

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
НАУКИ ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ
ИМ. С.А. ХРИСТИАНОВИЧА СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ
АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

Краус Александр Евгеньевич

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ ГЕТЕРОГЕННЫХ
МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

1.1.8 – механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
к.ф.-м. н., с.н.с., Шабалин И. И.

НОВОСИБИРСК 2024

Содержание

Введение.....	4
Глава 1. Определение свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны без учета разрушения	28
1.1. Общая постановка задачи.....	29
1.2. Краткое описание метода Уилкинса.....	35
1.3. Модели гетерогенного материала и их сравнение при ударно-волновых процессах в упругопластическом приближении.....	40
1.4. Реализация прямого численного моделирования на примере двумерной задачи.....	48
1.5. Определение физико-механических свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны.....	57
1.6. Влияние формы включений на динамические параметры гетерогенной среды в упругопластическом приближении	62
1.7. Анализ влияния типа границы включений на динамические параметры гетерогенной среды	66
1.8. Влияние размера включений на рассеяние ударных волн в гетерогенных средах.....	69
1.9. Выводы по главе	79
Глава 2. Определение свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны с учетом разрушения.....	81
2.1. Идентификация свойств гетерогенных материалов в динамических процессах и их верификация на основе экспериментальных данных.....	81
2.2. Определение предельного откольного напряжения гетерогенного материала	91
2.3. Определение предельных деформаций гетерогенного материала... ..	93
2.4. Определение динамического предела текучести гетерогенного материала	99
2.5. Выводы по главе	101
Глава 3. Применение гетерогенных материалов в защитных конструкциях	103
3.1. Оптимизация конфигурации гетерогенного материала для снижения ударного воздействия	103
3.2. Моделирование процессов проникания удлиненных стержней в гетерогенные преграды конечной толщины	106

3.3. Повышение стойкости разнесенных преград в условиях высокоскоростного взаимодействия.....	112
3.4. Повышение стойкости экрана при взаимодействии с группой налетающих элементов.....	117
3.5. Объемно-армированный металло матричный композит как способ повышения стойкости при высокоскоростном взаимодействии с микрочастицами.....	127
3.6. Влияние геометрии включений на баллистические характеристики преграды.....	139
3.7. Выводы по главе.....	144
Заключение	146
Список литературы	148

Введение

Исследование динамических процессов, в частности ударных, является актуальной задачей в механике, связанной с оценкой поведения конструкций под воздействием импульсных нагрузок, как, например, в современных инженерных сооружениях или защитах. Этот подход требует тщательного анализа и теоретических рассуждений, так как понимание динамических процессов при таких нагрузках критически важно для обеспечения надежности технических систем.

Механика сплошной среды представляет собой дисциплину, описывающую поведение непрерывных материалов с использованием системы дифференциальных уравнений, основанных на принципах сохранения массы, импульса и энергии на уровне макропроцессов. Уравнение состояния устанавливает взаимосвязь между плотностью, внутренней энергией и давлением. Уравнения процесса определяют связь между деформациями материала и напряжениями. В эти уравнения могут быть интегрированы различные факторы, такие как скоростные эффекты, разнообразные механизмы упрочнения, термическое разрушение. Построение моделей механики сплошных сред, и в частности, механики деформированного твердого тела, рассматривалось в монографиях Л.И. Седова [1], А.А. Ильюшина [2], С.К. Годунова [3], Х.А. Рахматулина [4], Н.Н. Яненко [5], В.М. Фомина [6] и многих других авторов.

Заслуги советских ученых, выдающихся исследователей в области влияния распространения волн в твердых телах при интенсивных динамических нагрузках, весьма значительны. Среди них следует отметить Ф.Ф. Витмана [7], Х.А. Рахматулина [4], В.Е. Фортова [8], Т.М. Платову [9] с сотрудниками и других, которые внесли существенный вклад в понимание сложных динамических процессов при воздействии интенсивных нагрузок.

Безусловно, огромный вклад в области экспериментального определения предельного откольного разрушения составили работы

Г.И. Канеля, С.В. Разоренова, А.С. Савиных и других авторов [10–13]. Очень информативным является результат экспериментальных нагрузок образцов керамики, сплавов и просто металлов в виде графиков скорости свободной поверхности, позволяющий определять механические и прочностные свойства исследуемых материалов.

Также серьезный вклад в экспериментальные исследования высокоскоростных деформаций внесли А.М. Брагов с соавторами. Например в монографии [14], проведен численный анализ нескольких экспериментальных схем. Предложены три экспериментально-расчетные процедуры определения характеристик вязкопластических материалов. В работе [15] на основе представлений нелокальной теории переноса рассмотрены возможные эффекты сверхглубокого проникновения твердых микрочастиц в металлическую полубесконечную преграду. Показано, что глубина проникновения частицы может увеличиваться в несколько раз из-за интерференционных эффектов упругопластических волн, индуцированных плотным потоком частиц.

Большой вклад в развитие теории и экспериментальной техники исследования уравнений состояния внесли Я.Б. Зельдович [16], А.В. Бушман [17], А.В. Альтшулер [18], В.Е. Фортов [19], R.G. McQueen и S.P. Marsh [20], а в последнее время А.М. Молодец [21], К.В. Хищенко [22], Е.И. Краус [23] и многие другие авторы.

Поскольку большая часть задач в механике деформируемого тела не имеет, даже, приближенного аналитического решения, то возникла необходимость численного исследования процессов деформирования и разрушения в твёрдых телах. Численные методы позволили эффективно решать задачи, лишённые аналитического решения, избегая затратных экспериментов. Технические ресурсы обеспечивали выполнение необходимых вычислений, что стимулировало активное развитие численных методов.

На данный момент разработаны методы конечных разностей (см., например, [24], [25]), конечных элементов (см., например, [26], [27]), граничных элементов [28], а также, так называемые, гибридные методы (см., например, [29], [30], [31]) при этом каждый из перечисленных методов обладает как преимуществами, так и недостатками, поэтому выбор метода обычно зависит от характера задач, которые требуется решить, а также от доступных вычислительных ресурсов и квалификации специалистов. Ниже приведем небольшой обзор по применению каждого упомянутого численного метода.

В рамках механики сплошной среды традиционно выделяют два фундаментальных метода описания кинематики деформаций материала: Эйлера (пространственный) и Лагранжа (материальный). Следовательно, большинство численных методов направлено на использование одного из этих подходов. Сами численные методы подразделяются на явные и неявные в зависимости от используемых вычислительных процедур [5,25]. Неявные методы, как правило, обладают абсолютной устойчивостью, но требуют большого шага по времени, что недопустимо при определении сложной волновой картины за фронтом сильных ударных волн. Это приводит к использованию явных методов.

Основное достоинство эйлеровых схем – вести расчеты с большими деформациями, однако в таком подходе очень сложно реализовать течение вблизи свободных и контактных границ. Легкость выделения свободных и контактных границ демонстрирует эффективность методов на основе лагранжева подхода, что отмечается в работе [32].

Недостатки становятся заметными при необходимости выполнения вычислений при значительных деформациях, когда происходит существенное искажение вычислительной сетки, вплоть до самопересечения граней ячейки. Это требует перестройки разностной сетки с применением интерполяции, что ведет к потере точности. Во многих случаях снижение точности при реконструкции сетки не столь значителен, так как это происходит в условиях,

когда градиенты полей напряжений и скоростей не велики, а процессы деформации развиваются практически в квазистатическом режиме [33–36]. Следует отметить, что расчетные треугольные сетки в двумерном случае и тетраэдральные сетки в трехмерном случае не имеют этого недостатка.

Интенсивные искажения разностной сетки в лагранжевом подходе обусловлены наличием постоянных логических связей между материальными частицами, которые фактически могут перемещаться друг от друга на значительные расстояния. Для преодоления этого явления были разработаны свободно-лагранжевы методы [37–40] в которых формируется сетка на каждом временном шаге. Достоинство метода заключается в возможности расчета больших деформаций путем значительных затрат во времени расчета.

Стремление создать универсальный метод привело к созданию гибридных методов, т.е. континуально-дискретных методов, когда при незначительных деформациях материала расчет проводится по схемам для сплошной среды, при разрушении – используются дискретные частицы конечного размера [29–31]. Данные методы нашли свое применение в задачах высокоскоростного взаимодействия тел [6]. В другом подходе, изначально среда представляется в виде частиц, точечных или конечного размера, которые движутся по неподвижной сетке, это методы РС и крупных частиц [41,42].

Кратко перечислим разностные схемы, которые получили широкое применение в решении нестационарных задач. Одной из первых явных конечно-разностных схем была схема «крест», предложенная в работе [43] и подробно исследованная П. Лаксом [25]. По хронологии, следует схема на основе распада разрыва, предложенная С.К. Годуновым в 1959 [46], и ее развитие [47]. Данная схема была применена для решения динамических задач упруго-пластических тел [48–51]. В работах [52–54] предложен алгоритм аппроксимации каждой функции в элементах линейными полиномами по времени и пространству. В области упругости предложенная схема совпадает со схемой С.К. Годунова, в общих случаях имеет отличия. В данном подходе отсутствует необходимость решения задачи о распаде разрыва, что

представляет собой преимущество при обобщении метода на решение упругопластических задач.

Далее, были предложены схемы типа предиктор-корректор, такие как схемы Лакса-Вендрофа [45], [55], которые были применены в исследованиях [56,57]. Особый интерес представляют схемы, реализуемые на лагранжевых [58,59], эйлерово-лагранжевых [60] и подвижных сетках [61]. Преимущество подобных схем заключается в максимальной точности передачи зависимостей решения и структуры возмущений. Они обеспечивают возможность построения конечно-разностных соотношений на границах тел при различных граничных условиях, на контактных поверхностях и разрывах с однозначным и точным способом, аналогичным внутренним точкам. Однако, как и в случае методов Лагранжа и Эйлера, у этих схем сохраняются схожие проблемы.

Схема «крест» была применена в области упругопластических течений М. Уилкинсом [62]. Более подробно метод Уилкинса будет описан далее в одной из глав этой работы. Метод, представляет значительный научный прогресс. Впервые он был представлен в 1964 году для случаев двумерных структур [63], и затем был расширен и на трехмерные случаи в монографии 1999 года [64]. Этот метод активно используется в различных областях и реализован в программных продуктах NEMP2D и NEMP3D. Как работы самого М. Уилкинса, так и его совместные исследования с Гуинаном привели к публикации ряда результатов, связанных с решением конкретных задач упруго-пластической деформации [65,66]. Описание метода Уилкинса, представленное в публикациях [63] и [64], успешно интегрирует общую концептуальную постановку проблемы упруго-пластической деформации с детальным разъяснением численных методов его реализации, что представляет собой ключевой фактор в его широком распространении. Работа М. Уилкинса, опубликованная в 1964 году, прочно утвердилась как эталон и получила признание во всем мире.

Идея эластичного прогноза и неупругой коррекции была впервые представлена в 1963 году в отчете [67], а затем в работе Маенхеном и

Саком [68]. М. Уилкинс также использовал данную процедуру приведения напряжений на круг текучести [63]. Метод до сих пор активно используется и развивается с некоторыми модификациями [69]. Данный подход к численному моделированию пластических деформаций получил широкое признание и был рассмотрен в работах различных авторов, включая Аурико и Тейлор [70], Брюнига [71], Фиша и Шека [72], Гуо и Кокса [73], Монтанса [74]. Конечно, нельзя не упомянуть работы В.М. Фомина и А.И. Гулидова, в которых рассматривалась модификация метода Уилкинса [33,35]. В одном из упомянутых исследований рассмотрена задача о контакте между цилиндрическим стержнем и усеченным коническим стержнем, взаимодействующими с абсолютно жестким барьером в двумерном пространстве. Применение модифицированного метода Уилкинса позволило математически моделировать процесс отскока упруго-пластичного удлиненного стержня. Также была получена динамика упруго-пластических волн, и проведен анализ явления отскока.

Метод конечных элементов привлек внимание исследователей своей способностью разбивать сплошные среды на элементы, которые рассматриваются как конкретные составляющие. На развитие этого метода оказал значительное влияние Гордон Джонсон, а также в целом на разрешение динамических задач. С начала 1970-х годов на основе трудов Зенкевича и Уилкинса, он развивал свой программный комплекс EPIC. Г. Джонсон в статье 1976 года [75] в качестве конечных элементов использовал треугольники, чем показал преимущество перед многоугольниками, поскольку треугольники обладают большей жесткостью и устойчивостью при больших искажениях сетки и деформациях. В дальнейшем Г. Джонсон проведет трехмерное исследование, описав методику в 1981 году в трехмерной постановке [76]. Этот метод может быть основан как на вариационных принципах, так и на общих выражениях метода невязок. Значительный интерес к методу возник в период появления мощных на тот момент вычислительных машин, что привело к резкому расширению численных исследований механизмов

деформации и математических методов [26]. Метод требует хорошие вычислительные мощности, поскольку необходимо решать большие системы уравнений, а для нестационарных задач упругопластического деформирования – проведение внутренних итераций на каждом временном шаге из-за нелинейности уравнений. Чтобы избежать этого используют приближенную диагональную матрицу масс и явную схему решения, такой прием соответствует несогласованной аппроксимации разных членов в исходном функционале и снижает общий порядок аппроксимации. Метод конечных элементов нашел широкое применение для решения задач высокоскоростного удара. Например в работах [77] рассматривалось высокоскоростное взаимодействие крутящегося стержня, для определения влияния вращения на разрушение, а в работе [78] взаимодействие космического аппарата с мусором на орбите.

Метод граничных элементов (метод граничных интегральных уравнений), благодаря понижению размерности задачи, легкости исследования бесконечных областей, а также уникальной способностью эффективной реализации сложных условий взаимодействия на соприкасающихся границах тел нашел свое применение при решении прикладных задач [28]. Сложности метода заключаются в математическом аппарате, который затрудняет увидеть всю гибкость данного метода, а также необходимость использовать итерационные процессы для нелинейных задач, снижает его производительность.

Отметим упругопластическую модель Прандля-Рейса, которая успешно аппроксимирует основные характеристики динамических и ударно-волновых процессов. Она так же будет рассматриваться в главах этой работы отдельно. Для достижения количественного соответствия модели и экспериментальных данных применяется коррекция параметров, основанная на систематическом анализе результатов экспериментов. Например, проводится подбор значений предела текучести, после чего осуществляется моделирование целой серии экспериментов с использованием уточненных параметров.

Упругопластическое деформирование материалов, нельзя рассматривать в отрыве от процессов разрушения материала. В.Н. Кукуджанов в работе [79] заостряет внимание на всей важности учета разрушения тела в динамических задачах, начиная от микродефектов и кончая макроразрушением тела на отдельные фрагменты. Методика, предложенная М. Уилкинсом, легко обобщается на случай расчета упругопластических материалов, подвергающихся разрушению в условиях импульсного нагружения. К примеру, задача откола при столкновении пластин подробно исследовалась в нескольких работах, где область разрушения определялась без учета влияния разрушения на напряженно-деформированное состояние среды на основе критериев мгновенного или длительного разрушения. Также стоит упомянуть модели, предложенные Г. Джонсоном с коллегами, например, «модель Джонсона–Кука» [80], описывающая поведение и разрушение металлов при высокоэнергетических нагрузках [81], а для керамики разработана «модель Джонсона–Холмквиста» [82], в тоже время для других материалов были предложены дополнительные модели [83,84].

Следует отметить работы Л.А. Мержиевского [48], В.Н. Кукуджанова [58], [58], В.И. Аптукова [77], Н.Х. Ахмадеева [78], В.И. Кондаурова [79], А.И. Корнеева [80] и многих других, развивающих модели поведения и разрушения материалов в динамических процессах. Нельзя не выделить работы группы В.М. Фомина, которые одни из первых смогли численно описать формирование откольного разрушения [6,85,86], также следует упомянуть и известные работы Л.К. Романычева, А.И. Рузанова, В.Н. Аптукова, Р.И. Нигматулина, Н.Н. Белова и других авторов [87–92].

Известно, что создание эффективных методов расчета контактного взаимодействия представляет собой важную задачу, поскольку точность расчетов на контактных границах в значительной степени влияет на общую точность решения задачи. Реализация граничных условий на контактной поверхности представляет определенные трудности в силу необходимости удовлетворения как динамических, так и кинематических условий на

поверхности, положение которой требует определения. В контексте взаимодействия тел поверхность одного из них определяется как ведущую (master), а поверхность другого — как ведомую (slave). Для расчета движения ведущей поверхности учитываются присоединенная масса и силы, воздействующие на ведомую поверхность. В данном контексте ведомая поверхность рассматривается как общее правило, как жесткая криволинейная граница, вдоль которой материал ведомого тела скользит в течение одного временного шага. Это упрощение широко используется в программных продуктах для расчета нестационарных процессов, ориентированных не только на метод конечных разностей, но и на метод конечных элементов [93,94]. Это упрощение оправдано лишь в том случае, если ведущее тело обладает более высокой плотностью и твердостью по сравнению с ведомым. Основным недостатком таких алгоритмов расчета поверхности контакта является введение асимметрии в оценку контактных границ. Перемена ролей тел может привести к значительным изменениям в результатах расчета. Интересна реализация контактной задачи в работах А.И. Гулидова и И.И. Шабалина [85,95] с симметричным учетом взаимодействующих границ.

Ключевым вопросом в создании численной модели гетерогенного материала является разработка и программная реализация численных алгоритмов, способных решать конкретный класс начально-краевых задач. Затраты, связанные с разработкой, тестированием и поддержкой программных продуктов, эффективно окупаются при проведении множества расчетов, поскольку эти расчеты значительно снижают необходимость в лабораторных и натурных испытаниях. Они предоставляют инженеру-конструктору возможность изучать явления и структуры, которые еще не были подвергнуты натурному исследованию, и это становится особенно актуальным в наше время, когда огромный толчок получила производственная отрасль. Предложенная в данной работе методология позволяет исследовать поведение современных и актуальных гетерогенных, композитных материалов, или, иначе говоря, метаматериалов.

С расширением области применения энергии ударных волн для синтеза новых материалов активно используются общие принципы при создании моделей поведения смесевых конденсированных веществ, основанных на взаимопроникающих сплошных средах [96–100]. Моделирование поведения многокомпонентной среды в ударной волне представляет собой значительное трудноразрешимое задание в численном моделировании из-за ограниченной возможности учета воздействия всех факторов на физические процессы, происходящие за фронтом ударной волны.

Существует набор моделей, которые могут быть применены для прогнозирования ударной адиабаты смеси на основе известных уравнений состояния её компонентов. Один из подходов предполагает рассмотрение смеси в контексте слоистой структуры, при этом осуществляется вычисление средней скорости распространения ударной волны. Этот подход базируется на временах, требуемых для преодоления различных слоев в смеси. Привлекательность данного метода заключается в возможности расчета характеристик, доступных для экспериментального измерения. Другой метод включает в себя интерполяцию ударных адиабат в координатах давление-объем, что более предпочтительно с физической точки зрения.

При компьютерном моделировании ударно волнового нагружения элементов конструкций из гетерогенных материалов преимущественно используется теоретический подход, основанный на методах механики сплошной среды, с применением различных способов осреднения в представительном объёме. Существует ряд подходов к определению эффективных модулей неоднородных упругих сред, базирующихся на анализе геометрии включений таких как метод самосогласования [101] и метод вириального разложения [102]. Теория смесей [103] предполагает, что в каждой точке среды одновременно определяются все компоненты неоднородного тела. Известны методы, основанные на теории случайных функций, использовании некоторых физических гипотез при анализе конкретных конструкций [104]. В асимптотическом методе осреднения [105]

решение краевой задачи для упругого неоднородного тела ищется в виде рядов по степеням малого параметра с коэффициентами, зависящими как от “медленных” переменных, соответствующих глобальной структуре неоднородной среды, так и от “быстрых”, отвечающих локальной структуре. При таком богатстве методов необходимо понимать, что осреднения должны быть корректным с точки зрения определения эффективных свойств на основании данных о физико-механических свойствах компонентов и о характеристиках структуры гетерогенного материала.

Необходимо отметить работы [106–109], в которых исследователи одни из первых продемонстрировали возможность численного расчета гетерогенных материалов, предполагая, что размеры зерен, составляющих вещество в среде, достаточно малы для того, чтобы структура самой среды оказывала влияние на амплитуду ударной волны, распространяющейся с определенной скоростью. Применительно к аддитивному приближению предполагается точное соблюдение принципа аддитивности. В рамках данного приближения объем ударно сжатой смеси представляет собой сумму объемов отдельных компонентов, полученных при том же давлении в результате их индивидуального ударного сжатия в виде гомогенных образцов. Однако, применяемые в большинстве случаев методики осреднения, основанные на представлениях теории смесей или на использовании некоторых феноменологических зависимостей, игнорируют особенности внутреннего строения. Как следствие этого, при моделировании высокоскоростного деформирования композиционных материалов в рамках рассматриваемого подхода не учитывается реальное распределение параметров механического состояния в представительном объеме.

Влияние учета структуры гетерогенного композита рассматривали в экспериментальных и численных работах [110–112], в которых исследовали композитные материалы, армированные синтетическими, углеродными или стеклянными волокнами. Подробно описано влияние расположения слоев на прочностные характеристики композита. Авторами также показано, что

исследуемый гибридный квазиизотропный композит на основе углеродных волокон демонстрирует псевдопрочность при квазистатических испытаниях. Композит сохраняет способность нести нагрузку в псевдопрочном режиме для режима, контролируемого по напряжению, хотя и с пониженной жесткостью.

Для сужения области термина гетерогенный материал, которому посвящена данная диссертации, дадим определение гетерогенному материалу, исследованному в данной работе: Рассмотрим гетерогенные материалы с неоднородной структурой, такие как сплавы, включающие твёрдые зёрна карбидов, нитридов и боридов переходных металлов, образующие прочный непрерывный каркас, а также содержащие металлическую связку (кобальт, никель, титан, алюминий и т.д.), концентрация которой изменяется непрерывно в объеме материала.

В работе [113] представлено и проверено инновационное научное направление в области прямого численного моделирования динамической нагрузки на гетерогенные материалы. В частности, разработана замкнутая упругопластическая дискретная модель разрушаемой гетерогенной среды. Эта модель основана на случайном распределении включений с заданной концентрацией и формой в матрице основного материала. Путем использования прямого численного моделирования удалось описать процессы высокоскоростной деформации и разрушения неоднородных твердых сред.

В работе [114] были рассмотрены вопросы распространения плоских волн в периодических средах с изменением материала лишь в одном направлении. В неоднородных средах с быстрыми пространственными изменениями образование скачка уплотнения может быть отсрочено за счет введения эффективной дисперсии, что отличает такие среды от сред с быстрыми пространственными изменениями, где образование скачка уплотнения более вероятно. Скорость распространения ударных волн в таких средах зависит от структуры материала. В ходе численного исследования авторы пришли к выводу, что их оценка скорости распространения фронта ударной волны при исчезающей вязкости в периодической среде, основанная

на гомогенизированной модели, является корректной. Однако важно отметить, что эта оценка справедлива лишь в случае относительно малых дисперсионных эффектов.

Развитие технологий аддитивного производства элементов конструкций активно содействует формированию новых концепций в проектировании материалов и изделий из них [115–119]. В этом контексте ключевой задачей, объединяющей аспекты механики, материаловедения и физики, является разработка методологии и методов проектирования изделий с уникальной структурой материала, обеспечивающей желаемые функциональные и конструкционные характеристики.

В работах [120–123] исследователями была предложена методика прямого численного моделирования гетерогенной среды, сопровождаемая комплексными исследованиями для определения ее параметров с демонстрацией потенциальных преимуществ. В этих публикациях приведены сравнения результатов с экспериментальными данными, также представлены закон аддитивной смеси и методология работы с ним. В [124] выявлено, что в любых средах в процессе распространения импульс эволюционирует до упругого напряжено-деформированного состояния, при котором амплитуда и длина импульса уже не зависят от пройденного расстояния. Также проведены исследования влияния размеров включений, где обнаружено, что для гетерогенных материалов с крупными включениями скорость затухания амплитуды импульса заметно выше, чем для гетерогенных материалов с мелкими включениями. Уменьшение общей концентрации керамики с 40% до 20% объемной доли в гетерогенном материале сохраняет все тенденции в поведении короткого импульса при его распространении в преграде.

