

На правах рукописи



Кузнецов Денис Александрович

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ КВАЗИХРУПКИХ
МАТЕРИАЛОВ ПРИ СМЕШАННОМ НАГРУЖЕНИИ**

Специальность 1.1.8 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

Диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2026

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель:

Кургузов Владимир Дмитриевич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук.

Официальные оппоненты:

Радченко Павел Андреевич, доктор физико-математических наук, доцент, научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт физики прочности и материаловедения им. В.Е. Панина Сибирского отделения Российской академии наук.

Москвичев Егор Владимирович, кандидат технических наук, старший научный сотрудник Красноярского филиала Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр информационных и вычислительных технологий».

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева».

Защита состоится 21 сентября 2026 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.055.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН по адресу: 630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 15. Тел.: (383) 333-21-66, факс (383) 333-16-12, e-mail: info@hydro.nsc.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте: <https://www.hydro.nsc.ru/>

Отзыв на автореферат в двух экземплярах, заверенный печатью учреждения, просьба направлять на имя ученого секретаря диссертационного совета.

Автореферат разослан « ___ » июня 2026 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук



С.В. Бойко

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность данной работы. Создание новых, современных материалов, более жесткие условия эксплуатации конструкций, необходимость увеличения сроков их жизни и усовершенствование процессов изготовления их элементов — все это выявляет необходимость модернизации подходов к расчетам на прочность и к исследованиям разрушения материалов, из которых они изготавливаются. Наличие трещин и трещиноподобных дефектов (скоплений дислокаций и вакансий, непроваров, расслоений, полостей, включений, дефектов связи поверхностей раздела, коррозионных повреждений и т.д.), является одним из самых важных факторов, вызывающих разрушение в конструкциях, и делает актуальными исследования в области построения простых аналитических моделей, наиболее подходящих для использования в инженерных расчетах. Описанная проблематика, особенно в части хрупкого и квазихрупкого разрушения, представляет интерес для многих отраслей национальной экономики таких, как машиностроение, добывающая промышленность, строительство.

Основы линейной механики разрушения были заложены в начале прошлого века в работах А.А. Гриффитса, Дж. Ирвина, Э. Орована, С.Е. Инглиса. Существенный вклад в развитие механики разрушения материалов и конструкций внесли Г.П. Черепанов, Г.И. Баренблатт, Г.С. Писаренко, А.А. Лебедев, В.В. Панасюк, М.Я. Леонов, Е.М. Морозов, Н.Ф. Морозов, Н.А. Махутов, В.В. Москвичев, А.А. Чижик, А.А. Шанявский, В.Н. Шлянников, Л.В. Степанова, Ю.Г. Матвиенко, А.Н. Полилов. Для оценки предельного состояния тел с трещинами-разрезами в механике разрушения обычно используются различные критерии разрушения. Широкое распространение получили силовые и деформационные критерии, модели в которых основаны на однопараметрическом подходе к описанию разрушения хрупких и квазихрупких материалов. Однако в последние годы наблюдается устойчивый рост интереса к разработке и использованию новых моделей исследования напряженного состояния тел с трещинами, изучаемых двухпараметрической механикой разрушения и позволяющих более точно описать напряженно-деформированное состояние (НДС) в окрестности вершины трещины. Для учета влияния геометрии на прогноз разрушения хрупких и квазихрупких материалов необходимо применять двухпараметрические критерии разрушения, учитывающие локальное стеснение деформаций в окрестности вершины трещины, обусловленное влиянием первого несингулярного члена распределения поля напряжений у вершины трещины (T -напряжения). Важность учета T -напряжений в линейной

механике разрушения отмечена в работе М. Gupta с соавторами. В работах Ю.Г. Матвиенко показана значимость T -напряжения в двухпараметрической механике разрушения и экспериментально подтверждена необходимость использования несингулярных компонент поля напряжений в критериях разрушения.

Степень разработанности темы исследования. Достоверно известно, что разрушение элементов конструкций вследствие роста имеющихся внутри них трещин часто происходит при нагружении смешанного типа. Определение направления распространения трещины и величины критической нагрузки, которая соответствует наименьшему сопротивлению разрушению элемента конструкции с трещинами, являются двумя основными проблемами механики разрушения при смешанном нагружении. Исследование процесса разрушения в смешанном режиме деформирования с целью получения эффективных параметров, управляющих ростом трещины, осуществляется обычно путем проведения экспериментов на модельных материалах и с помощью подходящих методов испытаний. Для исследования разрушения хрупких и почти изотропных материалов, таких как керамика, стекло, полиметилметакрилат (ПММА), горные породы, графит, оконное стекло и др., были разработаны различные тестовые конфигурации образцов.

Выбор релевантного метода испытаний и подходящей геометрии образцов для экспериментов по определению вязкости разрушения важен для получения достоверных и точных данных по трещиностойкости изучаемого материала. Соответственно, двумя основными требованиями являются простота изготовления образцов и простота испытаний данного материала на вязкость разрушения. Для испытаний используются образцы в форме прямоугольной балки, диска, полудиска, треугольной пластины или другой геометрии, подверженные различным типам нагрузок, наиболее подходящие для изучения конкретного материала. Например, прямоугольные балки, подверженные изгибающей нагрузке, применяют для испытаний на вязкость разрушения керамических и полимерных материалов, в то время как разрушение горных пород оценивают методом бразильской пробы — сжатием цилиндрического образца по диаметру.

Наибольшее распространение получили испытания балок по схеме трех- и четырехточечного изгиба. Балочный образец для изучения разрушения различных металлов активно применяли в своих работах такие исследователи, как R.W. Margevicius, D. Bhattacharjee, J.F. Knott, T.M. Maccagno, R. Ravichandaran, G. Thanigaiyarasu. S.A.G. Pereira с соавторами и H.C. Wu изучали разрушение полимеров в смешанном режиме I+II.

В одной из своих работ S.S. Mousavi и M.R.M. Aliha отметили недостатки балочных образцов, проявляющиеся на практике. Во-первых, эксцентричная балка с надрезом, подвергаемая трехточечному изгибному нагружению, не способна к полному и законченному смешанному деформированию, особенно в случаях нагружения по II моде. Во-вторых, одновременное применение четырех нагрузочных роликов на верхней и нижней кромках балки организовать непросто. Требуется точная настройка испытательной оснастки, а также тщательное изготовление балки для получения двух параллельных плоских кромок, верхней и нижней. В противном случае образец будет нагружаться тремя первыми контактирующими роликами, что приведет к нежелательным прогибам. Кроме того, образцы балок с трех- и четырехточечным изгибом, использованные перечисленными выше исследователями, имеют большое отношение сторон (длины к ширине), то есть для подготовки образца необходим большой объем материала.

Бразильский диск с центральной трещиной — один из самых популярных образцов, используемых для изучения хрупкого разрушения в смешанном режиме I+II, по причине простоты в изготовлении и несложного приспособления для нагружения. Изменяя угол наклона между центральной трещиной и линией приложения силы, можно получить разрушение в смешанном режиме I+II или разрушение по чистому режиму II. В работах S. Dong и W. Hua были представлены аналитические формулы для коэффициентов интенсивности напряжений и первого несингулярного компонента поля напряжений у вершины трещины для образца этого типа с помощью метода весовых функций. Бразильский диск с центральной трещиной также успешно используется для изучения свойств разрушения таких хрупких материалов как ПММА и керамика (работы С. Atkinson, M.R.M. Aliha и M.R. Ayatollahi, J. Zhou), наблюдается хорошее согласование результатов экспериментов по определению угла зарождения трещины и разрушающей нагрузки с данными, полученными при помощи других методов исследования, а также их хорошее соответствие теоретическим прогнозам.

