгозащитного экрана VD – VOD.

При осмотре обломков изделия, было установлено, что вследствие вынужденных перерывов в укладке бетона в изделии образовался слой материала с пониженной прочностью ввиду формирования щелевых пустот, которые и явились инициаторами разрушения: на рисунке 91 видна гладкая поверхность разрушения в районе дефекта (а) и слоистая структура самого изделия (б). Гладкая поверхность дефекта объясняется проведением укладки последующего слоя материала поверх уже схватившегося бетона, в результате чего адгезия между слоями материала оказалась значительно ниже типичных показателей его прочности.



Рисунок 91. Излом изделия по ослабленному сечению.

Применение континуального подхода к анализу не позволяет выявить наличие локальных дефектов изделия, и, в случае соответствия образцов материала заявленным характеристикам предполагает нарушение правил эксплуатации в качестве причины выхода его из строя, скрывая истинную причину разрушения.

### 5.7. Выводы по главе 5

1. Предложен способ решения задач (подход) прогнозирования направления распространения трещин в конструкциях из ККМ путем многоуровневого моделирования по результатам анализа квазистатических результатов расчета НДС, основанный на проявлении различных упругих свойств ККМ как целого и индивидуальных составляющих компонентов, который является *положением №5, выносимым на защиту* (пункт 4 и 10 паспорта специальности).
2. Предложенный многоуровневый подход к определению направления распространения трещин в ККМ и локализации зоны их возникновения применен к определению направления трещин в огнеупорных материалах и чугунных металлоконструкциях, эксплуатируемых в условиях

термомеханических нагрузок. Результаты выполненных расчетов совпадают с фактически фиксируемыми повреждениями оборудования в процессе эксплуатации.

3. Оценка энергетического состояния вершины растущей трещины позволяет рассчитывать среднюю скорость роста дефекта и, соответственно, оценить ресурс объекта. Методика валидирована на примере трещинообразования в футеровке сталеразливочного ковша.
4. Предложенный подход позволяет объяснить действие добавок, повышающих трещиностойкость огнеупоров, сравнением средней скорости разрушения армирующих зерен с различной внутренней структурой.
5. Применение многоуровневого подхода к анализу причин разрушения конструкций позволяет выявлять локальные несоответствия фактических свойств материалов заявленным. Это способствует выявлению причин трещинообразования, происходящего вследствие нарушения технологии производства конструкций.

## Заключение

В работе предложен многоуровневый подход к прогнозу стойкости (срока службы) квазихрупких композиционных материалов с температурнозависимыми свойствами в поле значительных градиентов температуры. Рассматриваемый круг материалов включает огнеупорные материалы, применяемые в качестве ограждения реакционной зоны высокотемпературного промышленного оборудования и другие материалы, проявляющие квазихрупкие свойства в некоторых интервалах температуры (литейный чугун, лед вблизи точки плавления и т.д.). Предлагается многоуровневая методика выявления предполагаемых зон разрушения, определения механических нагрузок на материал и расчет скорости роста трещин и длины их траекторий.

Подход базируется на широко используемых математических методах расчета полей характеристик состояния сплошных сред (например, методы дискретных и конечных элементов), энергетическом состоянии материала в окрестности вершины растущей трещины и оригинальном подходе к проблеме анализа полученных результатов. Разработанный подход применен к численному описанию последовательности разрушения огнеупорных материалов и других конструктивных элементов высокотемпературного оборудования и формулирования условий перехода между разными стадиями процесса разрушения.

При решении поставленных задач были получены следующие оригинальные результаты:

1. Предложена методика последовательного сокращения размера расчетной области от агрегата до представительного объема микроструктуры материала с определением локализации, направления и скорости роста трещин. Оптимальным для решения задачи признано выделение до трех размерных уровней детализации: агрегат, изделие (блок) и материал (структура).



2. Введен *градиентный деформационный критерий*, позволяющий одновременно определять область возникновения и направление вектора роста трещин путем анализа статических (квазистатических) полей упругих деформаций для разных моментов времени при выполненном расчете динамического температурного поля.
3. Сложная структура ККМ, представленная многочисленными термодинамическими фазами и границами их раздела использована с целью создания простой инженерной модели разрушения таких материалов. Предложенная модель основана на возможности применения разных моделей разрушения на различных *размерных уровнях конструкций (агрегат, изделие, структура)*. В частности – в широком интервале температуры микроструктурные компоненты материала разрушаются как хрупкие фазы, а взаимодействие вершин растущих трещин с границами раздела фаз обуславливает проявление пластических эффектов разрушения. Использование энергетического подхода позволяет оценивать время накопления энергии для разрушения материала и прогнозировать его ресурс.
4. Получена количественная оценка для понятий «близко» и «далеко» для системы дефектов конструкции или структуры материала: через характерные размеры оборудования или структурных элементов материала вычислены размеры области, внутри которой скорость и направление роста трещин будут испытывать влияние соседних дефектов.
5. Предложен способ определения интервала температур, в котором происходит переход от хрупкого характера разрушения огнеупорного материала к его пластическим деформациям, основанный на стандартных (ГОСТ и ISO) методах лабораторной аттестации таких материалов.
6. Предложен способ численного описания структуры и геометрических параметров концентраторов напряжений огнеупорного материала на основе данных об использованных исходных компонентах для его

синтеза. Полученный результат позволяет оценивать фактические локальные напряжения в материале, приводящие к началу роста трещин.

7. Численно и экспериментально исследованы закономерности роста трещин в гетерофазных материалах и материалах, обладающих градиентом упругих характеристик (например, за счет наличия градиентного температурного поля). Предложено объяснение различного характера разрушения ККМ в зависимости от скорости приложения механического воздействия и изменения направления роста трещины на границе зон материала с различными упругими свойствами как для границ разных термодинамических фаз, так и для границ температурных зон для случая материала, находящегося в градиентном температурном поле вблизи температуры фазового перехода.

Полученные результаты могут быть рекомендованы для использования в отраслях промышленности, эксплуатирующей оборудование в условиях высоких температур:

- Для прогноза срока службы оборудования в соответствии с конструкторскими решениями в определенных условиях эксплуатации, либо подбора материалов для применения в высокотемпературном оборудовании.
- При проектировании состава и структуры новых материалов для высокотемпературных применений, как для получения материалов с заданным уровнем технических характеристик, так и для оптимизации использования имеющейся сырьевой базы.
- В инженерных расчетах для определения локализации, направления и скорости роста трещин в конструкциях, содержащих ККМ.

Диссертация может быть интересна сотрудникам инженерных специальностей промышленных предприятий, как содержащая методику компьютерного моделирования службы материалов в условиях переменных градиентных полей температуры. Также работа представляет интерес для

исследователей материаловедов, как содержащая подход к описанию динамики разрушения гетерофазных материалов, либо материалов, обладающих выраженным градиентом их упругих характеристик.

## Литература

1. Кащев, И.Д. Химическая технология огнеупоров / И.Д. Кащев, К.К. Стрелов, П.С. Мамыкин – Москва: Интермет Инжиниринг, 2007. – 752 с.
2. Суворов, С.А. Научные принципы технологии огнеупоров: Учебное пособие / С. А. Суворов, В. В. Козлов – Санкт-Петербург: СПбГТИ(ТУ), 2009. - 177 с.
3. Кайнарский, И.С. Процессы технологии огнеупоров: теоретические основы производства огнеупорных изделий / И. С. Кайнарский. - Москва: Металлургия, 1969. – 350 с.
4. Технология керамики и огнеупоров: Учебник для вузов по спец. "Технология силикатов" / П. П. Будников [и др.]; под общ. ред. П. П. Будникова. –Москва: Госстройиздат, 1962. – 707 с.
5. Воскобойников, В.Г. Общая металлургия: учебник для вузов / В.Г. Воскобойников, В.А. Кудрин, А.М. Якушев. — Москва: ИКЦ «Академкнига», 2005. — 768 с.
6. Ланин, А.Г. Термопрочность материалов / А.Г. Ланин, И.И. Федик. – Подольск: НИИ НПО «ЛУЧ», 2005. – 312 с.
7. Красноярский, В. В. Коррозия и защита металлов / В. В. Красноярский, Г. Я. Френкель, Р. П. Носов — Москва: Металлургия, 1969. — 299 с.
8. Шилин, А.А. Эрозия бетона гидротехнических сооружений / А.А. Шилин // Гидротехника. – 2021. – т. 63 (2). – С. 84-87.
9. Гусаров, В.В. Температура плавления локально-равновесных поверхностных фаз в поликристаллических системах на основе одной объемной фазы / В.В. Гусаров, С.А. Суворов // Журн. прикл. химии. — 1990. — Т.63(8). — С. 1689–1694.
10. Гусаров, В.В. Термически стимулированные трансформации 2-мерных неавтономных фаз и уплотнение оксидных поликристаллических материалов / В.В. Гусаров, А.А. Малков, А.А. Малыгин, С.А. Суворов // Неорган. материалы. – 1995. – Т.31(3). – С. 346–350

- 11.Альмяшева, О.В. Новые подходы к проблеме зародышобразования: учеб. пособие / О. В. Альмяшева, О. В. Проскурина, А. А. Красилин, В. В. Гусаров – Санкт-Петербург: СПбГТИ(ТУ) – 2015 – 79 с.
- 12.Гусаров, В.В. Толщина 2-мерных неавтономных фаз в локально-равновесных поликристаллических системах на основе одной объемной фазы / В.В. Гусаров, С.А. Суворов // Журн. прикл. химии. – 1993. – Т.66(7). – С. 1529-1534.
- 13.Гусаров, В.В. Роль неавтономного состояния вещества в формировании структуры и свойств наноматериалов. Глава 13. С. 384-409 в кн: Наноматериалы: свойства и перспективные приложения / В.В. Гусаров, О.В. Альмяшева, отв. редактор А. Б. Ярославцев. Москва: Научный мир. – 2014. – 456 с
- 14.Stueckelschweiger, M. Creep testing of carbon containing refractories under reducing conditions / M. Stueckelschweiger, D. Gruber, S. Jin, H. Harmuth // Ceramics International. – 2019. – V. 45(8) – P. 9776-9781. <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2019.02.013>
- 15.Zabolotskiy, A.V. Numerical investigation of refractory stress-strain condition under transient thermal load / A.V. Zabolotskiy, M.Y. Turchin, V.T. Khadyev, A.O. Migashkin // AIP Conference Proceedings. – 2020. – V. 2310. – Article 020355.
- 16.Заболотский, А.В. Особенности разрушения футеровок в оборудовании разного размера / А.С. Григорьев, С.В. Данильченко, А.В. Заболотский, А.О. Мигашкин, М.Ю. Турчин, В.Т. Хадыев // Новые огнеупоры. – 2022(12). – С. 3 – 11
- 17.Goldstein, R.V. About Compression Fracture / R.V. Goldstein, N.M. Osipenko // Physical Mesomechanics. – 2019 – V.22. – P. 439-455. <https://doi.org/10.1134/S1029959919060018>
- 18.Andreev, K.P. Role of fatigue in damage development of refractories under thermal shock loads of different intensity / K. Andreev, B. Luchini, M.J. Rodrigues, J. L.

- Alves // *Ceramics International*. – 2020. – V.46(13) – P. 20707-20716.  
<https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2020.04.235>.
- 19.Andreev, K.P Failure of refractory masonry material under monotonic and cyclic loading – Crack propagation analysis / K. Andreev Y. Yin, B. Luchini, I. Sabirov // *Construction and Building Materials*. – 2021. – V.299. – P.124-203.  
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.124203>
- 20.Панасюк, В. В. Механика разрушения и прочность материалов. Т.4. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов. / Панасюк В. В. [и др.] — Киев: Наукова думка, – 1990. — 679 с.
- 21.Ярема, С.Я. Аналитические исследования роста усталостной трещины, произвольно ориентированной в двухосном неравномерном поле напряжений / С.Я. Ярема, А.И. Зборомирский // *Физ.-хим. механика материалов*. – 1984. – №20(6). – С. 54–62.
- 22.Нифагин, В.А. Квазистатический стационарный рост упругопластической трещины / В.А. Нифагин, М.А. Гундина // *Вестник СамГУ*. – 2014. - №7(118).
- 23.Макаров, П.В. Модель разрушения хрупких и квазихрупких материалов и геосред. / Макаров П.В., Еремин М.О. // *Физическая мезомеханика*. – 2013. – 16(1). – С. 5 – 26.
- 24.Murakami, Y. Stress intensity factors handbook / Y. Murakami – Oxford: Pergamon Press, – 1987, – 583 p.
- 25.Вязкость разрушения высокопрочных материалов / Пер. с англ. М.Л. Бернштейна. – Москва: Металлургия, – 1973. – 304 с.
- 26.Innocentini, M.D.M. Fluid dynamics and thermal aspects of the dewatering of high-alumina refractory castables: removal of physically absorbed water / M.D.M. Innocentini, C. Ribeiro, L.R.M. Bittencourt, V.C. Pandolfelli // *J. Am. Ceram. Soc.*, – 2001. – V. 84(11). – P. 2696-2698.
- 27.Innocentini, M.D.M. Vaporization process and pressure build up during dewatering of dense refractory castables / M.D.M. Innocentini, M.F.S. Miranda, F.A. Cardoso, V.C. Pandolfelli // *J. Am. Ceram. Soc.*, – 2003. – V86(9). – P. 1500-1503.

- 28.Cunha, T.M. A simple methodology based on numerical analysis for the drying curve design of a castable lined steel ladle / T.M. Cunha, M.H. Moreira, M.F. Santos, R.A. Angélico, V.C. Pandolfelli // *Open Ceramics*. - 2023. – V.13 (100330). <https://doi.org/10.1016/j.oceram.2023.100330>.
- 29.Da Luz, A.P. Refractory castable engineering. / A.P. Da Luz, M.A.L. Braulio, V.C. Pandolfelli – Baden-Baden: FIRE (Federation for International Refractory Research and Education), – 2015. – 733 p.
- 30.Димаки, А.В. Влияние фильтрации флюида на прочность пористых флюидонасыщенных хрупких материалов / А.В. Димаки, Е.В. Шилько, С.В. Астафуров, С.Г. Псахье // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2016. – № 4. – С. 220–247. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.13
- 31.Колесников, Г.Н. Моделирование условий появления низкотемпературных трещин в асфальтобетонном слое автомобильной дороги / Г.Н. Колесников, Гаврилов Т.А. // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*, -. 2018. - 56, - С. 57-66.
- 32.Галанин, М.П. Модель разрушения хрупкого материала под действием тепловых нагрузок / М.П. Галанин, В.В. Лукин, А.С. Родин, М.А. Семерикова // *Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки*. – 2014. №6(57).
- 33.Расчет формирования трещин в огнеупорах / К.П. Андреев, Х. Хармут // *Физическая мезомеханика*. – 2001. – № 4(4). – С. 109-115.
- 34.Griffith, A.A. The phenomenon of rupture and flow in solids / A.A. Griffith // *Philos. Trans. Roy. Soc.*, – 1920. – P. 163 – 198.
- 35.Irwin, G.R. Analysis of stresses and strains near the end of the crack traversing a plate / G.R. Irwin // *J. Appl. Mech.*, – 1957. – 24, – P. 361 – 364.
- 36.Orowan, E.O. Fundamentals of brittle behavior of metals / E.O. Orowan // *Proc. Symp. Fatigue Fracture of Metals*, – 1952. – P. 139 – 167.