Многообразие подходов к моделированию гетерогенных материалов свидетельствует о том, что пока еще не существует универсального и оптимального метода. Определение механических параметров гетерогенных материалов в наше время, безусловно, не представляет трудности, в отличие от параметров, связанных с процессами разрушения. На данный момент

самым сложным аспектом является выбор методики моделирования разрушения гетерогенных материалов, поскольку для многих новых материалов может отсутствовать необходимая информация из экспериментальных данных. В таких случаях требуются общие закономерности, способные решить данную проблему. Именно в построении закономерностей реакции гетерогенных материалов на динамическое нагружение и состоит задача этой работы. В таком случае сформулируем цель работы:

Цель работы: провести идентификацию прочностных характеристик гетерогенных материалов при динамических воздействиях.

Задачи:

- Определить поведение моделей гетерогенного материала, построенных различными способами, а в частности, аддитивной модели и прямого численного моделирования, при нагружении плоской ударной волной.
- Определить влияние типа границы между матрицей и включениями гетерогенного материала на распространение плоской ударной волны.
- Определить связь предельного откольного разрушения гетерогенного материала от свойств его компонент.
- Определить связь предельной деформации разрушения гетерогенного материала от свойств его компонент.

В работе рассмотрена модель твердого деформируемого тела, которая состоит из уравнений баланса массы, импульса и энергии, а также уравнений состояния и упругопластического течения. Все расчеты выполнялись программным комплексом «REACTOR 3D» [125], где реализовано численное решение уравнений баланса, с учетом поведения материалов и выполнения граничных условий.

Объект исследования

Конечно-разностная математическая модель напряжённо деформированного состояния деформируемого упругопластического гетерогенного тела.

Предмет исследования

Конечно-разностная математическая модель гетерогенного деформируемого упругопластического тела в трехмерной задаче.

Научная новизна

- Впервые получено соотношение для величины предельного откольного разрушения гетерогенной среды
- Впервые получено в динамическом численном эксперименте соотношение для величины предельной деформации разрушения гетерогенной среды
- Впервые проведено моделирование динамического нагружения объемно-армированного металломатричного композита с учетом разрушения и показано повышение баллистического предела в сравнении со слоенной преградой с аналогичной поверхностной плотностью.

Актуальность данной работы

В наши дни особенно актуальны гетерогенные материалы благодаря возможности обеспечивать универсальные физико-механические характеристики. Развитие аддитивных технологий позволяет разрабатывать гетерогенные материалы, свойства которых требуют дополнительного изучения. Проведение экспериментов требует значительных трат, поэтому для предварительного анализа возникает потребность в численном моделировании поведения гетерогенного материала. Численное моделирование гетерогенного материала под динамической нагрузкой является не простой задачей, что связано со сложной волновой картиной. В процессе распространения волн напряжений в объектах ограниченных размеров эти волны многократно отражаются от граничных поверхностей

тела, взаимодействуя друг с другом и создавая весьма сложную волновую картину внутри объекта. Кроме того, напряженно-деформационное состояние гетерогенных материалов усложняется пространственно-неоднородным распределением физико-механических характеристик отдельных компонентов и наличием межфазного слоя.

В задачах о динамическом нагружении гетерогенного материала решающую роль играют параметры разрушения. Точное определение параметров разрушения гетерогенного материала перед его изготовлением позволит определить пропорции составляющих гетерогенного материала для обеспечения требуемых нагрузок. В тоже время и для численного моделирования гетерогенного материала критическую важность представляют параметры разрушения материала. Современные методы моделирования гетерогенных материалов позволяют рассчитать упругие параметры из гомогенных компонентов, однако, что касается параметров разрушения, они требуют данных из экспериментов. В таком случае очевидным является то, что возможность определять параметры разрушения гетерогенного материала на основе свойств его компонент существенно упростит работу с гетерогенными материалами, экономя средства и время.

На данный момент отсутствует универсальный метод определения параметров разрушения гетерогенного материала на основе его компонент. Образцы материалов, изготовленные при помощи новых технологий, таких как PrintCast, часто лишены динамических нагрузочных испытаний, а их специфическая структура требует специального учета при численном моделировании. Все эти особенности подчеркивают актуальность разработки методологии, способной эффективно решать данную проблему.

Интерес к исследованию таких процессов стимулируется потребностями современного машиностроения в области создания конкурентоспособной продукции и высокопроизводительной техники. Сегодня машиностроительный комплекс РФ сталкивается с острой проблемой обеспечения предприятий ответственными деталями специального

назначения с высокими служебными характеристиками. Такое положение связано в первую очередь с недостатком современных теоретических и экспериментальных работ, направленных на исследование и математическое моделирование процессов, происходящих в зоне интенсивных энергетических воздействий.

Таким образом актуальность заключается в формировании методологии определения закономерностей реакции гетерогенных материалов на динамическое нагружение, что позволит проводить, как достоверное моделирование, так и инженерный анализ тех специфических гетерогенных материалов, для которых еще нет требуемых результатов экспериментов или заранее определять необходимые концентрации для обеспечения требуемых характеристик разрушения материала.

Практическая и теоретическая значимость

- Впервые получено соотношение для величины предельного откольного разрушения гетерогенной среды
- Показано, что у объемно-армированного металломатричного композита, выше баллистический предел на 60% в сравнении с двуслойной преградой с аналогичной поверхностной плотностью.
- Показано, что применение гетерогенных пластин в защитных пакетах позволяет существенно снизить давление, приходящее в модель человеческого тела по сравнению с пакетом из слоеной пластины.

На защиту выносятся

- Впервые полученное соотношение для величины предельного откольного разрушения гетерогенной среды.
- Впервые полученное в численном эксперименте соотношение для величины предельной деформации разрушения гетерогенной среды.
- Впервые проведенное моделирование динамического нагружения объемно-армированного металломатричного композита с учетом разрушения.

Личный вклад в работу

- Моделирование армированной гетерогенной структуры в виде объёмно-центрированного металлматричного композита с взаимопроникающими границами
- Проведение расчетов и обработка полученных результатов, описанных в главах данной работы.
- Аппроксимация зависимости предельного откольного напряжения и предельных деформаций разрушения гетерогенных материалов от концентрации компонент гетерогенного материала.

Достоверность результатов, полученных в работе, подтверждается корректностью математической постановки задачи, соответствием расчетных результатов экспериментальным данным.

По теме диссертации опубликовано 18 работ, в том числе 6 в научных изданиях, рекомендованных ВАК:

1. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И. Стойкость керамик к удару в численном эксперименте // Прикладная механика и техническая физика. 2020. Т. 61. № 5 (363). С. 190-198.

2. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И., Бузюркин А.Е. Эволюция ударного импульса в гетерогенной упругопластической среде // Прикладная механика и техническая физика. 2021. Т. 62. № 3 (367). С. 147-157.

3. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И. Моделирование процессов группового удара по гетерогенной преграде конечной толщины // Журнал СФУ. Математика и физика. 2021. Т. 14. № 6. С. 700-711.

4. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И., Бузюркин А.Е. Определение эффективного динамического предела текучести гетерогенных материалов // Прикладная механика и техническая физика. 2024. № 3. С. 142-151

5. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И., Бузюркин А.Е. Идентификация свойств и величины предельного откольного разрушения гетерогенных материалов в динамических процессах // Физическая мезомеханика, 2024, т. 27, № 1. С. 64-80.

6. Краус А.Е., Краус Е.И., Шабалин И.И., Бузюркин А.Е. Сравнение реакции гомогенной среды на динамическое воздействие одиночного и сегментированного стержней// Журнал СФУ. Математика и физика. 2024. Т.17. №1. С. 115-125.

WoS/Scopus

1. Kraus A.E. and Shabalin I.I. Comparative Analysis of Wave Distribution in Layered and Heterogeneous Continuous Media // AIP Conference Proceedings. Vol. 2017, AIP Publishing, 2018. 030166p. DOI: 10.1063/1.5065260.;

2. Kraus A.E., Kraus E.I., and Shabalin I.I. Simulation of the interaction of hardened steel core with heterogeneous elements of body armor // AIP Conference Proceedings. Vol. 2125, AIP Publishing, 2019. 030067p. DOI: 10.1063/1.5117449.;

3. Kraus A., Kraus E., Shabalin I. Modelling of the processes of impact of a projectile with elements of individual defense //EPJ Web of Conferences. – EDP Sciences, 2019. – Т. 221. – С. 01021.

4. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Modelling the destruction process of a thermal reactor by man-made space debris impact //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2019. – Т. 1404. – №. 1. – С. 012027.

5. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Numerical simulation of the high-speed interaction of a spherical impactor with a system of spaced heterogeneous plates //Journal of Physics: Conference Series. – IOP Publishing, 2019. – Т. 1404. – №. 1. – С. 012026.

6. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Perforation of the cermet plates with various forms of ceramic grains by a steel projectile // AIP Conference Proceedings:

High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM–2020): Proceedings of the XXVII Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter, dedicated to the 90th anniversary of the birth of R.I. Soloukhin (Novosibirsk, 29 Jun. – 3 Jul. 2020). –S.l.: AIP Publishing, 2020. –Vol. 2288. –P. 030017(8).

7. Kraus A. E., Kraus E. I., Shabalin I. I., A Heterogeneous Medium Model and Its Application in a Target Perforation Problems // Multiscale Solid Mechanics, 2021, Vol 141, pp. 289-304. (Q4)

8. Fomin V.M., Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I., Buzyurkin A.E. Accounting for functions of distribution of mechanical properties of metals in dynamic processes of deformation and destruction of barriers // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. –2022. –Vol. 95 No. 7. –P. 1625–1633. DOI: 10.1007/s10891-022-02631-7 (Q2)

9. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Reactor 3D software performance on penetration and perforation problems // Advanced Structured Materials. –2023. – Vol. 176. –P. 83-101. DOI: 10.1007/978-3-031-17073-7_6 (Q4)

10. Kraus, A.; Buzyurkin, A.; Shabalin, I.; Kraus, E. Numerical Modelling of High-Speed Loading of Periodic Interpenetrating Heterogeneous Media with Adapted Mesostructure. // Appl. Sci. 2023, 13, 7187. DOI: 10.3390/app13127187 (Q2)

11. Kraus, A.; Buzyurkin, A.; Shabalin, I.; Kraus, E., Kravchenko A.K. Comparison of heterogeneous material models for solving impact spall fracture problems //AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2023. – T. 2899. – №.1.

12. Kraus, A.; Buzyurkin, A.; Shabalin, I.; Kraus, E., Kravchenko A.K. Influence of sliding vector of long rod on ricochet from heterogeneous plates//AIP Conference Proceedings. – AIP Publishing, 2023. – T. 2899. – №. 1.

Апробация

1. Кафедральная научно-техническая конференция «Студенческая наука НГТУ-2017», 30 марта 2017г., Новосибирск, доклад "Распространение ударных волн в твердом материале".
2. Факультетская научная конференция (слушание на грант), 5-6 апреля 2017г., Новосибирск, доклад "Распространение ударных волн в твердом материале".
3. 57-я международная научная студенческая конференция, 16-20 апреля 2017 г., Новосибирск, доклад "Построение модели градиентной среды".
4. Кафедральная научно-техническая конференция «Студенческая наука НГТУ-2018», 23 марта 2018г., Новосибирск, доклад "Построение гетерогенной среды на основе простого уравнения состояния".
5. XIX Международная конференция по методам аэрофизических исследований (ICMAR 2018)., 13-19 август 2018г., Новосибирск, доклад "Сравнительный анализ распространения волн в слоистых и гетерогенных сплошных средах".
6. Кафедральная научно-техническая конференция «Студенческая наука НГТУ-2019», 22 марта 2019г., Новосибирск, доклад "Моделирование взаимодействия закаленного стального сердечника с гетерогенными элементами бронежилета".
7. VIII International Graduate and Postgraduate Students Conference «Progress through Innovations», 28 марта 2019г., Новосибирск, доклад "Simulation of interaction of hardened steel core with heterogeneous elements of body armor".
8. 26-ая Всероссийская конференция по численным методам решения задач теории упругости и пластичности, 24-28 июня 2019 г., Томск, доклад

"Моделирование процесса удара по бронезементам индивидуальной защиты".

9. 27-ая Всероссийская конференция с участием зарубежных учёных по численным методам решения задач теории упругости и пластичности, посвященная 100-летию со дня рождения Николая Николаевича Яненко, 5-9 июня 2021 г, Красноярск. Доклад, Моделирование группового удара по гетерогенной преграде конечной толщины

10. Мини-симпозиум «Платформа», 14-15 октября 2021 г., Новосибирск. Доклад: Моделирование группового удара по гетерогенной преграде конечной толщины

11. Международная конференция «Физическая мезомеханика материалов», 05-08 сентября 2022 г. Томск. Доклад: Сравнение моделей неоднородных материалов для решения задач при откольном разрушении

12. Мини-симпозиум «Платформа», 17-20 октября 2022 г., Новосибирская область, Морозово. Доклад: Сравнение моделей неоднородных материалов для решения задач при откольном разрушении

13. XXVIII Всероссийская конференция по численным методам решения задач теории упругости и пластичности 10-15 июля 2023 г., Красноярск. Доклад: Идентификация свойств и величины предельного откольного разрушения гетерогенных материалов в динамических процессах

14. XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике 21-25 августа 2023 года, Санкт-Петербург, Россия. Доклад: Численное моделирование процесса высокоскоростного нагружения периодических взаимопроникающих гетерогенных сред с адаптированной мезоструктурой

15. XXVII Всероссийская научно-практическая конференция «Актуальные проблемы защиты и безопасности» 1-4 апреля 2024 года,

Санкт-Петербург, Россия. Доклад: Сравнение стойкости гетерогенных преград к удару в численном эксперименте

Структура работы.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Во введении обоснована актуальность исследования, сформулирована цель и задачи работы. В заключении представлены выводы по всей работе и намечены пути дальнейшего исследования.

- Первая глава посвящена определению свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны без учета разрушения. В главе описана математическая постановка задачи, используемая во всех главах. Описаны модели гетерогенного материала, а именно аддитивная модель смеси и прямое численное моделирование. Проведено сравнение результатов моделирования распространения плоской ударной волны в гетерогенном материале с результатами экспериментов. Упругие характеристики гетерогенного материала определенные при помощи моделирования гетерогенного материала соответствуют экспериментальным данным в пределах погрешности 5%. Рассмотрены несколько вариантов граничных условий между матрицей и включениями для прямого численного моделирования нагружения гетерогенного материала с макровключениями и показано, что при всех рассмотренных типах граничных условий между матрицей и включениями, сходятся с результатами аддитивной модели смеси в пределах погрешности 2%, без учета разрушения. Исследовано влияние размеров макровключений на распространение плоской ударной волны.

- Вторая глава посвящена определению свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны с учетом разрушения. В главе рассмотрена идентификация динамических параметров гетерогенного материала. Проведено численное моделирование откольного эксперимента, показавшего, что профили скорости свободной поверхности, рассчитанные прямым численным моделированием, сходятся с результатами экспериментов

для гетерогенных материалов в пределах погрешностей 10%. Проведена аппроксимация предельного откольного разрушения гетерогенного материала на основе результатов моделирования откола под нагружением плоской ударной волной. На основе этого сформулирована зависимость предельного откольного напряжения гетерогенного материала от концентрации его компонент. Проведено исследование по определению предельных деформаций разрушения гетерогенных материалов из которого получено соотношение для описания предельных деформаций разрушения гетерогенного материала на основе концентрации его компонент. Все определенные динамические параметры гетерогенного материала сходятся с результатами экспериментов в пределах погрешности 20%.

- Третья глава посвящена применению гетерогенных материалов в защитных конструкциях. Рассмотрены прикладные задачи, посвященные динамической нагрузке гетерогенного материала: влияние компоновки пакета индивидуальной защиты на снижение ударного воздействия. Результаты моделирования показали, что применение гетерогенных материалов для изготовления пластин в защитных пакетах снижает величину ударного воздействия. Исследовано влияние скорости сноса на критические углы рикошетирования удлиненного стержня от гетерогенной преграды. Рассмотрены задачи о повышении стойкости защитных элементов космических аппаратов при взаимодействии с частицами космического мусора, а в частности решена задача о моделировании объемно армированного металломатричного композита (ММК) с учетом разрушения. Показано, что применение подобных ММК снижает объем образующегося запреградного облака осколков.

Глава 1. Определение свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны без учета разрушения

Исследование поведения гетерогенных материалов при динамическом нагружении представляет собой важную задачу. Такие материалы, обладают уникальными свойствами, которые могут быть важными для широкого спектра применений, от строительства до аэрокосмической промышленности. Однако, их поведение при динамических нагрузках тяжело моделировать из-за сложной волновой картины, возникающей в таких материалах. В них происходит взаимодействие между различными компонентами, вызывая появление различных типов волн, таких как, например, упругие, пластические волны. Это приводит к возникновению сложной волновой картины, характеризующейся распространением и рассеянием волн на границах, раздела различных частиц материалов.

При компьютерном моделировании ударно волнового нагружения элементов конструкций из гетерогенных материалов преимущественно используется теоретический подход, основанный на методах механики сплошной среды, с применением различных способов осреднения в представительном объёме. Существует ряд подходов к определению эффективных модулей неоднородных упругих сред, базирующихся на анализе геометрии включений таких как метод самосогласования [101] и метод вириального разложения [102]. Теория смесей [103] предполагает, что в каждой точке среды одновременно определяются все компоненты неоднородного тела. В асимптотическом методе осреднения [105] решение краевой задачи для упругого неоднородного тела ищется в виде рядов по степеням малого параметра с коэффициентами, зависящими как от “медленных” переменных, соответствующих глобальной структуре неоднородной среды, так и от “быстрых”, отвечающих локальной структуре. При таком богатстве методов необходимо понимать, что осреднения должны быть корректным с точки зрения определения эффективных свойств на

основании данных о физико-механических свойствах компонентов и о характеристиках структуры гетерогенного материала.

В данной главе мы рассмотрим способы моделирования волновой картины без учёта разрушения гетерогенного материала при нагружении плоской ударной волной. Для описания методики определения параметров за фронтом ударной волны при динамической нагрузке гетерогенного материала.

1.1. Общая постановка задачи

Для исследования волновой картины в гетерогенном материале, рассмотрим задачу о столкновении двух тел, где одно из тел движется, а другое покоится. Геометрическая модель задачи схематически представлена на рисунке 1.

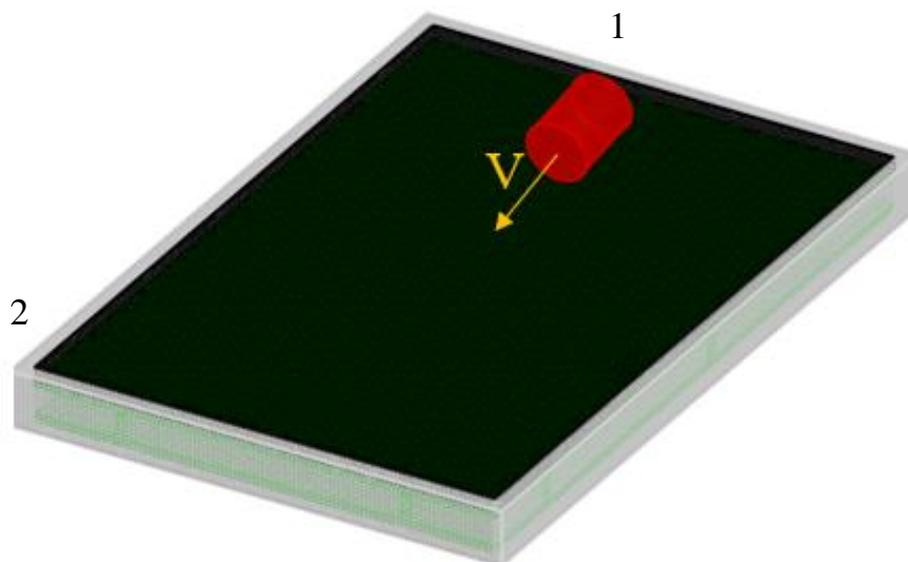


Рисунок 1 – Геометрическая модель: 1 – налетающее тело, 2 – гетерогенная преграда

Постановка является стандартной для всех последующих задач, рассматриваемых в диссертации. Представим модель твердого деформируемого тела в рамках Лагранжевой формулировки, включающую уравнения сохранения массы, импульса и энергии, а также уравнения,

описывающие состояние и поведение материала при упругопластическом деформировании:

1. Уравнение движения лагранжевых частиц

$$\dot{x}_i = u_i;$$

2. Уравнение неразрывности среды

$$V_0 \rho_0 = V \rho;$$

3. Закон изменения импульса материальной частицы

$$\rho \dot{u}_i = \sigma_{ij,j};$$

4. Изменение внутренней энергии частицы

$$\rho \dot{e} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij};$$

5. Тензор скоростей деформаций имеет вид

$$\dot{\epsilon}_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i});$$

6. Тензор напряжений

$$\sigma_{ij} = -P \delta_{ij} + s_{ij},$$

где s_{ij} – девиатор тензора напряжений, отвечающий за реакцию на сдвиговое формоизменение материальной частицы; δ_{ij} – символ Кронекера; P – функция давления в форме Ми – Грюнайтзена.

7. Уравнение состояния на основе соотношений Ренкина-Гюгонио

$$D = c_0 + S_1 u$$

$$P = \rho D u$$

8. Уравнения процесса принимаем в форме Прандтля – Рейсса

$$\hat{s}_{ij} + d\lambda' s_{ij} = 2G\dot{\epsilon}'_{ij}, \quad \dot{\epsilon}'_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij} \delta_{ij} / 3,$$

9. Условия пластичности Губера – Мизеса

$$s_{ij} s_{ij} \leq 2Y_0^2 / 3,$$

где Y_0 – динамический предел текучести, для определения скалярного множителя $d\lambda'$ используется известная процедура приведения к кругу текучести. Материальная частица, двигаясь вдоль своей траектории, может

вращаться как жесткое целое, что учитывается производной Яумана:

$$\hat{s}_{ij} = \dot{s}_{ij} - \omega_{ik}s_{kj} - \omega_{jk}s_{ki}, \quad \omega_{ij} = 0.5(u_{i,j} - u_{j,i})$$

В приведенных выше уравнениях использованы общепринятые обозначения: каждый из индексов (i, j) пробегает значения 1,2,3; по повторяющимся индексам проводится суммирование; точка над символом – производная по времени; индекс после запятой – производная по соответствующей координате; x_i, u_i – компоненты векторов положения и скорости материальной частицы соответственно; ρ – текущая плотность; G – модуль сдвига.

Для учета процессов разрушения система дополняется соотношениями, связывающими параметры напряженно-деформированного состояния с предельными величинами материалов [6,126]. Обозначим их как **критерии разрушения**. Существует разнообразие механизмов разрушения материала, которые проявляются в различных условиях. Ввиду ограниченной прочности материалов требуется установить предельные параметры, при которых происходит разрушение определенной области деформированного материала, превысивших критические значения. Справочники по механическим свойствам материалов содержат экспериментальные данные о кинематических и силовых характеристиках, связанных с механизмами разрушения.

Кинематические характеристики материала определяются преимущественно предельным удлинением, обычно измеряемым при одноосном растяжении, а также сдвиговой деформацией. Хрупкие материалы подвержены разрушению даже при относительно небольших деформациях, включая деформацию при сжатии в определенном интервале значений.

Из теории деформационных состояний известно, что в любой точке тела существуют три взаимно перпендикулярных направления, по которым тело испытывает только деформации растяжения или сжатия, а угловые

деформации равны нулю. Такие линейные деформации называют главными и обозначают: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$. С учетом того, что $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$.

Главные деформации можно определить из уравнения:

$$\begin{aligned} \varepsilon^3 - I_1 \varepsilon^2 + I_2 \varepsilon - I_3 &= 0 \\ I_1 &= \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \\ I_2 &= -\varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} - \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{zz} \varepsilon_{xx} + \frac{1}{4} \varepsilon_{xy}^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_{yz}^2 + \frac{1}{4} \varepsilon_{zx}^2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_2 \varepsilon_3 - \varepsilon_3 \varepsilon_1 \\ I_3 &= \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zz} + \frac{1}{4} \varepsilon_{xy} \varepsilon_{yz} \varepsilon_{zx} - \frac{1}{4} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yz}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_{yy} \varepsilon_{zx}^2 - \frac{1}{4} \varepsilon_{zz} \varepsilon_{xy}^2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \end{aligned} \quad (1)$$

где ε_{xx} – деформации по оси X, ε_{yy} – деформации по оси Y, ε_{zz} – деформации по оси Z.