К.Р. Chong и M.D. Kuruppu предложили полукруглый образец для испытаний на изгиб. Простота геометрии образца и процедуры подготовки к испытанию с использованием стандартного испытательного оборудования являются его основными преимуществами. Изменяя угол ориентации трещины относительно линии приложения нагрузки, для этого образца можно получить как смешанный режим нагружения (I+II), так и чистые режимы I и II. M.R.M. Aliha с коллегами использовали образец такого вида для изучения

влияния масштабного эффекта на разрушение известняка в чистом и смешанном режимах нагружения. Не так давно ими предложен усовершенствованный полукруглый образец с вертикальной трещиной, подвергнутый асимметричной трехточечной изгибающей нагрузке, а H. Saghafi и S. Monemian представили модифицированный образец такого типа с наклонной краевой трещиной, подвергнутый асимметричной трехточечной изгибающей нагрузке.

Несмотря на наличие довольно большого числа работ по исследованию проблемы выбора подходящих образцов для изучения процесса разрушения в смешанном режиме деформирования, необходимо постоянное расширение их номенклатуры, так как это способствует повышению информационного содержания экспериментальной программы, позволяет исследовать сценарии разрушения, приближенные к реализующимся в промышленных приложениях, а также более подробно анализировать необратимые процессы в зоне предразрушения. Параметры управляющие ростом трещины, такие как коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжение, в силу сложности геометрии образцов не имеют аналитических выражений и могут быть вычислены только с помощью конечно-элементного моделирования для каждого типа опытного образца.

Цель работы: модификация наиболее часто используемых критериев разрушения, их сравнение с известными критериями, экспериментальная верификация, компьютерное моделирование направления инициации трещин и начала смешанного разрушения в образцах из хрупких и квазихрупких материалов на основе предложенных критериев.

Для достижения цели работы необходимо было решить следующие задачи:

1. Методом конечно-элементного анализа получить значения коэффициентов интенсивности напряжений по I и II модам разрушения, а также T -напряжения при различных геометрических параметрах опытных образцов с трещинами и разных условиях нагружения.

2. Провести критический анализ методов вычисления T -напряжений.

3. На основе полученных в результате компьютерного моделирования параметров проанализировать диапазон смешанности мод разрушения для используемых образцов.

4. Проведение экспериментальных исследований вязкости разрушения опытных образцов с трещинами различной геометрии в смешанном режиме.

5. Определение направления разрушения и величины критической нагрузки на основе критериев разрушения, учитывающих параметр локального стеснения деформаций в окрестности вершины трещины.

6. Анализ согласованности экспериментальных данных с результатами компьютерного моделирования.

Научная новизна.

1. Предложены модифицированные конфигурации опытных образцов с трещинами, позволяющие получить весь диапазон смешанности режимов разрушения I+II, включая чистый I и чистый II.

2. В результате компьютерного моделирования получены массивы данных, содержащие параметры, управляющие ростом и направлением распространения трещины при смешанном нагружении образцов различной геометрии.

3. Проведены экспериментальные исследования вязкости разрушения новых материалов (эбонит, сферопласт) в условиях смешанного нагружения.

4. Выполнен критический анализ направления распространения (зарождения) трещины и величины критической нагрузки, полученных с использованием десяти двухпараметрических критериев разрушения, учитывающих T -напряжения.

5. Получено точное представление обобщенной вязкости разрушения (обобщенный критический коэффициент интенсивности напряжений) для деформационного (EMTSN — Extended Maximum Tangential Strain) и энергетического (GSED — Generalized Strain Energy Density) критериев разрушения.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость работы состоит в оценке и сравнении двухпараметрических критериев разрушения с критериями, используемыми в классической (однопараметрической) механике разрушения.

Практическая значимость работы состоит в возможности использования предложенных образцов для исследования вязкости разрушения и критериев оценки критического состояния хрупких и квазихрупких материалов без затрат ресурсов и времени на верификацию. Уникальные массивы данных, полученные в результате проведенных конечно-элементных вычислений, могут быть использованы для построения алгоритмов (аппроксиматоров) для ускоренного нахождения параметров напряженного состояния нестандартных образцов с трещинами.

Методы исследования. Для решения поставленных в диссертационной работе задач использовались: аналитические методы линейной механики

разрушения, экспериментальные методы исследования разрушения лабораторных образцов, компьютерное моделирование напряженно-деформированного состояния образцов с трещинами, пакет программ символьной алгебры Wolfram Mathematica 14.0, комплекс программ конечно-элементного моделирования MSC.Marc 2020.

Положения, выносимые на защиту.

1. Компьютерные модели расчета НДС образцов с трещинами, позволяющие определить параметры, управляющих ростом трещины в условиях смешанного нагружения.

2. Модифицированный метод вычисления T -напряжений по смещениям.

3. Результаты экспериментальных исследований вязкости разрушения сферопласта, полиметилметакрилата, эбонита при комбинированном нагружении.

4. Прогноз направления разрушения и критической нагрузки по различным критериям разрушения, учитывающим T -напряжение.

5. Результаты сравнения экспериментальных значений критических нагрузок с данными численного расчета.

Достоверность полученных результатов обеспечивается корректным применением математического аппарата, соотношений линейной механики разрушения, апробированных методов прикладной математики, соответствием численных решений известным решениям, приведенным в справочной литературе, сопоставлением и качественным совпадением результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными, а также сравнением полученных результатов с результатами других исследователей.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на 4 Всероссийских конференциях: Наука Промышленность Оборона, Всероссийская научно-техническая конференция (Новосибирск, 2023, 2025); XXVIII Всероссийская конференция по численным методам решения задач теории упругости и пластичности (Красноярск, 2023); Всероссийская конференция «Математические проблемы механики сплошных сред», посвященная 105-летию со дня рождения академика Л. В. Овсянникова (Новосибирск, 2024).

В полном объеме материалы диссертации были представлены и обсуждались на семинарах научного направления «Механика деформируемого твердого тела» ИГиЛ СО РАН (руководители семинара: д.ф.-м.н. С.Н. Коробейников, д.ф.-м.н. А.В. Шутов).

Публикации. Результаты исследований по теме диссертационной работы опубликованы в 6-ти статьях, в том числе в 3-х статьях в российских

журналах из перечня ВАК и индексируемых в Scopus, в 1-ой статье в зарубежном журнале, индексируемом в Web of Science/Scopus, входящем в первый квартиль Q1 Web of Science, и в 2-х статьях в сборниках трудов всероссийских конференций.

Личный вклад в работу. Постановка задач принадлежит научному руководителю, выбор методов исследования — совместно с научным руководителем. Анализ литературных источников, обработка экспериментальных результатов, компьютерное моделирование и исследование предельных состояний образцов с трещинами, анализ полученных результатов, формулировка основных научных положений и выводов выполнено автором диссертационной работы самостоятельно. Подготовка полученных результатов к публикации проводилась лично и с соавторами. Таким образом, основные положения диссертации получены лично автором, либо при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 111 наименований. Объем работы 122 страницы, включая 42 рисунка и 5 таблиц.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отражены актуальность и степень разработанности темы исследования. Сформулированы цель и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость, основные положения, выносимые на защиту, а также описана структура диссертации.