- 37.Черепанов, Г.П. О распространении трещин в сплошной среде / Г.П. Черепанов // ПММ 31, – 1967. – вып. 3.
- 38.Andreev, K.. Thermo-mechanical behaviour of the refractory lining of a BOF converter—A numerical study / K. Andreev, H. Harmuth, D. Gruber, H. Presslinger // Taikibutsu - 2004, - 56, - P. 478–482.
- 39.Zabolotsky, A.V. Application of the Cell Automata Method to the Brittle Material Thermal Fatigue Fracture Simulation / A.V. Zabolotsky, L.M. Axelrod. // Journal of Scientific and Engineering Research, – 2017, – V.4(10). – P. 284-292.
40. Babuška, I. Finite element method for solving problems with singular solutions / I. Babuška, B. Andersson, B. Guo, J.M. Melenk, H.S. // Journal of Computational and Applied Mathematics, – 1996. – V.74(1–2). – P. 51–70. [https://doi.org/10.1016/0377-0427\(96\)00017-9](https://doi.org/10.1016/0377-0427(96)00017-9).
- 41.Cherepanov, G. P. The mechanics and physics of fracturing: application to thermal aspects of crack propagation and to fracking / G.P. Cherepanov // Phil. Trans. R. Soc., - 2014. <http://doi.org/10.1098/rsta.2014.0119S>
- 42.Grigoriev, A.S. Analysis of the Quasi-Static and Dynamic Fracture of the SilicaRefractory Using the Mesoscale Discrete Element Modelling / A.S. Grigoriev, A.V. Zabolotskiy, E.V. Shilko, A.I. Dmitriev, K. Andreev // Materials, – 2021. – V. 14(7376). <https://doi.org/10.3390/ma14237376>.
- 43.Harmuth, H. Investigation of refractory brittleness by fracture mechanical and fractographic methods / H. Harmuth, R.C. Bradt, // Interceram Int. Ceram. Rev., – 2010. – 1. – P.6–10.
- 44.Asadi, F. Numerical modelling of the quasi-brittle behaviour of refractory ceramics by considering microcracks effect // F. Asadi, D. André, S. Emam, P. Doumalin, M. Huger // Journal of the European Ceramic Society, - 2022. – V.42(3). – P. 1149-1161, <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2021.11.016>.
- 45.Harmuth, H. Characterisation of the Fracture Path in ‘Flexible’ Refractories / H. Harmuth // Adv. Sci. Technol. – 2010. – 70. – P.30–36.
- 46.Rossello, C. Fracture of model concrete: 1. Types of fracture and crack path / C. Rossello, M. Elices // Cem. Concr. Res., – 2004. – 34. – P.1441–1450.



47. Rossello, C. Fracture of model concrete: 2. Fracture energy and characteristic length / C. Rossello, M. Elices, G.V. Guinea // *Cem. Concr. Res.* – 2006. – 36. – P.1345–1353.
48. Šavija, B. Modelling of deformation and fracture for a model quasi-brittle material with controlled porosity: Synthetic versus real microstructure / B. Šavija, G.E. Smith, D. Liu, E. Schlangen, P.E.J. Flewitt // *Eng. Fract. Mech.*, – 2019. – 205. – P.399–417.
49. Moreira, M.H. Discrete element modelling—A promising method for refractory microstructure design / M.H. Moreira et. al. // *Am. Ceram. Soc. Bull.* – 2020. – 99. – P.22–28
50. Nguyen, T.T. Analytical laws for direct calibration of discrete element modelling of brittle elastic media using cohesive beam model / T.T. Nguyen, D. André, M. Huger // *Comput. Part. Mech.*, – 2019. – 6. – P.393–409.
51. Jebahi, M. Discrete Element Method to Model 3D Continuous Materials / M. Jebahi, D. Andre, I. Terreros, I. Iordanoff // London: Wiley, – 2015. – 166 p.
52. Psakhie, S.G. A mathematical model of particle–particle interaction for discrete element based modeling of deformation and fracture of heterogeneous elastic–plastic materials / S.G. Psakhie et. al // *Eng. Fract. Mech.* – 2014. – 130. – P.96–115.
53. Psakhie, S.G. Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure / S.G. Psakhie et. al // *Comput. Mater. Sci.* – 2015. – 102. – P.267–285.
54. Dmitriev, A.I. Mesoscale modeling of the mechanical and tribological behavior of a polymer matrix composite based on epoxy and 6 vol.% silica nanoparticles / A.I. Dmitriev, W. Österle, B. Wetzel, G. Zhang // *Comput. Mater. Sci.* – 2015. – 110. – P.204–214.
55. Psakhie, S. Development of a formalism of movable cellular automaton method for numerical modeling of fracture of heterogeneous elastic-plastic materials / S.

- Psakhie, E. Shilko, A. Smolin, S. Astafurov, V. Ovcharenko // *Frattura Integr. Strutt.* – 2013. 24. – P.26–59.
56. Jing, L. *Fundamentals of Discrete Element Method for Rock Engineering: Theory and Applications* / L. Jing, O. Stephansson. – Amsterdam: Elsevier. – 2007. – 562 p.
57. Andrade, J.E. Multiscale modeling and characterization of granular matter: From grain kinematics to continuum mechanics / J.E. Andrade, C.F. Avila, S.A. Hall, N. Lenoir, G. Viggiani // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* – 2011. – V.59(2). – P.237-250. <https://doi.org/10.1016/j.jmps.2010.10.009>.
58. Аксельрод Л.М. Способы увеличения продолжительности срока службы периклазоуглеродистых изделий в футеровке сталеразливочных ковшей ОМЗ-Спецсталь / Л.М. Аксельрод, Т.В. Ярушина, А.В. Заболотский, С.В. Ефимов, В.К. Яценко, С.Ю. Афанасьев // *Новые огнеупоры.* – 2016(3). – С.90-94. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2016-3-90-94>.
59. Zabolotsky A.V. Mathematics modeling of thermal shock in refractory linings / A. V. Zabolotsky // *AISTech Proceedings*, – 2011 – V.II. – P.1279 – 1287.
60. Zabolotsky A.V. Thermal Shock and Modeling of Destruction for Refractory Linings of Metallurgical Installations. In *Encyclopedia of Thermal Stresses* / A. V. Zabolotsky ed. R. Hetnarski. – Dordrecht: Springer. – 2013. – 6643 p. DOI 10.1007/978-94-007-2739-7.
61. Аксельрод, Л.М. Концептуальный подход к выполнению футеровки агрегатов сталеплавильного комплекса ДСП-120 "ОМЗ-Спецсталь" / Л.М. Аксельрод, Т.В. Ярушина, А.В. Заболотский и др. // *Бюллетень Черная металлургия.* – 2016. – № 9. – с. 82-89.
62. Zabolotsky, A.V. Thermal crack growth modeling in refractory linings of metallurgical installations / A.V. Zabolotsky // *Int. J. of mathematical models and methods in applied sciences.* – 2011. – v. 5(3). – p. 542 – 549.
63. Словиковский, В.В. Влияние режимов разогрева футеровок тепловых

- агрегатов и продолжительности хранения огнеупоров на стойкость огнеупорной кладки / В.В. Словиковский, А.В. Гуляева // Новые огнеупоры. – 2015. – №6. – с.9-13. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2015-6-9-13>
- 64.Словиковский, В.В. Влияние термоударов на коррозионные и эрозионные свойства футеровок / В. В. Словиковский, В. А. Рожнонгану // Огнеупоры и техническая керамика. — 1997. — № 8. — С. 36–39.
- 65.Farafonov, G.A. Stress relaxation in refractories during different modes of loading / G.A. Farafonov, I.P. Bas'yas // Refractories. – 1991. – 32. – P. 166–171. <https://doi.org/10.1007/BF01290482>
- 66.Старовойтов, Э. И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов / Э.И. Старовойтов. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 384 с.
- 67.Овидько И.А. Зарождение трещин в наноматериалах при высокоскоростном и квазистатическом режимах деформирования / И.А. Овидько // Физика и механика материалов. – 2011. – № 12. – С.76-101.
- 68.Hetnarski, R.B. (eds) Encyclopedia of Thermal Stresses / Dordrecht: Springer. – 2013. – 6643 p. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7\\_355](https://doi.org/10.1007/978-94-007-2739-7_355)
- 69.Mindlin, R.D. Micro-structure in linear elasticity / R.D. Mindlin // Arch. Rational Mech. Anal. – 1964. – V. 16(1). – p. 51–78.
- 70.Toupin, R.A. Theories of elasticity with couple-stress / R.A Toupin // Arch. Ration. Mech. And Analysis. – 1964. – Vol.17(2). – P.85-112.
- 71.Altan, B.S. On the structure of the mode-III crack-tip in gradient elasticity / B.S. Altan, E.C. Aifantis // Scripta Met. – 1992. – v.26. – pp. 319–324.
- 72.Vardoulakis, I. Surface waves in a homogeneous gradientelastic half-space with surface energy / I. Vardoulakis, H.G. Georgiadis // J. Elast. – 1997. – v.47. – pp. 147–165.
- 73.Li, S. Solution to line loading of a semi-infinite solid in gradient elasticity / S. Li, I. Miskioglu, B.S. Altan // International Journal of Solids and Structures. – 2004. –

- v. 41. – pp. 3395–3410.
74. Aifantis, E. C. The role of interfaces in enhancing the yield strength of composites and polycrystals / E. C. Aifantis, H. Askes // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2005. – v.53. – pp. 1047–1070.
75. Lurie, S. Eshelby's inclusion problem in the gradient theory of elasticity: Applications to composite materials / S. Lurie, D. Volkov-Bogorodsky, A. Leontiev, E. Aifantis. // *International Journal of Engineering Science*. – 2011. – v.49. – pp. 1517–1525.
76. Zabolotskii, A. A multilevel model for description of thermomechanical fracture of refractory linings of high-temperature equipment / A. Zabolotskii, V. Khadyev, A. Dmitriev, E. Shilko // *Reports in Mechanical Engineering*. – 2022. – v.3(1). – PP. 237-245. <https://doi.org/10.31181/rme20028122022z>
77. Hutchinson, J.W. Mechanics of materials: top-down approaches to fracture / J.W. Hutchinson, A.G. Evans // *Acta Materialia* – 2000. – V.48(1). – PP.125-135. [https://doi.org/10.1016/S1359-6454\(99\)00291-8](https://doi.org/10.1016/S1359-6454(99)00291-8).
78. Cai, S. A framework for predicting top-down crack initiation and growth for flexible pavements / S. Cai, K. Huang, I. Onifade, R.L. Lytton, B. Birgisson // *International Journal of Pavement Engineering* – 2023. – v.24(2). <https://doi.org/10.1080/10298436.2023.2278697>
79. Заболотский, А.В. Моделирование зарождения трещин в материалах с регулярно расположенными сферическими пора́ми в условиях многоосного нагружения / А.В. Заболотский и др. // *Новые огнеупоры* – 2023. – № 3. – СС. 13 – 20.
80. Орешко, Е. И. Обзор критериев прочности материалов / Е. И. Орешко, В. С. Ерасов, А. В. Гриневич, П. В. Шершак // *Труды ВИАМ* – 2019. – №9(81). – сс. 108 – 126. [dx.doi.org/ 10.18577/2307-6046-2019-0-9-108-126](https://doi.org/10.18577/2307-6046-2019-0-9-108-126)
81. Феодосьев, В.И. Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев –Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана – 2016. – 543 с.

- 82.Сукнев, С.В. Нелокальные и градиентные критерии разрушения квазихрупких материалов при сжатии / С.В. Сукнев // Физ. мезомех. – 2018. – №4. – СС. 22 – 32.
- 83.Корнев, В.М. Модель квазихрупкого разрушения горных пород / В.М Корнев, А.А. Зиновьев // ФТПРПИ – 2013. – №4. – СС. 74 – 82.
- 84.Панасюк, В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов / В.В. Панасюк // Киев: Наукова думка, – 1991. – 416 с.
- 85.Фридман, Я.Б. Механические свойства металлов. Том1. Деформация и разрушение / Я.Б. Фридман – Москва: Машиностроение – 1974 –471с.
- 86.Нотт, Дж.Ф. Основы механики разрушения. Пер. с англ. – Москва: Металлургия, 1978 – 256с.
- 87.Романова, В.А. Влияние формы включений и прочностных свойств интерфейсов на механизмы разрушения металлокерамического композита на мезоуровне / В. А. Романова, Р. Р. Балохонов // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10, № 6. – С. 75-78.
- 88.Астафуров, С.В. Исследование влияния свойств межфазных границ на механические характеристики металлокерамических композитов / С.В. Астафуров, Е. В. Шилько, В. Е. Овчаренко, С. Г. Псахье // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17, № 3. – С. 53-63.
- 89.Chawla, N. Microstructure-based modeling of deformation in particle reinforced metal matrix composites / N. Chawla, K.K. Chawla // J. Mater. Sci. – 2006. – v. 41. – p. 913 – 925.
- 90.Ayyar, A. Microstructure-based modeling of crack growth in particle reinforced composites / A. Ayyar, N. Chawla // Compos. Sci. Technol. – 2006. – v. 66. – p. 1980 – 1994.
- 91.Кульков, С.Н. Формирование микро- и мезоструктур в металлокерамических композитах при механическом нагружении / С.Н. Кульков // Физ. мезомех. – 2005. – т. 8. – № 6. – с. 79 – 87.