Вычисления главных значений деформаций сводится к решению кубических уравнений в геометрической форме [28]. Решение кубического уравнения в геометрической форме имеет место быть при всех значениях тензора деформаций в силу его симметрии и вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{2 \cdot \bar{e}}{\sqrt{3}} \sin\left(\phi + \frac{2 \cdot \pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3}, \\ \varepsilon_2 &= \frac{2 \cdot \bar{e}}{\sqrt{3}} \sin(\phi) + \frac{I_1}{3}, \\ \varepsilon_3 &= \frac{2 \cdot \bar{e}}{\sqrt{3}} \sin\left(\phi + \frac{4 \cdot \pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3}, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{3} \arcsin\left(\frac{\sqrt{3} e_3}{2 \bar{e}^2}\right), \\ \bar{e}^2 &= \frac{1}{3} (I_1^2 - 3I_2), \\ e_3 &= I_1 \cdot I_2 - \frac{2}{9} I_1^3 - 3I_3. \end{aligned}$$

Таким образом любая деформация может быть осуществлена растяжениями в трех главных направлениях, наибольшая из которых будет ε_1 . Главные деформации сдвига связаны с главными деформациями растяжения через соотношения $\varepsilon_{12} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) / 2, \varepsilon_{23} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_3) / 2, \varepsilon_{13} = \varepsilon_\tau = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) / 2$.

Если деформация растяжения материала в процессе его деформирования превысила предельное значение для текущего материала ε_l^* , т. е. если $\varepsilon_l > \varepsilon_l^*$ или $\varepsilon_\tau > \varepsilon_\tau^*$ то материал считается разрушенным, т. е. он перестает сопротивляться растяжению и сдвигу, но оказывает сопротивление сжатию.

Прочностные характеристики материала включают в себя предельные напряжения при растяжении, сжатии и сдвиге. Аналогично для напряжений можно перейти к главным осям, как и в случае с деформациями. Материал считается разрушенным, когда соответствующие главные напряжения превышают установленные предельные значения: $\sigma_1 > \sigma_1^*, (\sigma_1 - \sigma_3) / 2 > \sigma_\tau^*$. Эмпирический опыт свидетельствует о том, что материалы обладают способностью сопротивляться перенапряжению, и для их разрушения требуется определенное время на перестройку внутренней структуры. Особый интерес представляет откольное разрушение в керамике. Для моделирования этого вида разрушения применяется модифицированный критерий Тулера–Бучера [127]. Для определения данного параметра разрушение оценивается накопленное напряжение σ_i за единицу времени. Накопленного напряжения с учетом критерия Тулера–Бучера будет иметь вид:

$$\sigma_i = \int (\sigma_1 - \sigma_1^*) dt > \sigma_i^* \quad (2)$$

Для численной реализации записать в виде схемы:

$$\sigma_i = \sum (\sigma_1 - \sigma_1^*)_i \Delta t_i / \sum \Delta t_i > \sigma_i^* \quad (3)$$

Суммирование на временных слоях Δt_i выполняется при условии $\sigma_1 - \sigma_1^* > 0$.

Для материала задается величина σ_1^* определяющая предельное напряжение и как только наибольшее главное напряжение σ_1 достигает или

превышает предельное напряжение, но не превышает предельное накопленное σ_i^* по рассчитанному критерию (3), материал не считается разрушенным. Как только рассчитанная сумма накопленных напряжений отнесенное ко всему времени накопления Δt_i превышает установленный предельный параметр накопленных напряжений, можно считать материал разрушенным.

Резюмируя все вышеописанное, составим перечень используемых критериев разрушения:

1. Критерий максимальной деформации растяжения $|\varepsilon_1| > \varepsilon_1^*$
2. Критерий максимальной деформации сдвига $(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) / 2 > \varepsilon_\tau^*$
3. Критерий максимального касательного напряжения $(\sigma_1 - \sigma_3) / 2 > \sigma_\tau^*$
4. Модифицированный критерий разрушения Тулера–Бучера (3)

Область растяжения материала плотностью $\rho < \rho_0$ характеризуется параметром его разрыхления [6]. Если элементарный объем материала соответствует хотя бы одному из критериев разрушения, это означает, что материал поврежден, и его прочностные свойства изменены. Такой материал может сохранять способность к объемному сжатию, но не способен сопротивляться сдвигу и растяжению. Когда деформация продолжается, и плотность материала опускается ниже определенной предельной точки из-за разрыхления, превышая критический уровень параметра разрыхления, это указывает на разрушение материала. В таком случае материал может быть заменен дискретной частицей конечного размера, имеющей определенную массу и импульс.

Еще одним из критериев разрушения материала является работа напряжений, направленная на его пластическую деформацию. Поскольку алгоритм расчета деформаций материала основывается на инкрементальной формулировке законов пластичности, данный критерий естественным образом включается в общий алгоритм. Если работа напряжений на пластических деформациях в определенный момент времени превысит критическое значение, то произойдет разрушение материала.

В качестве **уравнения состояния** используется соотношения Ренкина-Гюгонио на ударной адиабате. Расчет контактных поверхностей между взаимодействующими деформируемыми твердыми телами осуществляется по симметричному алгоритму [95]. Упомянутые выше разработки в комплексе «REACTOR 3D», позволяют решать плоские, аксиально симметричные и пространственные задачи механики деформируемого твердого тела в широком диапазоне скоростей встречи [128–130].

В любой момент времени $t > 0$ необходимо найти функции $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, $\rho(\mathbf{x}, t)$, $\sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)$, $e(\mathbf{x}, t)$ и др., удовлетворяющие в областях $D^i(\mathbf{x}, t)$ системе уравнений баланса, уравнений состояния и процесса, критериям разрушения, начальным данным и согласованным граничным условиям на границах $G^i(\mathbf{y}, t)$ области $D^i(\mathbf{x}, t)$.

Поскольку аналитическое решение задачи неосуществимо, обратимся к численным методам. В основе программного комплекса «REACTOR 3D» лежит метод Уилкинса. Он является одним из эффективных численных методов, используемых для решения сложных инженерных задач. Основан на дискретизации пространства и времени, что позволяет численно аппроксимировать уравнения, описывающие физические процессы. Этот метод позволяет решать задачи с нелинейными материальными свойствами и сложными геометрическими конфигурациями. Перейдем к краткому описанию данного метода.

1.2. Краткое описание метода Уилкинса

Проблема деформации упругопластичных материалов была сформулирована Уилкинсом для двумерного случая в лагранжевых координатах (декартовых или цилиндрических) с наличием скользящих границ между смежными областями для двумерных и трехмерных случаев. Работа, опубликованная в 1964 году, является широко известной и содержит почти все ключевые идеи данного метода. Рассмотрим схематическое

описание классического метода Уилкинса с минимальным количеством деталей. Метод Уилкинса применяется для лагранжевой сетки, которая перемещается вместе со средой. Законы сохранения записываются в лагранжевой форме

$$\rho \frac{dv_i}{dt} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}, i = 1, 2, 3 \quad (4)$$

$$\rho \frac{dE}{dt} = \frac{\partial v_i \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (5)$$

где t – время, x_j - декартовы координаты, v_i - компоненты вектора скорости, ρ - плотность, σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, E - внутренняя энергия. На протяжении всей работы будем использовать соглашение о суммировании по повторяющимся нижним индексам. Закон сохранения массы тривиален, когда записан в лагранжевых координатах. Проще говоря: объем любой ячейки сетки остается постоянным с изменением времени.

Изменение координаты узлов сетки

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (6)$$

Компоненты тензора напряжений σ_{ij} записываются как сумма двух частей:

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} p + S_{ij} \quad (7)$$

где S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, p – давление.

Идеально упругий материал характеризуется линейной зависимостью между напряжением и деформацией в форме модели Гука:

$$S_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \delta_{ij} \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (8)$$

$$p = K \left(\frac{V}{V_0} - 1 \right), \frac{V}{V_0} - 1 = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (9)$$

где μ - модуль сдвига, K - объемный модуль, u_i - компоненты вектора перемещения, V - фактический объем, V_0 - начальный объем ($V_0 = V$ при $t = 0$),

δ_{ij} - символ Кронекера. Отношения (8) и (9) дифференцируются по времени и записываются соответственно, как:

$$\frac{dS_{ij}}{dt} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{dx_j} + \frac{dv_j}{dx_i} - \delta_{ij} \frac{2}{3} \frac{dv_k}{dx_k} \right) \quad (10)$$

$$\frac{dp}{dt} = K \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \quad (11)$$

Следует отметить, что в программном комплексе «Reactor3D», в отличие от оригинальной схемы Уилкинса, давление вычисляется напрямую из уравнения состояния, поскольку благодаря лагранжевой постановке возможно отследить изменение объема. В пункте 1.4 описана численная схема, используемая в программном комплексе.

Критерий Мизеса предельной прочности обычно используется для описания предела упругости:

$$J_2(S) \leq \frac{\sigma_s^2}{3} \quad (12)$$

где $J_2(S) = \frac{1}{2} [S_{11}^2 + S_{22}^2 + S_{33}^2 + 2(S_{12}^2 + S_{23}^2 + S_{31}^2)]$, σ_{ij} – пластические деформации.

Основная система уравнений для задач упругопластического деформирования записывается в эволюционной форме, которая более удобна для численного решения.

Аппроксимация метода Уилкинса

Изначально в методе Уилкинса использовалась четырёхугольная регулярная сетка, но позднее несколько исследователей с целью преодоления проблемы, при которой сеточный элемент оставался нереагирующим на изменение своей геометрической формы предложили сменить сетку с прямоугольной на трапециевидную без изменения длины диагоналей.

Фрагмент самой простой регулярной Лагранжевой сетки, предназначенный для предотвращения проблемы в двумерном случае, представлен на рисунке 2а. Вычислительная область разделена на ячейки.

Двумерная ячейка abc (как показано на рисунке 2а) включает в себя три узла: a , b и c и обозначается как элемент. Ориентация диагоналей может быть одинаковой во всех элементах сетки, либо различной в различных ячейках, при этом выбор может быть упорядоченным или случайным. Точка пересечения диагоналей будет называться центром ячейки.

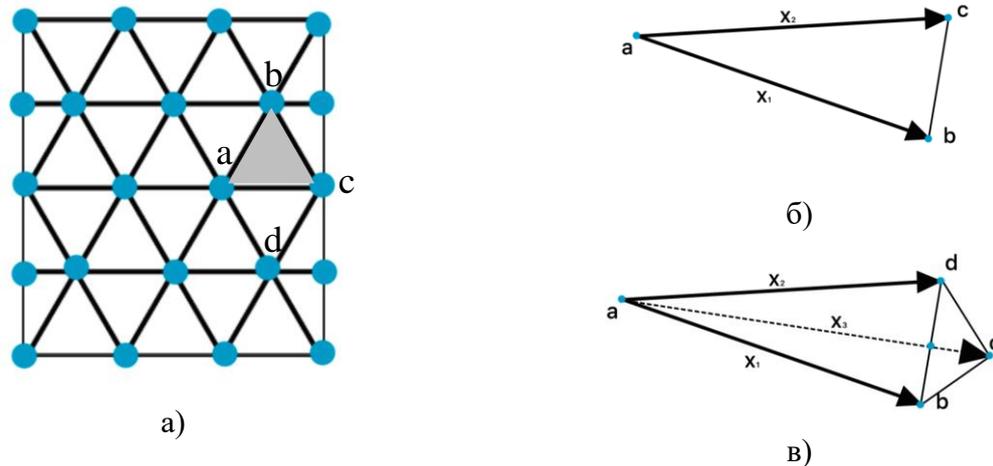


Рисунок 2 – а) фрагмент двумерной сетки; б) элемент двумерной сетки; в) элемент трехмерной сетки

Мы видим, что в основной системе уравнений для задач упругопластического деформирования некоторые переменные, например (S, p) , зависят от градиентов других переменных, например (\vec{v}, \vec{x}) , и наоборот. Таким образом, в классическом методе первый набор переменных аппроксимируется внутри элементов (переменные элемента), а второй набор аппроксимируется в узлах сетки (узловые переменные). Скоростные компоненты v_i вычисляются в узлах сетки (узловые переменные), а компоненты тензора напряжения вычисляются в элементах (переменные элемента). Для интерполяции узловых переменных используется линейный метод. Каждому узлу сетки соответствует контрольный объем (обозначенный серым цветом на рисунке 2а). Термин "объем" также применяется в двумерном и одномерном случае.

Метод Уилкинса применяет явный подход. Начальное распределение узловых и элементных переменных известно на начальном временном шаге. Это позволяет вычислять правую часть уравнений (4), (5), (6), (10) и (11) на предыдущем временном шаге n и определение значений всех переменных на новом временном шаге $n + 1$. К примеру, новые значения S_{ij}^{n+1} определяются из следующего уравнения:

$$\frac{S_{ij}^{n+1} - S_{ij}^n}{\Delta t} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \delta_{ij} \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \right)^n \quad (13)$$

где Δt - временной шаг. Затем компоненты тензора напряжения получаются на новом временном шаге:

$$\sigma_{ij}^{n+1} = \delta_{ij} p^{n+1} + S_{ij}^{n+1} \quad (14)$$

Приближение правой части уравнений (13) осуществляется на основе следующего соотношения:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_S \phi n_i dS \quad (15)$$

где n_i - компоненты вектора внешней нормали к поверхности S , ϕ - узловая переменная. Например, для $\partial v_l / \partial x_l$, то следующее приближение имеет место в тетраэдральном элементе $abcd$ (рисунок 2с):

$$M_1 = \left\{ \begin{aligned} & \left[(y_c - y_b)(z_d - z_c) - (z_c - z_b)(y_d - y_c) \right] (v_b - v_a) + \\ & \left[(y_c - y_b)(z_d - z_c) - (z_c - z_b)(y_d - y_c) \right] (v_c - v_b) + \\ & \left[(y_c - y_b)(z_d - z_c) - (z_b - z_a)(y_d - y_b) \right] (v_d - v_c) \end{aligned} \right\}$$

$$M_2 = \left\{ \begin{aligned} & \left[(y_c - y_b)(z_d - z_c) - (z_c - z_b)(y_d - y_c) \right] (x_b - x_a) + \\ & \left[(z_c - z_b)(x_d - x_c) - (x_c - x_b)(z_d - z_c) \right] (y_b - y_a) + \\ & \left[(x_c - x_b)(y_d - y_c) - (y_c - y_b)(x_d - x_c) \right] (z_b - z_a) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\frac{dv}{\partial x} = M_1 / M_2$$

Для упрощения изложения мы будем использовать следующие обозначения: $v = v_1$, $x = x_1$, $y = x_2$ и $z = x_3$.

Теперь рассмотрим приближенное представление правых частей уравнений (4) и (5). Рассмотрим, например, уравнение (4) при $i = 1$. Это уравнение подвергается интегрированию по объему V , соответствующему узлу (обозначенному серым цветом на рисунке 2а). Для компоненты 1 вектора скорости v_1 мы имеем:

$$M \frac{v_1^{n+1} - v_1^n}{\Delta t} = \oint_S (\sigma_{11}^{n+1} n_1 + \sigma_{12}^{n+1} n_2 + \sigma_{13}^{n+1} n_3) \quad (17)$$

где $M = \sum \rho_i V_i$ представляет собой массу, соответствующую заданному узлу; суммирование производится по всем узлам в серой области на рисунке 2. После этого мы можем найти новые координаты узлов из уравнения:

$$\frac{x_i^{n+1} - x_i^n}{\Delta x} = v_i^{n+1} \quad (18)$$

Таким образом, получается полное явное дискретизированное представление задачи.

Метод Уилкинса отлично зарекомендовал себя для реализации задач о нагружении гомогенных деформируемых материалов. Но хочется отметить, что он также является эффективным инструментом для моделирования и анализа поведения гетерогенных материалов под различными видами нагрузок. Теперь от метода перейдем к обсуждению моделей, используемых для описания поведения гетерогенных материалов в рамках нашего исследования.

1.3. Модели гетерогенного материала и их сравнение при ударно-волновых процессах в упругопластическом приближении

Для построения гетерогенного материала в программном комплексе «REACTOR 3D» реализованы несколько способов задания гетерогенного

материала. Каждая из моделей обладает своими ограничениями и областью применения.

Первый подход основан на правилах аддитивности, в рамках данного приближения объем ударно сжатой смеси представляет собой сумму объемов отдельных компонентов, полученных при том же давлении в результате их индивидуального ударного сжатия в виде гомогенных образцов. В таком случае при аддитивном подходе гетерогенный материал представляет собой механическую смесь сплошного материала с *эффективными осреднёнными* физико-механическими свойствами, определенными концентрациями компонент [98,109,131]. Свойства материала будут зависеть от распределения массовой концентрации – α .

Основное условие: сумма массовых концентраций компонент гетерогенного материала равна единице:

$$\alpha_i = \frac{m_i}{\sum_{j=1}^k m_j} \cup \sum \alpha_i = 1 \quad (19)$$

Плотность смеси до взаимодействия в заданном объеме рассчитывается следующим образом:

$$\rho_{0mix} = \left(\sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{\rho_{0i}} \right)^{-1} = \sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i \quad (20)$$

Для осреднения параметров также можно воспользоваться объемной концентрацией, имеющей то же основное условие:

$$\beta_i = \frac{V_i}{\sum_{j=1}^k V_j} \cup \sum \beta_i = 1 \quad (21)$$

Данные параметры связаны между собой, потому нет сложности в вычислении одной концентрации через другую.

$$\alpha_i = \frac{\rho_i \beta_i}{\sum \rho_j \beta_j}$$

$$\beta_i = \frac{\alpha_i}{\rho_i \sum \frac{\alpha_j}{\rho_j}}$$
(22)

Используя известное линейное соотношение для скорости ударной волны от массовой скорости из (23) и соотношение Ренкина-Гюгоннио запишем уравнение состояния аддитивной смеси в виде (24).

$$D = c_0 + S_1 u_p \quad (23)$$

$$P = \frac{\rho_{0mix} c_{0mix}^2 \left(1 - \frac{\rho_{0mix}}{\rho_{mix}}\right)}{\left[1 - S_{1mix} \left(1 - \frac{\rho_{0mix}}{\rho_{mix}}\right)\right]^2} + P_T \quad (24)$$

где P – полное давление, D_{mix} – скорость распространения ударной волны в аддитивной смеси, c_{0mix} – локальная объемная скорость звука в смеси, S_{1mix} – осредненный тангенс угла наклона обобщенной прямой, u_p – скорость движения массы, P_T – тепловая составляющая давления.

Объемная скорость звука в материале:

$$c_{0mix} = \left[\rho_{0mix} \left(\sum_{i=1}^k \frac{c_{0i}}{\rho_{0i}^2 \alpha_i^2} \right)^{1/2} \right]^{-1} = \left[\sum_{i=1}^k \frac{\beta_i}{c_{0i}} \right]^{-1} \quad (25)$$

Осредненный тангенс угла наклона обобщенной прямой координатах:

$$S_{1mix} = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k \alpha_i V_{0i} [1 - 1/S_{1i}]}{\sum_{i=1}^k \alpha_i V_i} \right)^{-1} = \left(\sum_{i=1}^k \frac{\beta_i}{S_{1i}} \right)^{-1} \quad (26)$$

где V_i – объем компонента смеси.

Модуль сдвига

$$G_{mix} = \sum_{i=1}^k \alpha_i G_i = \frac{\sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i G_i}{\sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i} = \frac{\sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i G_i}{\rho_{0mix}} \quad (27)$$

Коэффициент Грюнейзена

$$\gamma_{mix} = \left[\left(\sum_{i=1}^k \frac{\alpha_i}{\rho_i \gamma_i} \right) \rho_{0mix} \right]^{-1} = \frac{1}{\rho_{0mix}} \frac{\sum_{i=1}^k \beta_i}{\sum_{i=1}^k \frac{\beta_i}{\rho_{0mix} \gamma_i}} \quad (28)$$

Предел текучести

$$Y_{mix} = \sum_{i=1}^k \alpha_i Y_i = \frac{\sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i Y_i}{\rho_{0mix}} \quad (29)$$

В данной диссертации аддитивная модель смеси, будет рассматриваться как эталонная. Это обусловлено тем, что результаты, полученные при использовании данной модели, имеют сходимость с большим объемом экспериментальных данных. Данная модель подходит для моделирования гетерогенного материала с учетом разрушения только в тех случаях, когда известны параметры разрушения, например, из эксперимента, поскольку на данный момент нет соотношений позволяющих определить параметры разрушения гетерогенного материала на основе законов осреднения.

Второй подход моделирования гетерогенного материала основан на методе прямого численного моделирования. В прямом численном моделировании гетерогенный материал представляет собой композицию с заданными концентрациями компонент смеси, распределенных по объему счетной области [113,132]. Минимальный размер гетерогенного «включения» – одна ячейка конечно-разностной расчетной сетки. В каждой расчетной ячейке заданы физико-механические свойства компонент гетерогенного материала. При переходе из одной ячейки к другой свойства материала могут изменяться скачком. На границах ячеек выполняются

условия совместности перемещения узлов компонент гетерогенного материала.

Рассмотрим граничные условия более подробно. Например, для репрезентативной ячейки, деформируемой во фронте плоской ударной волны, граничные условия могут быть заданы в соответствии с рисунком 3:

$$\begin{aligned} \sigma_n(x_k, t) &= F(x_k, t), x_k \in \Gamma_1; \\ u_1(x_k, t) &= 0, x_k \in \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4; \\ \sigma_{ij}n_j^+ &= \sigma_{ij}n_j^-; u_i^+ = u_i^-, x_k \in \Gamma_5 \end{aligned} \quad (30)$$

где n_j^+ , n_j^- – компоненты вектора нормали к внешней и внутренней поверхностям границы межфазного раздела.

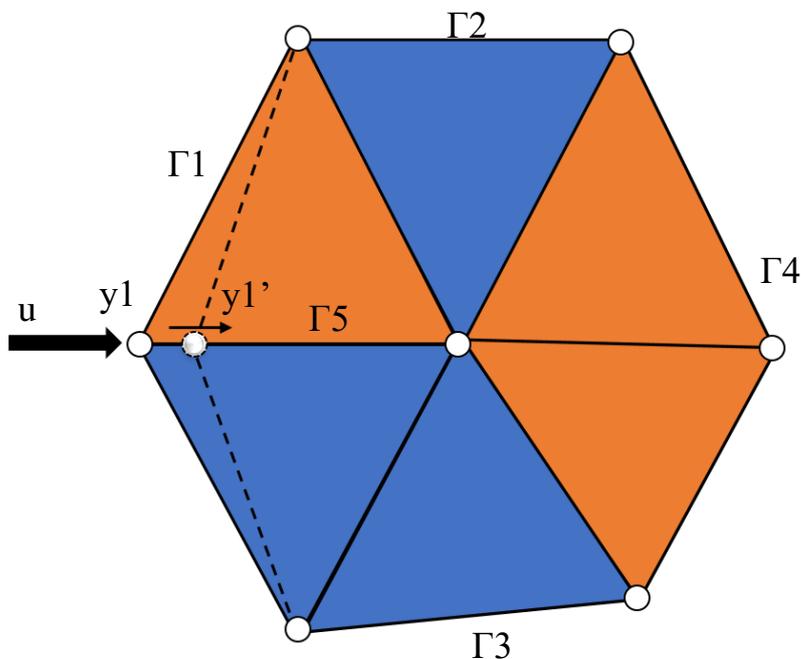


Рисунок 3 – Граничные условия для репрезентативной ячейки гетерогенного материала

На рисунке 3 представлен фрагмент разностной сетки, где цветом обозначены разные материалы. При динамическом воздействии на узел сетки на точку y_1 произойдет его смещение в точку y_1' , а, следовательно, изменятся объемы элементов сетки, которые связаны с этим узлом. Соответственно возникнет давление и напряжение, определяемое параметрами материалов в этих ячейках. Внутри ячеек вычисления проводятся в соответствии с явной

разностной схемой. Основные уравнения механики сплошной среды для трехмерного случая, были изложены в разделе 1.1. Уравнения в частных производных преобразуются в разностную схему на треугольной (2D) или тетраэдрической (3D) сетках вдоль траектории каждой материальной частицы. Разностная сетка в произвольных многосвязных областях строится динамическим способом [133,134]. Переход от дифференциальных уравнений к дискретным отлично описан в работах [6,64]. Начнем с описания построения сетки гетерогенного материала.