Первая глава представляет обзор механизмов разрушения и дает представление о критериях оценки предельного состояния тел с трещинами. Отмечается, что для оценки разрушения по причине развития макротрещин недостаточно знания напряженно-деформированного состояния, необходима оценка наступления предельного состояния материала, то есть начала неконтролируемого роста трещины. Данную оценку получают с помощью критериев механики разрушения, формулировка которых может быть основана на локальных подходах (оценка критического состояния в пределах малой области у вершины трещины) и на глобальных подходах (критическое состояние тела в целом).

Изначально в линейной механике разрушения для прогнозирования разрушения в чистом I режиме применялся либо силовой критерий Ирвина, либо энергетический критерий Гриффитса. Эксперименты по разрушению в смешанном режиме (I+II) показали, что коэффициент интенсивности напряжения K_{II} также играет важную роль при распространении трещины.

Также как и для трещины нормального отрыва, при разрушении в смешанном режиме используют концепции оценки предельного состояния основанные на напряженном состоянии вблизи вершины трещины и на энергетическом балансе. Трещина растет в наиболее выгодном для нее направлении, в частности, в направлении, в котором скорость высвобождения упругой энергии деформирования максимальна. Данный подход сопряжен со значительными трудностями в математических расчетах, но, несмотря на это, успешно применяется для прогнозирования разрушения тел с трещинами смешанного режима. С другой стороны, направление роста трещины можно прогнозировать напрямую с помощью существующих решений для коэффициентов интенсивности напряжений, что позволяет избежать сложностей вычислительного характера.

Самым применяемым силовым критерием является критерий максимальных растягивающих напряжений, предложенный Ф. Эрдоганом и Дж. Си в 1963 г. В 1974 г. Дж. Си предложил критерий разрушения в смешанном режиме, основанный на концепции плотности энергии деформации.

Критерии, учитывающие неоднородность поля напряжений вблизи концентратора, относят к нелокальным критериям разрушения. Предполагается, что нелокальный подход, учитывающий структуру среды, позволяет более точно оценивать разрушающую нагрузку в подобных условиях. Одним из основоположников этого направления является Г. Нейбер, предложивший осреднение напряжений в зоне предразрушения материала вблизи концентратора. Независимо от него аналогичный критерий осреднения напряжений был предложен В.В. Новожиловым. Этот тип критериев разрушения получил название интегральных.

К другому типу нелокальных критериев относятся градиентные критерии. В них помимо характерного размера вводится величина, характеризующая изменение поля напряжений на нем и задаваемая геометрией нагружения. Значительный вклад в разработку таких критериев внесли И. Лайтай, М.Д. Новопащин и С.В. Сукнев, В.Д. Харлаб, М.А. Леган.

Во второй главе для исследования механизма разрушения по смешанному типу (I+II) представлен образец эксцентричной балки прямоугольного поперечного сечения с надрезом (трещиной) (рисунок 1), рассмотрено его поведение при асимметричном изгибном нагружении. Отмечается, что данная конфигурация образца проста в изготовлении и не требует сложной оснастки при испытаниях на разрушение.

Коэффициенты интенсивности K_I , K_{II} и T -напряжения в образце представляются в виде:

$$K_I = \frac{P}{Wt} \sqrt{\pi a} Y_I \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{W} \right), \quad K_{II} = \frac{P}{Wt} \sqrt{\pi a} Y_{II} \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{W} \right), \quad T = \frac{P}{Wt} T_* \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{W} \right), \quad (1)$$

где Y_I , Y_{II} — геометрические коэффициенты, соответствующие I и II режимам, а T_* — безразмерное T -напряжение, которые являются функциями относительных длин трещины a/W и пролета S/W .

С помощью метода конечных элементов получены величины параметров разрушения: коэффициенты интенсивности напряжений, T -напряжение и параметр двухосности B (рисунок 2), при разных геометрических условиях и условиях нагружения. Материал моделей принят линейно-упругим изотропным. Путем численного анализа и сравнения с доступными аналитическими решениями установлено, что для точного определения T -напряжений необходимо вычислять их по смещениям.

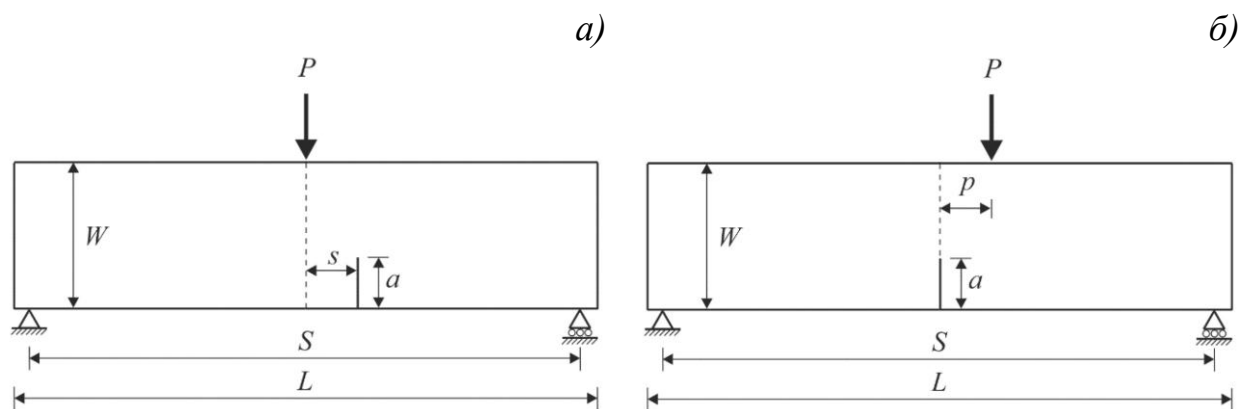


Рисунок 1. Схема трехточечного изгиба образца с краевой трещиной: эксцентричная трещина (а), асимметричная нагрузка (б)

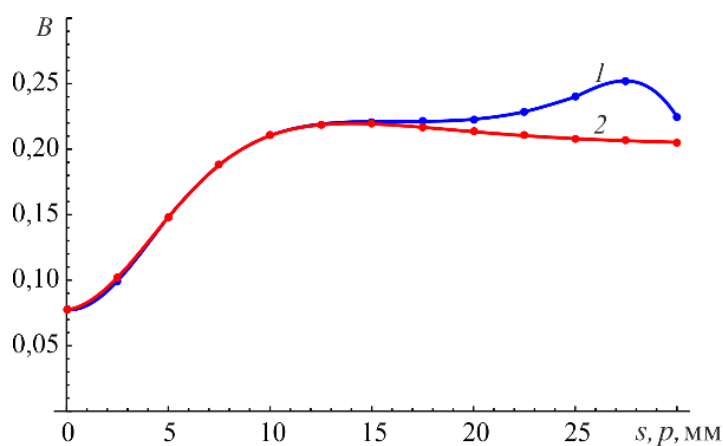


Рисунок 2. Зависимости $B(s)$, $B(p)$; сдвиг трещины (кривая 1), сдвиг нагрузки (кривая 2)

На рисунке 3 приведены зависимости Y_I и Y_{II} от расстояний s и p , T - напряжения представлены на рисунке 4.

