

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Любановой Анны Шоломовны на тему

“Обратные и нелокальные задачи для уравнений и систем диффузии и фильтрации”, представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы диссертации. Настоящая диссертационная работа посвящена исследованию новых классов краевых задач для уравнений и систем диффузии и фильтрации. Появление новых математических моделей, учитывающих внутренние взаимодействия в сложных средах, и трудности определения физических параметров таких сред приводят к необходимости постановки и изучения различных краевых задач для неклассических уравнений и систем диффузии и фильтрации.

Краевые задачи для уравнений и систем диффузии и фильтрации представляют большой прикладной интерес. Вместе с тем, обратные задачи для уравнений, неразрешенных относительно старшей производной по времени, в частности, уравнений соболевского типа остаются слабо изученным направлением исследований в теории диффузии и фильтрации. На сегодняшний день большинство результатов в этом направлении связаны с задачами восстановления правой части уравнений. Наиболее сложными для исследования и практически значимыми являются задачи идентификации коэффициентов уравнений, неразрешенных относительно старшей производной по времени. Сложность этих задач объясняется их существенной нелинейностью. Причем нелинейность, связанная именно с природой самой обратной задачи, а не со структурой уравнения, создает основные трудности для исследования. Многие практически значимые задачи либо мало изучены, либо не изучались совсем. В частности, обратные задачи отыскания коэффициентов в старших членах (третьего порядка) уравнений соболевского типа ранее не изучались. То же самое можно сказать и о нелокальных краевых задачах для систем уравнений диффузии параболического и соболевского типа. Поэтому результаты представленной диссертационной работы А.Ш. Любановой, связанные с развитием качественной теории обратных и нелокальных

задач для уравнений фильтрации и диффузии, являются актуальными и новыми.

Научная новизна, обоснованность и достоверность научных положений диссертации. Диссертационная работа А.Ш. Любановой носит теоретический характер, ее основные научные результаты являются новыми и оригинальными. При исследовании корректности коэффициентных обратных задач используется оригинальный подход, разработанный автором на основе метода сведения обратной задачи к операторному уравнению для неизвестного коэффициента. Подход заключается в построении операторного уравнения второго рода с помощью продолжения данных с границы внутрь области так, чтобы оператор этого уравнения имел неподвижную точку. Для каждой обратной задачи подбирается свое продолжение данных в виде решений некоторых краевых задач.

В работе впервые поставлены и исследованы обратные задачи идентификации неизвестных коэффициентов линейных и нелинейных уравнений фильтрации эллиптического, соболевского и параболического типа с интегральными условиями переопределения относительно потока на границе области. Впервые доказано существование и единственность сильных обобщенных решений, получены оценки непрерывной зависимости решений от входных данных, найдены достаточные условия стабилизации решения обратной задачи для уравнения соболевского типа. Впервые исследована обратная задача восстановления неизвестного коэффициента в старшем члене уравнения фильтрации соболевского типа. Впервые доказаны теоремы существования и единственности решения нелокальных задач для систем двух уравнений диффузии с условиями по времени, заданными только для одной из неизвестных функций.

Обоснованность и достоверность полученных результатов подтверждается наличием строгих математических доказательств всех утверждений.

Краткая характеристика содержания диссертации. Диссертация объемом 314 страниц состоит из введения, четырех глав, заключения и списка процитированной литературы (324 наименований из них авторских 41). Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.2 – Дифференциальные уравнения и математическая физика. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

В рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК, опубликовано 17 статей и 24 статьи в других изданиях.

Во **введении** обоснована актуальность исследования и сделан детальный обзор работ по темам, связанным с диссертацией. Также, дан подробный обзор опубликованных работ автора и их связь с главами диссертации. Введение написано очень полно и детально. Думаю, что было бы полезно его опубликовать.

В **первой главе** рассмотрены вопросы существования и единственности решений для уравнений и систем уравнений, неразрешенных относительно старшей производной по времени. Изучен большой класс прямых и обратных задач для псевдопараболических уравнений и систем таких уравнений. Изучена задача Коши для уравнения, неразрешенного относительно производной по времени. Приведены возможные обобщения. В том числе рассмотрена краевая задача для уравнения соболевского типа с нелинейным граничным условием. Доказаны теоремы существования и единственности решений и изучена их гладкость. Также доказаны теоремы сравнения для уравнений соболевского типа

Вторая глава диссертации посвящена новому классу обратных задач восстановления неизвестных коэффициентов в линейных уравнениях по дополнительной информации о решении на границе области. В §2.1 обсуждаются особенности постановки обратных задач для линейных уравнений соболевского типа, формулировка интегральных условий переопределения на границе. В §2.2 – 2.6 исследуется корректность сформулированных обратных задач идентификации неизвестных коэффициентов, зависящих от времени, в линейном уравнении соболевского типа и свойства их решений. В §2.2 рассматривается обратная задача отыскания младшего коэффициента. §2.3 посвящен обратной задаче восстановления неизвестного коэффициента в члене второго порядка в линейном уравнении соболевского типа. В §2.6 исследуется корректность сформулированных обратных задач идентификации неизвестных коэффициентов, зависящих от времени, в линейном уравнении соболевского типа и свойства их решений.