- 92.Бондарь, М.П. Мезоструктурный материал с включениями, содержащий нанокристаллические частицы, полученный квазидинамическим методом прессования / М.П. Бондарь, М.А. Корчагин, Е.С. Ободоевский, С.В. Панин, Я.Л. Лукьянов // Физ. мезомех. – 2008. – т.11(6). – с. 87 – 94
- 93.Темнов, В.Г. Блочно-иерархическое моделирование напряженно-деформированного состояния несущих конструктивных систем объектов строительства / В. Г. Темнов // Вестник гражданских инженеров. – 2019. – № 4(75). – С. 18-28. – DOI 10.23968/1999-5571-2019-16-4-18-28
- 94.Лепеш, Г.В. Напряженно-деформированное состояние осесимметрических деталей и узлов в квазистатических условиях нагружения / Г.В. Лепеш // ТТПС. – 2010. – №13.
- 95.Балек, А.Е. Учет мозаичности напряженно-деформированного состояния массивов скальных горных пород при решении практических задач недропользования / А.Е. Балек // Проблемы недропользования. – 2018. – №3(18).
- 96.Glagolev, V.V. Determining the stress-strain state of elastic-plastic solids with a lateral crack-like defect with the use of a model with a linear size / V.V. Glagolev, L. V. Glagolev, A. A. Markin // Prikl. Mekh. Tekh. Fiz. – 2018 – V. 59(6). – p.143–154. DOI: 10.15372/PMTF20180614
- 97.Карзов, Г.П. Физико-механическое моделирование процессов разрушения / Г.П. Карзов, Б.З. Марголин, В.А. Швецова — Санкт-Петербург: Политехника – 1993. — 391 с.
- 98.Лапин, В.Н. Валидация неявного критерия выбора направления распространения трещины при смешанной нагрузке / В.Н. Лапин, А.А. Фомина // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2019. – Т. 22 №4. – С. 33-43.
- 99.Фридман, Я.Б. Механические свойства металлов. Том2. /Я.Б. Фридман – Москва: Машиностроение – 1974 –368 с

100. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский Москва. – 1951. – 736 с.
101. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена. / С.С. Кутателадзе — Москва: Атомиздат – 1979. – 416 с.
102. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер // Москва: Наука – 1964. — 488 с.
103. Заболотский, А.В. Моделирование теплового поля футеровки сталеразливочного ковша / А. В. Заболотский // Инженерно-физический журнал – 2011. – т. 84, №2 – с. 318 – 323.
104. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии / Москва: Химия – 1971. – 753 с.
105. Фокин, В.М. Основы технической теплофизики / В.М. Фокин, Г.П. Бойков, Ю.В. Видин – Москва: "Издательство Машиностроение-1" – 2004. – 172 с.
106. Лыков, А. В. Теория теплопроводности. / А.В. Лыков — Москва: Высшая школа – 1967. — 600 с.
107. Лагранж, Ж. Аналитическая механика. / Ж. Лагранж Москва— Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы – 1950. — 594 с.
108. Гантмахер, Ф.Р. Лекции по аналитической механике: Учебное пособие для вузов / Ф.Р. Гантмахер под ред. Е. С. Пятницкого. — Москва: Физматлит – 2005. — 264 с.
109. Самарский, А.А. Методы решения сеточных уравнений / А.А. Самарский, Е.С. Николаев — Москва: Наука – 1978. — 592 с.
110. Штеттер, Х. Анализ методов дискретизации для обыкновенных дифференциальных уравнений / Х. Штеттер — Москва: Мир – 1978. — 461 с.
111. Kuranakov, D.S. Modification of the boundary element method for computation of three-dimensional fields of strain–stress state of cavities with cracks / D.S. Kuranakov, D.V. Esipov, V.N. Lapin, S.G. Cherny // Engineering

- Fracture Mechanics – 2016. – V.153. – P. 302-318.  
<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2015.09.052>.
112. Галлагер, Р. Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер Пер. с англ. — Москва: Мир. — 1984 — 432с.
  113. Деклу, Ж. Метод конечных элементов / Ж. Деклу Пер. с франц. — Москва: Мир. — 1976 — 96 с.
  114. Зенкевич, О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич пер. с англ. под редакцией Б.Е. Победри — Москва: Мир — 1975. — 542 с.
  115. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган Пер. с англ. — Москва: Мир — 1986 — 318 с.
  116. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд — Москва: Мир — 1979. — 392 С.
  117. Psakhie, S.G. Method of movable cellular automata as a tool for simulation within the framework of mesomechanics / S.G Psakhie, Y. Horie, S.Yu. Korostelev, A.Yu. Smolin, A.I Dmitriev, E.V. Shilko, S.V. Alekseev, // Russian Physics Journal —1995. — V. 38(11). — P. 1157—1168.  
doi:10.1007/BF00559396.
  118. Псахье, С.Г. Метод подвижных клеточных автоматов как инструмент физической мезомеханики материалов / С.Г. Псахье, С.Ю. Коростелев, А.Ю. Смолин, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, Д.Д. Моисеенко, Е.М. Татаринцев, С.В. Алексеев // Физическая мезомеханика — 1998. — Т. 1, № 1. — С. 95—108.
  119. Псахье, С.Г. Метод подвижных клеточных автоматов как новое направление дискретной вычислительной механики. I. Теоретическое описание / С.Г. Псахье, Г.П. Остермайер, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько, А.Ю. Смолин, С.Ю. Коростелев // Физическая мезомеханика — 2000. — Т. 3, № 2. — С. 5—13.
  120. Псахье, С.Г. Моделирование поведения сложных сред на основе совместного использования дискретного и континуального подходов / С.Г.



- Псахье, А.Ю. Смолин, Ю.П. Стефанов, П.В. Макаров, М.А. Чертов // Письма в ЖТФ : — 2004. — Т. 30, № 17. — С. 7—13.
121. Маркочев, В. М. О теории хрупкого разрушения Я. Френкеля и А. Гриффитса / В. М. Маркочев, М. И. Алымов // Чебышевский сборник. — 2017. — №3 (63).
  122. Френкель, Я.И. Теория обратимых и необратимых трещин в твердых телах / Я.И. Френкель // Журнал технической физики — 1952 — т. 22, № 11 — С. 1857 — 1866.
  123. Ирвин, Дж. Основы теории роста трещин и разрушения. Разрушение / Дж. Ирвин, П. Парис. — Т. 3. — Москва: Мир — 1976. — 797 с.
  124. Dugdale, D.S. Yielding of steel sheets containing slits / D.S. Dugdale // J. Mech. Phys. Solids. — 1960. — V. 8. — No. 2. — P. 100–104.
  125. Леонов, М.Я. Элементы теории хрупкого разрушения // ПТМФ. — 1961. — № 3. — С. 85–92.
  126. Панасюк, В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В. Панасюк — Киев: Наукова думка — 1968. — 246 с.
  127. Эшелби, Дж. Континуальная теория дислокаций / Дж. Эшелби — М.: Иностранная литература — 1963 — 248 с.
  128. Райс, Дж.Р. Не зависящий от пути интеграл и приближенный анализ концентрации деформаций у вырезов и трещин / Дж.Р. Райс // Труды амер. общества инж. мех. — Сер. E. — 1968. — Т. 35, № 4. — С. 340–350.
  129. Rice, J.R. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material / J.R. Rice, G.F. Rosengren // J. Mech. Phys. Solids. — 1968. — V.16. — P.1–12.
  130. Черепанов, Г. П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов — Москва: Наука — 1974. — 640 с.
  131. Тартыгашева, А.М. Контурные интегралы в нелинейной механике разрушения при смешанных формах деформирования / А.М. Тарарышева // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического

- университета. Механика. – 2022. – №. 2. – С. 10–24. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.2.02
132. Писаренко, Г. С. Уравнения и краевые задачи теории пластичности и ползучести. Справочное пособие/ Г.С. Писаренко, Н.С. Можаровский— Киев: Наук. Думка – 1981. — 496 с.
  133. Жабко, А. В. Критерии прочности горных пород / А.В. Жабко // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2021. — № 11-1. — С. 27—45. DOI: 10.25018/0236\_1493\_2021\_111\_0\_27.
  134. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Малинин Н.Н. – Москва: Машиностроение – 1975. – 398 с.
  135. Coulumb, C. Application des regles de maximis et minimis a quelques problemes de staticue relatifs a l’architecture / C. Coulumb // Memoires de savants entranges del’Academie des scieces. P.,1773.
  136. Keaton, J.R. Mohr Circle / J.R. Keaton In: Encyclopedia of Engineering Geology. Encyclopedia of Earth Sciences Series. Bobrowsky P.T., Marker B. (eds) –Cham: Springer. – 2018 – 978 p. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-73568-9\\_206](https://doi.org/10.1007/978-3-319-73568-9_206)
  137. Лоде, В. Влияние среднего главного напряжения на текучесть металлов / В. Лоде // Теория пластичности. М.: ГИИЛ – 1948. – С. 168–205
  138. Drucker, D. C. Soil mechanics and plastic analysis for limit design / D.C. Drucker, W. Prager // Quarterly of Applied Mathematics – 1952 – v.10(2) – pp. 157—165.
  139. Hoek, E. Fracture initiation and propagation in intact rock / E. Hoek, C.D. Martin // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering – 2014. – v.6(4) – pp. 287—300.
  140. Шемякин, Е.И. Введение в теорию упругости / Е.И. Шемякин – Москва: Изд-во МГУ – 1993. – 95 с.
  141. Вильдеман, В.Э. Моделирование процесса равновесного роста трещины в композитном образце с позиций механики закритического деформирования / В. Э. Вильдеман, А. И. Мугатаров // Вестн. Сам. гос. техн.

- ун-та. Сер. Физ.-мат. Науки – 2022 – т.26, N1 – с.48–61.  
DOI:<https://doi.org/10.14498/vsgtu1886>
142. Гундина, М.А. Энергетические инварианты в теории упругопластических трещин / М.А. Гундина // Наука и техника – 2017. –Т. 16, № 4. – С. 355–362. DOI: 10.21122/2227-1031-2017-16-4-355-362.
  143. Hutchinson, J.W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material / J.W. Hutchinson // Journ. Mech. Phys. Solids. – 1968. –V.16. – P. 13–31.
  144. Murakami, S. Continuum Damage Mechanics: A Continuum Mechanics Approach to the Analysis of Damage and Fracture / S. Murakami – Dordrecht: Springer – 2012. – 423 p.
  145. Richard, H.A. Cracks on Mixed Mode loading – Theories, experiments, simulations / H.A. Richard, B. Schramm, N.H. Schirmeisen // International Journal of Fatigue. – 2014. – No. 62. – P. 93–103.
  146. Shih, C.F. Small scale yielding analysis of mixed mode plane-strain crack problems / C.F. Shih // Fracture Analysis ASTM STP 560. – 1974. – P. 187–210.
  147. Stepanova, L.V. Stress-strain state near the crack tip under mixed-mode loading: Asymptotic approach and numerical solutions of nonlinear eigenvalue problems / L.V. Stepanova // AIP Conference Proceedings. – 2016. – V. 1785 (030030). – P. 1300. DOI: 10.1063/1.4967051.
  148. Torabi, A.R. Brittle fracture in key-hole notches under mixed mode loading: Experimental study and theoretical predictions / A.R. Torabi, S.M. Abedinasab // Engineering Fracture Mechanics. – 2015. – No. 134. – P. 35–53.
  149. Eremin, M.O. Influence of the porosity on the uniaxial compressive strength of sandstone samples / M.O. Eremin // Procedia Structural Integrity. – 2020. – V.25. – PP. 465–469.
  150. Eremin, M.O. Microstructure-Based Computational Analysis of Deformation Stages of Rock-like Sandy-Cement Samples in Uniaxial Compression

- / M.O. Eremin, V.A. Zimina, A.S. Kulkov, Y.P. Stefanov // *Materials*. – 2023. – V. 16. – PP. 1 – 24.
151. Makarov, P.V. The numerical simulation of ceramic composites failure at axial compression / P.V. Makarov, M.O. Eremin // *Frattura ed Integrita Strutturale*. – 2013. – V. 24. (Special issue: Russian Fracture Mechanics School). – PP. 127 – 137.
  152. Евтушенко, Е.П. Моделирование разрушения хрупких и квази-хрупких тел и геосред / Е.П. Евтушенко, М.О. Еремин, Ю.А. Костандов, П.В. Макаров, И.Ю. Смолин, И.Е. Шиповский // *Физическая мезомеханика*. – 2012. – т. 15 (3). – СС. 35-44.
  153. Смолин, И.Ю. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне / И.Ю. Смолин, М.О. Еремин, П.В. Макаров, С.П. Буякова, С.Н. Кульков, Е.П. Евтушенко // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. – 2013. – № 5(25). – СС. 78–90.
  154. Макаров, П.В. Моделирование разрушения керамических композиционных материалов при одноосном сжатии / П.В. Макаров, М.О. Еремин // *Вестник Томского государственного университета. Математика и механика*. – 2013. – № 1. – СС. 61-74.
  155. Степанов, Г.В. Упругопластическое деформирование и разрушение материалов при импульсном нагружении / Г.В. Степанов – Киев: Наукова думка – 1991. – 288 с.
  156. Расторгуев, Б.С. Прочность железобетонных конструкций зданий взрывоопасных производств и специальных сооружений, подверженных кратковременным динамическим воздействиям: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Борис Сергеевич Расторгуев – Моск. инж.-строит. ин-т им. В. В. Куйбышева. — Москва, 1987. — 378 с.
  157. Радченко, П.А. Компьютерное моделирование деформации и разрушения гетерогенных сред при динамических нагрузках / П.А. Радченко,

- С.П. Батуев, А.В. Радченко // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки – 2013. – Т.18, № 4–2 – С. 1861–1862.
158. Radchenko, A. Comparison of Application of Various Strength Criteria on Modeling of Behavior of Composite Materials at Impact / A. Radchenko, P. Radchenko, E. Tuch, M. Krivosheina, S. Kobenko // Journal of Materials Science and Engineering – 2012. – V.2(1) – pp. 112–120.
  159. Курдюмов, С.П. Режимы с обострением. Эволюция идеи/ Под ред. Г.Г. Малинецкого. – М.: ФИЗМАТЛИТ – 2006 – 312 с.
  160. Курдюмов, С.П. У истоков синергетического видения мира: режимы с обострением / С.П. Курдюмов, Е.Н. Князева // Самоорганизация и наука: опыт философского осмысления. – Москва: Арго – 1994. – с. 162 – 186.
  161. Макаров, П.В. Самоорганизованная критичность деформационных процессов и перспективы прогноза разрушения / П.В. Макаров // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т. 13, № 5. – С. 97-112.
  162. Николис, Г. Познание сложного: Синергетика от прошлого к будущему / Г. Николис, И. Пригожин – Москва: Едиториал УРСС – 2003 – 344 с.
  163. Колоколов, Е.И. Динамический критерий трещиностойкости конструкционных сталей при квазихрупком разрушении / Е.И. Колоколов // Глобальная ядерная безопасность. – 2014. – №3 (12).
  164. Shilko, E.V. Numerical analysis of the geometrical and material criteria of acceleration of shear crack to supershear velocity in brittle nanoporous solids / E. V. Shilko, S. G. Psakhie, V. L. Popov // Procedia Structural Integrity. – 2016 – V.2 – P. 409-416. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.053>.
  165. Psakhie, S.G. Key role of elastic vortices in the initiation of intersonic shear cracks / S. G. Psakhie, E. V. Shilko, M. V. Popov, V. L. // Popov Phys. Rev. – 2015 – E 91(063302)
  166. Аэро, Э.Л. Нелинейная теория деформируемых кристаллических тел. Возникновение нано- и микроструктур и их устойчивость / Э.Л. Аэро, А.Н.