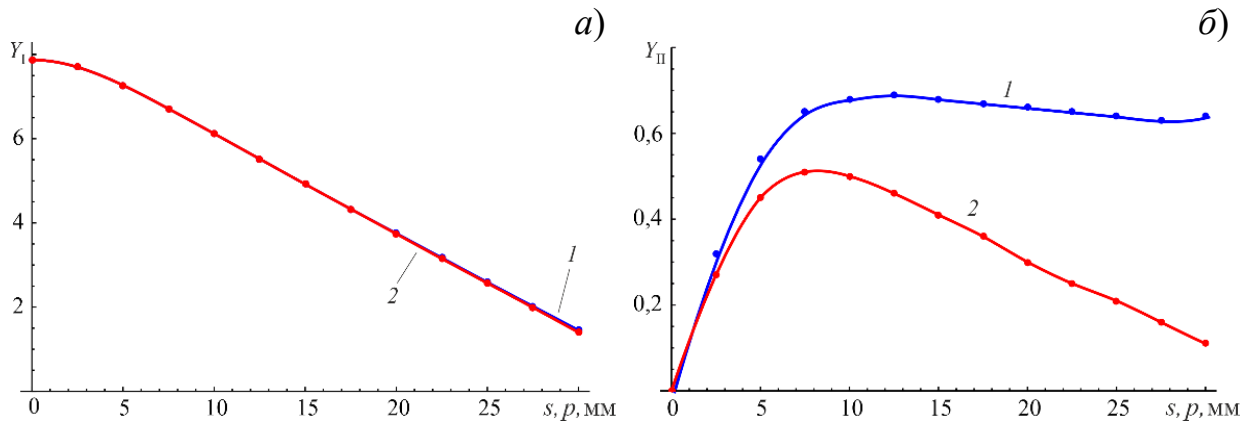


Рисунок 3. Зависимости $Y_I(s)$, $Y_I(p)$ (а) и $Y_{II}(s)$, $Y_{II}(p)$ (б); сдвиг трещины (кривая 1), сдвиг нагрузки (кривая 2)

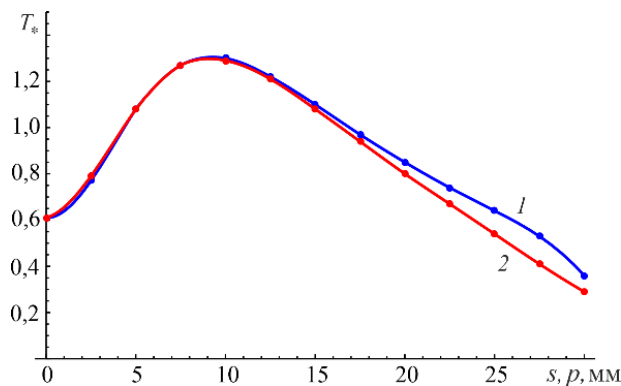


Рисунок 4. Зависимости $T_*(s)$, $T_*(p)$: сдвиг трещины (кривая 1), сдвиг нагрузки (кривая 2)

Для прогнозирования направления распространения (или зарождения) трещины и величины критической нагрузки применен обобщенный критерий максимальных окружных напряжений (Generalized Maximum Tangential Stress — GMTS), который учитывает влияние T -напряжения. Трещина, согласно критерию GMTS, зарождается в направлении θ_0 , для которого окружное напряжение σ_θ имеет максимальное значение. Кроме того, трещина начинает распространяться при напряжении σ_θ вдоль θ_0 , достигающем критического значения σ_t на критическом расстоянии r_c от вершины трещины:

$$\left. \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma_\theta}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} < 0, \quad \sigma_\theta(r_c, \theta_0) = \sigma_t. \quad (2)$$

Окружное напряжение для линейно-упругого материала в окрестности вершины трещины в случае смешения мод I и II записывается в виде:

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left(K_I \cos^3 \frac{\theta}{2} - 3K_{II} \cos^2 \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right) + T \sin^2 \theta + O(r^{1/2}). \quad (3)$$

Получены критические нагрузки P_f и углы инициации трещины θ_0 при разных положениях надреза и места приложения внешней силы, проведено сравнение с результатами испытаний образцов из сферопласта и оргстекла. На рисунке 5 для примера представлены зависимости критических нагрузок для ПММА.

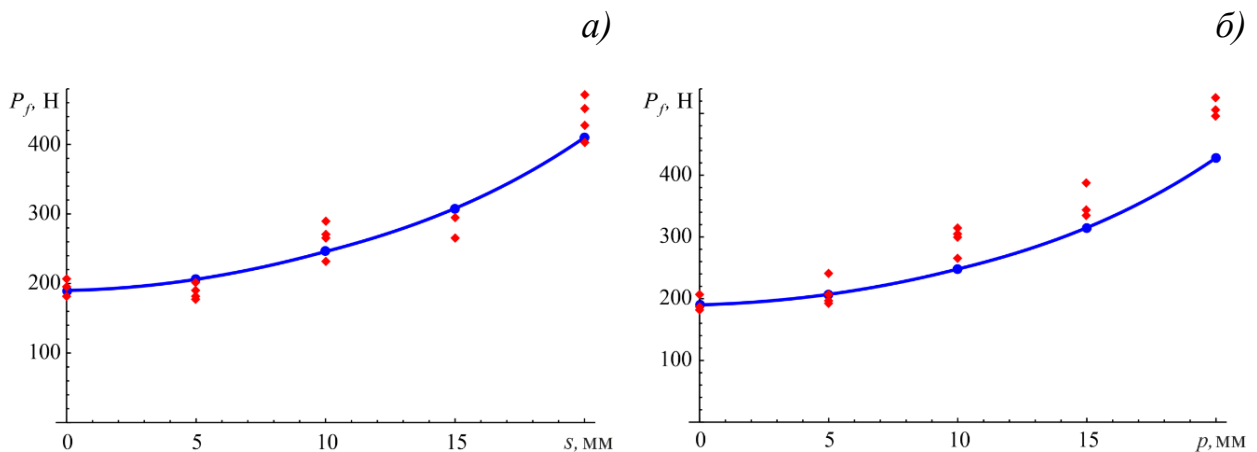


Рисунок 5. К сравнению критических нагрузок, предсказанных с использованием критерия GMTS, и результатов испытаний образцов из ПММА: сдвиг трещины (а), сдвиг нагрузки (б); компьютерный расчет (точки), данные эксперимента (ромбики)

Отмечено, что, несмотря на простоту геометрии и создания нагружения, предложенная форма образца не охватывает весь диапазон смешения мод (от чистой моды I до чистой моды II). Однако, учитывая хорошую согласованность полученных численных и экспериментальных результатов как между собой, так и с предсказаниями критерия разрушения, этот образец может быть предложен для испытаний с целью изучения разрушения смешанного типа в технических материалах, таких как сферопласт, оргстекло, эбонит, гетинакс, при наклонных надрезах (трещинах).

В третьей главе рассматривается образец в виде эксцентричной балки прямоугольного поперечного сечения с краевой трещиной, подвергнутый антисимметричному четырехточечному нагружению (рисунок 6).

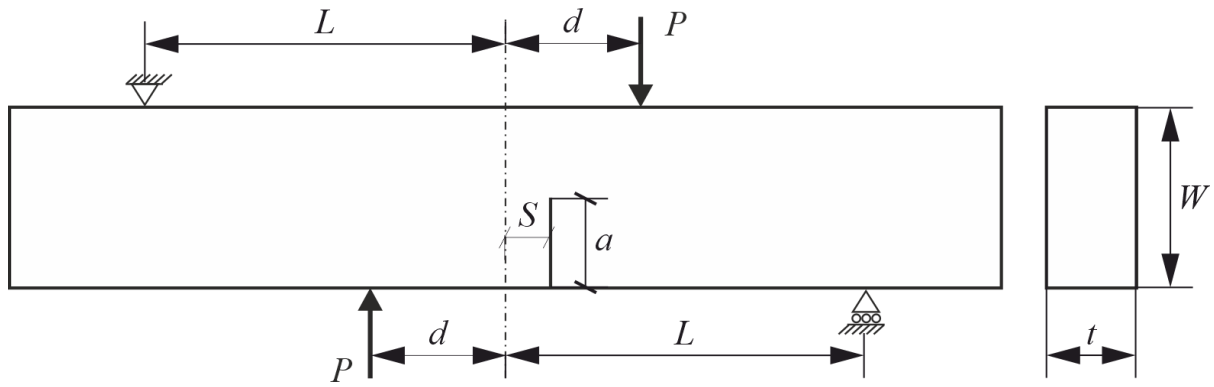


Рисунок 6. Геометрия и схема нагружения образца

На рисунке показано: P — прикладываемая нагрузка, L — расстояние от опор до середины образца, d — расстояние от места приложения нагрузки до середины образца, S — сдвиг трещины относительно середины образца, a — длина трещины, W — высота образца, t — его толщина.