Приведем возможные способы конструирования гетерогенного материала для прямого численного моделирования. Так как минимальный размер “включения” материала равен размеру разностной сетки, то конструирование напрямую связано с конечно-разностной сеткой. Для уменьшения размера включения необходимо уменьшать размер ячеек разностной сетки. Для создания гетерогенного материала в программном комплексе реализованы два основных способа задания включений в основной материал. Первый способ основан на окружение узла заданным числом ячеек, как показано на рисунке 4а, второй – присоединение ячеек через ребра как показано на рисунке 4б. Используя описанные алгоритмы возможно построение различных форм включений в произвольную матрицу, как показано на рисунке 5.

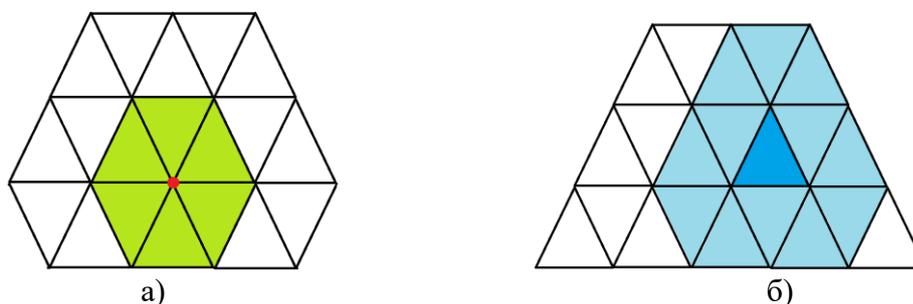


Рисунок 4 – Фрагменты расчетной сетки, иллюстрирующие различные способы генерации включений в матрицу гетерогенного материала.
а) вокруг узла, б) через ребро ячейки

На основе вероятностного распределения, согласно заданной концентрации, в программном комплексе «REACTOR 3D» реализованы следующие типы включений: **knot** – объемные включения, объединённые по соседству всех узлов элемента (рисунок 5а); **elem** – объемные включения, объединённые по соседству граней элемента (рисунок 5б); **single** – одиночные включения материала (рисунок 5в); **snake** – объемные включения, объединённые по соседству только одной грани элемента (рисунок 5д); **raw** – инородные кластерные включения, объединённые по узловому соседству элементов (рисунок 5е); **tie** – кластерные включения, объединённые по соседству одного из узлов элемента (рисунок 5г).

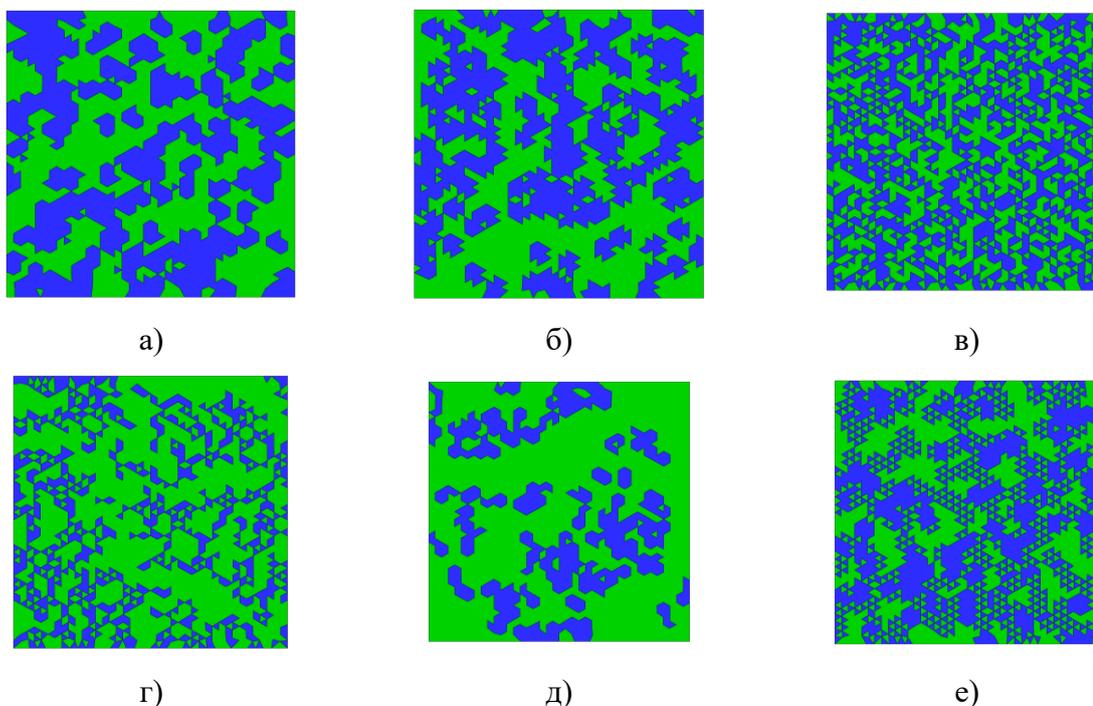


Рисунок 5 – Визуализация создания гетерогенных включений из двух материалов:

а) knot, б) elem, в) single, г) tie, д) snake, е) raw

В программном комплексе «REACTOR 3D» можно задавать не только тип включений в гетерогенную матрицу, но и размер этих включений. Так на рисунке 6 приведены геометрические конфигурации гетерогенного материала с одинаковой объемной концентрацией, но разными размерами включений.

Подобный механизм произвольной формы включений реализован и в пространственном случае. Прямое численное моделирование позволяет проводить расчеты гетерогенного материала, имея только физико-механические свойства гомогенных компонент гетерогенного материала, не вычисляя эффективных физико-механических свойств, как это необходимо делать в аддитивной модели смеси. Так же достаточно определить параметры разрушения только отдельных компонент гетерогенной среды, а не гетерогенного материала, что позволяет конструировать перспективные функциональные гетерогенные материалы и проводить расчеты с актуальными материалами, не имеющими обширную базу экспериментальных исследований. В первую очередь необходимо показать, что результаты, полученные по модели прямого численного моделирования гетерогенного материала, совпадают с результатами, полученными по аддитивной модели механических смесей с эффективными параметрами осреднения в задачах без учета разрушения, а также провести сравнения результатов, полученных при помощи обеих моделей с экспериментальными данными. Но перед этим рассмотрим математическую реализацию прямого численного моделирования.

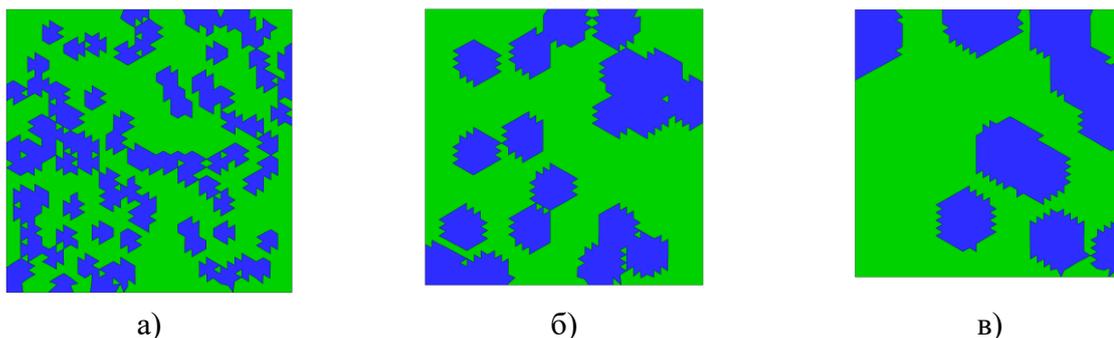


Рисунок 6 – Гетерогенный материал с разным размером включений:
а) 10 ячеек; б) 100 ячеек; в) 700 ячеек

1.4. Реализация прямого численного моделирования на примере двумерной задачи

Рассмотрим реализацию прямого численного моделирования на примере абстрактного гетерогенного тела. Для численного решения системы уравнений необходимо перевести сплошную среду в дискретную форму. Этот процесс включает в себя разделение расчетной области на ячейки сетки, в нашем случае ячейка является треугольником, которые не пересекаются и плотно покрывают всю расчетную область без каких-либо промежутков или перекрытий. Узлы сетки — это вершины треугольных ячеек. С этой целью проведем триангуляцию расчетной области $D^i(\mathbf{x}, t)$. Основное свойство треугольников Делоне заключается в том, что ребра смежных треугольников имеют минимальную длину.

Разнесем параметры уравнений по узлам и ячейкам разностной сетки следующим образом: компоненты векторов скорости $\{u, v\}$ и координат $\{x, y\}$ отнесем к узлам сетки, а плотность $\{\rho\}$, внутренняя энергия $\{E\}$, компоненты тензоров $\{\sigma_{ij}\}$ напряжений и скоростей деформаций $\{\dot{\epsilon}_{ij}\}$, а также другие термодинамические параметры отнесены к геометрическим центрам ячеек, при этом параметры считаются постоянными внутри ячейки.

Процесс расчета начинается с известных начальных условий в момент времени t^n . Затем на основе уравнений, описывающих динамику системы, производится вычисление состояния системы в момент времени t^{n+1} . Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет получена полная картина движения системы в пределах заданного временного интервала. Таким образом, расчетная процедура обеспечивает нам информацию о состоянии системы на протяжении всего заданного времени, позволяя нам анализировать и понимать ее эволюцию и динамику.

Рассмотрим методику вычисления скоростей движения узлов в рамках численного моделирования. Каждый узел расположен в окружении

определенного набора ячеек, что обуславливает необходимость использования специального контура интегрирования для определения скорости в каждом узле. Данный контур проходит через геометрический центр каждой ячейки, находящейся в близости от рассматриваемого узла, а также через середины сторон, соприкасающихся с данным узлом. Следует отметить, что ориентация контура интегрирования выбирается таким образом, чтобы она была противоположна направлению движения часовой стрелки. Этот подход обеспечивает более точное вычисление скоростей узлов, учитывая сложные геометрические структуры и течения в рассматриваемой системе.

Траектория каждого узла находится из соотношений

$$\begin{aligned}x_i^{n+1} &= x_i^n + \Delta t^{n+1/2} \cdot u_i^{n+1/2} \\y_i^{n+1} &= y_i^n + \Delta t^{n+1/2} \cdot v_i^{n+1/2},\end{aligned}$$

где $\Delta t^{n+1/2} = \frac{1}{2}(\Delta t^{n+1} + \Delta t^n)$ – шаг по времени на $n + 1/2$ временном слое.

Интернируя уравнение движения по площади, охваченной контуром A_c , получим:

$$\begin{aligned}\iint_{A_c} \rho \frac{\partial u}{\partial t} dx dy &= \iint_{A_c} \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right] dx dy + \iint_{A_c} \frac{\sigma_{xy}}{y} dx dy \\ \iint_{A_c} \rho \frac{\partial v}{\partial t} dx dy &= \iint_{A_c} \left[\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} \right] dx dy + \iint_{A_c} \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{\theta\theta}}{y} dx dy\end{aligned}\tag{31}$$

Левая часть соотношений (31) может быть записана:

$$\sum_{k=1}^N \iint_{A_{ck}} \rho_k \frac{\partial u_i}{\partial t} dx dy\tag{32}$$

где N – число соседей, как показано на рисунке 7.

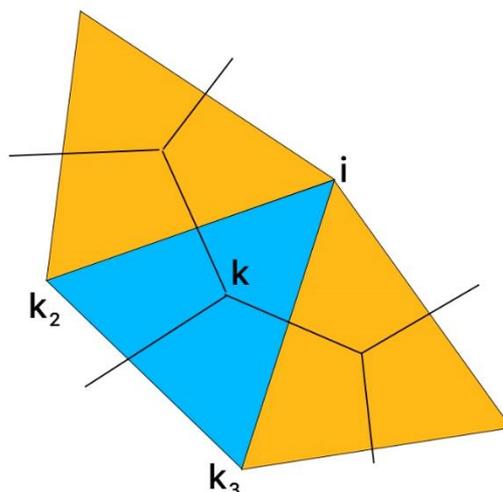


Рисунок 7 – Фрагмент разностной сетки с выделенным элементарным объемом

Необходимо уточнить, что внутри каждой ячейки величины постоянны, тогда (32) преобразуется к виду

$$\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial t} \right\rangle \sum_{k=1}^N \rho_k A_{ck} \quad (33)$$

где A_{ck} – часть площади, охваченной контуром ячеек, $\left\langle \frac{\partial u_i}{\partial t} \right\rangle$ – среднее значение ускорения узла i .

После применения формулы Грина к правым частям уравнений движения, получим

$$\iint_{A_c} \left[\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} \right] dx dy = \oint_c (\sigma_{xx} dy - \sigma_{xy} dx)$$

и переходя к контуру интегрирования по ячейкам (нумерация узлов треугольной ячейки согласно рисунку 7, получим

$$\sum_{k=1}^N \oint_{C_k} (\sigma_{xx}^k dy - \sigma_{xy}^k dx) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \sigma_{xx}^k (y_{k3} - y_{k2})^k - \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} \sigma_{xy}^k (y_{k3} - y_{k2})^k$$

Таким образом, аппроксимация пространственных производных сведена к вычислению контурных интегралов. Вычисление которых не зависит от параметров материалов в ячейках.

Второй член в правой части (31) преобразуем следующим образом

$$\iint_{A_c} \frac{\sigma_{xy}}{y} dx dy = \sum_{k=1}^N \frac{\sigma_{xy}^k}{\langle y \rangle^k} A_{ck},$$

где $\langle y \rangle^k$ – среднее значение y по площади, охваченной контуром ячейки k .

Аналогично для второго члена во втором уравнении (31)

$$\sum_{k=1}^N \frac{\sigma_{yy}^k - \sigma_{\theta\theta}^k}{\langle y \rangle^k} A_{ck}.$$

Для построения алгоритма вычисления скоростей на новом временном слое также используется схема “крест”, т.е.

$$\begin{aligned} u_i^{n+1/2} &= u_i^{n-1/2} + \Delta t^n a_{xi}^n \\ v_i^{n+1/2} &= v_i^{n-1/2} + \Delta t^n a_{yi}^n \end{aligned}$$

где a_{xi}^n – ускорение, которое вычисляется как

$$\begin{aligned} a_{xi}^n &= \frac{F_{xi}^n}{m_i} = \frac{1}{m_i} \left\{ \sum_{k=1}^N \left[\sigma_{xx}^k \left(\frac{y_{k3} - y_{k2}}{2} \right)^k \right]^n - \sum_{k=1}^N \left[\sigma_{xy}^k \left(\frac{y_{k3} - y_{k2}}{2} \right)^k \right]^n + \sum_{k=1}^N \left[\frac{\sigma_{xy}^k}{\langle y \rangle^k} A_{ck} \right]^n \right\} \\ a_{yi}^n &= \frac{F_{yi}^n}{m_i} = \frac{1}{m_i} \left\{ \sum_{k=1}^N \left[\sigma_{xy}^k \left(\frac{y_{k3} - y_{k2}}{2} \right)^k \right]^n - \sum_{k=1}^N \left[\sigma_{yy}^k \left(\frac{y_{k3} - y_{k2}}{2} \right)^k \right]^n + \sum_{k=1}^N \left[\frac{\sigma_{yy}^k - \sigma_{\theta\theta}^k}{\langle y \rangle^k} A_{ck} \right]^n \right\} \end{aligned}$$

Поскольку в данном случае используется лагранжев метод, уравнение неразрывности имеют вид [6,64]. Масса каждой ячейки фиксируется в начальный момент времени и далее используется для определения текущей плотности с помощью соответствующего соотношения

$$m_j = \rho_j^0 V_j^0 = \rho_j^n V_j^n = const,$$

где V_j^n, ρ_j^n – текущие объем и плотность ячейки.

Объем треугольного элемента вычисляется $V_j = A_j \langle y_j \rangle = \frac{1}{3} A_j \sum_{k=1}^3 y_k \Big|_j$, а

$$\text{площадь } A_j = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 (x_{k+1} - x_k)(y_{k+1} - y_k) \Big|_j.$$

Девиатор тензора напряжений находится из следующих разностных соотношений

$$s_{ij}^* = s_{ij}^n + 2G\Delta e_{ij}^{n+1/2} + \Delta\phi_{ik}^{n+1/2}s_{kj}^n + s_{ik}^n\Delta\phi_{kj}^{n+1/2}$$

$$\Delta e_{ij}^{n+1/2} = \dot{e}_{ij}^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2}, \quad \dot{e}_{ij}^{n+1/2} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{n+1/2} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\varepsilon_{ij}^{n+1/2}, \quad \Delta\phi_{ij}^{n+1/2} = \phi_{ij}^{n+1/2}\Delta t^{n+1/2},$$

где $\phi_{ij}^{n+1/2}$ – приращение угла поворота вокруг оси k_1 , (см. рисунок 8).

$$\begin{cases} s_{ij}^{n+1} = s_{ij}^* & , \text{если } s_{ij}^*s_{ij}^* \leq \frac{2}{3}Y_0^2 \\ s_{ij}^{n+1} = \frac{s_{ij}^*Y_0\sqrt{2/3}}{\sqrt{s_{ij}^*s_{ij}^*}} & , \text{если } s_{ij}^*s_{ij}^* > \frac{2}{3}Y_0^2 \end{cases}$$

Таким образом, приведена интерпретация разностной схемы, которая позволяет описывать движение как внутренних, так и граничных узлов на треугольных сетках, как для гомогенных, так и гетерогенных тел.

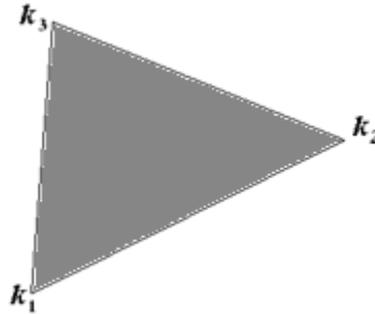


Рисунок 8 - Нумерация узлов треугольного элемента

Для расчета динамических процессов в гетерогенных тел требуется точное определение контактных поверхностей. Существует множество алгоритмов, разработанных для этой цели. Однако многие из них допускают погрешность в уравнении сохранения. В соответствии с [95], мы рассмотрим постановку задачи контакта.

Разностные уравнения баланса импульса имеют вид

$$\begin{cases} \dot{u}_i = \frac{\sum_k [\sigma_{xx}(y_{j+1} - y_j) - \sigma_{xy}(x_{j+1} - x_j)]}{2\phi_i} \\ \dot{v}_i = \frac{\sum_k [\sigma_{xy}(y_{j+1} - y_j) - \sigma_{yy}(x_{j+1} - x_j)]}{2\phi_i} \end{cases} \quad (34)$$

где \dot{u} , \dot{v} – компоненты вектора ускорения, σ_{ij} – компоненты тензора напряжения, $\phi_i = \sum_k m_k / L_k$, m_k – масса, отнесенная к узлу, L_k – число ячеек, соседних с узлом.

В общем случае, когда узлы на границе тел не совпадают и граничные условия отличаются от идеальных условий контакта, решение состоит в разделении сил, описываемых правой частью уравнений (34), на внутренние и внешние силы реакции. Таким образом, контактная задача заключается в определении сил реакции на основе напряжений в граничных ячейках разностной сетки. Необходимо по напряжениям в граничных ячейках разностной сетки найти силы реакции, которые удовлетворяют условиям $R^\alpha + R^\beta = 0$, при выполнении кинематических условий на поверхности контакта.

$$u_n^\alpha = u_n^\beta \quad (35)$$

здесь α и β – номера взаимодействующих тел.

Используя явную разностную схему, задачу о контакте на одном временном шаге можно свести к аналогичной задаче о взаимодействии цепей точечных масс, соединенных негибкими отрезками. Для этого обозначим правые части уравнений (34) как F_x и F_y . Таким образом, для каждого внутреннего узла i получается следующее:

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{F_i^n}{2\phi_i} \tau$$

Для граничных узлов i получим соотношение

$$\dot{u}_i = \frac{F_i + R_i}{2\phi_i}, \text{ или } u_i^{n+1} = u_i^* + \frac{R_i^n}{2\phi_i} \tau$$

где u_i^* – вектор скорости i -го граничного узла, вычисленный в отсутствии сил реакции.

Для вычисления вектора силы реакции R_i в контексте дискретной цепочки, мы вводим следующие предположения:

- Сила реакции R_i рассматривается как сосредоточенная сила.

- Внутренняя сила F_i , действующая на граничные узлы разностной сетки, также считается сосредоточенной силой.
- Вектор скорости имеет линейное распределение между узлами.
- Действие сил реакции является локальным, что означает, что на один временной шаг возмущение распространяется только в пределах одного звена.

Тогда кинематическое условие (35) будет иметь вид показанный на рисунке 9

$$u_{nc}^{n+1} = (1 - \alpha)u_{na}^{n+1} + \alpha u_{nb}^{n+1} \quad (36)$$

где $u_{ni}^{n+1} = (u_i^{n+1}, n)$, $\alpha = (r_{ac}, r_{ab}) / (r_{ab}, r_{ab})$, r – радиус-вектор узла, $(*, *)$ – скалярное произведение векторов.

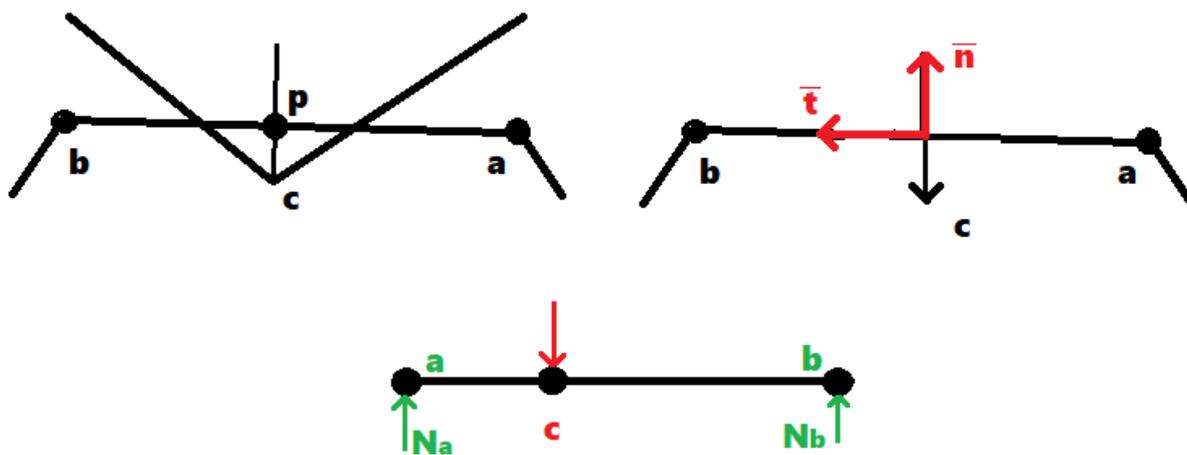


Рисунок 9 - Фрагмент граничных узлов, принимающих участие в динамическом процессе

Из уравнений, учитывающих сохранение импульса и момента импульса для элементарных участков взаимодействия внутри системы, можно вывести соотношение, описывающее зависимость между нормальными компонентами силы реакции, возникающей в граничных узлах данной системы. Это соотношение формируется на основе законов сохранения физических величин и уравнений движения, что позволяет установить связь между действующими

силами и моментами в системе и реакцией на границах системы:

$$N_a = -(1-\alpha)N_c, N_b = -\alpha N_c \quad (37)$$

Для определения положения контактной поверхности необходимо знать траекторию каждого узла, т.е.

$$x_i^{n+1} = x_i^n + u_i^{n+1}\tau \quad (38)$$

В соответствии с вышесказанным, возможно сформулировать следующую модельную задачу для решения динамической контактной задачи на одном временном шаге интегрирования. Предположим, что на момент времени t имеются заданные координаты узлов x , их скорости u , и значения внутренних сил F в узлах взаимодействующих границ. Требуется найти положение контактной поверхности, величины векторов скорости в граничных узлах, которые удовлетворяют уравнениям баланса импульса, кинематическим и динамическим граничным условиям в любой момент времени $t^{n+1} = t^n + \tau$, где τ – шаг интегрирования по времени.