- Булыгин // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2010. – № 5. – С. 19-41.
167. Аэро, Э.Л. Нелинейная теория перестройки структуры сверхтонких кристаллических нанослоёв при интенсивных нагрузках / Э.Л. Аэро, А.Н. Булыгин, Ю.В. Павлов // Физика и механика материалов. – 2012. – Т. 15, № 2. – С. 126-134.
168. Фельдман, Э.П. Докритический рост трещин в газосодержащих материалах / Э.П. Фельдман, В.М. Юрченко, В.А. Стрельцов, Е.В. Володарская // Физика твердого тела – 1992 – т. 34, № 2 – с.618–627.
169. Партон, В.З. Механика упругопластического разрушения / В.З. Партон, Е.М. Морозов– Москва: Наука – 1985 – 504 с.
170. Никитин, А.Д. Моделирование роста краевой усталостной трещины при высокочастотном нагружении / А.Д. Никитин, И.С. Никитин, Б.А. Стратула // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 3. – С. 65-74. DOI: 10.15593/pern.mech/2019.3.07
171. Вансович, К. А. Модель роста усталостных поверхностных трещин за цикл «Нагрузка-разгрузка» / К.А. Вансович // ОНВ. – 2017. – №3 (153).
172. Боева, В.В. Изучение макроструктуры сплавов. Фрактографическое исследование (исследование изломов) учеб.-метод. пособие / В. В. Боева, Н. П. Борознина, Д. Э. Вилькеева, Е. С. Дрючков – 2019 – Волгоград: Изд-во ВолГУ. – 32 с
173. Болотин, В.В. Распределение времен до разрушения при случайных нагрузках. / В.В Болотин. // ПМТФ – 1980 – № 5 – с.149 – 158.
174. Степанова, Л.В. Оценка направления роста трещины в условиях смешанного нагружения (нормальный отрыв и поперечный сдвиг): обобщенные критерии классической механики разрушения и атомистическое моделирование смешанного нагружения (метод молекулярной динамики) / Л.В. Степанова, С.А. Бронников, О.Н. Белова // Вестник Пермского

- национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 4. – С. 189–213. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.4.13
175. Berto, F. Local strain energy density to predict size-dependent brittle fracture of cracked specimens under mixed mode loading / F. Berto, M.R. Ayatollahi, T. Borsato, P. Ferro // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2016. – V. 86. – P. 217–224.
  176. Kuliev, V.D. The gradient deformation criterion for brittle fracture / V.D. Kuliev, E.M. Morozov // *Doklady Physics*. – 2016. – Vol. 61. – P. 502–504. DOI: 10.1134/S1028335816100062
  177. Матвиенко, Ю.Г. Моделирование кинетики развития трещин в поверхностных слоях материала / Ю.Г. Матвиенко // *Заводская лаборатория*. – 2017. – Т. 83, № 1. – С. 65–71.
  178. Berto, F. A review of the local strain energy density approach to V-notches / F. Berto, M.R. Ayatollahi // *Physical mesomechanics*. – 2017. – Vol. 20. – No. 2. – P. 14–27.
  179. Matvienko, Y.G. Two basic approaches in a search of the crack propagation angle / Y.G. Matvienko, E.M. Morozov // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* – 2017. – v.40(8) – p.1191-1200. DOI: 10.1111/ffe.12583
  180. Rashidi, M.M. The application of strain energy density criterion to fatigue crack growth behavior of cracked components/ M.M. Rashidi, M. Ayatollahi, F. Berto // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2017. – No. 1. – С. 33–56.
  181. Rashidi, M.M. Mixed mode fracture analysis using generalized averaged strain energy density criterion for linear elastic materials / M.M. Rashidi, M. Ayatollahi, F. Berto // *International Journal of Solids and Structures*. – 2017. – Vol. 120. – P. 137–145.
  182. Razavi, M.J. Application of an average strain energy density criterion to obtain the mixed mode fracture load of granite rock tested with the cracked asymmetric four-point bend specimen / M.J. Razavi, M.R.M. Aliha, F. Berto // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2017. – No. 33. – P. 25–33.

183. Malikova, L. Influence of the elastic mismatch on crack propagation in a silicatebased composite / L. Malikova, V. Vesely // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2017. – Vol. 91. – P. 25–30.
184. Berto, F., Recent developments in brittle and quasi-brittle failure assessment of engineering materials by means of local approaches / F. Berto, P. Lazzarin // Materials Science and Engineering. – 2014. – R. 75. – P. 1–48.
185. Sih, G.C. Strain-energy factor applied to mixed mode crack problems / G.C. Sih // Int. J. Fracture. –1974. – Vol. 10. – P. 305–321.
186. Li, Q.M. Strain energy density failure criterion / Q.M. Li // International Journal of Solids and Structures. – 2001. – Vol. 38. – P. 6997–7013.
187. Mirsayar, M.M. Tangential strain-based criteria for mixed-mode fracture toughness of cement concrete / M.M. Mirsayar, A. Razmi, F. Berto // Fatigue Fracture Engineering Material and Structures. – 2017. – P. 1–9. DOI: 10.1111/ffe.12665
188. Wulfinghoff, S. A damage growth criterion for anisotropic damage models motivated from micromechanics / S. Wulfinghoff, M. Fassin, Reese S.A. // International Journal of Solids and Structures – 2017 – V.121. – P. 21–32.
189. Ayatollahi, M.R. A generalized strain energy density criterion for mixed mode fracture analysis in brittle and quasi-brittle materials / M.R. Ayatollahi, M.M. Rashidi, F. Berto // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2015. – V. 79. – P. 70–76.
190. Adlucky, V.J. Конечноэлементное моделирование процесса распространения трещин при изгибе пластин с повреждениями [https://www.researchgate.net/publication/323453616\\_Konecnoelementnoe\\_modelirovanie\\_processa\\_rasprostranenia\\_tresin\\_pri\\_izgibe\\_plastin\\_s\\_povrezdeniami](https://www.researchgate.net/publication/323453616_Konecnoelementnoe_modelirovanie_processa_rasprostranenia_tresin_pri_izgibe_plastin_s_povrezdeniami)
191. Скворцов Ю. В., Глушков С. В. Моделирование несквозных поверхностных трещин в тонкостенных конструкциях / Ю.В. Скворцов, С.В. Глушков // Вестник СГАУ. – 2011. – №3-4.



192. Самсонова, О.В. Моделирование эволюции формы фронта трещины в процессе усталостного нагружения / О.В. Самсонова, М.Ш. Нихамкин, И.П. Конев // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. – 2019. – №58.
193. Erdogan, F. On the Crack Extension in Plates Under Plane Loading and Transverse Shear / F. Erdogan, G.C. Sih // Journal of Basic Engineering – 1963 – v.85(4) – p. 519-525
194. Lazarus, V. Comparison of predictions by mode ii or mode iii criteria on crack front twisting in three or four-point bending experiments / V. Lazarus, F.-G. Buchholz, M. Fulland, J. Wiebesiek // International Journal of Fracture – 2008. – v. 153(2) – P.141–151.
195. Lapin, V.N. An implicit criterion of fracture growth direction for 3D simulation of hydraulic fracture propagation / Lapin V.N., Cherny S.G. // Procedia Structural Integrity – 2018 – V. 13 – P. 1171-1176. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2018.12.243>.
196. Гундина, М.А. Определение начального направления развития трещины в момент страгивания / М.А. Гундина // ПФМТ – 2019 – №1 – С.40–44.
197. Сметанников, О.Ю. Численная модель развития трещины при повторном гидроразрыве пласта / О. Ю. Сметанников, Ю.А. Кашников, С.Г. Ашихмин, Д.В. Шустов // Вычислительная механика сплошных сред – 2015. – т.8(2) – с. 208-218. <https://doi.org/10.7242/1999-6691/2015.8.2.18>
198. Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. / Н.А. Махутов – Москва: Машиностроение – 1981. – 272 с.
199. Матвиенко, Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения. / Ю.Г. Матвиенко – Москва: Физматлит – 2006. – 328 с.
200. Bourdin, B. Numerical experiments in revisited brittle fracture. / B. Bourdin, G.A. Francfort, J. Marigo // Journal of The Mechanics and Physics of Solids. – 2000 – v. 48 – pp. 797-826.

201. Moës, N. A finite element method for crack growth without remeshing. / N. Moës, J.E. Dolbow, T. Belytschko // International Journal for Numerical Methods in Engineering – 1999 – v. 46 – pp. 131-150.
202. Shutov, A.V. Two nonlinear models of brittle fracture for solids / A.V. Shutov // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics – 2004 - V. 45(6) – pp. 853–859
203. Долгих, В.С. Теоретико-экспериментальное исследование направления роста трещины. Часть I / В.С. Долгих, А.В. Пулькин, Е.А. Миронова, А.А. Пекшева, Л.В. Степанова // Вестник Самарского университета. Естественная серия. – 2019. – Т. 25, № 2. – С. 30–54. DOI: <http://doi.org/10.18287/2541-7525-2019-25-2-30-54>.
204. Морозов, В.А. Предельная скорость распространения трещин в динамически разрушаемых материалах. / В.А. Морозов, Г.Г. Савенков. // Прикладная механика и техническая физика – 2013 – т. 54, №1 – с. 163 – 169.
205. Чекунаев, Н.И. Каплан Предельная скорость распространения трещин в упругих материалах / Н.И. Чекунаев, А.М. Каплан // Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – Т. 50, № 4(296). – С. 158-166.
206. Савельев, И.В. Курс общей физики. В 3-х томах. Т.1 Механика. Молекулярная физика: учебное пособие для ВПО. Издательство "Лань" 436 с.
207. Morozov, N. Dynamics of fracture. / N. Morozov, Y. Petrov – New York: Springer Verlag – 2000 – 98 p.
208. Petrov, Y.V. Dependence of the dynamic strength on loading rate / Y.V. Petrov, A.A. Utkin // Mater. Sci. – 1989 – v 25 – pp. 153–156. <https://doi.org/10.1007/BF00780499>
209. Брагов, А.М. Высокоскоростное деформирование и разрушение фибробетона. / А.М. Брагов, Б.Л. Карихолу, Ю.В. Петров, А.Ю.

- Константинов, Д.А. Ламзин, А.К. Ломунов, И.В. Смирнов. // Прикладная механика и техническая физика – 2012 – т.53, №6 – с. 144 – 153.
210. Ignatiev, M.O. Simulation of Dynamic Crack Initiation Based on the Peridynamic Numerical Model and the Incubation Time Criterion. / M.O. Ignatiev, Y.V. Petrov, N.A. Kazarinov, // Tech. Phys. – 2021 – v. 66 – p. 422–425. <https://doi.org/10.1134/S1063784221030099>
211. Chevrychkina, A.A. Analysis of the Strength Characteristics of Acrylonitrile–Butadiene–Styrene Plastic under Dynamic Loading. / A.A. Chevrychkina, A.D. Evstifeev, , G.A. Volkov // Tech. Phys. – 2018 – v. 63 – p.381–384. <https://doi.org/10.1134/S1063784218030064>
212. Игнатьев, М.О. Моделирование динамического старта трещины на основе перидинамической численной модели и критерия инкубационного времени / М.О. Игнатьев, Ю.В. Петров, Н.А. Казаринов // ЖТФ – 2021 – т 91(3) – с. 435–439 DOI: 10.21883/JTF.2021.03.50520.196-20
213. Заболотский, А.В. Численное исследование направления роста трещины в квазихрупком материале в градиентном поле температуры/ А.В. Заболотский, А.И. Дмитриев // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2024. – № 88. – С. 94–110. [doi:10.17223/19988621/88/8](https://doi.org/10.17223/19988621/88/8)
214. Алексеев, А.А. Критерии и механизмы ветвления трещины в различных материалах / А.А. Алексеев // International scientific review. – 2015. – №8 (9).
215. Сыромятникова, А.С. Механизмы разрушения полимерного материала при распространении и ветвлении трещины / А.С. Сыромятникова, А. А. Алексеев, А. И. Левин и др. // Деформация и разрушение материалов. – 2008. - № 2. – С. 33-39.
216. Алексеев, А.А. Ветвление трещины при разрушении цилиндрических оболочек из углеродистой стали внутренним давлением / А.А. Алексеев, А.И. Левин, А.С. Сыромятникова и др. // Деформация и разрушение материалов. – 2008. - № 12. – С. 33–39.

217. Yoffe, E. The moving Griffith crack. / E. Yoffe // *Phil. Mag.* – 1951. – N 42. – P. 739–750.
218. Финкель, В.М. Физика разрушения. / В.М. Финкель – Москва: Металлургия – 1970. – 376 с.
219. Sharon, E. Microbranching instability and the dynamic fracture of brittle materials. / E. Sharon, J. Fineberg // *Phys. Rev.* – 1996. – V. B54. N 10. – P. 7128–7139.
220. Наймарк, О.Б. Динамическая стохастичность и скейлинг при распространении трещины. / О.Б. Наймарк, В.А. Баранников, М.М. Давыдова и др. // *Письма в ЖТФ.* – 2000. – Т. 26(6). – С. 67–77.
221. Корнев, В.М. Ветвление и излом траекторий трещин отрыва в поликристаллах / В.М. Корнев // *Физ. мезомех.* – 2003. – т.6 №5 – с.37–46.
222. Kerkhof, F. Wave fractographic investigation of brittle fracture dynamics. / F. Kerkhof // *Dynamic crack propagation*. Edited by G.C. Sih. – Leyden: Noordhoff International Publishing – 1973. – P. 29–35.
223. Ravi-Chandar, K. An experimental investigation into dynamic fracture. I. Crack initiation and arrest. / K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss // *Int. J. Fracture.* – 1984. – N 25. – P. 247–262.
224. Ravi-Chandar, K. An experimental investigation into dynamic fracture. II. Microstructural aspects. / K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss // *Int. J. Fracture.* – 1984. – N 26. – P. 65–80.
225. Ravi-Chandar, K. An experimental investigation into dynamic fracture. III. On steady-state crack propagation and crack branching. / K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss // *Int. J. of Fracture.* – 1984. – N 26. – P. 141–154.
226. Ravi-Chandar, K. An experimental investigation into dynamic fracture. IV. On the interaction of stress waves with propagating cracks. / K. Ravi-Chandar, W.G. Knauss // *Int. J Fracture.* – 1984. – N 26. – P. 189–200.
227. Ravi-Chandar, K. Dynamic fracture of nominally brittle materials. / K. Ravi-Chandar // *Int. J. Fracture.* – 1998. – N 90. – P. 83–102.