Выражения для КИН K_I , K_{II} и T -напряжения в исследуемом образце представляются так

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y_I \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{d} \right), K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} Y_{II} \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{d} \right), T = \sigma T_* \left(\frac{a}{W}, \frac{S}{d} \right). \quad (4)$$

Здесь $\sigma = P/(Wt)$; Y_I , Y_{II} — безразмерные КИН и T_* — безразмерное T -напряжение, которые являются функциями относительных величин: длины трещины a/W и сдвига трещины S/d .

Смешанный режим разрушения I+II генерировался путем сдвига трещины относительно середины образца. Коэффициенты интенсивности напряжений для I и II режимов разрушения, а также T -напряжения для различных геометрических параметров образца вычисляются методом конечных элементов.

Для анализа роли геометрии образца в формировании его напряженного состояния и для получения всего спектра смешивания I и II режимов смоделировано 360 геометрических форм. Материал моделей принят линейно-упругим изотропным.

Далее проводится анализ влияния T -напряжения на разрушение при различных геометрических параметрах образца, в том числе при помощи безразмерного параметра двухосности B (рисунок 7).

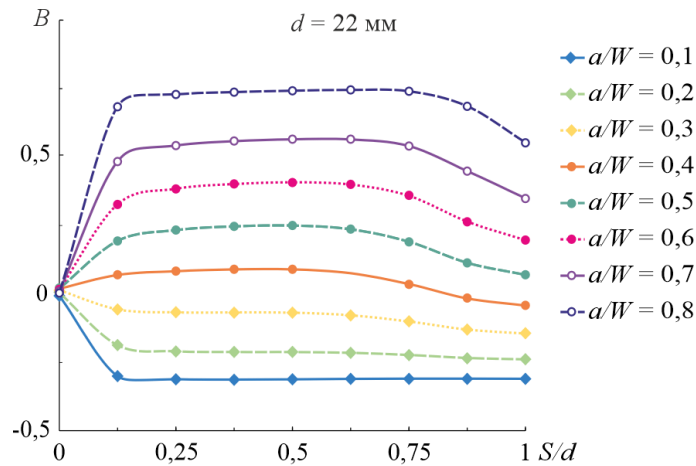


Рисунок 7. Зависимости $B(S/d)$ для $d = 22$ мм

На рисунке 8 приводятся полученные в ходе моделирования безразмерные параметры Y_I , Y_{II} при различных относительных длинах трещины a/W .

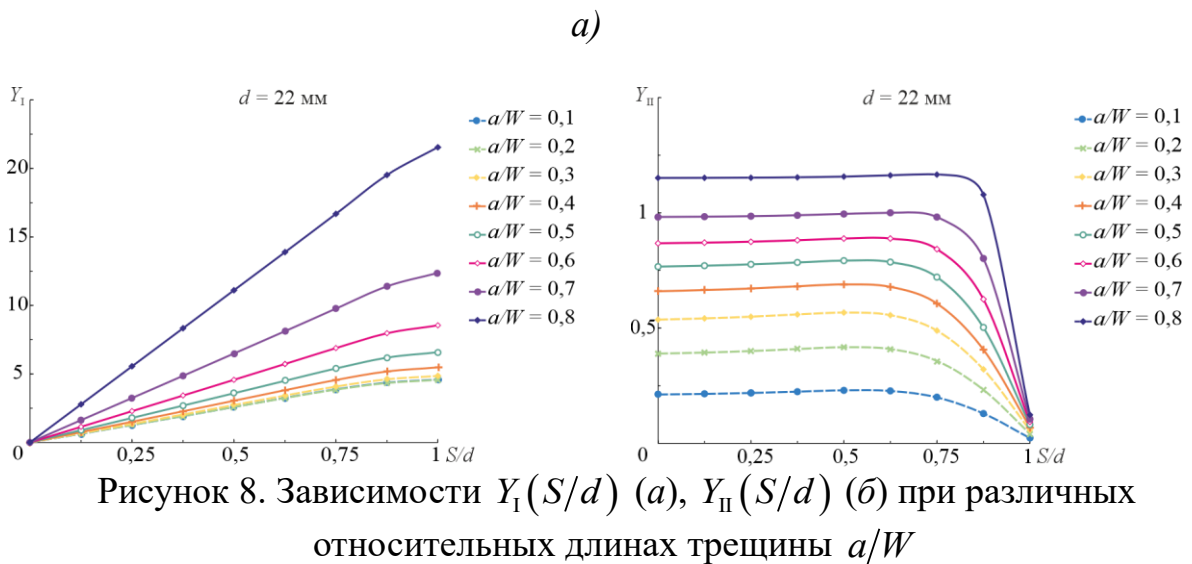


Рисунок 8. Зависимости $Y_I(S/d)$ (а), $Y_{II}(S/d)$ (б) при различных относительных длинах трещины a/W

Зависимости безразмерного параметра T_* от величины относительного сдвига трещины S/d при фиксированном $d = 22$ мм и меняющейся в заданном диапазоне значений относительной длине трещины a/W представлены на рисунке 9а. Рисунок 9б иллюстрирует зависимость безразмерного параметра T_* от отношения a/W при фиксированном расстоянии $d = 22$ мм и меняющемся в заданном диапазоне отношении S/d .

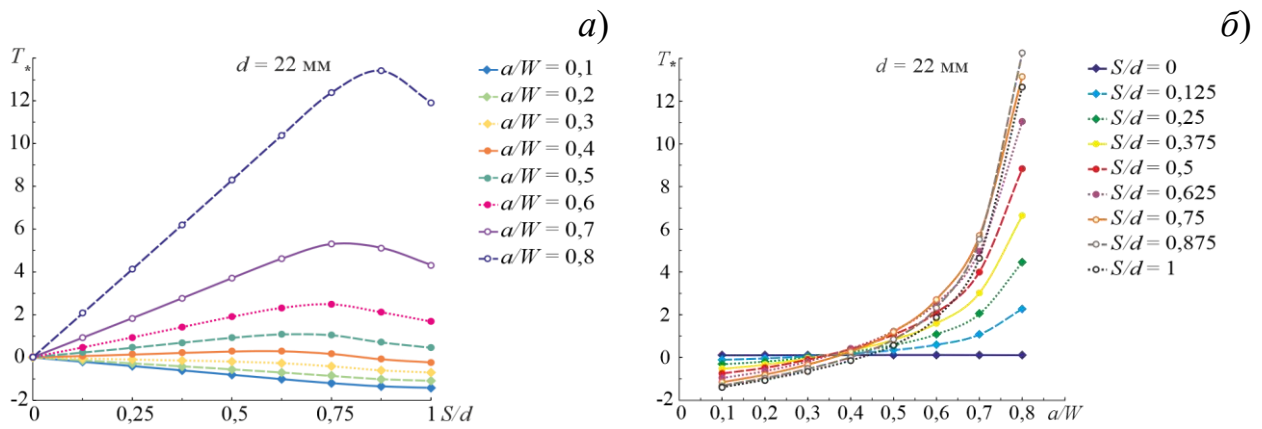


Рисунок 9. Зависимости $T_*(S/d)$ (а), $T_*(a/W)$ (б) для $d = 22$ мм

Представлены данные экспериментальных исследований вязкости разрушения эбонита в смешанном режиме (I+II).