С учетом имеющихся данных о силах, скоростях и координатах в момент времени t , мы вычислим их предварительные значения, предполагая отсутствие реакционных сил. Затем определим взаимодействующие узлы и связи, используя уравнения (36) и (37), для расчета реакционных сил, и внесем коррекции в скорости:

$$u_{in}^{n+1} = u_{in}^* + \frac{R_i}{\phi_i}\tau \quad (39)$$

где u_{in}^* – предварительное значение нормальной составляющей скорости.

Из соотношений (36) и (39) получим уравнение на нормальные составляющие сил реакции

$$u_{nc}^{n+1} - (1-\alpha)u_{na}^{n+1} - \alpha u_{nb}^{n+1} = \left[\alpha \frac{N_c}{\phi_c} + (1-\alpha) \frac{N_b}{\phi_b} - \frac{N_a}{\phi_a} \right] \tau$$

Подставив сюда выражение (37), найдем значение результирующей силы, показанной на рисунке 9.

$$N_c^* = \frac{(1-\alpha)u_{na}^* + \alpha u_{nb}^* - u_{nc}^*}{\left(\frac{1}{2\phi_c} + \frac{(1-\alpha)^2}{2\phi_a} + \frac{\alpha^2}{2\phi_b} \right) \tau} \quad (40)$$

Если на контактной поверхности задано трение, например, по Кулону

$$T_i = \kappa |N_i| q_i, \quad (41)$$

где κ – коэффициент трения, q_i – единичный вектор, направленный против относительной скорости контактных границ.

В этом случае коррекция касательной компоненты скорости проводится с учетом силы трения

$$u_{it}^{n+1} = u_{it}^* + \frac{T_i}{\phi_i} \tau \quad (42)$$

Для вычисления сил трения, действующих в каждом узле, необходимо определить критическую величину сдерживающей силы. Сдерживающую силу найдем следующим образом. По аналогии с расчетом нормальной силы реакции найдем значение касательной компоненты скорости в элементарном акте взаимодействия:

$$u_{tc}^{n+1} = (1-\alpha)u_{ta}^{n+1} + \alpha u_{tb}^{n+1} \quad (43)$$

где

$$u_{ti}^{n+1} = (u_i^{n+1}, t). \quad (44)$$

Подставив (43) в (44), по аналогии с (40), получим выражение для касательной силы

$$T_c^* = \frac{(1-\alpha)u_{ta}^* + \alpha u_{tb}^* - u_{tc}^*}{\left(\frac{1}{2\phi_c} + \frac{(1-\alpha)^2}{2\phi_a} + \frac{\alpha^2}{2\phi_b} \right) \tau}.$$

Если величина сдерживающей силы удовлетворяет условию

$$|T_i^*| < |T_i|,$$

где T_i из (41), то в выражении (42) необходимо использовать выражение $T_i = T_i^*$

Приведенная выше структура реализации прямого численного моделирования позволяет детально понять тонкости применения данной модели.

1.5. Определение физико-механических свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны

Перейдем к анализу волновой картины в гетерогенном материале для определения области, в которой можно воспользоваться методами прямого численного моделирования гетерогенного материала. Для оценки достоверности результатов прямого численного моделирования проведем сравнение волновой картины с результатами моделирования на основе аддитивной модели смесей, поскольку она наиболее изучена и определим её эталонную. Так же, по возможности, проведем сравнение обеих моделей с экспериментальными данными.

Для исследования волновой картины рассмотрим нагружение некоторого гетерогенного материала плоской ударной волной. В начальный момент времени алюминиевая пластина налетает на гетерогенную преграду конечной толщины, возбуждая распространение ударной волны, геометрическая модель показана на рисунке 10. В контексте этой главы при динамическом нагружении разрушение гетерогенного материала не допускается.

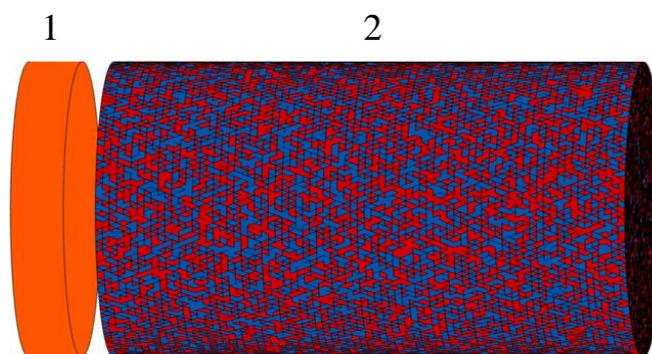


Рисунок 10 – Геометрическая модель: 1 – налетающая пластина из алюминия; 2 – гетерогенная преграда

Таблица 1 – Параметры однородных материалов

Материал	ρ , г/см ³	c_0 , км/с	S_1	G , ГПа	K , ГПа	Y , ГПа	σ_s , ГПа
Ti[135]	4.50	4.842	1.135	44.12	109.66	2.86	1.19
Ni[136]	8.86	4.501	1.627	50.20	140.00	0.347	4.89

где ρ – плотность, c_0 – скорость звука, S_1 – угол наклона кривой (23), G – модуль сдвига, K – объёмный модуль упругости, Y – предел текучести, σ_s – предельное откольное напряжение.

На примере смеси никеля и титана (Ni + Ti) рассмотрим результаты моделирования полученные при помощи прямого численного моделирования и аддитивной модели смеси. Параметры однородных материалов приведены в таблице 1.

На рисунках 11 и 12 представлены ударные адиабаты и экспериментальные данные для однородных металлов никеля и титана. Отклонения в расчете уравнений состояний не превышает 5%.

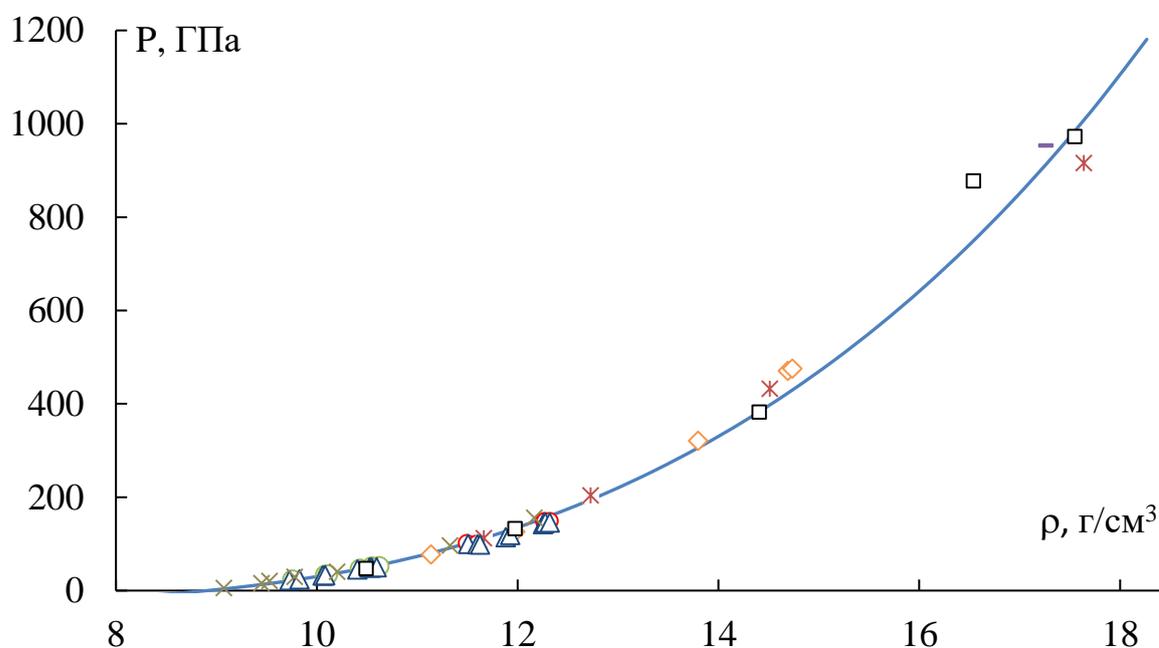


Рисунок 11 – Ударная адиабата Ni; эксперимент: ○ – [137]; ○ – [138]; – – [139]; * – [140];
◇ – [141]; □ – [142]; △ – [20]; × – [143]

Из серии расчетов по нагружению смеси никеля и титана были получены значения скорости ударной волны в гетерогенной среде, при разной объемной концентрации никеля. В явной разностной схеме, рассмотренной в разделе 1.4, для предотвращения градиентной катастрофы на фронте волны используется искусственная вязкость. По изменению координат пика искусственной вязкости можно определить скорость перемещения ударной волны и упругой волны за единицу времени, что позволяет рассчитать значения параметров материала c_0 и S_1 . Подробное описание методики вычисления параметров ударной волны и продольной скорости звука приведено в [113]. Ударная волна будет двигаться со скоростью D (23) (из данного соотношения мы можем получить $c_b \sim c_0$), а упругая волна со скоростью c_l . Для простоты обозначим скорости: c_b – объёмная скорость звука, c_l – продольная скорость звука, c_s – поперечная скорость звука.

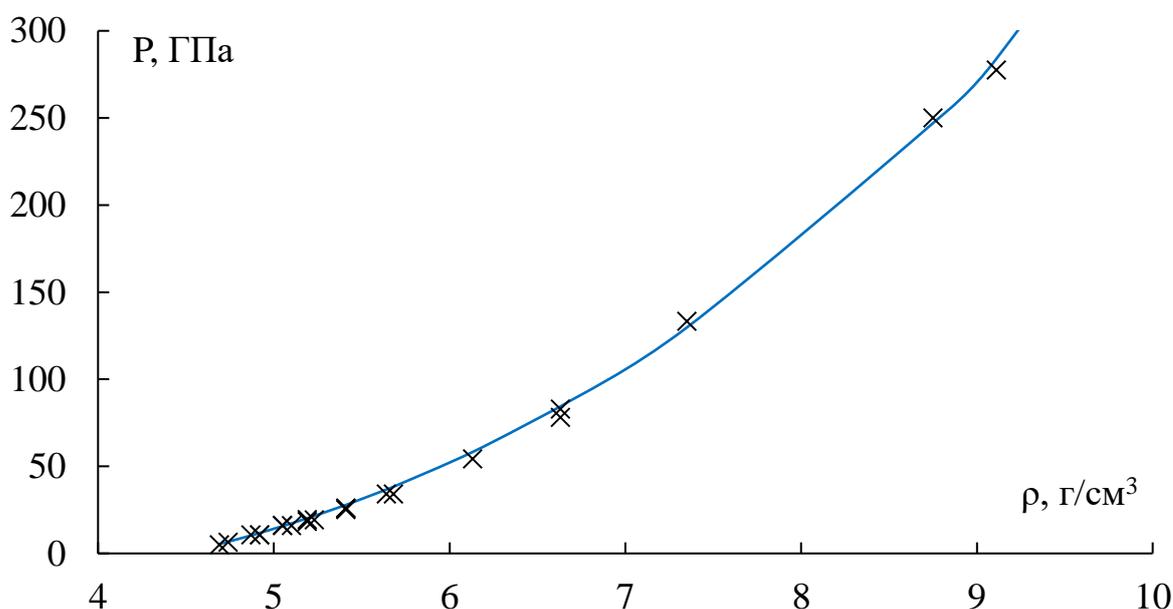


Рисунок 12 – Ударная адиабата Ti; эксперимент ×– [143]

На рисунке 13 показано изменение продольной и объемной скоростей звука от величины массовой концентрации никеля в титане. В дальнейшем на всех графиках следует принимать α как массовую концентрацию. Из

рисунка 13 видно, что прямое численное моделирование соответствует аддитивной модели смеси, которую мы считаем эталонной, так и экспериментальным данным, в пределах погрешности 5%.

Пример зависимости скорости ударной волны D от массовой скорости при объемной концентрации 50% никеля в титане представлена на рисунке 14, видно что результаты прямого численного моделирования соответствуют аддитивной модели смеси, которую мы считаем эталонной, и экспериментальным данным, в пределах погрешности 2%. На основе данного соотношения (23) определены значения коэффициентов уравнения состояния на основе соотношений Ренкина-Гюгонио с использованием метода наименьших квадратов.

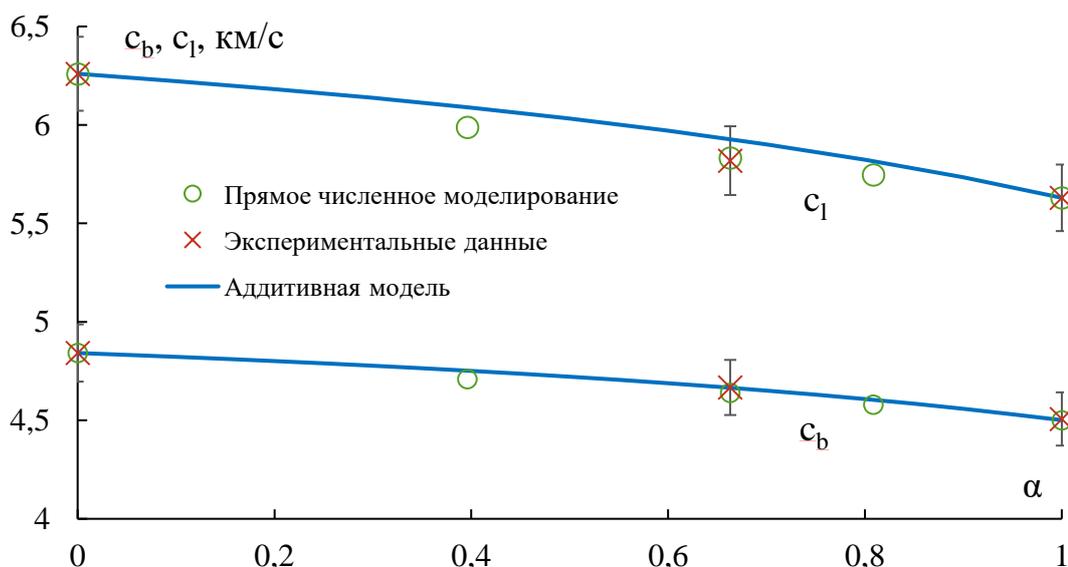


Рисунок 13 – Зависимость продольной и объемной скоростей звука в гетерогенной среде Ni+Ti от массовой концентрации

Исходя из теории упругости, известно, что упругие модули деформируемого твердого тела связаны со скоростями звука, что позволяет определить значения упругих модулей гетерогенного материала. Например, определить величину коэффициента всестороннего сжатия можно следующим образом:

$$K = c_b^2 \rho. \quad (45)$$

А модуль сдвига из данного соотношения:

$$G = \frac{3\rho(c_i^2 - c_b^2)}{4}. \quad (46)$$

На рисунке 15 показано изменение модуля всестороннего сжатия от величины массовой концентрации никеля в титане. Видно, что коэффициент всестороннего сжатия увеличивается при изменении массовой концентрации никеля. Коэффициент всестороннего сжатия, определенный исходя из результатов прямого численного моделирования нагружения гетерогенного материала, соответствует аддитивной модели смеси, которую мы считаем эталонной, и экспериментальным данным, в пределах погрешности 5%.

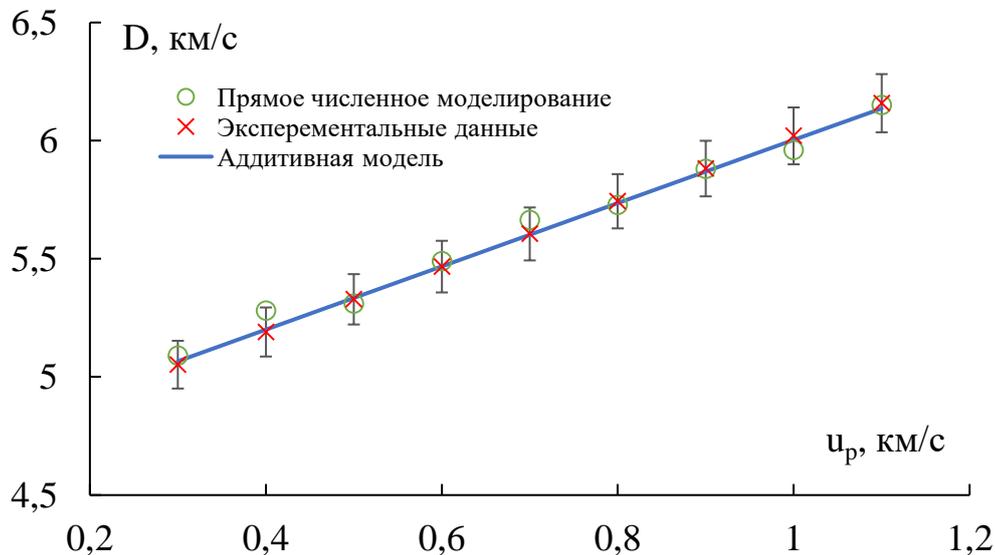


Рисунок 14 – Зависимость скорости ударной волны в гетерогенной среде Ni+Ti от массовой скорости частиц при объемной концентрации 50%

Для условий одноосного нагружения предел текучести неоднородного материала определяется из численных значений компонент девиатора тензора напряжений согласно [132]:

$$Y_0 = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{xx}^2 + S_{yy}^2)}. \quad (47)$$

Предложенная методика определения характеристик гетерогенного материала без учета разрушения является универсальной и применимой для

широкого спектра смесей. Это обусловлено тем, что данная методика была проверена на большом объеме экспериментов с различными типами гетерогенных материалов. Результаты этих экспериментов подтверждают справедливость методики независимо от состава и структуры материала.

Подобные исследования были проведены на большом спектре гетерогенных материалов. Исходя из сравнения результатов прямого численного моделирования с аддитивной моделью смеси и экспериментальными данными можно сказать, что волновые процессы в гетерогенном материале описываются прямым численным моделированием аналогично модели аддитивной смеси, и сходятся с результатами экспериментов в пределах погрешности 5% при размерах включений равным или меньшим чем ширина фронта ударной волны.

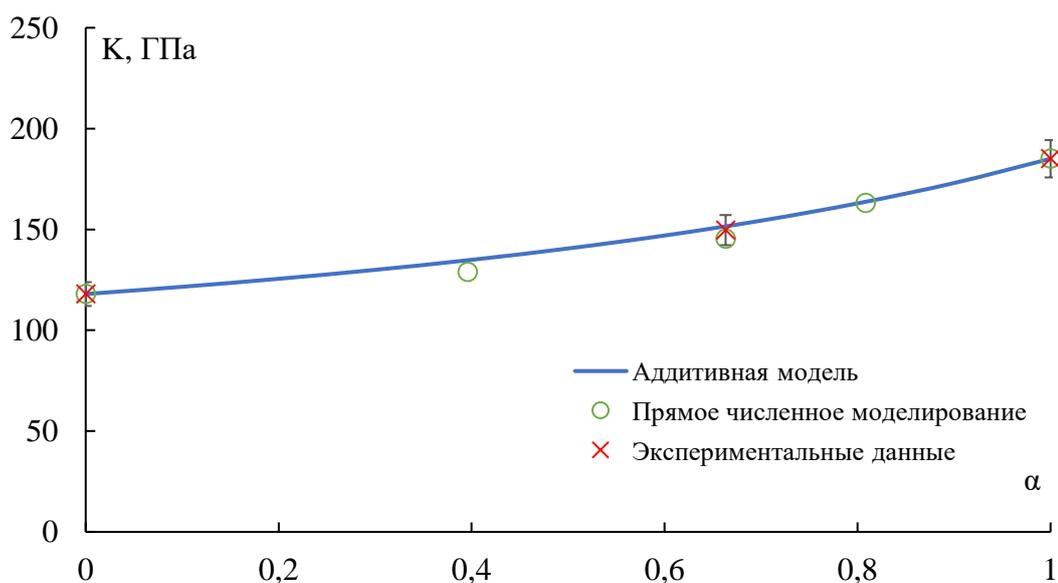


Рисунок 15 – Зависимость коэффициента всестороннего сжатия в гетерогенной среде Ni+Ti от массовой концентрации

1.6. Влияние формы включений на динамические параметры гетерогенной среды в упругопластическом приближении

В предыдущем разделе рассмотрены материалы с размерами включений достаточно малыми, чтобы оказывать влияние на параметры фронта ударной

волны. Однако в наше время распространяются такие материалы, размеры включений в которых, существенно превышает толщину фронта ударной волны. Такие гетерогенные материалы мы обозначим как – гетерогенные материалы с макровключениями. Прямое численное моделирование позволяет реализовать геометрию подобных материалов, позволяя задать геометрическую форму и размеры подобных включений, что выходит за рамки возможностей аддитивной модели смеси. Возникает интерес, возможно ли провести моделирования распространения волны в гетерогенном материале при помощи используемых нами моделей.

Для определения возможностей моделирования гетерогенного материала с макровключениями рассмотрим задачу о распространении плоской ударной волны в гетерогенном материале с макровключениями в упругопластическом приближении. Результаты моделирования проанализируем по методике, изложенной в пункте 1.5 диссертации.

В качестве примера гетерогенного материала с макровключениями рассмотрим объемно армированный металломатричный композит [144] из алюминиевого сплава А356 [145] армированный сталью марки 316L [146], показанный на рисунке 16.

Подобные материалы изготавливаются при помощи технологий под названием PrintCast. В машиностроении существует задача повышения прочности и демпфирующих свойств металлов, которые часто противоречат друг другу. Аддитивно изготовленные взаимопроникающие композиты – это новый тип "металл-металл" композитов для использования в системах поглощения высоких энергий. В этой системе матричная фаза – жидкий металл, температура плавления которого ниже температуры плавления решетки, заливается в армирующую фазу с непрерывной конфигурацией решетки, изготовленную аддитивным способом. Результатом является периодически взаимопроникающий композит, в котором каждый компонент образует непрерывную сетку. Исследования таких материалов показывают, что граница раздела между армирующей и матричной фазами может

демонстрировать резко отличающиеся механические свойства композита, что позволяет рассеивать энергию удара. В работе [147] для объемно армированного металломатричного композита было обнаружено отклонение от правила смесей в ударной адиабате. Поскольку в наших работах, например [124,132], такого явления не наблюдалось, то были проведены численные расчеты объемно армированного металломатричного композита с осреднением по методике [132]. На рисунке 16 представлена модель подобного композита, который мы использовали в расчетах, по аналогии с [148].