228. Kobayashi, A.S. Mechanics of crack curving and branching – a dynamic fracture analysis. / A.S. Kobayashi, M. Ramulu // *Int. J. Fracture*. – 1985. – N 27. – P. 187-201.
229. Финкель, В.М. Физические основы торможения разрушения. / В.М. Финкель – Москва: «Металлургия». – 1977. – с. 360.
230. Andreev, K. Failure of refractory masonry material under monotonic and cyclic loading – Crack propagation analysis / K. Andreev, Y. Yin, B. Luchini, I. Sabirov // *Construction and Building Materials* – 2021 –V. 299(124203). <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2021.124203>.
231. Arahori, T. Mechanical behavior of silica refractories under thermal cycle / T. Arahori, T. Suzuki, K. Fujisawa // *Yogyo-Kyokai-Shi* – 1985 – v.91(11) – P.32-39. (In Japanese)
232. Andreev, K. Thermal and mechanical cyclic tests and fracture mechanics parameters as indicators of thermal shock resistance – case study on silica refractories / K. Andreev, V. Tadaion, Q. Zhu, W. Wang, Y. Yin, T. Tonnesen // *Journal of the European Ceramic Society* – 2019 – V. 39(4) – P. 1650-1659. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2018.12.062>.
233. Cotterell, B. Thermal Shock and Size Effects in Castable Refractories. / B. Cotterell, S.W. Ong, C. Qin // *Journal of the American Ceramic Society* – 1995 – v.78 – p. 2056-2064
234. Schacht, Ch. Refractory linings: thermo-mechanical design and applications / Ch. Schacht - New York: Marcel Dekker Inc – 1995. – 475 p.
235. Dai, Y. Fracture behaviour of magnesia refractory materials under combined cyclic thermal shock and mechanical loading conditions. / Y. Dai, Y. Li, S. Jin, H. Harmuth, X. Xu // *JAmCerSoc* – 2020 – v.103 – p.1956-1969. <https://doi.org/10.1111/jace.16856>
236. Hino, Y. Fatigue failure behaviour of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–SiO<sub>2</sub> system bricks under compressive stress at room and high temperatures / Y. Hino, Y. Kiyota // *ISIJ International* – 2012 – v.52(6) – p.1045–1053.

237. Аннин, Б. Д. Различные механизмы разрушения сферопласта / Б. Д. Аннин, А. Г. Демешкин, Е. В. Карпов // Труды Центрального научно-исследовательского института им. академика А.Н. Крылова. – 2010. – № 53(337). – С. 13-20.
238. Andreev, K. Cyclic fatigue of silica refractories – effect of test method on failure process / K. Andreev, V. Tadaion, J. Koster, E. // Verstryng Journal of the European Ceramic Society – 2017 – V.37(4), - P.1811-1819. <https://doi.org/10.1016/j.jeurceramsoc.2016.12.004>.
239. Банников, М.В., Экспериментальное исследование фрактальных закономерностей роста усталостной трещины и диссипации энергии в ее вершине / М.В. Банников, А.Ю. Федорова, А.И. Терехина, О.А. Плехов // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2013. – №2. – с. 21-35
240. Гуткин, М.Ю. Влияние включений на гетерогенное зарождение трещин в нанокompозитных материалах / М.Ю. Гуткин, И.А. Овидько, Н.В. Скиба // Физика твердого тела. – 2007. – Т. 49, № 2. – С. 252-257.
241. Каплан, А.М. Теоретические основы измельчения гетерогенных материалов / А.М. Каплан, Н.И. Чекунаев // Теоретические основы химической технологии. – 2010. – Т. 44, № 3. – С. 354-362.
242. Корнев, В.М. Распределение напряжений и раскрытие трещин в зоне предразрушения (подход Нейбера-Новожилова) / В.М. Корнев // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7, № 3. – С. 53-62.
243. Астапов, Н.С. Модифицированная модель зоны предразрушения квазихрупких структурированных материалов / Н.С. Астапов // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т. 17, № 1. – С. 89-96.
244. Шанявский, А.А. Ротационная неустойчивость деформации и разрушения металлов при распространении усталостных трещин на мезоскопическом масштабном уровне. II. Механизмы разрушения / А.А. Шанявский // Физ. мезомех. – 2001. – №1. – с. 81-95.

245. Grigoriev, A.S. Features of Shear Crack Growth Dynamics in Heterogeneous Brittle Materials. / A.S. Grigoriev // Russ Phys J – 2023 – v.65 – p.2216–2223. <https://doi.org/10.1007/s11182-023-02893-5>
246. Заболотский, А.В. Построение и исследование модели поровой структуры керамического материала. / А.В. Заболотский // Инновационная наука. – 2017. – № 03-1/2017 – с. 27 – 34.
247. Заболотский, А.В. Моделирование структуры связки керамического материала как перколяционного кластера второго порядка. / А.В. Заболотский в сборнике статей международной научно-практической конференции «Совершенствование методологии познания в целях развития науки» в 3 ч. – Ч.3– Уфа: Аэтерна – 2017 – с. 67 - 76.
248. Hou, T.Y. A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media / T.Y. Hou, X.-H. Wu // Journal of computational physics. — 1997. — V. 134, No. 1. — Pp. 169–189.
249. Efendiev, Y. Multiscale finite element methods: theory and applications / Y. Efendiev, T. Y. Hou. — Springer Science & Business Media, 2009. — V. 4 – 233 p.
250. Spiridonov, D. An Online Generalized Multiscale finite element method for heat and mass transfer problem with artificial ground freezing / D. Spiridonov, S. Stepanov [et al.] // Journal of Computational and Applied Mathematics. — 2023. — V. 417. — P. 114561.
251. Ammosov, D. Multiscale model reduction for a thermoelastic model with phase change using a generalized multiscale finite-element method / D. Ammosov, V. Vasil'ev, M. Vasil'eva, S. Stepanov // Theoretical and Mathematical Physics. — 2022. — V. 211, No. 2. — Pp. 595–610.
252. Ammosov, D. Generalized multiscale finite element method for piezoelectric problem in heterogeneous media / D. Ammosov, M. Vasilyeva, A. Nasedkin, Y. Efendiev // Engineering Analysis with Boundary Elements. — 2022. — V. 135. — Pp. 12–25.

253. Ammosov, D. Generalized Multiscale Finite Element Method for thermoporoelasticity problems in heterogeneous and fractured media / D. Ammosov, M. Vasilyeva, E. T. Chung // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. — 2022. — V. 407. — P. 113995.
254. Vasilyeva, M. Multiscale Finite Element Method for heat transfer problem during artificial ground freezing / M. Vasilyeva, S. Stepanov, D. Spiridonov, V. Vasil'ev // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. — 2020. — V. 371. — P. 112605.
255. Gay, D. *Composite Materials: Design and Application*. / D. Gay – London: CRC Press – 2014. – 525 p.
256. Khalatur, P.G. // *Polymer Science: A Comprehensive Reference* / Ed. by M. Moeller, K. Matyjaszewski. – Amsterdam: Elsevier – 2012. – V.1. – P. 417.
257. Люлин, С.В. Многомасштабное компьютерное моделирование полимерных нанокомпозитов на основе термопластов / С.В. Люлин, С.В. Ларин, В.М. Назарычев [и др.] // *Высокомолекулярные соединения. Серия С*. – 2016. – Т. 58, № 1. – С. 4-18. – DOI 10.7868/S2308114716010088.
258. Multiscale modeling of heterogeneous materials: From microstructure to macro-scale properties / Under edition O.Cazaku.— Willey online library – 2008. — 368 p.
259. Nguyen, V.P. Computational homogenization for multiscale crack modelling: Implementational and computational aspects / V.P. Nguyen, O. Lloberas-Valls, M. Stroeve, L.J. Sluys // *Int. Journal Numer. Meth. Engng.* – 2000(00). – P. 1 – 6.
260. Лепихин, А.М. Вероятностное многомасштабное моделирование разрушений структурно-неоднородных материалов и конструкций. / А.М. Лепихин, Н.А. Махутов, Ю.И. Шокин // *Заводская лаборатория. Диагностика материалов*. – 2020 – т. 86(7) – с. 45-54. <https://doi.org/10.26896/1028-6861-2020-86-7-45-54>



261. Григорьев, А.С. Оценка локальных механических свойств керамических огнеупоров на основе SiO<sub>2</sub> с помощью микромасштабного моделирования / А.С. Григорьев, А.И. Дмитриев, Е.В. Шилько. // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2022. – № 80. – С. 73–84. doi: 10.17223/19988621/80/7
262. Gaetano, D. A hybrid cohesive/volumetric multiscale finite element model for the failure analysis of fiber-reinforced composite structures / D. Gaetano, F. Greco, L. Leonetti, P. N. Blasi, A. Pascuzzo. // Procedia Structural Integrity – 2022 – V. 41 – P. 439-451. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.05.050>.
263. Svenning, E. A two-scale modeling framework for strain localization in solids: XFEM procedures and computational aspects / E. Svenning, F. Larsson, M. Fagerström, // Computers & Structures – 2019 – V. 211 – P. 43-54. <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.08.003>.
264. Ural, A. Multiscale modeling of bone fracture using cohesive finite elements / A. Ural, S. Mischinski // Engineering Fracture Mechanics – 2013 – V. 103 – P. 141-152, <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.05.008>
265. Yu, J.C. A dynamic FEM-DEM multiscale modeling approach for concrete structures / J.C. Yu, J.T. Wang, J.W. Pan, N. Guo, C.H. Zhang // Engineering Fracture Mechanics – 2023 – V. 278 – p. 109031, <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2022.109031>.
266. Morris, J.P. Simulations of fracture and fragmentation of geologic materials using combined FEM/DEM analysis / J.P. Morris, M.B. Rubin, G.I. Block, M.P. Bonner // International Journal of Impact Engineering – 2006 – V.33(1–12) – P. 463-473, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2006.09.006>.
267. Корнев, В.М. Диаграммы квазихрупкого разрушения тел с иерархией структур при малоцикловом нагружении. / В.М. Корнев // Физическая мезомеханика – 2011 – т.14(5) – с. 31 – 45.

268. Кургузов, В.Д. Модель разрушения квазихрупких структурированных материалов / В.Д. Кургузов, Н.С. Астапов, И.С. Астапов // Прикладная механика и техническая физика. – 2014 – т. 55(6) – с. 173 -186.
269. Кожевникова, М.Е. Достаточные критерии прочности для трещины и узкого выреза с закруглением в вершине при квазихрупком разрушении. / М.Е. Кожевникова, В.М. Корнев // Физическая мезомеханика – 2004 – т.7(5) – с. 47 – 62.
270. Корнев, В.М. Достаточный дискретно-интегральный критерий прочности при отрыве. / В.М. Корнев, В.Д. Кургузов // Прикладная механика и техническая физика – 2001 – т. 42(2) – с. 161 – 170.
271. Dugdale, D.S. Yielding of steel sheets cotaining slits / D.S. Dugdale // J. Mech. Phys. Solids. – 1960. – V. 8. – P. 100–104.
272. Корнев, В.М. Достаточный критерий разрушения в случае сложного напряженного состояния при непропорциональном деформировании материала в зоне предразрушения. / В.М. Корнев, В.Д. Кургузов // Прикладная механика и техническая физика – 2010 – т. 51(6) – с. 153 – 163.
273. Rice, J.R. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material / Rice J.R., Rosengren G.F // J. Mech. Phys. Solids. – 1968. – V. 16(1). – P. 1–12.
274. Hutchinson, J.W. Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material / J.W. Hutchinson //J. Mech. Phys. Solids. – 1968. – V. 16(1). – P. 13–31.
275. Leguillon, D. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch / D. Leguillon // Eur. J. Mech. A. Solids. – 2002. – V. 21. – P. 61–72.
276. Newman, J.C. A review of the CTOA/CTOD fracture criterion / J.C. Newman, M.A. James, U. Zerbst //Engng Fract. Mech. – 2003. – V. 70(3/4). – P. 371–385.
277. Castrodeza, E.M. Fracture toughness evaluation of unidirectional fiber metal laminates using traditional CTOD and Schwalbel methodologies /

- E.M. Castrodeza, J.E. Perez Ipina, F.L. Bastian // *Engng Fract. Mech.* – 2004. – V.71(7/8). – P. 1127–1138.
278. Смирнова, Е.П. Температурные зависимости упругих модулей мультиферроика  $\text{PbFe}_{2/3}\text{W}_{1/3}\text{O}_3$ . / Е.П. Смирнова, А.В. Сотников, Н. Schmidt, М. Weihnacht // *Письма в ЖТФ* – 2013 – т. 39, № 6 – с. 9 – 16.
279. Петров, Ю.В. Температурная зависимость откольной прочности и эффект аномальных температур плавления при ударно-волновом нагружении. / Ю.В. Петров, Е.В. Ситникова // *Журнал технической физики* – 2005 – т. 75, № 8 – с. 71 – 74.
280. Arioiz, O. Effects of elevated temperatures on properties of concrete / O. Arioiz // *Fire Safety Journal* – 2007 – V. 42(8), - P. 516-522, <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2007.01.003>.
281. Krishna, A. Effect of Elevated Temperatures on the Mechanical Properties of Concrete / A. Krishna, R.S. Priyadarsini, S. Narayanan // *Procedia Structural Integrity* – 2019 – V. 14 – P. 384-394. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2019.05.047>
282. Shilko, E.V. Nonlinear mechanical effect of free water on the dynamic compressive strength and fracture of high-strength concrete. / E.V. Shilko, I.S. Konovalenko // *Materials* – 2021 – v.14 – p.4011.
283. Cai, X. Water saturation effects on dynamic behavior and microstructure damage of sandstone: Phenomenon and mechanisms. / X. Cai, Z. Zhou, H. Zang // *Eng. Geol.* – 2020 – v.276 – p. 105760.
284. Zhang, P. Mechanical Properties and Explosive Spalling Behavior of Steel-Fiber-Reinforced Concrete Exposed to High Temperature / P. Zhang, L. Kang, J. Wang, J. Guo, S. Hu, Y. Ling // *A Review. Appl. Sci.* – 2020 – v.10 – p.2324. <https://doi.org/10.3390/app10072324>
285. Peng, G.F. Explosive spalling and residual mechanical properties of fiber-toughened high-performance concrete subjected to high temperatures / G.F. Peng, W.W. Yang, J. Zhao, Y.F. Liu, S.H. Bian, L.H. Zhao // *Cement and Concrete*

- Research – 2006 – V.36(4) – P. 723-727,  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconres.2005.12.014>.
286. Khoury, G.A. Effect of fire on concrete and concrete structures. / G.A. Khoury // Prog. Struct. Engng Mater. – 2000 – v.2 – p.429-447.  
<https://doi.org/10.1002/pse.51>
287. Hager, I. Behaviour of cement concrete at high temperature / I. Hager // Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences. – 2013. – v.61, №. 1 – p. 145 – 154.
288. Kalifa, P Spalling and pore pressure in HPC at high temperatures / P. Kalifa, F.D. Menneteau, D. Quenard // Cement and Concrete Research – 2000 – V. 30(12) – P. 1915-1927, [https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(00\)00384-7](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(00)00384-7).
289. Ozawa, M. Study of mechanisms of explosive spalling in high-strength concrete at high temperatures using acoustic emission / M. Ozawa, S. Uchida, T. Kamada, H. Morimoto. // Construction and Building Materials – 2012 – V. 37 – P. 621-628, <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.06.070>.
290. Hertz, K.D. Limits of spalling of fire-exposed concrete / K.D. Hertz // Fire Safety Journal – 2003 – V. 38(2) – P. 103-116, [https://doi.org/10.1016/S0379-7112\(02\)00051-6](https://doi.org/10.1016/S0379-7112(02)00051-6).
291. Bolina, F.L. Finite element analysis criteria for composite steel decking concrete slabs subjected to fire / F.L. Bolina, J.P.C. Rodrigues. // Fire Safety Journal – 2023 – V. 139 – P.103818. <https://doi.org/10.1016/j.firesaf.2023.103818>.
292. Debicki, G. An experimental method for assessing the spalling sensitivity of concrete mixture submitted to high temperature / G. Debicki, R. Haniche, F. Delhomme // Cement and Concrete Composites – 2012 – V. 34(8) – P. 958-963  
<https://doi.org/10.1016/j.cemconcomp.2012.04.002>.
293. Khoury, G.A. Modelling of heated concrete / G. A. Khoury, C. E. Majorana, F. Pesavento, B. A. Schrefler // Magazine of Concrete Research – 2002 – v.54(2) – p. 77-101.