Для прогнозирования как направления разрушения, так и величины критической нагрузки в вычислительных экспериментах применены шесть критериев разрушения: обобщенный критерий максимальных растягивающих напряжений (GMTS), расширенный критерий максимальных окружных деформаций (Extended Maximum Tangential Strain — EMTSN), обобщенный критерий плотности энергии деформирования (Generalized Strain Energy Density — GSED), обобщенный критерий максимальных окружных осредненных напряжений (Generalized Maximum Averaged Stress — MATS), критерий максимальной скорости высвобождения упругой энергии (Maximum Elastic Energy Release Rate — MERR) и обобщенный критерий максимальной скорости высвобождения упругой энергии (Generalized Maximum Elastic Energy Release Rate — GMERR).

Условие предельного состояния по GMTS сформулировано ранее в настоящей работе, уравнение для определения критической нагрузки по этому критерию имеет вид:

$$\sigma_f \sqrt{\pi a} \left(Y_I \cos^3 \frac{\theta_0}{2} - 3Y_{II} \cos^2 \frac{\theta_0}{2} \sin \frac{\theta_0}{2} + \alpha T_* \sin^2 \theta_0 \right) = K_{Ic}, \quad (5)$$

здесь σ_f — критическое номинальное напряжение, эквивалентное $P_f/(Wt)$.

В соответствии с критерием EMTSN трещина распространяется в направлении θ_0 при достижении окружной деформацией ε_θ своего критического значения ε_c на критическом расстоянии r_c от вершины трещины:

$$\left. \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \varepsilon_\theta}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} < 0, \quad \varepsilon_\theta(r_c, \theta_0) = \varepsilon_c. \quad (6)$$

Согласно критерию GSED трещина начинает свое распространение в направлении θ_0 , когда плотность энергии деформирования D достигает своего критического минимального значения D_c на критическом расстоянии r_c :

$$\left. \frac{\partial D}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 D}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} > 0, \quad D(r_c, \theta_0) = D_c. \quad (7)$$

Исходя из асимптотики компоненты $\sigma_\theta(r, \theta)$ поля напряжений в вершине трещины (см. формулу (3)) выражение для окружных напряжений после осреднения по длине зоны предразрушения d становится следующим:

$$\bar{\sigma}_\theta(d, \theta) = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_\theta(r, \theta) dr = \sqrt{\frac{2}{\pi d}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(K_I \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta) \right) + T \sin^2(\theta). \quad (8)$$

Условие распространения трещины, согласно критерию максимальных окружных осредненных напряжений, имеет вид:

$$\left. \frac{\partial \bar{\sigma}_\theta}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 \bar{\sigma}_\theta}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} < 0, \quad \bar{\sigma}_\theta(r_c, \theta_0) = \sigma_t. \quad (9)$$

Высвобождаемая упругая энергия деформации G представляет собой энергию, необходимую для роста трещины. Критерии MERR и GMERR утверждают, что трещина начнет продвигаться на величину r_c в направлении θ_0 при достижении скоростью высвобождения упругой энергии деформации своего максимального значения в этом направлении:

$$\left. \frac{\partial G}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} < 0, \quad G(r_c, \theta_0) = G_c. \quad (10)$$

Установлено, что критерии GMTS, GSED, MATS, MERR и GMERR продемонстрировали хорошее соответствие данных численного расчета экспериментальным критическим нагрузкам (рисунок 10).

На рисунке 11 представлены углы начала разрушения, предсказанные с использованием различных критериев.

Учитывая хорошую согласованность полученных экспериментальных результатов и результатов, прогнозируемых при помощи расчетов по представленным критериям разрушения, образец данной конфигурации рекомендован для исследования разрушения хрупких и квазихрупких материалов в чистом II и смешанном I+II режимах.

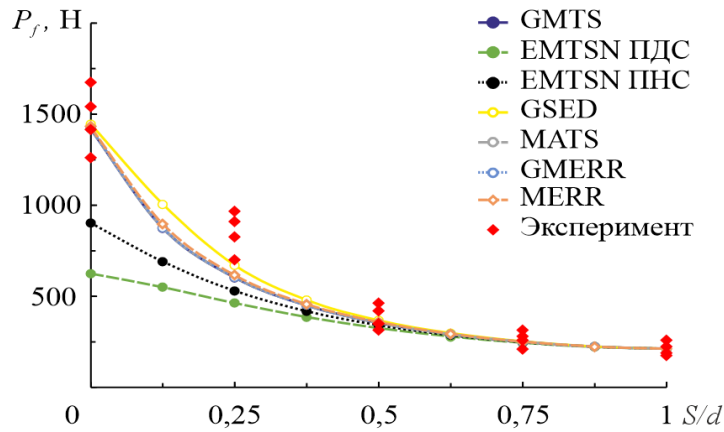


Рисунок 10. К сравнению критических нагрузок, предсказанных вычислениями с использованием критериев хрупкого разрушения, с результатами лабораторных испытаний

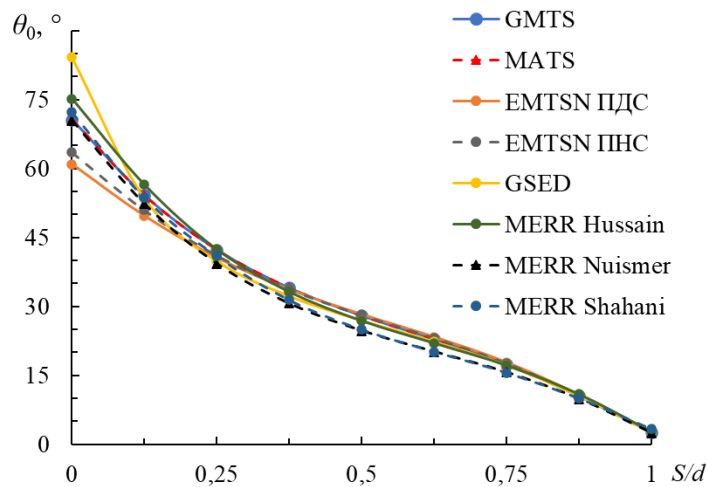


Рисунок 11. Углы инициации трещины θ_0 , предсказанные с использованием различных критериев, в зависимости от сдвига трещины

Четвертая глава посвящена анализу разрушения образца бразильского диска с центральным круглым отверстием в смешанном режиме. Образец ослаблен двумя внутренними краевыми радиальными трещинами и представлен на рисунке 12. На этом рисунке P — прикладываемая нагрузка, R — радиус бразильского диска, r — радиус отверстия, t — толщина диска. Краевые трещины длиной a наклонены к направлению вертикальной сжимающей нагрузки под углом β . Смешанные режимы разрушения I+II генерируются путем изменения угла поворота трещин.

