

## **ОТЗЫВ**

официального оппонента о диссертации на соискание  
учёной степени кандидата физико-математических наук

Горынина Арсения Глебовича

на тему: «Математические модели расчёта напряжённо-деформированного состояния композитных элементов конструкций на основе метода асимптотического расщепления»  
по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела»

Становление механики композитов в виде отдельной дисциплины как в рамках цикла механики деформированного твёрдого тела, так и постепенно формирующегося нового цикла в механике, обусловлено применением математического аппарата разрывных и обобщённых функций, теорий осреднения и других свойственных именно этой дисциплине математических методов и подходов. Поскольку в рецензируемой диссертации одной из главных целей являлось развитие численно-аналитических методов исследования тонкостенных композитных стержней, пластин и оболочек, включая вопросы прочности и устойчивости, тематику работы следует признать **актуальной и важной**.

Работа состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы, насчитывающего 166 наименований, и приложения; её объём – 150 страниц.

Во **введении** описывается степень разработанности темы исследования, приводится краткий обзор теорий деформирования стержней, различных асимптотических и вариационно-асимптотических методов в механике стержней, пластин и оболочек, обосновывается актуальность выбранного направления, идёт также речь об **объектах** и предметах исследования диссертации.

**Глава 1** посвящена исследованию осесимметричного напряжённо-деформированного состояния в композитных цилиндрических оболочках, выполненных из ортотропного упругого материала. Проводится процедура

асимптотического расщепления по малому геометрическому параметру, равному отношению толщины оболочки к её длине. Идея расщепления состоит в сведении двумерной постановки к двум одномерным (по длине и по толщине). Подробно рассматривается первое приближение метода, позволяющее определить все компоненты вектора перемещений и тензора напряжений.

В **главе 2** решаются задачи деформирования анизотропных (в самом общем случае анизотропии) композитных стержней с учётом взаимосвязанности их растяжения-сжатия, кручения и изгиба. Метод асимптотического расщепления сводит исходную трёхмерную постановку к двумерным в плоскости сечения и к одной одномерной в направлении длины. Выделяется частный случай деформирования слоистых стержней с поперечной плоскостью симметрии анизотропных свойств.

**Глава 3** посвящена численному анализу двумерных задач в плоскости сечения именно для этого случая. Формулируются математические модели GN-FOBT, GN-BESVBT, GN-RWBT, проводится их сравнение и валидация на экспериментальных данных. Предлагается конечноэлементный численный алгоритм, верифицированный на тестовых примерах с известными аналитическими решениями. Реализуется процедура распараллеливания, оптимизирующая вычислительные сложности. Приведённый графический материал иллюстрирует качественные эффекты в задачах о кручении и изгибе композитных коробчатых стержня и двутавра, о четырёхточечном изгибе трёхслойной панели с мягким заполнителем.

В **главе 4** на основе выбранной модели GN-RWBT исследуется стеснённое кручение слоистых стержней сплошного прямоугольного сечения, либо замкнутого коробчатого сечения, либо открытого, поперечного сечения (двутавры, корытные и уголковые сечения).

В **заключении** перечисляются решённые задачи, формулируются перспективные направления для дальнейших исследований с учётом полной анизотропии материала, анализа асимптотик более высоких порядков, учёта термоупругих и нелинейных факторов.

В **приложении** приводится свидетельство о государственной регистрации и описание программы BASA для расчёта прочности слоистых композитных стержней сложного поперечного сечения.

**Научная новизна** работы состоит в существенном и продуктивном численно-аналитическом развитии метода асимптотического расщепления, предложенного ранее Г.Л. Горыниным и Ю.В. Немировским, применительно к нахождению напряжённо-деформированного состояния в нагруженных композитных элементах конструкций, таких как слоистые цилиндрические оболочки и слоистые анизотропные стержни произвольного поперечного сечения. Разработан и верифицирован оригинальный конечноэлементный алгоритм решения соответствующих краевых задач.

**Практическая значимость** диссертационной работы заключается в разработке и верификации новых математических моделей механики композитов, с достаточной степенью точности описывающих поведение тонкостенных слоистых стержней, пластин и осесимметричных оболочек в самых разнообразных технологических процессах и режимах эксплуатации, в том числе высокоточных. Результаты работы могут быть использованы в научной и образовательной практике таких организаций как МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, МГТУ им. Н.Э. Баумана, ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, ИГИЛ СО РАН, Красноярский научный центр СО РАН.