294. Победря, Б.Е. Модели механики сплошной среды. / Б.Е. Победря // Фундаментальная и прикладная математика – 1997 – т. 3. № 1 – с. 93 -127.
295. Черных, К.Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах / К. Ф. Черных. Ленинград: Машиностроение – 1986. – 336 с.
296. Большая Российская энциклопедия – 2017. — Т. 35. — С. 212
297. Ролов, Б.Н. Физика размытых фазовых переходов. / Б.Н. Ролов, В.Э. Юркевич. – Ростов на Дону: Издательство Ростовского Университета. – 1983. – 320 с.
298. Уббелоде, А. Плавление и кристаллическая структура. / А. Уббелоде – Москва: Мир – 1969. – 420 с.
299. Соболев, Р.Н. Температурный интервал плавления кристаллического вещества / Р.Н. Соболев // Докл. АН. – 2017. – Т. 473, № 3. – С. 351-354.
300. Бакунов, В.С. Длительная прочность плотной поликристаллической оксидной керамики до 1600 °С / В.С. Бакунов, Е.С. Лукин, Э.П. Сысоев // Новые огнеупоры. – 2015. – № 7. – С. 34-41.
301. Полубояринов, Д.Н. Исследование ползучести и длительной прочности керамики из алюмомагнезиальной шпинели / Д.Н. Полубояринов, Е.С. Лукин, Э.П. Сысоев // Огнеупоры. – 1970 – №12 – с. 26.
302. Сысоев, Э.П. Ползучесть и длительная прочность керамики из окиси магния / Э.П. Сысоев, Е.С. Лукин, Д.Н. Полубояринов // Огнеупоры – 1972 – №6 – с. 38
303. Лукин, Е.С. Ползучесть и длительная прочность керамики из окиси алюминия / Е.С. Лукин, Э.П. Сысоев, Д.Н. Полубояринов // Огнеупоры – 1976 – №12 – с. 34.
304. Jackson, C.L. The melting behavior of organic materials confined in porous solids. / C.L. Jackson, G.B. McKenna // J. Chem. Phys. – 1990 – v.93(12) – p.9002–9011. <https://doi.org/10.1063/1.459240>
305. Войтковский, К.Ф. Механические свойства льда / К.Ф. Войтковский – Москва: Изд-во АН СССР – 1960. – 190с.

306. Близняк, Е.В. Инженерная гидрология / Е.В. Близняк – Москва: Речиздат – 1939. – 228 с.
307. Сериков, М.И. Определение модуля упругости льда резонансным методом / М.И. Сериков // Проблемы Арктики. – 1959. – вып.6. – 123с.
308. Богородский, В.В. О нелинейных эффектах при разрушении льда в жидкости: Труды ААНИИ / В.В. Богородский, В.П. Гаврило, А.В. Гусев – Москва: Транспечать – 1970. – 165с.
309. Иванов, Б.Д. Тепловое расширение гексагонального льда. / Б.Д. Иванов // Вестник ЯГУ – 2009 – т.6(4) – с. 35 – 39.
310. Марченко, А.В. Экспериментальное определение упругих характеристик морского ледяного покрова Современные подходы и перспективные технологии в проектах освоения нефтегазовых месторождений российского шельфа. / А.В. Марченко, Е.Б. Карулин, П.В. Чистяков // Научно-технический сборник ВЕСТИ ГАЗОВОЙ НАУКИ – 2020 – № 3 (45) – с. 129-140.
311. Войнов, Г.Н. Приливные явления и методология их исследований в шельфовой зоне арктических морей (на примере Карского и северо-восточной части Баренцева морей). / Г.Н. Войнов – Автореферат диссерт. на соиск. учен. степ. докт. географ. наук. – Аркт. и антаркт. науч.-исслед. ин-т. – Санкт-Петербург – 2003. – 45 с.
312. Зубакин, Г.К. Динамика вод и льдов Печорского моря по экспериментальным данным / Г.К. Зубакин, Н.Е. Дмитриев, Г.Н. Войнов, А.В. Нестеров // Труды РАО-03 – Санкт-Петербург – 2003. – С. 300-303.
313. Степанов, И.В. Результаты многолетних экспедиционных исследований физико-механических свойств льдов Печорского моря / И.В. Степанов, Н.В. Кубышкин // Труды РАО-03– Санкт-Петербург – 2003. – С.194-197.

314. Чубик, И.А. Справочник по теплофизическим характеристикам пищевых продуктов и полуфабрикатов. / И.А. Чубик, А.М. Маслов Москва: Пищевая промышленность – 1970 — 184 с.
315. Волков, А.И. Большой химический справочник. / А.И. Волков, И.М. Жарский — Москва: Советская школа – 2005. — 608 с.
316. Среднемесячные значения качества питьевой воды на выходе с водопроводных станций, забирающих воду из подземных источников водоснабжения за декабрь 2022 года – URL [https://www.vodokanal.spb.ru/vodosnabzhenie/kachestvo\\_vody/](https://www.vodokanal.spb.ru/vodosnabzhenie/kachestvo_vody/)
317. Григорьев, А.С. Компьютерное моделирование влияния вспомогательных слоев футеровки сталеразливочного ковша на локализацию и направление роста термических трещин. / А.С. Григорьев, С.В. Данильченко, А.И. Дмитриев, А.В. Заболотский, А.О. Мигашкин, М.Ю. Турчин, В.Т. Хадыев, Е.В. Шилько. // Новые огнеупоры – 2022. – № 10 – с. 3 – 15.
318. Заболотский, А.В. Применение градиентного деформационного критерия для анализа термомеханического разрушения огнеупоров в поле температур / А.В. Заболотский, А.И. Дмитриев // Проблемы прочности и пластичности – 2024 – Т.86, № 3 – с. 285-298.
319. Garboczi, E.J. Geometrical percolation threshold of overlapping ellipsoids / E.J. Garboczi, K.A. Snyder, J.F. Douglas, M.F. Thorpe // Phys. Rev. – 1995 – v.52 – p.819
320. Sahimi, M Applications Of Percolation Theory / M. Sahimi – London: CRC Press. – 1994 – 276 p. <https://doi.org/10.1201/9781482272444>
321. Shilko, E.V. Development of a mesoscale mechanical model of ceramic materials with multiscale porosity. Silica refractory case study. / E.V. Shilko, A.S. Grigoriev, A.A. Lapshina, A.S. Buyakov, V.V. Shmakov, A.I. Dmitriev, A.V. Zabolotskiy, K. Andreev // AIP Conf. Proc. – 2023 – N 2899(1):020130. <https://doi.org/10.1063/5.0162808>

322. Перепелицын, В.А. Генезис трещин в огнеупорах. / В.А. Перепелицын, Ф.Л. Капустин, К.Г. Земляной, Л.В. Остряков, Л.П. Яковлева, И.Г. Маряsev, Л.М. Михайловская // Новые огнеупоры. – 2016 – №8 – с.23-30. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2016-8-23-30>
323. Земляной, К.Г. Механизм разрушения периклазохромитовых огнеупоров под воздействием кислых шлаков. / К.Г. Земляной, Л.В. Серова // Новые огнеупоры. – 2020(5) – с.5-11. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2020-5-5-11>
324. Заболотский, А.В. Математическое моделирование движения влаги в огнеупорных бетонах и торкрет-массах во время сушки. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод, Р.А. Дониц, Е.И. Пospelова, Д.А. Марченко // Новые огнеупоры – 2016 – № 12 – с. 6-12.
325. Заболотский, А.В. Моделирование процесса перемещения влаги в огнеупорном бетоне при сушке с помощью перколяционных структур. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод, Д.А. Марченко // Новые огнеупоры. – 2018(8) – с.28-35. <https://doi.org/10.17073/1683-4518-2018-8-28-35>.
326. Zabolotsky, A.V. Percolation theory usage for water transfer simulation while drying out of refractory castables. / A.V. Zabolotsky. // Int. J of Materials. – 2017 – v. 4 – p. 46 - 53.
327. Gent, A.N. Theory of the Parallel Plate Viscometer / A.N. Gent // Br. J. Appl. Phys. – 1960 – v.11 – p. 85-88
328. Fontana, E.H. A Versatile Parallel-Plate Viscometer for Glass Viscosity Measurements to 1000°C / E.H. Fontana // Ceram. Bull. – 1970 – v.49(6) – p.594-597
329. Varshneya, A.K. Parallel Plate Viscometry to Study Deformation-Induced Viscosity Changes in Glass / A.K. Varshneya, N.H. Burlingame, W.H. Schultze // Glastechn. Ber. – 1990 – 63K – p.447-459



330. Заболотский, А.В. Математическое моделирование термостойкости оксида магния. / А.В. Заболотский // Новые огнеупоры. – 2011 – № 6 – с. 90 – 98.
331. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Теория упругости. (т. VII) / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва: Наука. – 1987. – 248 с.
332. Осинцев, А.В. Определение модуля упругости материала при изгибе. / А.В. Осинцев, В.Ю. Гольцев, А.С. Плотников // Письма о материалах. – 2017. – Т.7. №2. – С.91-95. <https://doi.org/10.22226/2410-3535-2017-2-91-95>
333. Киселев, Б.А. О механической прочности стеклотекстолитов на основе фосфатных связующих / Б.А. Киселев, В.Н. Бруевич, В.А. Кудишина и др. // Стекло и керамика. – 1974. – №3. – С. 23–25.
334. ASTM D790-07 Standard Test Method for Flexural Properties of Unreinforced and Reinforced Plastics and Electrical Insulating Materials. 11 p.
335. ASTM D7264/D7264M-07 Standard Test Method for Flexural Properties of Polymer Matrix Composite Materials. 11 p.
336. Адамов, А.А. Анализ отечественной и зарубежной нормативной базы по механическим испытаниям полимерных композиционных материалов / А.А. Адамов, М.Ю. Лаптев, Е.Г. Горшкова // Конструкции из композиционных материалов. – 2012. – № 3. – С. 72.
337. ГОСТ 25.604-82 Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на изгиб при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – 1982 – Москва: Изд-во стандартов, 6 с.
338. ГОСТ 4648-71 Пластмассы. Метод испытания на статический изгиб. – ГОСТ 9550-81
339. ГОСТ 9550-81 Пластмассы. Методы определения модуля упругости при растяжении, сжатии и изгибе. – 1982 – Москва: Изд-во стандартов, 6 с.
340. Buyakov, A. Refractory ceramics based on magnesium–aluminate spinel and periclase of the Satka deposit / A. Buyakov, V. Shmakov, A. Zabolotsky,

- Y. Chumakov, E. Shilko // *Materials Chemistry and Physics* – 2024 – V. 313  
<https://doi.org/10.1016/j.matchemphys.2023.128760>.
341. Мое, Х.З. Сравнение методик определения упругих и прочностных характеристик полимерных композиционных материалов. / Х.З. Мое, Й.Т. Хту, В. А. Киреев. // ТРУДЫ МФТИ. – 2018. – Т.10, № 2 – с. 136 -145.
342. Broutman, L.J. *Fracture and fatigue*. / L.J. Broutman – London: Academic press – 1974 – 484 p.
343. Binns, D.B, *Science of Ceramics* / D.B. Binns (G.H. Stewart, ed.) New York: Academic Press – 1962 – p. 315 – 335.
344. Davidge, R.W. The effective surface energy of brittle materials. / R.W. Davidge, G. Tappin // *J Mater Sci* – 1968 – v.3 – p.165–173.  
<https://doi.org/10.1007/BF00585484>
345. Kenyon A.S. // *J. Colloid Interface Sci.* – 1968 – v.27 – p.761.
346. Stett M.A. Mechanical Properties and Fracture Behavior of Chemically Bonded Composites. / M.A. Stett, R.M. Fularth // *Journal of the American Ceramic Society* – 1970 – v. 53 – p. 5-13. <https://doi.org/10.1111/j.1151-2916.1970.tb11989.x>
347. Балохонов, Р.Р. Закономерности формирования областей объемного растяжения при одноосном и всестороннем сжатии металлокерамических композитов и покрытий / Р.Р. Балохонов, В.А. Романова, Е.А. Шваб // *Физическая мезомеханика*. – 2019. – Т. 22, № 1. – С. 69-80. – DOI 10.24411/1683-805X-2019-11007.
348. Romanova, V.A. The influence of the reinforcing particle shape and interface strength on the fracture behavior of a metal matrix composite / V.A. Romanova, R.R. Balokhonov, S. Schmauder // *Acta Materialia* – 2009 – V. 57(1) – P. 97-107, <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2008.08.046>
349. Тимошенко, С.П. Теория упругости. / С.П. Тимошенко, Дж. Гудьер – Москва: Наука – 1979. – 560 с.