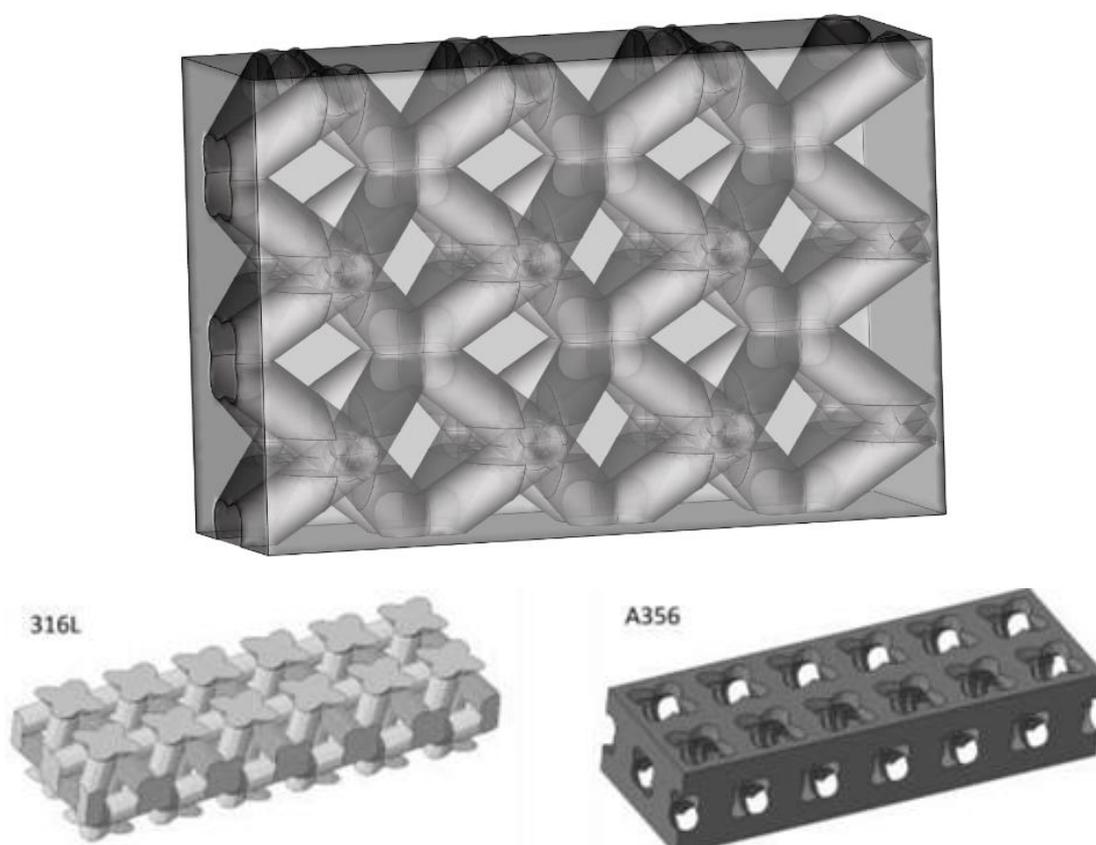


Рисунок 16 – Модель объемно-армированного композита:
матрица из А356, включения из 316L

На рисунке 17 представлена расчетная зависимость скорости ударной волны от массовой скорости, из которого видно, что с помощью прямого численного моделирования гетерогенного материала скорость ударной волны

соответствует вычислению ударной адиабаты композита по аддитивной модели смеси. Доверительные интервалы погрешности на рисунке равны 4%.

Проведены многочисленные ударно-волновые численные исследования во взаимопроникающем гетерогенном материале, но приводить их нет смысла, так как в работе [149] уже проведен полный анализ распространения ударных волн в периодическом объемно армированном металломатричном композите, результаты которой полностью согласуются с нашими расчетами.

Результаты моделирования демонстрируют, что упругие модули гетерогенного материала, построенного прямым численным моделированием в условиях нагружения плоской ударной волной без учета разрушения, соответствуют с погрешностью менее 5% данным эксперимента и результатам аддитивной модели смеси, как для «микро», так и для «макро» включений.

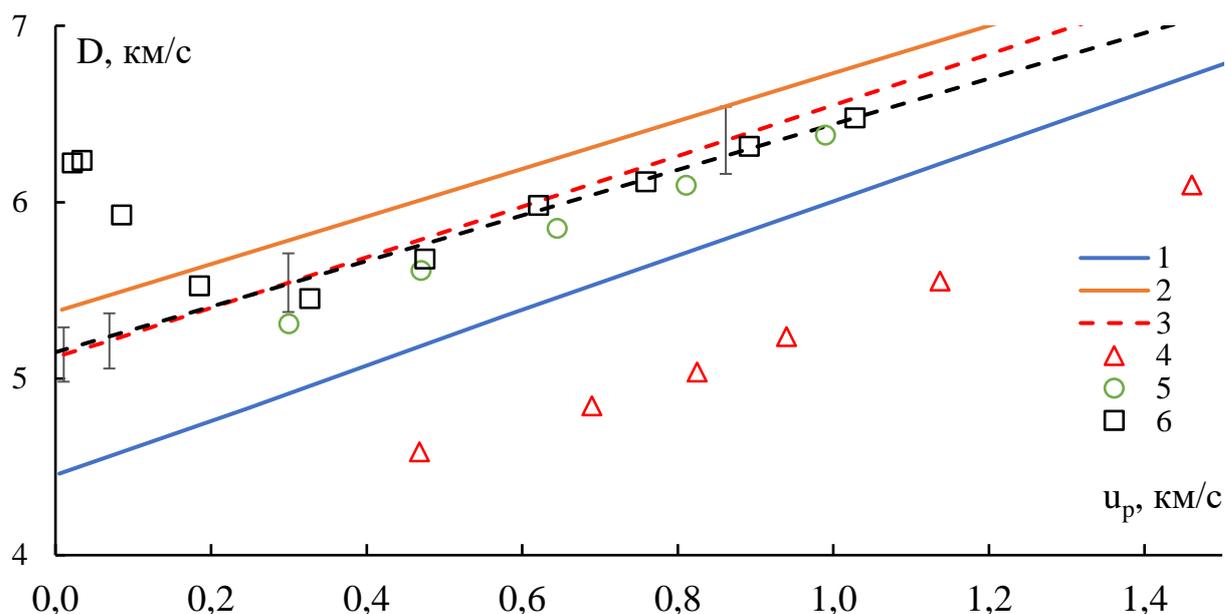


Рисунок 17 – Зависимость скорости ударной волны от массовой скорости: 1 – сталь 316L; 2 – алюминиевый сплав A356; 3 – расчет по аддитивному правилу смесей; 4 – Уравнение состояния полученное авторами [147]; 5 – Уравнение состояния полученное авторами [149]; 6 – прямое численное моделирование в металломатричном композите

1.7. Анализ влияния типа границы включений на динамические параметры гетерогенной среды

Поскольку при моделировании гетерогенных материалов в динамических условиях, за фронтом сильных ударных волн, правильный учет интерфейса между матрицей и включениями критически влияет на реалистичность результатов численных экспериментов необходимо оценить влияние различных граничных условий. При производстве гетерогенных материалов между матрицей и включениями могут образовываться новые соединения, такие как межфазные слои, которые могут оказывать существенное влияние на механические свойства материала в целом. Для эффективного моделирования таких систем необходимо определить подходящий способ представления этих межфазных слоев и соответствующие граничные условия. Все это может включать в себя использование специализированных моделей интерфейса между матрицей и включениями, а также определение граничных условий, учитывающих взаимодействие между этими компонентами.

Для определения влияния граничных условий на параметры за фронтом ударной волны рассмотрим задачу о нагружении образца гетерогенного материала с макровключениями плоской ударной волной. Варьируя граничные условия между матрицей и включениями, мы можем исследовать влияние на распространение плоской ударной волны и поведение материала под нагрузкой. Композит состоит из материалов, рассмотренных выше - матрица из алюминиевого сплава A356, макровключения из нержавеющей стали 316L.

Сравнение типов граничных условий проведено на основе задачи о нагружении объемно армированного металломатричного композита, рассмотренного в пункте 1.6 диссертации. Для сравнительного анализа типов граничных условий между матрицей и включениями в гетерогенных материалах, проведем сравнение с аддитивной моделью смеси, обозначив ее как **модель 1**. Этот подход позволит оценить влияние выбора граничных

условий на параметры за фронтом ударной волны и поведение материала по сравнению с моделью аддитивной смеси, исключая взаимодействие между компонентами.

Рассмотрены следующие граничные условия:

Модель 2 – взаимопроникающая граница. Особенность взаимопроникающей границы заключается в том, что между соседними ячейками, содержащими разные материалы, выполняется идеальный контакт. Элементы разных материалов обладают общими узлами и движутся совместно. На границе между ячейками разного материала применяются следующие условия: $\vec{x}_1 = \vec{x}_2$ и $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$, где x – вектор перемещений; u – вектор скорости.

Модель 3 – контактная граница или скользящая граница. Контактная граница примечательна тем, что включения являются отдельным телом. Отсутствует идеальный контакт $\vec{x}_1 \neq \vec{x}_2$ и $\vec{u}_1 \neq \vec{u}_2$, между включением и матрицей отсутствует трение.

Модель 4 – гладкая граница. В данном случае граница полностью повторяет форму включения, без взаимопроникания, на границе выполняется идеальный контакт, как в случае с **моделью 2**.

Модель 5 – контактная граница с межфазным слоем. Межфазный слой представляет собой границу, соединяющую два материала, толщиной не больше двух расчетных ячеек. Граница представлена в виде аддитивного гетерогенного материала, содержащего оба материала с концентрацией 50%.

Схематически и для наглядности все модели (типы границ) указаны на рисунке 18.

Проведем сравнение по профилям давления и скорости в гетерогенном материале с граничными условиями, заданными при помощи вышеописанных моделей. Начальная скорость распространения ударной волны в материале одинаковая. Величина амплитуды давления и напряжений в каждой модели имеет небольшое отклонение от аддитивной модели, но не превышает 2%. На

рисунке 19 показана зависимость скорости ударной волны от массовой скорости в материале, пострѐнному по каждой модели, доверительная погрешность на рисунке 2%.

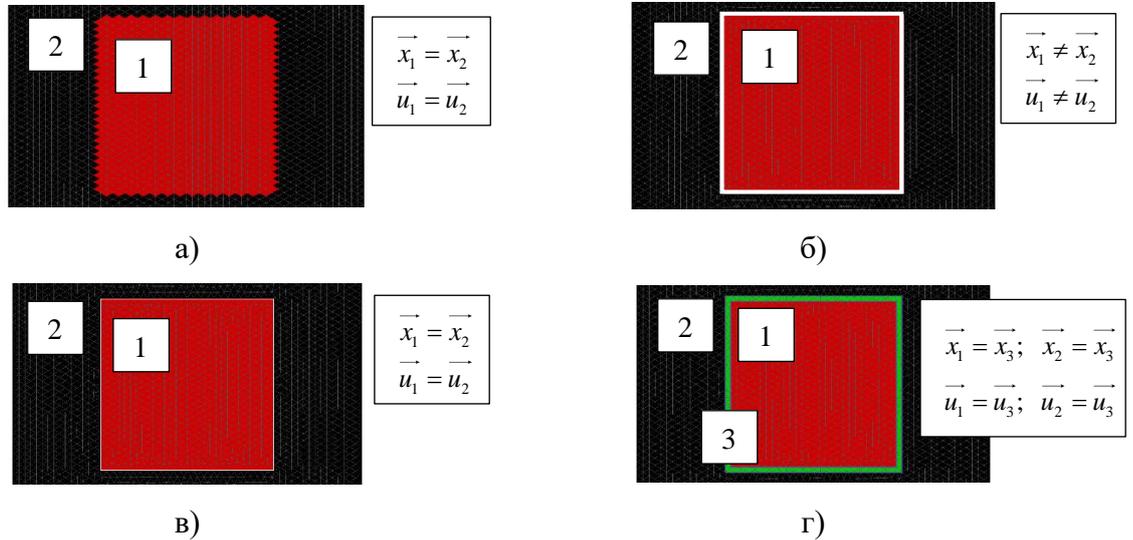


Рисунок 18 – Типы моделей (граничных условий): а) модель 2; б) модель 3; в) модель 4; г) модель 5

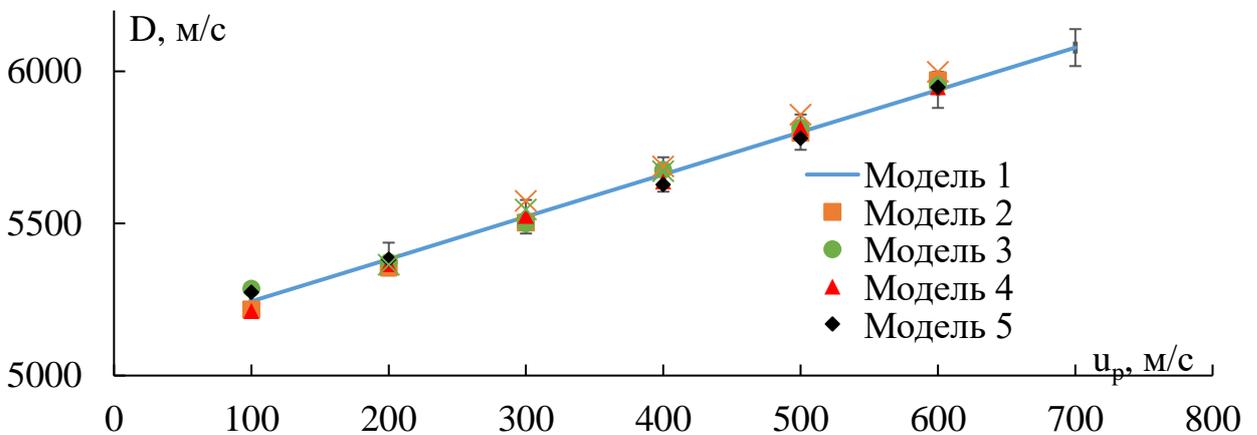


Рисунок 19 – Зависимость скорости ударной волны от массовой скорости для каждой модели (вида граничных условий)

Результаты моделирования демонстрируют, что параметры за фронтом плоской ударной волны в гетерогенном материале, построенном прямым численным моделированием при всех рассмотренных типах граничных условий между матрицей и включениями без учета разрушения,

соответствуют результатам аддитивной модели смеси. А, следовательно, нет необходимости отдавать предпочтение какому-то конкретному типу границы из рассмотренных в случае нагружения гетерогенного материала плоской ударной волной. В следствии этого для прямого численного моделирования в дальнейшем в качестве основных граничных условий принята **модель 2**.

1.8. Влияние размера включений на рассеяние ударных волн в гетерогенных средах

Размеры включений оказывают влияние на распространение фронта ударной волны. Это вызывает закономерный вопрос о связи размеров включений на параметры ударной волны. С целью ответа на этот вопрос рассмотрим задачу о нагружении гетерогенной среды ударом тонкой пластинки для создания импульса сжатия большой интенсивности и короткой продолжительности.

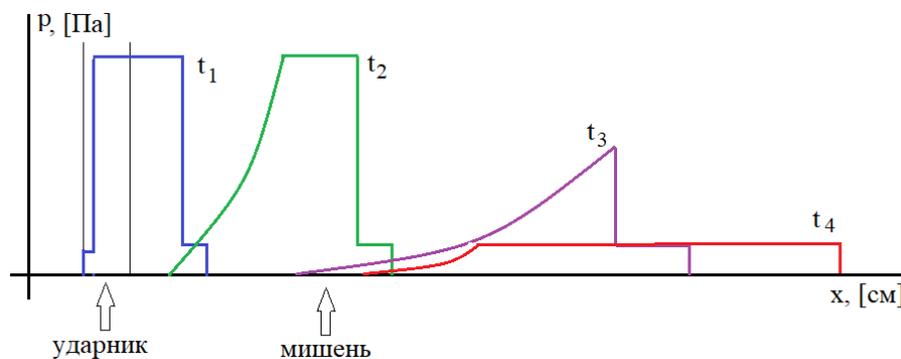


Рисунок 20 - Эволюция импульса нагружения в преграде

Размеры включений будем варьировать, от десятков счетных ячеек до нескольких сотен ячеек, а также рассмотрим макровключения в виде сфер с несколькими тысячами ячеек. Поскольку нагружающий импульс имеет конечную длину, то за счет разгрузки с тыльной стороны налетающей пластинки, амплитуда напряжений эволюционирует до величины упругих напряжений, которые распространяются по материалам без диссипации и дисперсии. Из условия сохранения импульса следует, что $(\rho u \Delta \tau)_{t_1} = (\rho u \Delta \tau)_{t_4}$

где t_1 и t_4 – моменты времени начального и упругого состояний. Поскольку плотность изменяется незначительно, а массовая скорость в упругом состоянии существенно меньше начальной массовой скорости, то длина импульса значительно увеличивается по сравнению с начальной длиной импульса нагружения, как показано на рисунке 20.

Керамические включения B_4C распределены случайным образом по материалу матрицы Ti по заданной объёмной концентрации, как показано на рисунке 21. Нагружающий импульс сжатия формируется ударом металлической пластинки $BT20$ толщиной 1 см со скоростью 1 км/с. Параметры материалов указаны в таблице 2.

Рассмотрим образцы гетерогенного материала, построенного на основе титановой матрицы с включениями разных размеров из керамики карбида бора.

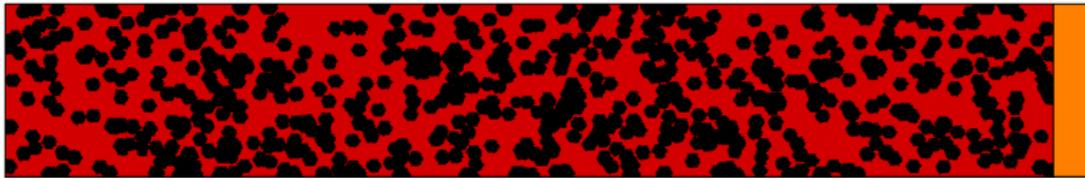


Рисунок 21 – Геометрия задачи: гетерогенная преграда из смеси 60% Ti и 40% B_4C в жестких боковых стенках, налетающая тонкая пластинка из $BT20$

Таблица 2 – Параметры гомогенных материалов

Материал	ρ , г/см ³	c_0 , км/с	S_1	G , ГПа	K , ГПа	Y , ГПа	σ_{sp} , ГПа
B_4C	2.49	8.89	1.2	195.0	229.0	9.82	8.10
Ti	4.50	4.84	1.14	44.1	109.7	2.86	1.19
$BT20$	4.52	5.22	1.08	39.2	119.0	0.52	6.25

Рисунок 22 иллюстрирует результаты моделирования распространения импульса сжатия по гетерогенному материалу, содержащему включения разного размера, с объёмной долей 40% керамики. Момент времени t_1 – соответствует полному вхождению импульса сжатия в гетерогенную преграду, t_2 – импульс сжатия достиг середины преграды. Для сравнения, там же помещен профиль импульса давления в гомогенном титане. Присутствие

керамики в гетерогенном материале повышает скорость распространения возмущений, что хорошо заметно в положении фронтов импульсов. Фронт импульс в титане отстает от фронтов импульсов в гетерогенном материале.

Как и ожидалось, происходит процесс увеличения длины импульсов по пространству с уменьшением их амплитуды. Явной зависимости затухания импульсов в гетерогенном материале от размеров включений получить не представляется возможным, т.к. различия в форме импульсов в материале с размерами включений, содержащих 10-100 ячеек, мало заметны. Аналогичные процессы увеличения длины импульсов получены и для набора гетерогенных материалов, включения в которых построены присоединением ячеек к узлам разностной сетки.

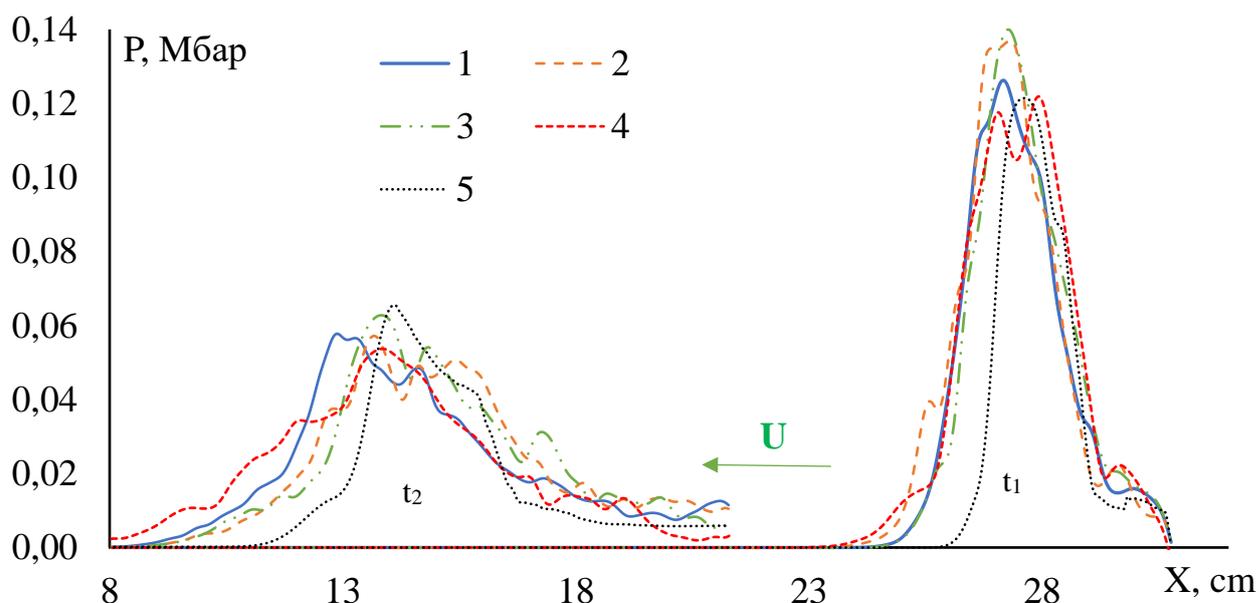


Рисунок 22 – Форма импульсов давления на два момента времени в преграде из гетерогенных материалов, содержащих включения разного размера. Включения построены присоединением ячеек через ребра и содержат: 1 – 10 ячеек; 2 – 50 ячеек; 3 – 100 ячеек; 4 – 700 ячеек; 5 – гомогенный титан

Помимо рассмотренных выше гетерогенных материалов, были проведены расчеты гетерогенных материалов с макровключениями сферической формы, которые содержали порядка 6500 ячеек, как показано на рисунке 23, а также с гомогенными компонентами, а именно титаном и керамикой V_4C . Для сравнения, с дискретными моделями гетерогенных

материалов, представленных выше, был построен сплошной гетерогенный материал, в котором параметры вычислялись из аддитивного смешивочного принципа [150,151].

Иллюстрация эволюции относительной амплитуды импульсов $A = \frac{P(X)}{P(0)}$ в гетерогенных материалах с разным размером включений по мере распространения в глубь преграды показаны на рисунке 24, здесь $P(X)$ – амплитуда импульса в координате X , $P(0)$ – амплитуда импульса в координате вхождения импульса в преграду. Символы на рисунке – величина относительной амплитуды, линии – аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов.

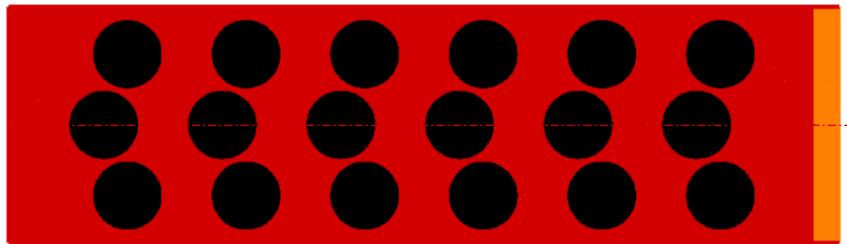


Рисунок 23 – Геометрическая модель предельного случая формы и размера включений в гетерогенную пластину

Необходимо отметить, что динамика затухания для разных материалов несколько отличается в скорости затухания, однако конечная относительная амплитуда укладывается между значениями амплитуды в компонентах, составляющих гетерогенный материал. Это свидетельствует о том, что величина предела текучести гетерогенного материала определяется концентрацией компонент и их пределами текучести. Аналогичные процессы затухания импульсов получены и для набора гетерогенных материалов, включения в которых построены присоединением ячеек через ребра ячеек разностной сетки.