**Достоверность** результатов обеспечивается применением хорошо апробированных классических алгоритмов и методов механики деформируемого твёрдого тела, математического анализа, функционального анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в

частных производных, асимптотических методов, а также сравнением с известными тестовыми результатами.

Основные результаты работы отражены в трёх публикациях автора в изданиях, рекомендованных ВАК, среди которых стоит выделить статьи [163] в журнале «Прикладная механика и техническая физика» и [164] в «Известиях вузов. Строительство» и ряде других публикаций. Результаты апробированы на многих представительных международных научных конференциях, индексируемых в Web of Science и Scopus, и научно-исследовательских семинарах. Выделим здесь XXVIII Всероссийскую конференцию по численным методам в теории упругости и пластичности (Красноярск, 2023). Автореферат соответствует содержанию диссертации и позволяет читателю составить достаточно полное представление о ней.

По тексту диссертации имеются следующие **вопросы и замечания**.

1) В тексте работы отсутствуют в явном виде рассуждения о факте и характере сходимости асимптотических рядов типа (1.9), (1.10), используемых в методе асимптотического расщепления. Если результаты такого анализа есть в работах авторов этого метода, об этом надлежало бы упомянуть. Когда быстрее уменьшается невязка частичной суммы с точным решением – по мере увеличения числа членов ряда или по мере уменьшения асимптотического параметра  $\epsilon$ ? Имеет ли место сильная асимптотичность (в смысле Пуанкаре) во всех точках областей тел в каждой из задач? Важность последнего вопроса и примеры отрицательного на него ответа иллюстрируют работы, в которых также используется и аналитически развивается метод асимптотических разложений применительно к деформированию тонких тел:

- Георгиевский Д.В. Асимптотический анализ пластического течения вдоль образующей в тонком пластическом слое // ПМТФ. 2010. Т. 51. № 5. С. 111-119.

- Георгиевский Д.В. Асимптотическое интегрирование задачи Прандтля в динамической постановке // Изв. РАН. МТТ. 2013. № 1. С. 97-105.
  - Georgievskii D.V., Pobedria B.E. Asymptotic Analysis of Evolution of a Neck in Extended Thin Rigid Plastic Solids // Russian J. Math. Phys. 2016. V. 23. No. 2. P. 200-206.
  - Георгиевский Д.В. Динамические режимы растяжения стержня из идеально жёсткопластического материала // ПМТФ. 2021. Т. 62. № 5. С. 119-130.
- 2) В задаче о четырёхточечном изгибе сэндвич-панели (с. 95-99), составленной из материалов с сильно различающимися механическими свойствами, требуется дополнительное обоснование применимости геометрически линейной теории по всей толщине панели.
- 3) Для понимания читателю смысла текста было бы удобнее:
- вместо термина «высота стержня» (с. 46, формула (2.4)) использовать «характерный размер поперечного сечения стержня»;
  - разъяснить дословный перевод термина «стеснение депланации в сечении» (с. 75, 76, 79);

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования и не влияют на его общую положительную оценку. Диссертация содержит новые научные результаты, свидетельствующие о личном вкладе автора в развитие важных направлений механики деформируемого твёрдого тела.

Диссертационная работа «Математические модели расчёта напряжённо-деформированного состояния композитных элементов конструкций на основе метода асимптотического расщепления» удовлетворяет пунктам 9-11, 13, 14 «Положения о порядке присуждения учёных степеней» № 842 (в редакции от 16 октября 2024 года), утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации 24

сентября 2013 года, а именно, является законченной научно-квалификационной работой, демонстрирующей возможность нахождения напряжённо-деформированного состояния в композитных стержнях, пластинах и оболочках при сложном комбинированном нагружении. Результаты, полученные в работе, имеют существенное значение для количественного и качественного моделирования эффектов, происходящих в нагруженных элементах конструкций.

Считаю, что диссертационная работа «Математические модели расчёта напряжённо-деформированного состояния композитных элементов конструкций на основе метода асимптотического расщепления» соответствует всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук, а её автор Горынин Арсений Глебович заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук (специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела), профессор, заведующий кафедрой теории упругости механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

Георгиевский Дмитрий Владимирович

27.12.2024

Контактные данные:

тел.: +7(495)9395539, e-mail: georgiev@mech.math.msu.su

Адрес организации: Россия, 119991 Москва, Ленинские горы, д. 1.

Подпись сотрудника механико-математического факультета Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Д.В. Георгиевского удостоверяю:

Декан механико-математического факультета  
МГУ имени М.В. Ломоносова, член-корреспондент РАН