350. Luz, A.P. Drying behavior and design of refractory castables / A.P. Luz, M.A.L. Braulio, V.C. Pandolfelli in: *Refract. Castable Eng.* – Baden-Baden: Goller Verlag – 2015 – p. 317–418.
351. Oummadi, S. Distribution of water in ceramic green bodies during drying / S. Oummadi, B. Nait-Ali, A. Alzina, J.-L. Victor, Y. Launay, M. Mirdrikvand, W. Dreher, K. Rezwan, D.S. Smith // *J. Eur. Ceram. Soc.* – 2019 – v.39 – p.3164–3172.
352. Kolsky, H. An investigation of the mechanical properties of material at very high rates of loading. / H. Kolsky // *Proceedings of the Physical Society. Section B.* – 1949. – V. 62. No 11. – P. 676–700.
353. Lindholm, U.S. Some experiments with the split Hopkinson pressure bar. / U.S. Lindholm // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids.* – 1964. – V. 12. – P. 317–335.
354. Lindholm, U.S. High strain-rate testing: tension and compression. / U.S. Lindholm, L.M. Yeakley // *Experimental Mechanics.* – 1968. – V.8. N 1. – P. 1–9.
355. Griffiths, L.J. A study of the dynamic behaviour of a carbon-fibre composite using the split Hopkinson pressure bar. / L.J. Griffiths, D.J. Martin// *Journal of Physics D: Applied Physics.* – 1974. – V. 7. No 17. – P. 2329–2341.
356. Nicholas, T. Tensile testing of materials at high rates of strain. / T. Nicholas // *Experimental Mechanics.* – 1981. – V. 21. No 5. – P. 177–195.
357. Брагов, А.М. Исследование механических свойств фибробетона с помощью методики Кольского и ее модификаций / А.М. Брагов, Б.Л. Карихолу, А.Ю. Константинов, Д.А. Ламзин, А.К. Ломунов // *Вестник ННГУ.* – 2011. – №4-1. – с. 123-129.
358. Брагов, А.М. Исследование механических свойств мелкозернистого бетона при динамическом нагружении / А. М. Брагов, А. Ю. Константинов, А. К. Ломунов, Д. А. Ламзин // *Приволжский научный журнал.* – 2014. – № 4(32). – С. 11-21.

359. Брагов, А.М. Исследование энергоемкости мелкозернистых бетонов при динамическом нагружении / А. М. Брагов, А. К. Ломунов, А. Ю. Константинов, Д. А. Ламзин // Приволжский научный журнал. – 2015. – № 2(34). – С. 23-31.
360. Thomas, R.J., Review of strain rate effects for UHPC in tension. / R.J. Thomas, A.D. Sorensen // Construction and Building Materials – 2017 – № 153 – p. 846–856.
361. Smirnov, I. The structural–temporal approach to dynamic and quasi-static strength of rocks and concrete. / I. Smirnov, A. Konstantinov, A. Bragov, A. Lomunov, Yu. Petrov // Procedia Structural Integrity – 2017 – № 6 – p. 34–39.
362. Bragov, A.M. The investigations of the dynamics of fracture of brittle media on the basis of experimental data and theoretical analysis. / A.M. Bragov, L.A. Igumnov, B.L. Karihaloo, A.Yu. Konstantinov, D.A. Lamzin, A.K. Lomunov, Yu.V. Petrov, I.V. Smirnov // Procedia Structural Integrity – 2017 – № 6 – p. 161–167.
363. Dell’Isola, F., Mechanical Response Change in Fine Grain Concrete Under High Strain and Stress Rates. / F. Dell’Isola, A.M. Bragov, L.A. Igumnov, B.E. Abali, A.K. Lomunov, D.A. Lamzin, A.Yu. Konstantinov // New Achievements in Continuum Mechanics and Thermodynamics – 2019 – V. 108 – p. 71–80.
364. Bragov, A.M. Change of strength of brittle building materials under high strain and stress rates. / A.M. Bragov, A.K. Lomunov, D.A. Lamzin, A.Yu. Konstantinov // Lobachevsky Journal of Mathematics – 2019 – V. 40 № 3 – p. 284–291.
365. Bragov, A.M. Dynamic deformation and fracture of brittle structurally heterogeneous mediums. / A.M. Bragov, A.Yu. Konstantinov, D.A. Lamzin, A.K. Lomunov, A.R. Filippov // Problems of Strength and Plasticity. – 2012 – № 74 – p. 59–67.
366. Xu, Z. Influence of fibre shapes on dynamic compressive behavior of fibre reinforced concrete. / Z. Xu, H. Hao, H. Li // Applied Mechanics and Materials – 2011 – V. 82 – p. 112–117.

367. Coppola, L. Mechanical characterization of cement composites reinforced with fiberglass, carbon nanotubes or glass reinforced plastic (GRP) at high strain rates. / L. Coppola, E. Cadoni, D. Forni, A. Buoso // *Applied Mechanics and Materials* – 2011 – V. 82 – p. 190–195.
368. Wang, S. Compressive behavior of plain and fiber-reinforced highstrength concrete subjected to high strain rate loading. / S. Wang, M. Zhang, T. Quek // *Applied Mechanics and Materials* – 2011 – V. 82 – p. 57–62.
369. Bragov, A.M. Dynamic strengths and toughness of an ultra-high performance fibre reinforced concrete. / A.M. Bragov, Yu.V. Petrov, B.L. Karihaloo, A.Yu. Konstantinov, D.A. Lamzin, A.K. Lomunov, I.V. Smirnov // *Engineering Fracture Mechanics* – 2013 – № 110 – p. 477–488.
370. Bragov, A.M. Experimental and theoretical study of dynamic deformation and fracture of fiber-reinforced / A.M. Bragov, B.L. Karihaloo, Yu.V. Petrov, A.K. Lomunov, A.Yu. Konstantinov, D.A. Lamzin, I.V. Smirnov // *Factory laboratory. Diagnostics of materials.* – 2014. – V. 80. № 4. – P. 57–63.
371. Li, X.F. Dynamic tensile behaviors of heterogeneous rocks: The grain scale fracturing characteristics on strength and fragmentation. / X.F. Li, X. Li, H.B. Li, Q.B. Zhang, J. Zhao // *International Journal of Impact Engineering* – 2018 – № 118 – p. 98–118.
372. Mishra, S. High strain rate response of rocks under dynamic loading using split Hopkinson pressure bar. / S. Mishra, H. Meena, V. Parashar, A. Khetwal, T.Chakraborty, V. Matsagar, P. Chandel, M. Singh // *Geotechnical and Geological Engineering* – 2018 – № 36(1) – p. 531–549.
373. Коробейников, С.Н. Сравнительный анализ защитного вооружения номадов Центральной Азии методом математического моделирования / С.Н. Коробейников, Ю.С. Худяков, А.В. Шутов // *Вычислительные методы и программирование.* – 2004. – Т. 5, № 1. – С. 197-213.
374. Псахье, С.Г. Формирование многомасштабной структуры в поверхностных слоях и стойкость металлокерамического сплава в условиях

- механических воздействий / С.Г. Псахье, В.Е. Овчаренко, А.Г. Князева, Е.В. Шилько // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 6. – С. 23-34.
375. Заболотский, А.В. Влияние скорости деформации квазихрупких композиционных огнеупорных материалов на характер их разрушения. / А.В. Заболотский, А.И. Дмитриев // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2025. В печати
376. Заболотский, А.В. Оптимизация фазового состава огнеупора включениями с трещинами для повышения ресурса футеровки. Моделирование и эксперимент / А.В. Заболотский, А.И. Дмитриев, А.О. Мигашкин, А.А. Платонов // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2025. В печати
377. Мигашкин, А.О. Влияние добавки на основе алюминатов кальция на стойкость периклазоуглеродистых огнеупоров в сталеразливочных ковшах для медеплавильной промышленности. / А.О. Мигашкин, И.Д. Кащеев, А.В. Заболотский, Е.В. Ковалев, В.Ф. Парфентьев // Новые огнеупоры – 2024 – №3 – с. 4-8.
378. Семерикова, М.А. Математическое моделирование разрушения хрупкого материала в связанной задаче термоупругости / М.А. Семерикова // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. – 2012. Спец. вып. “Математическое моделирование в технике”. С. 187–196.
379. Семерикова, М.А. Математическое моделирование хрупкого материала под действием тепловых нагрузок. / М.А. Семерикова // Молодежный научно-технический вестник. – 2013(3). URL: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/563884.html>
380. Уонг, Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. / Х. Уонг – Москва: Атомиздат. – 1979. – 212 с.
381. Заболотский, А.В. Моделирование остывания сталеразливочного ковша. / А.В. Заболотский // Инженерно-физический журнал – 2013 – т. 86, №1 – с. 191 – 195.

382. Заболотский, А.В. Математическое моделирование температурного поля установки VD-VOD. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод, В.Ю. Вериковский // Бюллетень «Черная металлургия». – 2012 – № 5 – с. 66 – 71.
383. Заболотский, А.В. Модель разогрева сталеразливочного ковша. / А. В. Заболотский // Новые огнеупоры. – 2010 – № 8 – с. 32 – 35.
384. Зигель, Р. Теплообмен излучением. / Р. Зигель, Дж. Хауэл – Москва: Мир – 1975. – 935 с.
385. Казанцев, Е.И. Промышленные печи. Справочное руководство для расчетов и проектирования. / Е.И. Казанцев – Москва: Металлургия – 1975. – 368 с.
386. Stefan, J. Über die Beziehung zwischen der Wärmestrahlung und der Temperatur [О связи между тепловым излучением и температурой] / J. Stefan // SAW – 1879 – 79 (II) – p.391—428.
387. Линевег, Ф. Измерение температур в технике. Справочник. / Ф. Линевег — Москва: Металлургия – 1980 – 629 с.
388. Криксунов, Л.З. Справочник по основам инфракрасной техники. / Л.З. Криксунов — Москва: Советское радио – 1978. — 400 с.
389. Видин, Ю.В. Инженерные методы расчетов процессов теплопереноса. / Ю.В. Видин – Красноярск – 1974. – 144 с.
390. Видин, Ю.В. Расчет температурных полей в твердых телах, нагреваемых конвекцией и радиацией одновременно / Ю.В. Видин, В.В. Иванов – Красноярск – 1965. – 95 с.
391. Заболотский, А.В. Объемное моделирование термических напряжений в футеровке циркуляционного вакууматора. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод, В.Г. Овсянников // Сталь – 2014 – №12 – с.10-14.
392. Заболотский, А.В. Моделирование термонапряженного состояния футеровки патрубка циркуляционного вакууматора. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод, В.Г. Овсянников // Бюллетень «Черная металлургия». – 2013 – № 9 – с. 52 – 59.

393. Zabolotskiy, A.V. Mathematical Modeling of RH-degasser Pipe Thermal Strain. / .V. Zabolotskiy, L.M. Akselrod, V.G. Ovsyannikov. // Refractories World Forum. – 2014 – V. 2, № 6 – p. 49 – 56.
394. Öztekin, E. Experimental determination of Drucker-Prager yield criterion parameters for normal and high strength concretes under triaxial compression / E. Öztekin, S. Pul, M. Hüsem // Construction and Building Materials. – 2016. – V. 112. – P. 725-732.
395. Zhao, L.G. Crack channelling and spalling in a plate due to thermal shock loading. / L.G. Zhao, T.J. Lu, N.A. Fleck // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2000 – v.48 – p. 867 – 897.
396. Гарбар, М.И. Справочник по пластическим массам. Т.2. / М.И. Гарбар, В.М. Катаев, М.С. Акутин – Москва: Химия – 1969 – 517 с.
397. Рогайкин, М.И. Справочник по углеграфитовым материалам. / М.И. Рогайкин, Е.Ф. Чалых // Ленинград: Химия – 1974 – 206 с.
398. Алексеев, С.В. Дисперсионное ядерное топливо. / С.В. Алексеев, В.А. Зайцев, С.С. Толстоухов - Москва: Техносфера – 2015 – 248 с.
399. Агроскин, А.А. Теплофизика твердого топлива. / А.А. Агроскин, В.Б. Глейбман – Москва: Недра – 1980 — 256 с.
400. Чиркин, В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. / В.С. Чиркин – Москва: Атомиздат – 1968 – 485 с.
401. Шелудяк, Ю.Е. Теплофизические свойства компонентов горючих систем. / Ю.Е. Шелудяк, Л.Я. Кашпоров и др. – Москва – 1992 – 92 с.
402. Костилов, В.И. Новые высокопрочные углеродные материалы для традиционных технологий. / В.И. Костилов, В.М. Самойлов, Н.Ю. Бейлина, Б.Г. Остронов //Рос. Хим. Ж. – 2004 – т. XLVIII – №5.
403. Фрейдин, А.С. Свойства и расчет адгезионных соединений. / А.С. Фрейдин, Р.А. Турусов – Москва: Химия – 1990 – 256 с.



404. Мигашкин, А.О. Влияние добавки на основе алюминатов кальция на свойства периклазоуглеродистых огнеупоров для сталеразливочных ковшей. / А.О. Мигашкин // Новые огнеупоры – 2023 – № 8 – с. 38 – 43.
405. Зайцев, Г.З. Усталостная прочность деталей гидротурбин. / Г.З. Зайцев, А.Я. Аронсон – Москва: Машиностроение – 1975 – 160 с.
406. Арзамасов, Б.Н. Конструкционные материалы. Справочник. / Б.Н. Арзамасов, В.А. Брострем, Н.А. Буше и др. — Москва: Машиностроение – 1990. — 688 с.
407. Волков, А.И. Большой химический справочник / А.И. Волков, И.М. Жарский — Минск: Современная школа – 2005. — 608 с.
408. Salomao, R. Drying additives for refractory castables: aluminum powder and polymeric fibers. / R. Salomao, L.R.M. Bittencourt, V.C. Pandolfelli // Ceramica – 2008 – v.54 – p.259-267 (in Portuguese).
409. Cardoso, F.A. Effect of curing time on the properties of CAC bonded refractory castables. / F.A. Cardoso, M.D.M. Innocentini, M.M. Akiyoshi, V.C. Pandolfelli. // Journal of the European Ceramic Society – 2004 – v. 24 – p. 2073 – 2078.
410. Kirca, O. Temperature effect on CAC based composite binders. / O. Kirca. – PhD thesis – Middle East Technical University – 2006.
411. Заболотский, А.В. Моделирование разрушения крупных бетонных блоков при сушке под воздействием термической нагрузки. / А.В. Заболотский, Л.М. Аксельрод // XV Минский Международный форум по тепло и массообмену. – Минск – 2016. Т.3 – С. 133-137.
412. Лыков, А.В. Теория сушки. / А.В. Лыков – Москва: Энергия – 1968 – 472 с.
413. Шкловский, Б.И. Электронные свойства легированных полупроводников / Б.И. Шкловский, А.Л. Эфрос – Москва: Наука – 1979 – 416 с.

414. Левич, В.Г. Физико-химическая гидродинамика / В.Г. Левич – Москва: Гос. изд-во физ-мат литературы. – 1959. – 699 с.
415. Заболотский, А.В. Численное моделирование коэффициентов интенсивности напряжений для пространственной системы дефектов на примере периклазоуглеродистого огнеупора сталеплавильного производства. / А.В. Заболотский, М.Ю. Турчин, В.Т. Хадыев, А.О. Мигашкин // Механическое оборудование металлургических заводов. – 2019 – № 1(12) – с.64-70.

## Приложения

### Приложение 1. Акт о разрушении расходуемого брызгозащитного экрана установки VD-VOD.

УТВЕРЖДАЮ  
Технический директор  
ЗАО «Форпост-менеджмент»

Промплощадка  
ОАО «Ижорские заводы»  
Цех №8



Г. Колпино

#### АКТ

О разрушении расходуемого брызгозащитного экрана установки VD-VOD от «18» 01 2012 г.