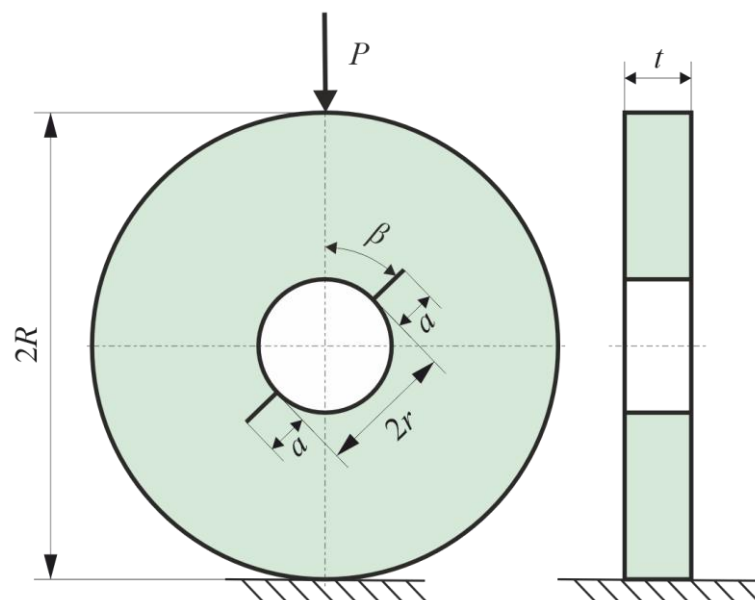


Рисунок 12. Геометрия и схема нагружения образца

Вводится обозначение интенсивности нагрузки $\sigma = P/(\pi ht)$, где $h = R - r$, тогда выражения для коэффициентов интенсивности напряжений K_I , K_{II} и для T -напряжения можно представить в виде:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y_I \left(\frac{a}{h}, \frac{r}{R}, \beta \right), \quad K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} Y_{II} \left(\frac{a}{h}, \frac{r}{R}, \beta \right), \quad T = \sigma T_* \left(\frac{a}{h}, \frac{r}{R}, \beta \right), \quad (11)$$

здесь Y_I , Y_{II} — безразмерные коэффициенты интенсивности напряжений, а T_* — безразмерное T -напряжение, зависящие от относительной длины трещины a/h , относительного радиуса r/R и от угла ориентации трещины β .

Вычисления коэффициентов интенсивности напряжений для I и II режимов разрушения, а также T -напряжений для различных геометрических параметров диска и радиальных трещин проводятся методом конечных элементов. В процессе моделирования изменяются отношение внутреннего и внешнего диаметров, отношение длины трещины к ширине кольца и угол наклона трещины. Материал моделей принят линейно-упругим изотропным. Для определения влияния геометрии образца на его напряженное состояние и получения всего спектра смещения режимов I+II проанализировано 615 КЭ моделей. Результаты приведены на рисунке 13.

Вычисление T -напряжения, производится по смещениям. Результаты расчетов представлены на рисунке 14.

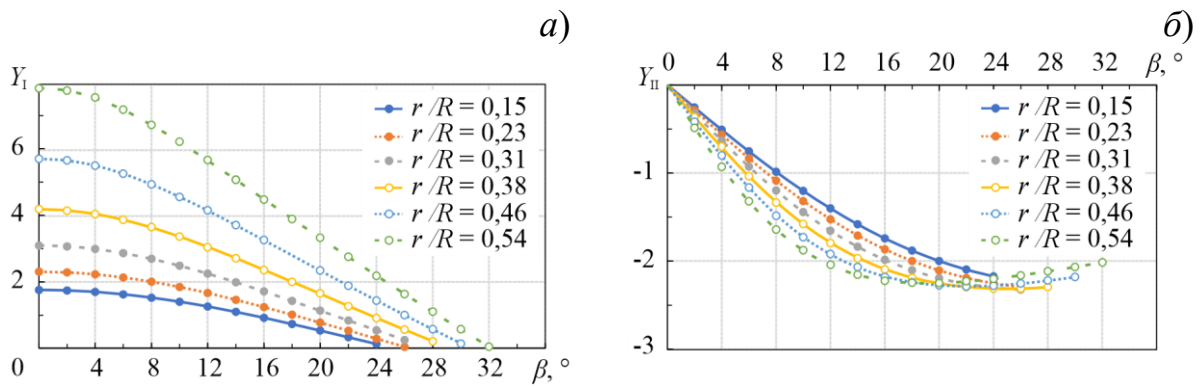


Рисунок 13. Зависимости $Y_I(\beta)$ (а), $Y_{II}(\beta)$ (б) при постоянной относительной длине трещины $a/h=0,4$ и разном относительном радиусе r/R

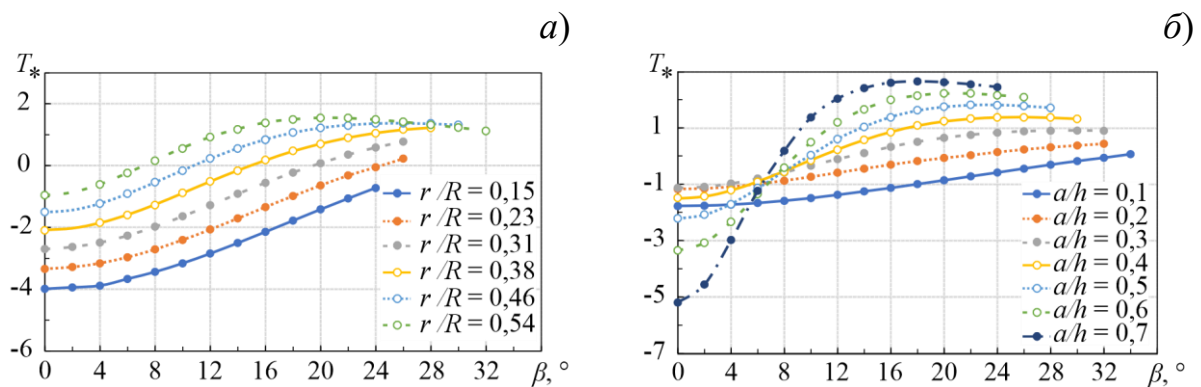


Рисунок 14. Зависимости $T_*(\beta)$: относительная длина трещины постоянна ($a/h=0,4$), а значения r/R изменяются (а); зафиксирован относительный радиус ($r/R=0,46$), а величина a/h переменна (б)

Затем в диссертационной работе приводятся результаты проведенных экспериментальных исследований вязкости разрушения эбонита в смешанном режиме.

Для прогнозирования направления роста трещины и критической нагрузки применены критерии разрушения GMTS, EMTSN и GSED. На рисунке 15 показаны результаты сравнения критических нагрузок, полученных по критериям разрушения с экспериментом. Отмечается, что критерии GMTS и GSED демонстрируют хорошее соответствие между экспериментальными значениями критических нагрузок и результатами численного расчета. Критерий EMTSN дает заниженную оценку критической нагрузки. Также получены значения углов инициации трещины по различным критериям.

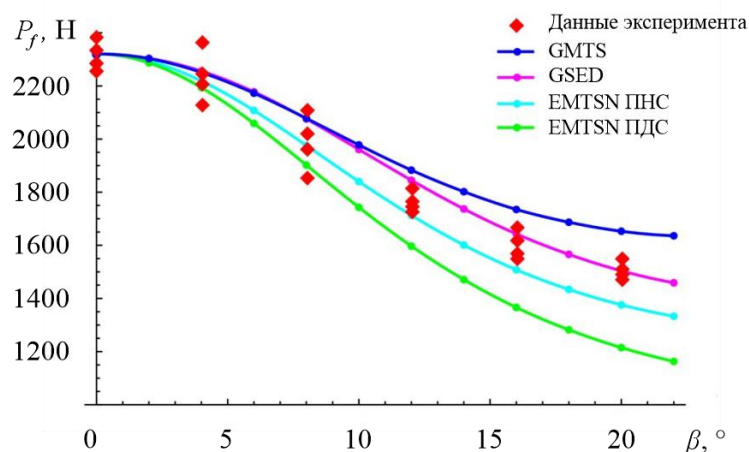


Рисунок 15. К сравнению критических нагрузок, предсказанных вычислениями с использованием критериев хрупкого разрушения, с результатами лабораторных испытаний

Получены значения углов инициации трещины по различным критериям, результаты прогнозирования представлены на рисунке 16.

