

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

доктора физико-математических наук, профессора департамента математического и компьютерного моделирования ФГАОУ ВО «Дальневосточный федеральный университет»

Чеботарева Александра Юрьевича на диссертационную работу Николаевой Натальи Афанасьевны «Краевые задачи о равновесии упругих тел и пластин с тонкими включениями и трещинами», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Актуальность диссертационного исследования обусловлена возрастающими требованиями современной техники к конструкционным материалам и необходимостью комплексного теоретического обоснования методов исследования композитных материалов с тонкими включениями. Особую значимость приобретает разработка математических моделей, способных описывать механические свойства этих материалов. Представленное диссертационное исследование вносит вклад в решение этой научной задачи.

Научная значимость работы определяется необходимостью создания современных методов анализа и моделирования композитных материалов, которые способны отражать сложные процессы взаимодействия матрицы и включений, а также их влияние на эксплуатационные характеристики материалов в инженерных системах.

Цель диссертационной работы, сформулированная Николаевой Н.А.: «строгое математическое обоснование и исследование краевых задач равновесия упругих тел с тонкими включениями в условиях наличия трещины» — соответствует современным требованиям к научным работам и определяет конкретный вектор исследования. Постановка задач исследования логически вытекает из сформулированной цели и обеспечивает её достижение.

Научная новизна диссертационного исследования отражена в следующих результатах:

— Сформулированы и исследованы новые постановки задач о равновесии упругих тел, содержащих комплексные структурные неоднородности в виде тонких включений и трещин.

— Проведено исследование задач сопряжения различных типов тонких включений в упругих телах при наличии трещин.

— Выполнен анализ предельных переходов в исследуемых системах.

Теоретическая значимость исследования заключается в развитии и углублении понимания механизма поведения упругих тел со структурными неоднородностями.

Практическая значимость работы определяется возможностью применения полученных результатов в численном моделировании механических систем.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обусловлена комплексным подходом к исследованию, включающим использование корректных и строгих математических методов и аппарата.

Результаты диссертационного исследования рекомендуется применять в научно-исследовательской деятельности, а также в образовательной сфере. Кроме того, полученные результаты представляют собой основу для проведения численного анализа исследуемых задач.

Краткая характеристика основного содержания диссертации. Диссертационная работа Николаевой Н.А. состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы. В целом работа оформлена на 119 страницах, включает 10 рисунков.

Во введении диссертационного исследования обоснована значимость выбранной темы, представлен обзор существующей литературы, сформулированы цель и задачи исследования. Указаны новизна работы, теоретическая и практическая ценность полученных результатов, подтверждена их достоверность и проведена апробация. Кроме того, даётся краткое изложение содержания диссертации.

В первой главе автор исследует задачи о сопряжении тонких включений в двумерных упругих телах при наличии трещины. Сопряжение происходит в результате того, что трещина располагается между включениями. При этом изучаются 4 вариации сопряжения различных типов включений: тонких жестких, упругих Бернулли-Эйлера и Тимошенко. На берегах трещины задаются условия непроникания. Отличительной особенностью и новизной работы является то, что эти условия учитываются не только на берегах трещины, но и в точке контакта. Это обусловлено геометрией расположения включения и трещины. Для каждого случая автор приводит корректные дифференциальные постановки задач в виде уравнений равновесия вместе с полной системой краевых условий. При этом дифференциальные постановки содержат условия, описывающие сопряжение тонких включений. Стоит отметить, что в случаях исследования сопряжения упругих включений Николаевой Н.А. были исследованы предельные переходы по параметру жесткости включений.

Вторая глава посвящена исследованию полной модели пластины Кирхгофа-Лява, где неизвестными функциями являются вертикальные и горизонтальные перемещения точек срединной поверхности пластины. Автор анализирует задачи равновесия упругой пластины с плоским жёстким включением. Задача усложняется тем, что вдоль части жёсткого включения расположена сквозная трещина. На берегах трещины задаются нелинейные краевые условия типа неравенств, описывающие взаимное непроникание берегов. Автор изучил задачи о равновесии пластины с различным расположением плоского жёсткого включения:

1. Включение расположено внутри области.
2. Контактное расположение включения на внешней границе.

