

«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ФГБОУ ВО «ИГУ»
доктор химических наук,
профессор



А.Ф. Шмидт

» *сентябрь* 2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу

Ядрихинского Христофора Васильевича

«Симметричный анализ некоторых уравнений типа Блэка – Шоулза целого и дробного порядков», представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

В последние десятилетия появляются различные новые модели ценообразования опционов, обобщающие уравнение Блэка – Шоулза и более полно соответствующие рыночной практике. В отличие от классической модели Блэка – Шоулза, новые модели учитывают дополнительные факторы, такие как неликвидность рынка, затраты на хеджирование, и в математическом смысле являются значительно более сложными. Поэтому возникает потребность качественного исследования таких моделей и тема диссертационной работы, посвященная групповому анализу некоторых классов соответствующих дифференциальных уравнений, является актуальной.

В представленной на рассмотрение диссертационной работе изучаются уравнения Геана – Пу с различными функциями затрат в правой части, представляющие собой модификации уравнения Блэка – Шоулза.

Исследуется групповая структура уравнений Геана – Пу первого порядка по времени и дробного порядка в случае дробных производных Римана – Лиувилля и Герасимова – Капуто по времени. При этом принимается во внимание известный факт о том, что природа процессов на финансовых рынках такова, что для их описания удобно использовать именно дробные производные.

Отметим, что групповой анализ давно превратился в надежный инструмент исследования дифференциальных уравнений, нахождения их точных решений, законов сохранения. Для дифференциальных уравнений с дробными производными он развивается в последние 20 лет, в основном в работах Р.К. Газизова, С.Ю. Лукачука, А.А. Касаткина и некоторых других авторов. При этом развивается симметричный анализ уравнений с производной Римана – Лиувилля и, в меньшей степени, с производной Герасимова – Капуто.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 84 наименования. Объем диссертации составляет 175 страниц.

Во введении проведен обзор литературы по теме диссертации, описаны постановка задачи, методы исследования и приведено краткое содержание работы.

В первой главе исследована групповая структура уравнения Геана – Пу первого порядка в случаях нулевой и ненулевой безрисковой ставки. Отметим, что в отличие от большинства моделей типа Блэка – Шоулза модель Геана – Пу помимо переменных времени и цены базового актива содержит еще третью независимую переменную – количество акций. Получена групповая классификация уравнения в случаях линейной и нелинейной функции затрат, вычислены инвариантные подмодели и некоторые точные решения. Особо отметим интересный результат о решениях, инвариантных для двумерных подалгебр Ли общего вида, позволяющий по выбору базиса этой подалгебры вычислять точное решение.

Во второй главе аналогичные исследования проведены для уравнения Геана – Пу с дробной производной Римана – Лиувилля. При этом также получена групповая классификация для случаев нулевой и ненулевой безрисковой ставки, линейной и нелинейной функции затрат, для полученных в классификации спецификаций функции затрат получены инвариантные подмодели. Отметим, что для сохранения вида дробной производной, как и в работах Р.К. Газизова, С.Ю. Лукашука, А.А. Касаткина, автором рассматриваются только линейно-автономные преобразования координат.

Ход исследования третьей главы повторяет ход второй, однако здесь речь идет об уравнении Геана – Пу с дробной производной Герасимова – Капуто. Поскольку аппарат группового анализа для таких уравнений менее развит, чем для уравнений с производной Римана – Лиувилля, автор сначала получает формулы продолжения уравнения с производной Герасимова – Капуто. Для этого им сначала получена оригинальная формула производной Герасимова – Капуто произведения двух функций, обобщающая правило Лейбница. Затем с использованием найденных формул продолжения получена групповая классификация линейно-автономных симметрий уравнения Геана – Пу с дробной производной Герасимова – Капуто и нелинейной функцией затрат, для спецификаций из нее найдены инвариантные подмодели.

Заключение

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывают сомнений. Выводы и заключения диссертации обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных в работе задач использованы методы теории дифференциальных уравнений и интегро-дифференциального исчисления, в частности, методы группового анализа дифференциальных уравнений, включая уравнения с дробными производными.

По теме диссертации имеется 14 публикаций, из них 8 статей в журналах из Перечня ведущих периодических изданий ВАК или в приравненных к ним

журналах международных баз цитирования. Результаты неоднократно докладывались на различных международных и российских научных конференциях и семинарах. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертации.

В качестве замечаний отметим следующее.

1. Было бы хорошо получить больше точных решений для уравнений с дробными производными, хотя понятно, что в нелинейном случае сделать это очень непросто.
2. Работа содержит опечатки, хотя их количество невелико.

Приведенные замечания не влияют на общее положительное впечатление от диссертации. Автором проделана работа высокого качества. Результаты работы носят законченный характер и, несомненно, получат дальнейшее развитие. Они могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Институте математики с вычислительным центром УФИЦ РАН, Институте механики УФИЦ РАН, Институте прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Институте динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН, Уфимском университете науки и технологий, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Новосибирском государственном университете, Сибирском федеральном университете, Иркутском государственном университете, Челябинском государственном университете.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение задач групповой классификации некоторых классов уравнений типа Блэка – Шоулза первого и дробного порядков. Полученные автором результаты вносят вклад в теорию дифференциальных уравнений и дробное интегро-дифференциальное исчисление.

Считаю, что диссертационная работа Х.В. Ядрихинского «Симметричный анализ некоторых уравнений типа Блэка – Шоулза целого и дробного порядков» удовлетворяет пунктам 9 – 11, 13, 14 Постановления

Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а её автор Ядрихинский Христофор Васильевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Отзыв подготовлен доктором физико-математических наук, профессором, заведующим кафедрой математического анализа и дифференциальных уравнений Фалалеевым М.В., обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский государственный университет» 2 сентября 2024 г., протокол № 1.

Заведующий кафедрой
математического анализа
и дифференциальных уравнений,
доктор физико-математических наук,
профессор



М. В. Фалалеев

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет»

Сокращённое наименование: ФГБОУ ВО «ИГУ»

Адрес: 664003, Иркутск, ул. Карла Маркса, 1

Телефон: +7 (3952) 24-22-14, 52-12-98, 52-12-79

Адрес в сети Интернет: <https://isu.ru/>

Адрес электронной почты: rector@isu.ru