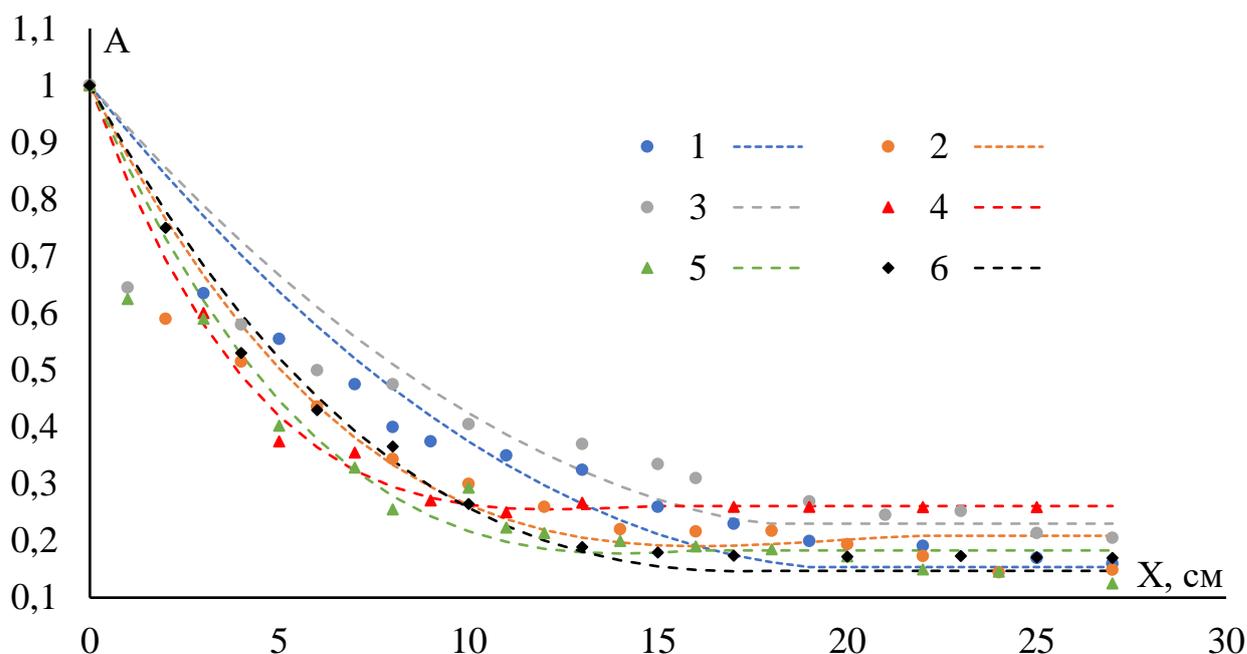


Рисунок 24 – Эволюция относительной амплитуды импульса давления в гетерогенных материалах с включениями разных размеров, построенных присоединением ячеек через узлы разностной сетки, а также для компонент Ti и В₄С.

Величина размера включений определяется числом ячеек. 1 – гомогенный титан; 2 – 700 ячеек; 3 – 100 ячеек; 4 – гомогенный карбид бора; 5 – 6500 ячеек; 6 – аддитивная модель

Из эволюции относительной амплитуды импульсов можно сделать вывод, что в зависимости от увеличения размеров включений затухание ударной волны происходит быстрее. В монолитных преградах из гомогенных материалов, а именно: титана и керамики В₄С, амплитуды падают до упругого состояния, что подтверждает неизменность их амплитуды при дальнейшем распространении по преграде. В гетерогенных преградах напряженно-деформированные состояния так же переходят в упругую область, однако это происходит несколько немонотонно ввиду их неоднородности по пространству.

Сравнение динамики увеличения относительной длины импульса $H = \frac{T(X)}{T(0)}$ в гетерогенных материалах с разной величиной включений по мере распространения в глубь преграды показаны на рисунке 25, здесь $T(X)$ – длительность импульса в координате X , $T(0)$ – длительность импульса в момент вхождения импульса в преграду. Символы на рисунке – расчетная

величина относительной амплитуды, линии – аппроксимация результатов численного расчета методом наименьших квадратов.

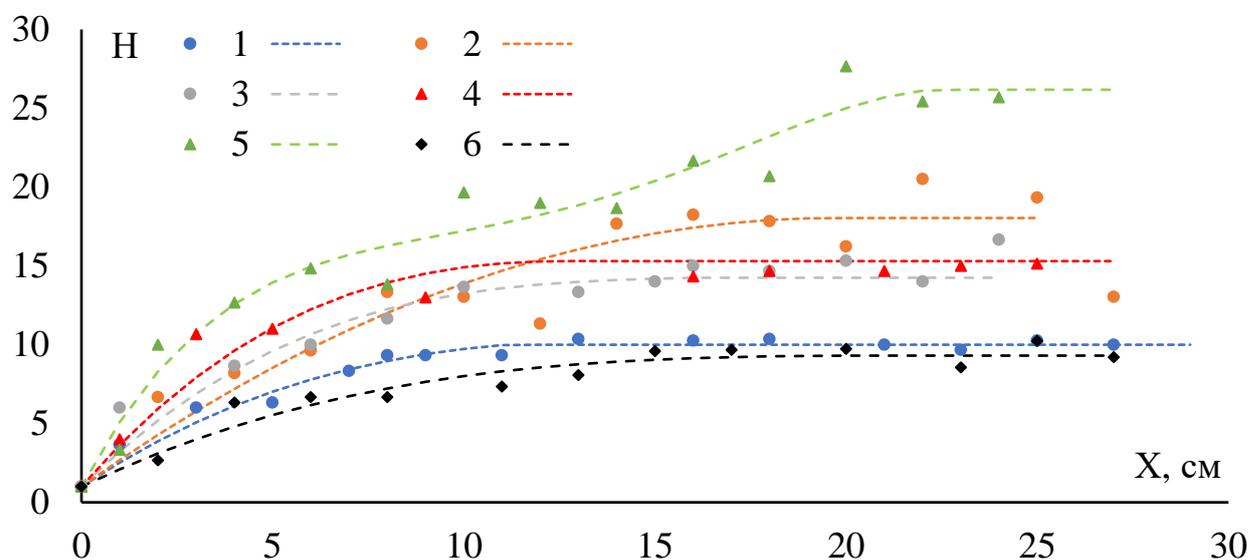


Рисунок 25 – Поведение относительной ширины импульса давления в гетерогенных материалах с включениями разных размеров, построенных присоединением ячеек через узлы разностной сетки, а также для компонент Ti и B₄C. Величина размера включений определяется числом ячеек: 1 – гомогенный титан; 2 – размер включений 700; 3 – размер включений 100; 4 – гомогенный карбид бора; 5 – размер включений 6500; 6 – аддитивная модель

Аналогичные процессы расширения импульсов получены и для набора гетерогенных материалов, включения в которых построены присоединением ячеек через ребра ячеек разностной сетки.

С увеличением размера включений происходит деформирование фронта импульса сжатия в гетерогенном материале за счет существенной разницы скоростей распространения ударных волн в компонентах материала, особенно это будет заметно для макровключений, как это показано на рисунках 26 и 27.

Результаты расчетов процессов распространения импульсов сжатия в гетерогенных средах с размерами включений от 700 ячеек и выше показали заметную неоднородность напряженно-деформированного состояния по толщине преграды, что требует осреднения величин импульса, т.к. на одной и той же координате X по толщине преграды значения амплитуды импульса могут существенно отличаться при изменении координаты Y .

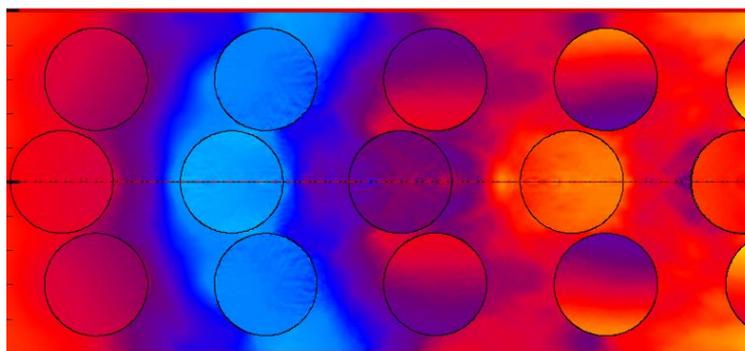


Рисунок 26 – Деформация фронта импульса в гетерогенном материале с макровключениями, который был плоским при вхождении в преграду

На увеличение относительной ширины импульса, помимо естественных причин тыльной разгрузки, также сказывается и процедура осреднения. Так взяв профили импульсов в нескольких сечениях по толщине преграды и проведя осреднение значений, получим некоторое «искусственное» расширение длины импульса. Это объясняет выбивание графиков для размеров включений 700 и 6500 из общего тренда, но с учетом данного условия видно, что при увеличении размеров включений увеличивается относительная ширина фронта.

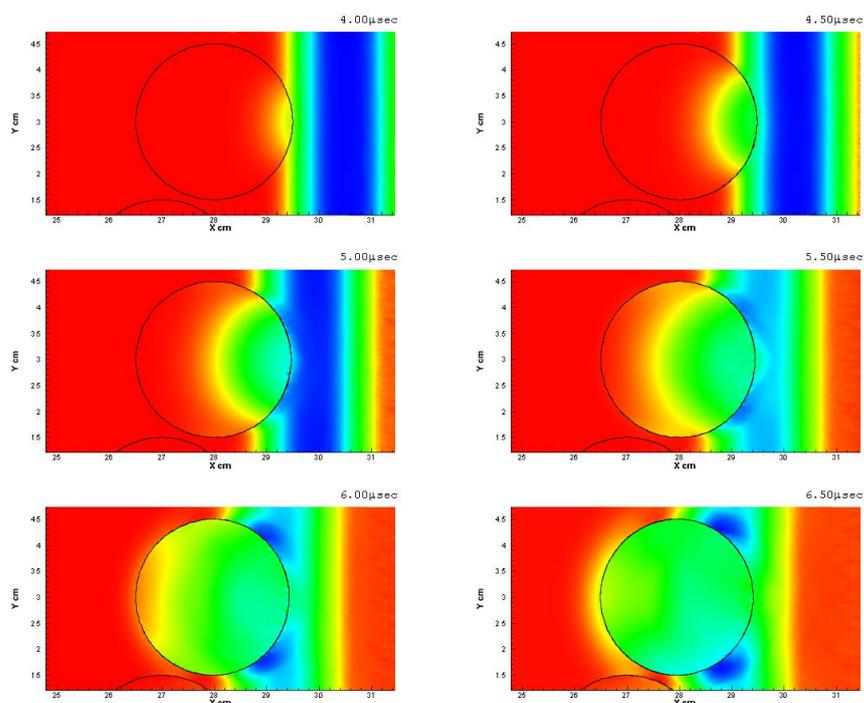


Рисунок 27 – Процесс взаимодействия фронта ударной волны с керамическим макровключением в гетерогенном материале

Рассмотрим 20% объемную долю керамики. Данные исследования проведены с целью проверки тенденций поведения импульсов сжатия в гетерогенных материалах, содержащих меньшую концентрацию керамики. Начальное положение преграды и налетающей пластины показано на рисунке 28. Для построения гетерогенного материала применялся подход, описанный выше. Размеры включений содержат 100, 700, 6500 счетных ячеек.

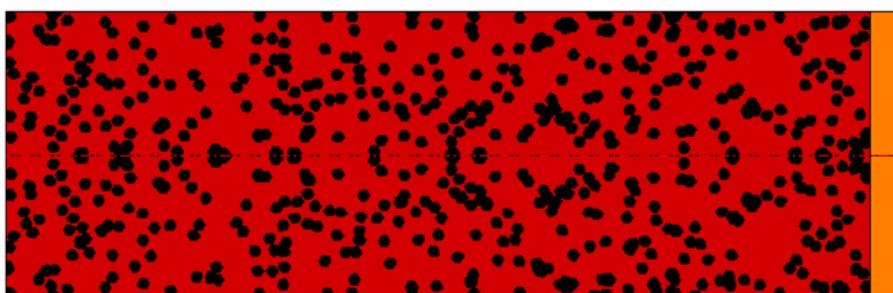


Рисунок 28 – Геометрия задачи для нагружения гетерогенного материала, состоящего из 80% Ti и 20% В4С по объему, тонкой пластинкой из сплава ВТ20

Дополнительно была рассмотрена многослойная преграда, содержащая 20% по объему керамики, показанная на рисунке 29. Результаты серии расчетов были обработаны аналогичным образом, т.е. построены динамические зависимости относительной амплитуды импульсов, изображенной на рисунке 30. Следует отметить, что относительная амплитуда имеет большую скорость затухание при увеличении размеров включений. Это связано с большими расстояниями между включениями, что приводит к многочисленным отражениям волн и их взаимодействием.

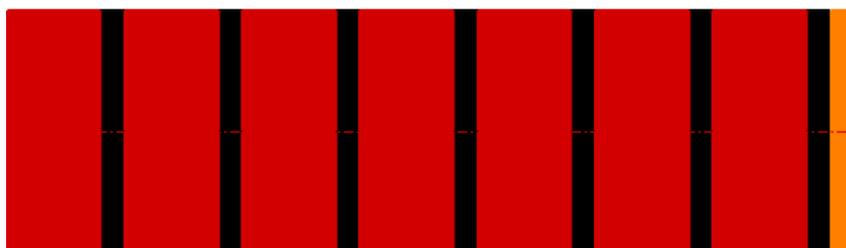


Рисунок 29 – Геометрия задачи о нагружении многослойной преграде, содержащей 80% Ti и 20% В4С по объему, ударом тонкой пластинки из сплава ВТ20

Для гетерогенных преград с размерами включений 700 и 6500 счетных ячеек, так же, проведена процедура осреднения параметров.

Тенденция поведения относительной ширины импульсов в гетерогенных преградах, содержащих 20% объема керамики, показанной на рисунке 31, аналогична рассмотренной выше, показанной на рисунке 25. Отметим, что с увлечением размеров включений увеличивается относительная ширина импульса, особенно это касается включений, содержащих 700 и 6500 счетных ячеек.

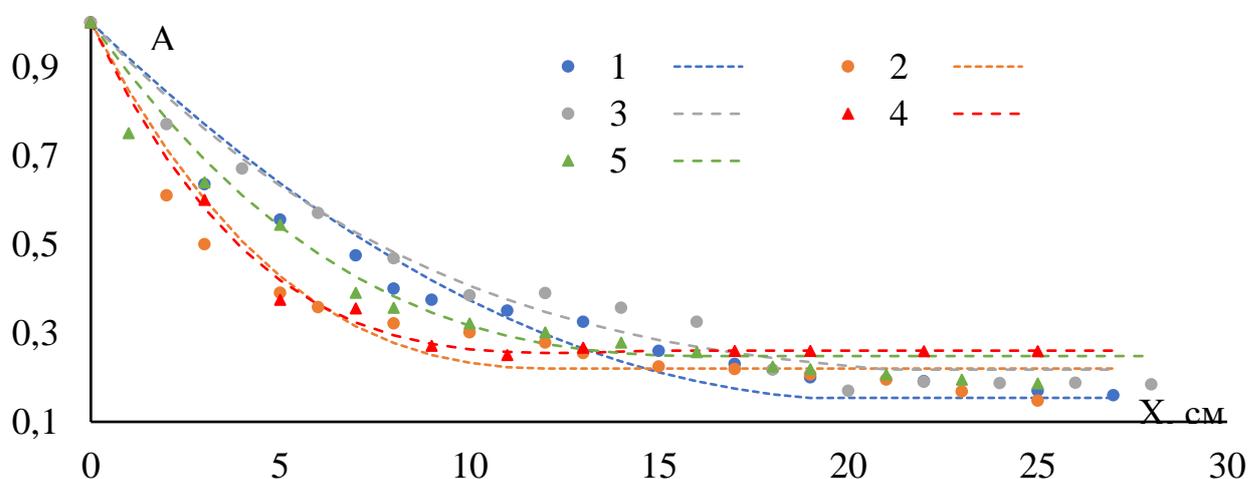


Рисунок 30 – Поведение относительной амплитуды импульса давления для гетерогенных преград с включениями, построенными присоединением ячеек через узлы.

Размер включений в гетерогенном материале дан в ячейках разностной сетки.

1 – гомогенный титан; 2 – 700 ячеек; 3 – 100 ячеек; 4 – гомогенный карбид бора; 5 – 6500 ячеек

Рассмотрим динамику импульса сжатия в многослойной преграде. Затухание амплитуды импульса в многослойной преграде имеет несколько затянутый характер, что связано с большим числом отражений волн от разнородных по свойствам слоев, как показано на рисунке 32.

Поведение импульса в гетерогенной преграде, построенной по аддитивной смесевой модели, соответствует поведению импульса с гомогенной среде с эффективными параметрами.

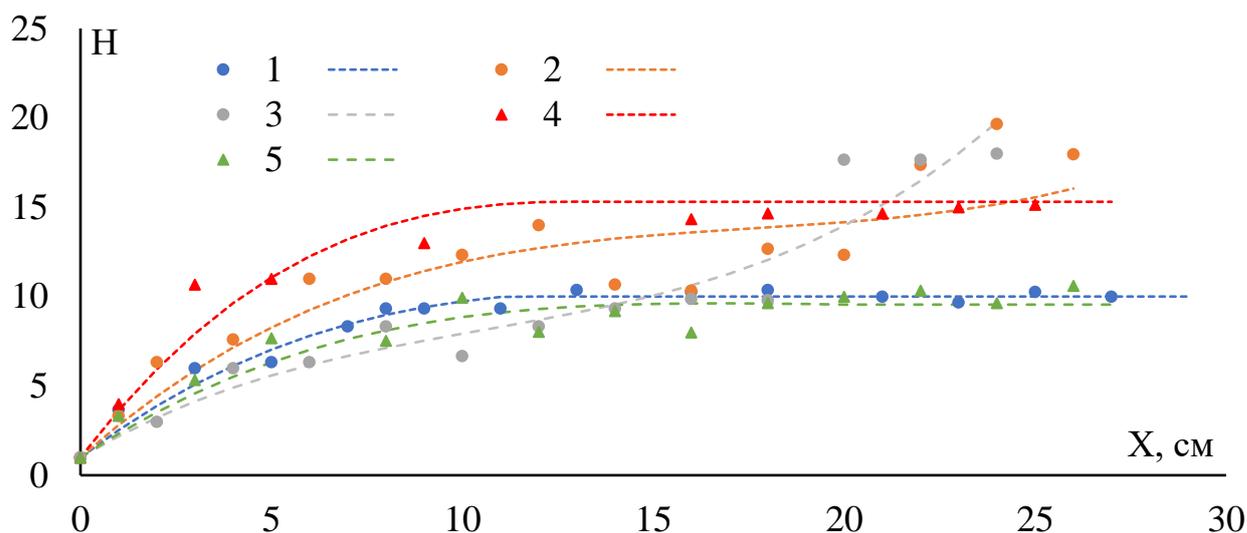


Рисунок 31 – Динамики относительной ширины импульса по мере распространения по гетерогенным преградам с включениями разных размеров. 1 – гомогенный титан; 2 – 700 ячеек; 3 – 6500 ячеек; 4 – гомогенный карбид бора; 5 – размер включений 100 ячеек

Как отмечалось выше, поведение импульса в слоеной преграде обусловлено большим числом отражений волн между слоями, что накладывает свой отпечаток на динамику относительной ширины импульса в виде разброса точек в широком коридоре, как показано на рисунке 33. Однако, общая тенденция поведения относительной ширины импульса, и для слоеной преграды, сохраняется.

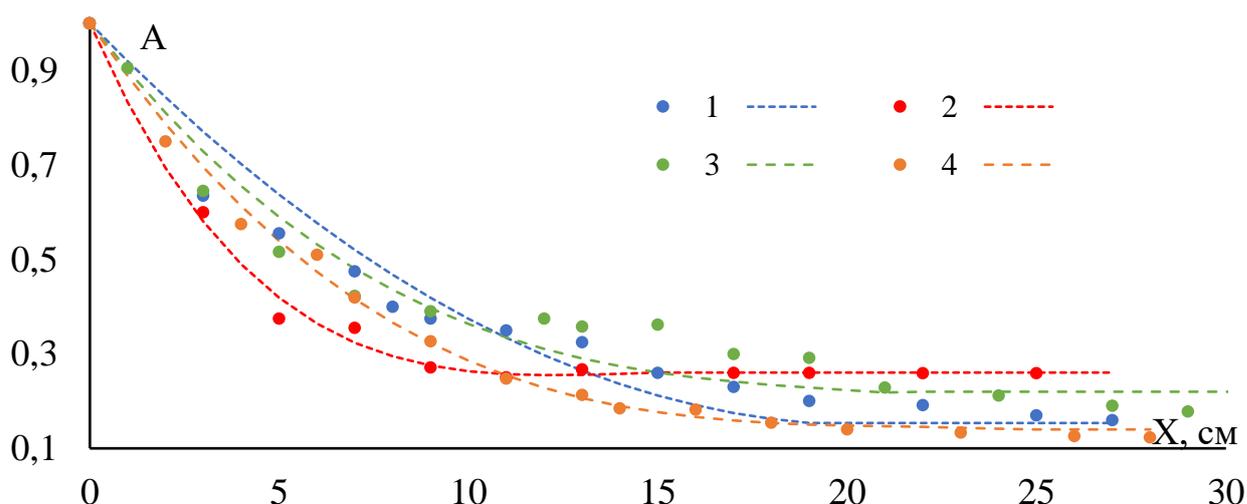


Рисунок 32 – Эволюция относительной амплитуды импульса давления для многослойной преграды и преграды из гетерогенного материала, построенного по аддитивной модели. 1 – гомогенный титан; 2 – гомогенный карбид бора; 3 – слоеная преграда; 4 – аддитивная модель

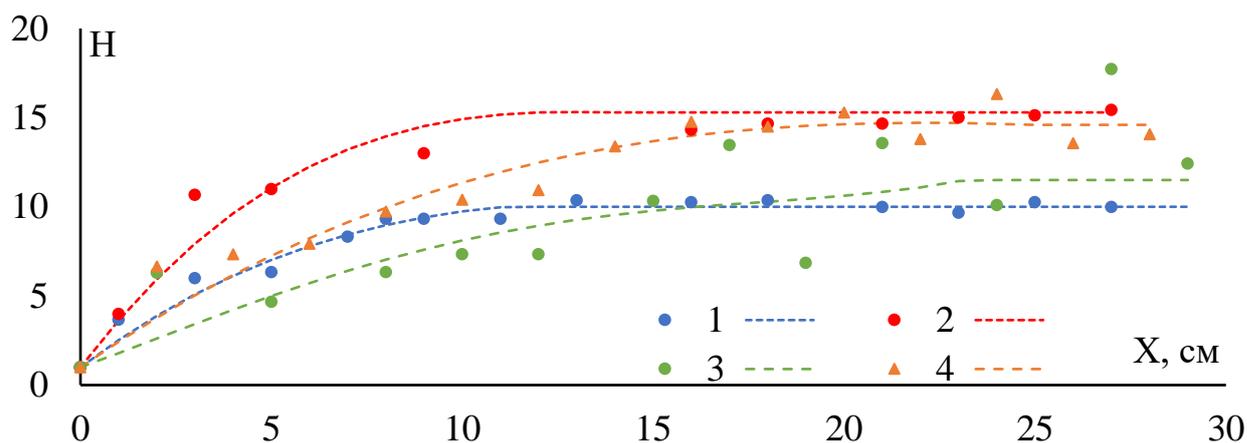


Рисунок 33 – Динамика поведения относительной ширины профиля давления для многослойной преграды и преграды из гетерогенного материала, построенного по аддитивной модели: 1 – однородный титан; 2 – однородный карбид бора; 3 – слоистая преграда; 4 – аддитивная модель

В целом тенденция динамики параметров импульсов для гетерогенных материалов, содержащих 40% объема керамики, описанные выше, применимы и для гетерогенных материалов с 20% объемной долей керамики.

1.9. Выводы по главе

Были проведены исследования волновой картины в гетерогенном материале при помощи моделирования гетерогенного материала без учета разрушения, прямое численное моделирование демонстрирует сходимость с результатами экспериментов и аддитивной моделью смеси в рассмотренных задачах. Результаты моделирования демонстрируют:

1. Приведена постановка нестационарной задачи высокоскоростного взаимодействия твердых деформируемых тел.

2. Показано, что упругие модули гетерогенного материала, построенного прямым численным моделированием в условиях нагружения плоской ударной волной без учета разрушения, соответствуют с погрешностью менее 5% данным эксперимента и результатам аддитивной модели смеси, как для «микро», так и для «макро» включений.

3. Показано, что параметры за фронтом плоской ударной волны в гетерогенном материале, построенном прямым численным моделированием

при всех рассмотренных типах граничных условий между матрицей и включениями, отличаются от результатов аддитивной модели смеси не более чем на 2%, без учета разрушения.

4. Показано, что импульс сжатия, сформированный ударом тонкой металлической пластиной в гетерогенных материалах с разным размером керамических включений, по мере распространения по преграде переходит в режим упругого напряжено-деформированного состояния, в котором его амплитуда и длина не зависят от пройденного расстояния.

5. Показано, что скорость и величина затухания волны сжатия зависит от размера включений. Малые включения, т.е. сравнимые с толщиной фронта волны сжатия, практически, не рассеивают импульс. В случае увеличения размера включений, затухание происходит значительно быстрее.