3. Плоское жёсткое включение выходит на границу под нулевым углом.

Приводятся доказательства существования и единственности решения рассматриваемых задач. Автором представлены соответствующие дифференциальные постановки задач в виде уравнений равновесия вместе с полной системой краевых условий, выполняющихся на границе жёсткого включения и трещины.

В целом диссертация Николаевой Н. А. **представляет собой законченное исследование**, в котором решены актуальные задачи о равновесии двумерных упругих тел и пластин с тонкими включениями и трещинами. Это способствует расширению класса изучаемых задач в данной области.

Замечания и рекомендации к диссертационной работе:

1. Библиографический список в диссертационной работе характеризуется достаточной полнотой и актуальностью представленных источников. Вместе с тем в автореферате автор ссылается на работы, где были применены условия непроникания, в том числе и на работы Ротановой Т. А. и Неустроевой Н. В. Да, действительно, у этих авторов имеется множество статей, а также защищены кандидатские диссертации с указанным условием непроникания. При этом в самой диссертационной работе Николаевой Н. А. отсутствуют библиографические ссылки на их работы. Для более полного освещения темы целесообразно было бы добавить работы указанных авторов, поскольку они могли бы обогатить контекст исследования и продемонстрировать более широкий спектр существующих исследований.
2. Утверждения о коэрцитивности и слабой полунепрерывности функционалов энергии Π_1 на с. 21 и Π_3 на с.50 представлены без доказательства и без ссылок. Ясно, что это нетрудно доказать, но для полного представления лучше приводить ссылку или доказательство.
3. Анализ предельного перехода по параметру жесткости рассмотрен для достаточно больших значений указанного параметра. Однако не уточняется для дискретных или непрерывных значений параметра выполняется предельный переход и важно ли это. Видимо формулировка теоремы 1.4 требует уточнения. Аналогичное замечание по другим предельным переходам по параметру жесткости (с.70).
4. В диссертации представлен ряд теорем об эквивалентности нелинейных краевых задач вариационным неравенствам, например: «*Краевая задача (1.4)-(1.9) эквивалентна вариационной задаче (1.11) при условии достаточной гладкости решений*». Хотелось бы увидеть при какой именно минимальной гладкости решения задачи будут эквивалентны.

Высказанные замечания не снижают научной значимости полученных результатов и не влияют на высокую оценку диссертационного исследования Николаевой Н. А.

Общее заключение. Работа прошла необходимую апробацию, и её основные результаты нашли отражение в пяти публикациях, размещённых в изданиях, рекомендованных ВАК. Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на многочисленных конференциях и научных семинарах.

Автореферат и опубликованные работы полно и достоверно отражают содержание диссертационного исследования.

Диссертационное исследование Николаевой Натальи Афанасьевны «Краевые задачи о равновесии упругих тел и пластин с тонкими включениями и трещинами» является завершённой научно-квалификационной работой. Оно соответствует критериям актуальности, научной новизны, обоснованности и достоверности выводов, что отвечает требованиям действующего Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика». Николаева Наталья Афанасьевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по указанной специальности.

Официальный оппонент:

профессор департамента математического и компьютерного моделирования Института математики и компьютерных технологий Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Дальневосточный федеральный университет» (690922, Приморский край, г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс, 10. +79147064922, chebotarev.ayu@dvfu.ru, www.dvfu.ru), доктор физико-математических наук (01.01.02 — дифференциальные уравнения), профессор

Чеботарев Александр Юрьевич
21.10.2025

Подпись Чеботарева А.Ю. удостоверяю

ДИРЕКТОР ДЕПАРТАМЕНТА
КАДРОВОГО АДМИНИСТРИРОВАНИЯ
НАУМОВА Л.В.
«21» «10» 2025