В **третьей главе** обобщаются постановки коэффициентных обратных задач для линейных уравнений и результаты, полученные в главе 2,

на случай нелинейных уравнений фильтрации. Операторы таких уравнений немонотонны в банаховых пространствах. Однако эти операторы сохраняют монотонность в специальном смысле на некоторых подмножествах банаховых пространств. Это позволяет применять при исследовании обратных задач для таких уравнений методы доказательства, разработанные в предыдущей главе.

В четвертой главе методы решения обратных задач применяются для исследования нелокальных краевых задач для систем нагруженных уравнений диффузии, в которых условия по времени заданы только для одной из неизвестных функций.

Объектом исследования в §4.1 являются нелокальные задачи для параболических систем. В §4.2 обсуждаются условия разрешимости и единственности решения аналогичной нелокальной задачи для системы уравнений соболевского типа, неразрешенных относительно производных по времени.

В заключении приводятся основные результаты работы и обсуждаются перспективы дальнейших исследований в этом направлении. Список литературы содержит наименования источников, цитируемых в диссертации.

Замечания по работе. По тексту диссертации имеются некоторые замечания.

1. На стр. 134 во второй строке последнего абзаца, вместо слов «подобного типа» лучше было бы дать математическую постановку условия переопределения, которое используется в работах, указанных в данном предложении. Это позволило бы сделать анализ результатов более точным и понятным для читателя.

2. В §3.1 главы 3 было бы полезно провести анализ существующих результатов по обратным задачам для нелинейных уравнений, разрешенных и неразрешенных относительно производной по времени, аналогично тому, как это было сделано для других обратных задач во второй и третьей главах диссертации. Кроме упомянутых в диссертации работ Прилепко А.И., В.М. Исакова, В.Е. Федорова, С.Н. Антонцева, Ю.Я. Белова и других авторов исследованию обратных задач для нелинейных уравнений и систем, неразрешенных относительно производной по времени, посвящены статьи С.Н.Антонцева, С.Е.Айтжанова и Г.Р.Ашуровой (S.N. Antontsev, S.E.Aitzhanov, G.R.Ashurova

An inverse problem for the pseudo-parabolic equation with p -Laplacian // Evolution Equations and Control Theory, 2022, v. 11, №. 2, p. 399–414), И. Баглан, Ф. Канка (I. Baglan, F. Kanca, Two-dimensional inverse quasilinear parabolic problem with periodic boundary condition // Applicable Analysis, 2019, v. 98, № 8, p. 1549–1565), а также цикл статей Х. Хомпыша.

3. В главе 4 рассмотрены краевые задачи с условиями по времени, заданными только для одной из неизвестных функций, в случае системы двух эволюционных уравнений, либо двух уравнений соболевского типа. Было бы интересно привести результаты, если имеются, в случае таких задач для составных систем, включающих уравнения как параболического, так и соболевского типа.

4. На странице 250 диссертации во фразе «Рассмотрим теперь задачку 4.2» допущена описка.

Выше приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку работы и не снижают её теоретическую и практическую значимость.

Общее заключение.

Тема диссертации является весьма актуальной. Хотя исследования носят теоретический характер их результаты имеют многочисленные практические приложения в задачах диффузии и фильтрации.

Результаты диссертации представляют интерес для специалистов в следующих областях: качественная теория нестандартных нелинейных уравнений в частных производных, математическая теория прямых и обратных задач, математическое моделирование процессов фильтрации и диффузии. Методы доказательства теорем существования и единственности решений обратных задач, как правило, применяют итерационные схемы, которые могут быть использованы при численных расчётах.

Соискатель проявил хорошее знание методов теории обратных краевых задач для широкого класса параболических и псевдопараболических уравнений, эффективно дополнил их и применил в исследовании.

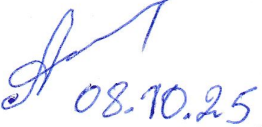
Результаты диссертации являются новыми. Они обоснованы и верны. Даны доказательства всех утверждений и теорем. Результаты диссертации докладывались на ведущих научных российских семинарах по дифференциальным уравнениям, а также на международных конференциях.

Цитируемая литература достаточно полно раскрывает историю вопроса.

Диссертация А.Ш. Любановой является вполне законченным самостоятельным научным исследованием. Изложение диссертации и автореферата выполнено на строгом научном языке.

Диссертация удовлетворяет пункту 9 Положения о присуждении ученых степеней от 24 сентября 2013 года № 842, а именно является научно-квалификационной работой, в которой на основании выполненных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение. Результаты, полученные в работе, имеют существенное значение для развития теории дифференциальных уравнений.

Считаю, что диссертационная работа А.Ш. Любановой на тему «Обратные и нелокальные задачи для уравнений и систем диффузии и фильтрации» удовлетворяет требованиям пунктов 9 – 11, 13, 14 Постановления Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:  08.10.25 Антонцев Станислав Николаевич
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник Федерального
государственного бюджетного учреждения науки
«Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева»
Сибирского отделения Российской академии наук
специальность 01.01.03 - «Математическая физика»
Тел.: +7 923 000 0014
E-mail: antontsevsn@mail.ru
Почтовый адрес: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева,
д. 15

Подпись Антонцева С. Н. заверяю