Комиссия в составе представителей:

ЗАО «Форпост-менеджмент»  
ООО «ОМЗ-Спецсталь»

Перчаткин Д.К.  
Баранов В.Ю.  
Исаев С.М.  
Некрасов О.В.  
Заболотский А.В.

ООО «Группа «Магnezит»

Рассмотрев представленный ООО «Группа «Магnezит» Отчет «о расследовании причин разрушения сменного брызгозащитного экрана установки VD-VOD во время его термообработки» пришла к выводу, что:

1. Выводы отчета не противоречат имеющейся фактической информации (характеру и моменту разрушения изделия)
2. Выбранная инж. Заболотским А.В. математическая модель верно предсказывает характер изменения и значение температуры в контролируемых точках, и момент достижения максимума термических напряжений в зоне разрушения брызгозащитного экрана
3. Выводы отчета могут быть использованы при подготовке инструкции по изготовлению монолитных экранов для сотрудников ООО «ОМЗ-Спецсталь» и ООО «Группа «Магnezит».

Настоящий акт составлен в двух оригинальных экземплярах: один для ООО «Группа «Магnezит», один для ЗАО «Форпост-менеджмент».

Подписи

Перчаткин Д.К.

Баранов В.Ю.

Исаев С.М.

Некрасов О.В.

Заболотский А.В.

## Приложение 2. Отчет о расследовании причин разрушения брызгозащитного экрана установки VD-VOD во время его термообработки

### ОТЧЕТ

о расследовании причин разрушения сменного брызгозащитного экрана установки VD-VOD во время его термообработки

#### 1. Описание изделия и технологии изготовления

Сменный брызгозащитный экран предназначен для защиты вакуумной системы установки VD-VOD от попадания расплавов металла и шлака во время обработки стали. Изделие представляет собой огнеупорную крышку, установленную в процессе изготовления в металлическую обечайку в виде кольца.

Разрушенный экран изготавливался в соответствии с техническим решением № 1206 ФЭ из модифицированного огнеупорного материала марки АЛИГАН 80/2. Модифицирующую добавку вводили в соответствии с рекомендациями изготовителя бетонной смеси. Футеровка экрана выполнялась в период 20-21 декабря 2011 года при температуре воздуха в цехе 5 – 10 °С. Материал укладывали порциями 120 – 200 кг с технологическими перерывами на очистку смесителя, в соответствии с рекомендациями по работе с неформованными огнеупорами. Бригада футеровщиков отметила быстрое схватывание материала. Сушку и термообработку изделия проводили в период 27 – 28 декабря 2011 года в соответствии с графиком, разработанным ЗАО «Форпост-менеджмент» на основе рекомендаций ООО «Группа «Магнезит».

#### 2. Обстоятельства разрушения

Термообработка экрана была начата 27.12.2011 в 15:34 при температуре окружающего воздуха +7 °С. Брызгозащитный экран был установлен на фланец ковша с температурой поверхности футеровки 350 – 375 °С. На первой стадии разогрева была достигнута температура нижней поверхности экрана 150 °С. В 23:40 экран был перенесен на ковш с температурой футеровки 480 – 530 °С.

В 4:40 28.12.2011. произошло внезапное разрушение экрана в горизонтальной плоскости с разделением верхней (отделившейся) части на крупные фрагменты. Также произошло самопроизвольное смещение образовавшихся фрагментов.

В 12:30 произведен осмотр разрушенного экрана и представителю ООО «Группа «Магнезит» передана информация для анализа причин разрушения. Поврежденный брызгозащитный экран не может быть использован по назначению и не подлежит ремонту. По окончании осмотра экран демонтирован.

#### 3. Версии инцидента

3.1. Выделение технологической воды из связующего при температуре 150 – 250 °С, сопровождаемое повышением давления внутри пор материала и возникновением дополнительных механических напряжений.

3.2. Возникновение внутренних механических напряжений, вследствие теплового расширения огнеупора.

3.3. Образование «слоистой» структуры изделия в процессе укладки во время вынужденных технологических перерывов из-за быстрого схватывания материала. Следствием этого являются внутренние дефекты изделия по границам раздела «слоев», локально снижающие механическую прочность.

#### 4. Компьютерное моделирование процесса термообработки и анализ инцидента

Для выявления основной причины разрушения изделия было выполнено компьютерное моделирование процесса термообработки изделия. Целью расчета являлось построение поля температур и механических напряжений изделия. Для расчета использован метод конечных элементов (программирование выполнено А.В. Заболотским).

В результате расчета определены:

1. Тепловые поля футеровки ковшей и брызгозащитного экрана в процессе термообработки

2. Поля механических напряжений вследствие теплового расширения экрана
3. Детальные двумерные зависимости температуры от времени для нижней (наиболее прогретой) поверхности экрана и зоны разрушения
4. Детальная двумерная зависимость термических напряжений от времени для зоны разрушения экрана.

Построенные зависимости указывают на то, что скорость подъема температуры изделия существенно не отклонялась от рекомендаций производителя бетонной смеси. К моменту разрушения изделие в течение 4 часов находилось при температуре выделения технологической воды, выдерживая эту нагрузку. Характер разрушения – основная горизонтальная трещина и смещение фрагментов не соответствует картине разрушения под действием активного выделения водяного пара, приводящего к появлению множественных вертикальных трещин. Боковая поверхность изделия и расположение основной трещины подтверждают наличие слоистой структуры, возникшей в процессе заливки из-за высокой скорости схватывания материала. Поверхность основной трещины ровная без сколов, что указывает на разделение изделия по границе слоев

## 5. Выводы

- 5.1. Нарушений регламента термообработки изделия, способных привести к разрушению, в ходе компьютерного моделирования процесса не выявлено.
- 5.2. Напряжения, вызванные нагревом изделия, не превышали критической величины.
- 5.3. В процессе формования изделие приобрело слоистую структуру. Границы раздела слоев являются дефектами с пониженной механической прочностью, которые и явились зоной начала разрушения. Причиной образования слоев явилась высокая скорость твердения материала под воздействием модифицирующей добавки и вынужденные технологические перерывы при укладке.
- 5.4. Предусмотреть и предупредить заблаговременно формирование слоистой структуры производитель и непосредственные исполнители не имели возможности.
- 5.5. В момент разрушения изделие находилось в состоянии неустойчивого равновесия, при котором минимальное воздействие могло спровоцировать разделение слоев.

## Закключение:

Разрушение изделия произошло вследствие возникновения локальных дефектов с пониженным уровнем механической прочности в процессе изготовления. Возникновение дефектов было обусловлено высокой скоростью схватывания материала и формированием слоистой структуры. Возникшие дефекты и явились центрами формирования трещины при достижении соответствующего уровня термомеханических напряжений.

Директор представительства  
ООО «Группа «Магнезит» в  
Санкт-Петербурге



С.А. Власов

Компьютерное моделирование  
Выполнил инженер-технолог

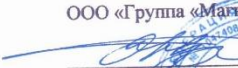


А.В. Заболотский



# Приложение 3. Акт о проведении испытаний лабораторного способа определения коэффициента диффузии воды в огнеупорных бетонах и торкрет массах

УТВЕРЖДАЮ  
Технический директор  
ООО «Группа «Магнезит»

  
к.т.н. М.Ю. Турчин

ООО «Группа «Магнезит»

г. Сатка

АКТ

О проведении испытаний лабораторного способа определения коэффициента диффузии воды в огнеупорных бетонах и торкрет массах «09» 10 2019г.

Комиссия в составе представителей:  
ООО «Группа «Магнезит»

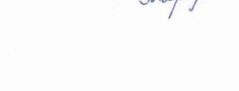
Хадыев В.Т.  
Данильченко С.В.  
к.т.н Заболотский А.В.  
Поспелова Е.И.  
Марченко Д.А.

Настоящий акт составлен о том, что в период с 2010 года ООО «Группа «Магнезит» проводятся исследования сушки водозатворяемых огнеупорных материалов – бетонов и торкрет-масс. Целью исследования является разработка алгоритма расчета графиков подъема температуры при предварительном нагреве футеровок высокотемпературного оборудования, изготовленных по бетонной технологии или торкретированием. Основным параметром, определяющим скорость удаление влаги из материала является коэффициент диффузии, зависящий от температуры. На основании лабораторного эксперимента по определению потерь массы в процессе высыхания образцов бетона и торкрет масс, проведенном в лаборатории Группы Магнезит Р.А. Дониц, Е.И. Поспеловой и Д.А. Марченко, инженером Заболотским А.В. был предложен способ математической обработки результатов и дальнейшего использования вычисленного коэффициента диффузии для определения скорости нагрева промышленных конструкций. По результатам проведенного исследования были опубликованы следующие научно-исследовательские работы:

1. Заболотский А.В., Аксельрод Л.М., Дониц Р.А., Поспелова Е.И., Марченко Д.А. Математическое моделирование движения влаги в огнеупорных бетонах и торкрет-массах во время сушки. Новые огнеупоры № 12, 2016 стр. 6-12.
2. Заболотский А.В., Аксельрод Л.М., Марченко Д.А. Моделирование процесса перемещения влаги в огнеупорном бетоне при сушке с помощью перколяционных структур Новые огнеупоры, № 8, 2018 с. 28 – 35.
3. Заболотский А.В. Аксельрод Л.М. Моделирование разрушения крупных бетонных блоков при сушке под воздействием термической нагрузки. XV Минский Международный форум по тепло и массообмену. Минск 2016. Т. 3, С. 133-137.
4. A.V. Zabolotsky. Percolation theory usage for water transfer simulation while drying out of refractory castables. Int. J of Materials. v. 4, 2017, p 46 - 53..

Способ неоднократно применялся в дальнейшем для корректировки графиков сушки бетонных изделий и торкрет слоя в промежуточных ковшах сталеплавильного производства.

Подписи

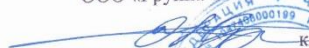
 Хадыев В.Т.  
 Данильченко С.В.  
 Заболотский А.В.  
 Поспелова Е.И.  
 Марченко Д.А.

## Приложение 4. Акт о применении многоуровневого подхода к анализу разрушения вставок свода ДСП

УТВЕРЖДАЮ

Технический директор

ООО «Группа «Мagneзит»


 М.Ю. Турчин

к.т.н.

ООО «Группа «Мagneзит»

г. Сатка

АКТ

О применении многоуровневого подхода к анализу разрушения вставок свода ДСП

«14» 09 2022г.

Комиссия в составе представителей:

ООО «Группа «Мagneзит»

 Хадыев В.Т.  
 Данильченко С.В.  
 Фахрутдинова М.Р.  
 к.т.н. Заболотский А.В.

Настоящий акт составлен о том, что с целью валидации многоуровневого подхода, разработанного инженером Заболотским А.В. был исследован процесс трещинообразования в производимых ООО «Группа «Мagneзит» керамических вставках для ДСП (дуговых сталеплавильных печей). На примере продукции для ООО «ОМЗ-Спецсталь» (ЗАО «АЭМ – Технологии»), ООО «Парус», АО ТНК «Казхром», ЦМП (цех магнезиальных порошков) № 5 ООО «Группа «Мagneзит» были построены прогнозы зон трещинообразования в керамических вставках сводов дуговых печей. Инженер Заболотский выполнил расчеты напряженно-деформированного состояния этих элементов футеровок с целью определения локализации максимумов упругих деформаций в них и направления их градиентов. Зоны ускоренного износа вставок совпадают с линиями градиентов упругих деформаций. Примеры фотографий разрушения изделий и эпюры их упругих деформаций в службе приведены в приложениях к настоящему акту.

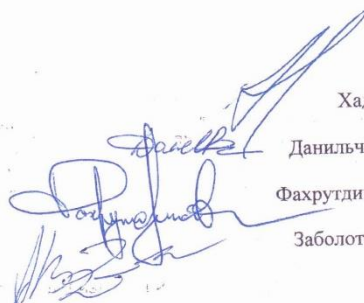
Подписи

Хадыев В.Т.

Данильченко С.В.

Фахрутдинова М.Р.

Заболотский А.В.



## Приложение 5. Акт об анализе трещинообразования в валах электродвигателей

УТВЕРЖДАЮ  
Генеральный директор ООО «Производственное  
Объединение «Электромашина»  
В. Ю. Русских  
2024.



Г. Санкт-Петербург

### АКТ

#### Об анализе трещинообразования в валах электродвигателей

Для определения направления усталостного роста трещин инж. Заболотским А.В. предложена оригинальная методика использования статических упругих деформаций детали и введен соответствующий градиентный деформационный критерий. Был выполнен расчет напряжений и упругих деформаций при номинальной нагрузке. Показано, что механические напряжения в разрушенных участках вала не превышают допустимых, а по факту значительно ниже предела прочности материала изделия, даже на конструктивных концентраторах – участках перехода от одного диаметра к другому, что указывает на усталостный характер разрушения. Направление роста трещины как при моделировании, так и фактически отличается от перпендикулярного к оси вала. Методика расчета траектории роста усталостной трещины, предложенная инж. Заболотским А.В., позволяет объяснить возникающую геометрическую форму поверхности излома вала.

Начальник бюро  
механосборочных работ,  
к.т.н.



И. В. Горшков



## Приложение 6. Акт о прогнозе появления трещин в огнеупорах при эксплуатации

УТВЕРЖДАЮ  
Генеральный директор  
ООО «ТАХТЕХ РУС»

В.В. Коробейников

«15 августа 2024 г.

г. Санкт-Петербург



АКТ

О прогнозе появления трещин в огнеупорах при эксплуатации

Инженер Заболотский А.В. предложил оригинальную методику использования расчета методом конечных элементов статических упругих деформаций в огнеупорных монолитных бетонных футеровках подин нагревательных и термических печей для определения геометрической формы возникающих трещин и ресурса оборудования до их появления.

Целью моделирования является определение рациональной конструкции узлов футеровки и повышение их надежности и безопасности эксплуатации. Предложенная методика основана на использовании стандартного программного обеспечения для выполнения конечно-элементных расчетов и введенного Заболотским А.В. градиентного деформационного критерия, который позволяет определить локальное направление роста трещины и величину ее прироста за единичный цикл нагрева или охлаждения. Был выполнен расчет напряжений и упругих деформаций при номинальной тепловой нагрузке на огнеупорную футеровку теплового агрегата (печи). Показано, что механические напряжения в футеровке не превышают допустимых, что указывает на усталостный или последовательный характер трещинообразования.

Согласно проведенному инж. Заболотским исследованию, трещины в огнеупорных футеровках образуются преимущественно при резком повышении температуры рабочей поверхности, а в дальнейшем происходит их постепенный рост между элементами микроструктуры огнеупора, вплоть до достижения ими критического размера, после чего происходит раскалывание изделия, как целого и образования видимой трещины. Расчетное время появления видимых трещин на поверхности футеровки совпадает с фактическим временем их возникновения, что указывает на правильность предложенного способа расчета.

Заместитель технического директора

Заместитель директора ОП по новой технике

И.А. Удовиченко

В.В. Белей