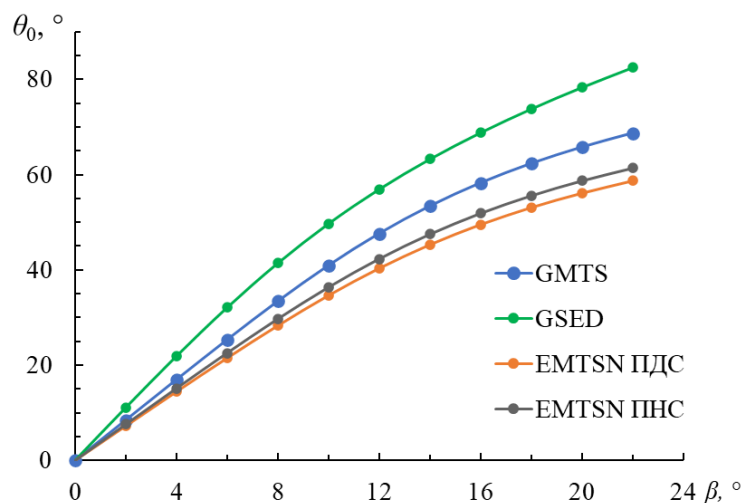


Рисунок 16. Зависимости $\theta_0(\beta)$, предсказанные с использованием критериев GMTS, GSED и EMTSN

По результатам анализа, учитывая хорошее соответствие экспериментальных данных прогнозам критериев разрушения, полый бразильский диск рекомендуется в качестве испытательного образца при изучении разрушения по смешанному типу (I+II) в технических материалах, (плексиглас, эбонит, гетинакс).

Заключение

В диссертации были рассмотрены следующие задачи линейной механики разрушения:

1. Трехточечный изгиб образцов с эксцентричной краевой трещиной при смешанном нагружении.
2. Разрушение хрупких балок при антисимметричном четырехточечном изгибе.
3. Разрушение бразильского диска с круглым отверстием в смешанном режиме.

Для каждой из представленных задач методом конечно-элементного анализа получены параметры, управляющие ростом трещины. Проанализированы известные способы расчета T -напряжений. Проведены экспериментальные исследования вязкости разрушения опытных образцов с трещинами в смешанном режиме. Для прогнозирования направления разрушения и величины критической нагрузки было использовано несколько критериев разрушения.

При исследовании трехточечного изгиба образцов с эксцентричной краевой трещиной установлено, что предложенная форма образца не охватывает весь диапазон смещения мод. Однако, на основании хорошей согласованности полученных численных и экспериментальных результатов как между собой, так и с предсказаниями критериев разрушения, этот образец можно рекомендовать для испытаний с целью изучения разрушения смешанного типа в технических материалах, таких как сферопласт, оргстекло, эбонит, гетинакс, при наклонных надрезах (трещинах).

В задаче о разрушении хрупких балок при антисимметричном четырехточечном изгибе для предсказания как направления разрушения, так и величины критической нагрузки в вычислительных экспериментах использовались следующие критерии разрушения: GMTS, EMTSN, GSED, MATS, MERR и GMERR. Критерии GMTS, GSED, MATS, MERR и GMERR демонстрируют хорошее соответствие данных численного расчета экспериментальным. Критерий EMTSN – максимальных окружных деформаций – дает консервативную оценку критической нагрузки для значений относительного сдвига трещины S/d в диапазоне от 0 до 0.5.

Образец данной конфигурации можно применять при исследовании разрушения хрупких и квазихрупких материалов в чистом II и смешанном I+II режимах. Хотя при $S/d \rightarrow 1$ происходит приближение к чистому I режиму, все же сохраняется незначительное влияние II режима, поэтому для изучения

разрушения в чистом режиме I рекомендовано использовать схему нагружения по типу трехточечного изгиба.

В задаче о разрушении бразильского диска с круглым отверстием в смешанном режиме для прогнозирования направления роста трещины и критической нагрузки использовались критерии разрушения GMTS, EMTSN и GSED. Критерии GMTS и GSED демонстрируют хорошее соответствие между экспериментальными значениями критических нагрузок и результатами численного расчета. Критерий EMTSN недооценивает критическую нагрузку, что при расчете прочности реальных конструкций идет в запас прочности. С учетом хорошего соответствия полученных экспериментальных результатов прогнозам критериев разрушения, полый бразильский диск может быть использован при изучении разрушения по смешанному типу (I+II) в технических материалах (плексиглас, эбонит, гетинакс).

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, рекомендуемых ВАК

1. Кургузов, В.Д. Трехточечный изгиб образцов с эксцентричной краевой трещиной при смешанном нагружении / В.Д. Кургузов, А.Г. Демешкин, **Д.А. Кузнецов** // Вычислительная механика сплошных сред. — 2023. — Т. 16, № 3. — С. 345–357. — DOI: 10.7242/1999-6691/2023.16.3.29.
2. Уфимцев, К.П. Аппроксиматоры для ускоренного вычисления параметров напряженного состояния в нестандартных образцах с трещинами / К. П. Уфимцев, **Д.А. Кузнецов**, А.В. Шутов // Вычислительная механика сплошных сред. — 2024. — Т. 17, № 3. — С. 308–319. — DOI: 10.7242/1999-6691/2024.17.3.26.
3. Кургузов, В.Д. Разрушение хрупких балок при антисимметричном четырехточечном изгибе / В.Д. Кургузов, **Д.А. Кузнецов** // Вычислительная механика сплошных сред. — 2024. — Т. 17, № 4. — С. 393–410. — DOI: 10.7242/1999-6691/2024.17.4.32.
4. Kurguzov, V. Fracture analysis of Brazilian circular hole disk under mixed mode loading / V. Kurguzov, **D. Kuznetsov** // Engineering Fracture Mechanics. — 2024. — Vol. 297. — 109875. — DOI: 10.1016/j.engfracmech.2024.109875.

Публикации в других изданиях

5. **Кузнецов, Д.А.** Трехточечный изгиб образцов с эксцентричной краевой трещиной при смешанном нагружении / Д.А. Кузнецов // Наука. Промышленность. Оборона: труды XXIV Всероссийской научно-технической конференции: в 4 т. / коллектив авторов; под ред. А.В. Гуськова. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2023. — Т. 1. — С. 57–62.

6. **Кузнецов, Д.А.** Анализ разрушения дискового образца с круглым отверстием в смешанном режиме методом бразильской пробы / Д.А. Кузнецов // Наука. Промышленность. Оборона: труды XXVI Всероссийской научно-технической конференции: в 4 т. / коллектив авторов; под ред. А.В. Гуськова. — Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2025. — Т. 1. — С. 114–120.

ДРУГИЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА

7. **Кузнецов, Д.А.** Критерий разрушения биматериалов с трещинами на границе раздела разнородных материалов / Д.А. Кузнецов, В.Д. Кургузов // Прикладная механика и техническая физика. — 2026. — Т. 58, № 2. — С. 194–205. — DOI: 10.15372/pmtf202515661.

Подписано в печать 02.06.2026. Заказ № 325

Формат 60×84/16. Объем 1,5 п.л. Тираж 105 экз.

Отпечатано в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН
630090, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 15.