Глава 2. Определение свойств гетерогенного материала за фронтом ударной волны с учетом разрушения

Создавая новые материалы с уникальными свойствами остро встает вопрос определения критических параметров по напряжениям и деформациям гетерогенных материалов. Для ответа на этот вопрос, как правило, изначально с помощью проб и ошибок создают тестовый гетерогенный материал с последующими экспериментальными исследованиями, а затем новый виток - создание другого тестового образца и так многократно пока у исследователя хватает сил или пока его не настигнет удача. А все потому, что до сих пор не было способов предсказания критических параметров материала на разрушение по свойствам компонент гетерогенного материала. Определение подобных соотношений позволяет открыть достаточно широкий простор для изучения, моделирования изготовления гетерогенных материалов, например, соотношение бы позволило определить требуемую концентрацию компонент гетерогенного материала для обеспечения требуемых предельных нагрузок. Таким образом, основная задача данной главы сформулировать зависимости предельных параметров напряжений и деформации с предельными параметрами компонент гетерогенного материала.

2.1. Идентификация свойств гетерогенных материалов в динамических процессах и их верификация на основе экспериментальных данных

Начальной точкой в исследовании параметров разрушения гетерогенного материала стал эксперимент по формированию откольной поверхности на тыльной стороне пластины. В отличие от других динамических экспериментов, где определение механизма разрушения затруднено, данный эксперимент позволяет точно определить предельное откольное напряжение. Успешное моделирование подобного эксперимента позволяет в короткие сроки определять предельное откольное напряжение

гетерогенного материала. Перейдем к моделированию задачи о формировании откольной поверхности на тыльной стороне преграды из гетерогенного материала.

Поскольку для достоверного исследования гетерогенного материала необходимо верифицировать параметры составляющих гетерогенного материала, в данном исследовании рассмотрены гомогенные материалы: алюминий (Al), никель (Ni), титан (Ti), карбид вольфрама (WC) и кобальт (Co), которые будут составляющими гетерогенного материала. Параметры материалов указаны в таблице 3.

Таблица 3 – Параметры гомогенных материалов

Материал	ρ , г/см ³	c_0 , км/с	S_1	G, ГПа	K, ГПа	Υ , ГПа	σ_{sp} , ГПа
Al[11]	2.71	5.33	1.36	28.25	78.77	0.05	6.5
Ti[135]	4.5	4.842	1.135	44.117	109.66	2.86	1.19
Ni[136]	8.86	4.501	1.627	50.2	140	0.347	4.89
WC[152]	15.66	4.93	1.309	300.99	403.01	9.53	2.93
Co[153]	8.79	4.73	1.31	81.08	196.65	0.2	4.05

Рассмотрим задачу о скоростном взаимодействии налетающей пластины и гомогенного или гетерогенного образца. Геометрическая модель задачи схематически представлена на рисунке 34, согласно экспериментальной схеме взятой из [152].

Для титана геометрическая модель имеет параметры: налетающая пластина из алюминия диаметром 1.0 мм и толщиной 0.4 мм, налетает со скоростью 660 м/с на образец титана диаметром 1.0 мм и толщиной 2.3 мм, перед которым установлена дополнительная алюминиевая экранирующая пластина с геометрическими параметрами аналогичными налетающей пластине. Из работы [136], для никеля геометрическая модель: образец диаметром 1.0 мм и толщиной 9.5 мм и налетающая пластина толщиной 2 мм со скоростью 450 м/с. Между налетающей пластиной и преградой экранирующей пластины нет. Для образцов карбида вольфрама, из работы [152] геометрическая модель следующая: налетающая пластина из алюминия

диаметром 20 мм и толщиной 2 мм, со скоростью 1.8 км/с. Экранирующая пластина с геометрическими размерами, за которой помещен образец карбида вольфрама диаметром 20 мм и толщиной 5 мм. Из работы [153] Получена геометрическая модель для нагружения пластиной, диаметром 20 мм и толщиной 0.4 мм, налетающей со скоростью 675 м/с, на образец из кобальта, диаметром 20 мм и толщиной 1 мм. В этом случае между налетающей пластиной и преградой пластины нет.

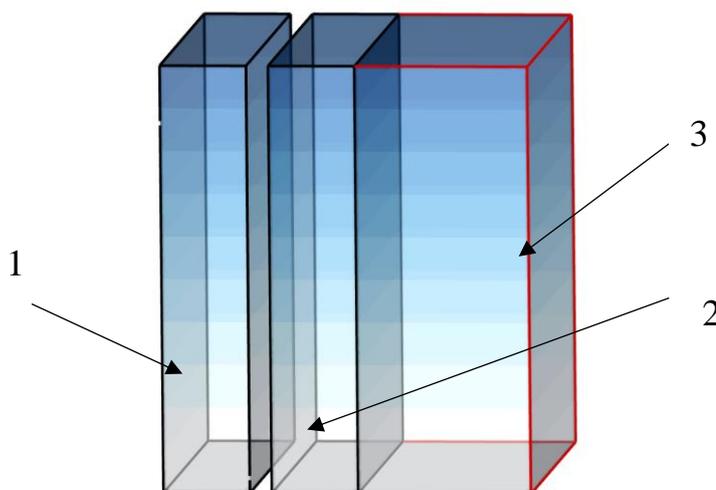


Рисунок 34 – Геометрическая осесимметричная модель:
1 – налетающая пластина, 2 – экранирующая пластина, 3 – преграда (образец)

На рисунке 35 показан типичный фронт свободной поверхности, который описывает возникающие в образце ударные волны и волны разрежения, основные точки профиля следующие: t_0 – начало взаимодействия, t_1 – упругий предвестник достигает свободной поверхности преграды, t_2 – ударная волна достигла свободной поверхности преграды, t_3 – момент встречи волн разрежения налетающей пластины и преграды, возникает напряжение растяжения, превышающие прочность на откол, t_4 – возникший импульс достиг свободной поверхности преграды, t_5 – образование откольной поверхности, t_6 – импульс откола распространяется в пределах поверхности после разрушения. По изгибу профиля в области между t_1 и t_2 можно определить u_{HEL} , а Δu_{fs} можно определить по спаду скорости в области t_4 и t_5 .

Именно по этим параметрам решено провести сравнение с экспериментальными данными.

Обозначим: Δu_{fs} – спад скорости в регистрируемой волне разрежения перед фронтом откольного импульса, определяемый из волновых профилей, u_{HEL} – значение скорости свободной поверхности за фронтом упругого предвестника. Эти параметры необходимы для определения динамического предела упругости и откольного напряжения.

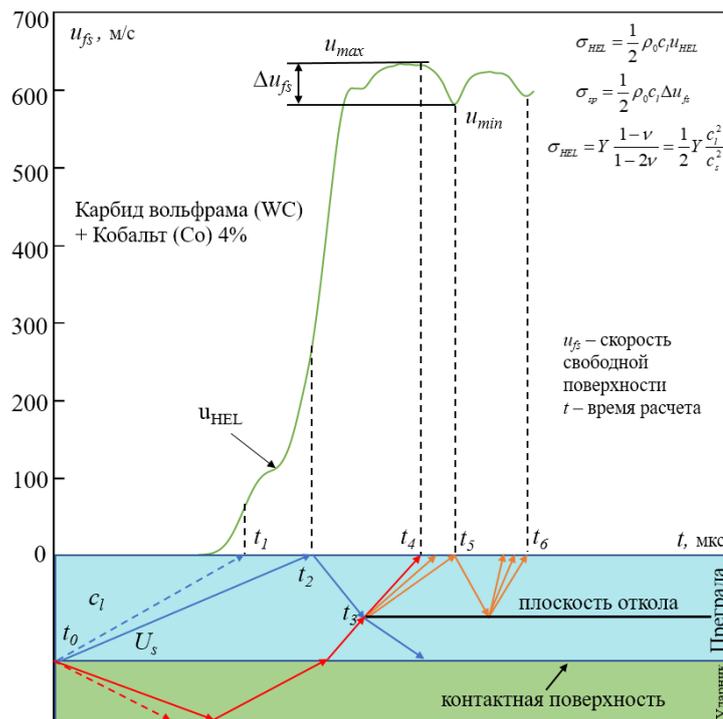


Рисунок 35 – Расчетный профиль свободной поверхности карбида вольфрама (WC)

Напряжение сжатия за фронтом упругого предвестника, соответствующее динамическому пределу упругости (в англоязычной литературе обозначаемому как *HEL* – *Hugoniot Elastic Limit*). Величина динамического предела упругости σ_{HEL} определялась по измеренному профилю скорости свободной поверхности:

$$\sigma_{HEL} = \rho_0 D u_p \approx \frac{1}{2} \rho_0 c_l u_{HEL} \quad (48)$$

Следует отметить, что динамический предел упругости σ_{HEL} , определяемый таким образом, соответствует пределу упругости материала в условиях одноосной деформации. Если выше предела упругости происходит не пластическая деформация, а разрушение, то следует использовать другие соотношения. Величина σ_{HEL} связана с пределом текучести следующими соотношениями:

$$\sigma_{HEL} = Y \frac{1-\nu}{1-2\nu} = \frac{1}{2} Y \frac{c_l^2}{c_s^2}, \quad (49)$$

где Y – предел текучести, ν – коэффициент Пуассона.

Таким образом, приравняв (48) и (49), можно получить линейную зависимость скорости с пределом текучести (50).

$$Y \frac{c_l}{c_s^2} = \rho_0 u_{HEL} \quad (50)$$

Соотношение (50) позволяет определить динамический предел текучести как гомогенного, так и гетерогенного материала.

Для расчета откольной прочности рассматривалось следующее соотношение:

$$\sigma_{sp} = \frac{1}{2} \rho_0 c_l \Delta u_{fs} \quad \text{или} \quad \sigma_{sp} \approx \rho_0 c_l \Delta u_{fs} \frac{1}{1 + c_l/c_b} \quad (51)$$

На основе рассмотренных работ для гомогенных материалов: титана, никеля, карбида вольфрама, кобальта, получены значения параметров σ_{HEL} , σ_{sp} , посчитанные при помощи параметров u_{HEL} и Δu_{fs} , записанных в таблицу 4.

Таблица 4 – Результаты динамических экспериментов для металлов

Материал		u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с
Ti	Эксперимент[135]	405.2	302,0
	Расчет	396.1	315,5
Ni	Эксперимент[136]	32.4	73,8
	Расчет	40.9	66,0
WC	Эксперимент [152]	232.0	52.5
	Расчет	238.0	52.0
Co	Эксперимент[153]	26.0	176.0÷197.0
	Расчет	23.0	191.0

Согласно работе [154] скорости деформации откола можно определить из соотношения:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta u_{fs}}{2\Delta t} \frac{1}{c_b} \quad (52)$$

где Δt – время на котором регистрируется спад скорости свободной поверхности.

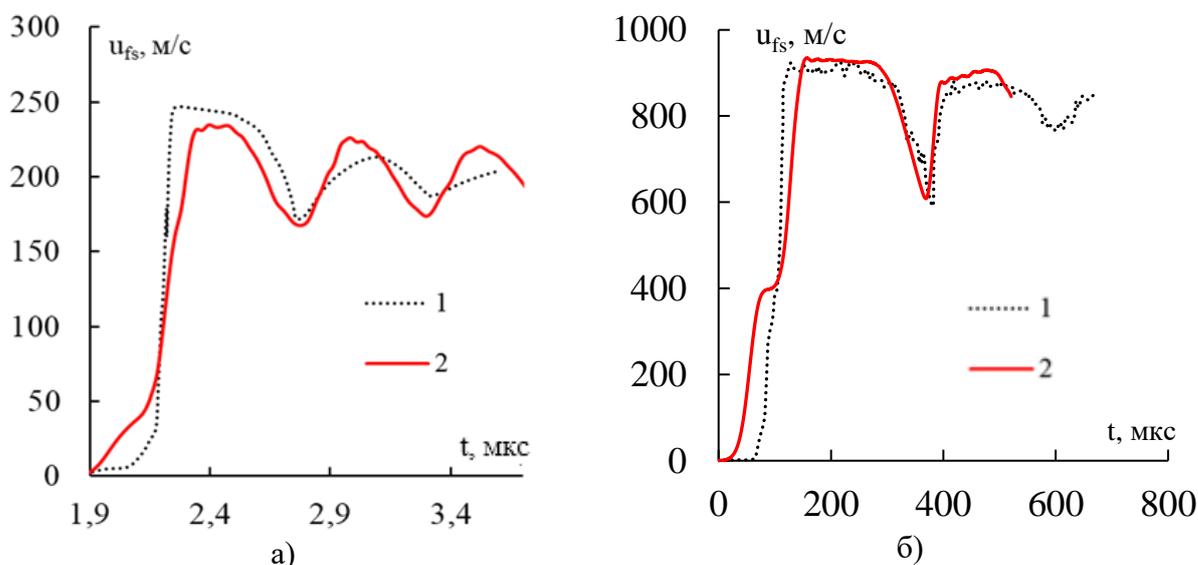


Рисунок 36 – Сравнение экспериментальных данных с расчетными:
 а – Никель (Ni, $u_p = 450$ м/с), б – Титан (Ti, $u_p = 660$ м/с). 1 – экспериментальные данные;
 2 – результаты расчета

Качественно показана сходимость результатов для гомогенных материалов с количественной погрешностью не более 10%. Профиль скорости свободной поверхности, измеряемый на границе пластин титана и никеля показан на рисунке 36, а на границе пластин WC и Co показан на рисунке 37 вместе с экспериментальной кривой. В расчетных профилях явно выделяется упругий предвестник, что, по-видимому, связано с использованием в расчете модели идеального упругопластического материала Прандля-Рейсса.

На волновых профилях, полученных при помощи моделирования, регистрируется точный выход на поверхность упругопластической волны сжатия и части следующей за ней волны разрежения. После отражения

импульса сжатия от свободной поверхности внутри образца генерируются растягивающие напряжения, в результате чего инициируется его разрушение – откол. При этом происходит релаксация растягивающих напряжений и формируется волна сжатия, выход которой на поверхность образца вызывает второй подъем ее скорости. Поскольку полученные результаты отлично согласуются с экспериментальными данными и имеют погрешность меньше 10% перейдем к моделированию откола в гетерогенном материале.

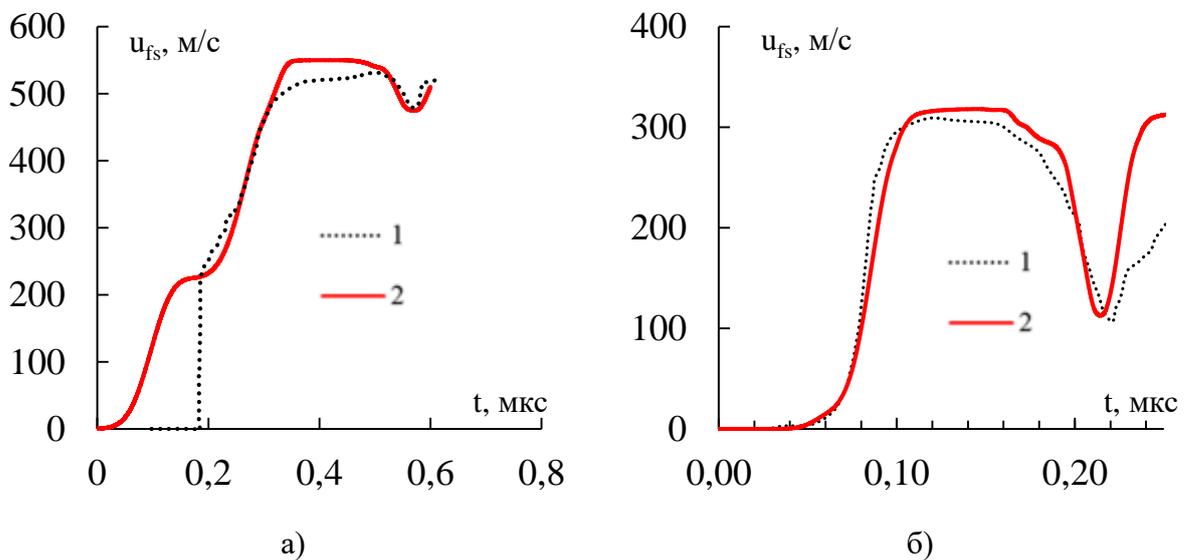


Рисунок 37 – Сравнение экспериментальных данных с расчетом:
 а) карбид вольфрама (WC, $u_p = 1,8$ км/с); б) кобальт (Co, $u_p = 0,6$ км/с).
 1 – экспериментальные данные; 2 – результаты расчета

Предполагая, что модель гомогенного материала неплохо описывает откольные разрушения, рассмотрим модели неоднородных сред для карбида вольфрама с включениями кобальта (WC+Co) с объемной концентрацией кобальта в диапазоне 2-12%. Для более глубокого сравнения, проведем расчеты не только с математическими моделями гетерогенного материала, но и с параметрами гетерогенного материала из эксперимента. Эта модель в дальнейшем будет обозначена как «модель сплава». Сплав в нашей задаче – это, модель с заданными эффективными физико-механическими

параметрами, как гомогенного материала. То есть с применением полученного из эксперимента уравнения состояния и механическими параметрами.

Согласно [152], керамические образцы карбида вольфрама с различным содержанием кобальта изготавливались следующим образом: порошок карбида вольфрама марки DN-4 смешивался с разным количеством (от 2 до 12%) порошкового кобальта со средним размером частиц ~ 0.5 μm в планетарной шаровой мельнице в течение 500 минут. Готовая смесь спекалась методом плазменно-искрового спекания при температуре 1250°C в течение 5 минут. Все изготовленные таким методом образцы имели диаметр 20 мм и толщину около 5 мм.

Таблица 5 – Результаты динамических экспериментов для всех смесевых моделей

	Эксперимент		Сплав		Аддитивная модель		Прямое численное моделирование	
	u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с	u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с	u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с	u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с
WC-2Co	123,3	53,8	128,7	54,1	123,9	48,3	238,3	50,8
WC-4Co	110,0	–	110,0	50,2	110,2	43,8	188,3	29,4
WC-6Co	97,8	61,2	104,3	62,5	94,1	59,5	208,0	59,7
WC-8Co	94,2	52,6	102,1	51,8	93,6	39,7	208,0	50,4
WC-10Co	85,1	70,6	77,5	65,4	89,1	50,4	221,1	63,5
WC-12Co	78,8	80,3	75,3	80,9	76,8	66,3	210,5	74,9

Поскольку в экспериментальной работе [152] было рассмотрено семь концентраций, появляется возможность провести сравнение смесевой модели для нескольких концентраций. Результаты моделирования были сведены в таблицу 5.

Результаты расчетов для модели сплава и аддитивной модели, имеют хорошее совпадение с результатами эксперимента до 10% погрешности, что видно на рисунке 38а, для материала WC-2Co (2% кобальта) и на рисунке 38б, для материала WC-8Co (8% кобальта).

На основе экспериментальных данных, полученных в работе [11], для сплава никеля и титана с объемной концентрацией 50% каждого компонента,

проведена аналогичная серия расчетов для сравнения моделей гетерогенного материала. Результаты моделирования сведены в таблицу 6.

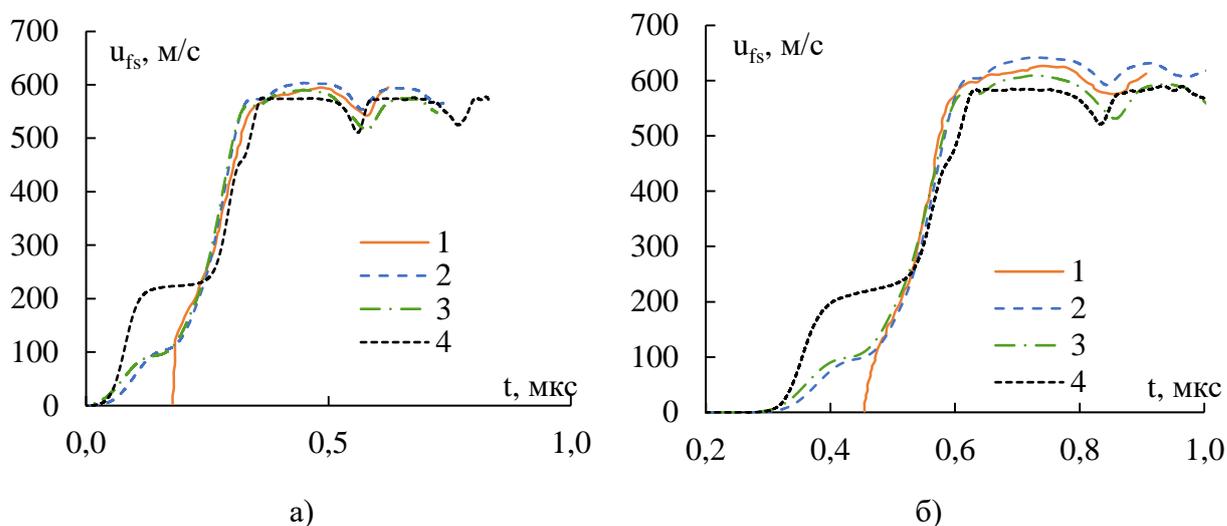


Рисунок 38 – Сравнение смешанных моделей с экспериментальными данными:
а) WC-2Co; б) WC-8Co;

1 – экспериментальные данные; 2 – модель сплава; 3 – аддитивная модель; 4 – прямое численное моделирование

Таблица 6 – Результаты динамических экспериментов для смешанных моделей

Ni+Ti, 50%	u_{HEL} , м/с	Δu_{fs} , м/с
Эксперимент	60	218
Сплав	60	197
Прямое численное моделирование	52.5	172
Аддитивная модель	60	195

На рисунке 39 показано сравнение профилей скорости трех моделей с экспериментальным профилем скорости для смеси титана и никеля Ni-Ti. Параметр u_{HEL} рассмотренных моделей имеет близкие значения с экспериментальными данными. Результаты расчетов для модели сплава, имеют совпадение с результатами эксперимента в районе 10% погрешности. Параметры, связанные с откольным напряжением для аддитивной модели, имеют хорошее соответствие с экспериментальными данными. В аддитивной модели зависимость предела текучести от концентрации линейна, исходя из правила смесей [113], когда как для хрупких сплавов зависимость экспоненциальная. Тем не менее необходимо расширить аддитивную модель

для более точного описания поведения предела текучести для хрупких сплавов в зависимости от концентрации.

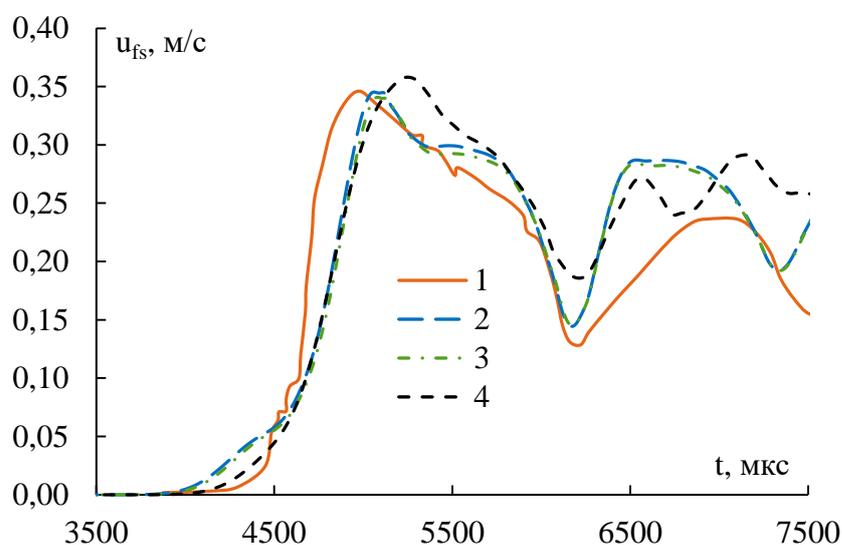


Рисунок 39 – Сравнение различных моделей с экспериментальными данными
1 – экспериментальные данные; 2 – модель сплава; 3 – аддитивная модель; 4 – прямое численное моделирование

Модель на основе прямого численного моделирования хуже воспроизводит профиль волны при моделировании WC-Co, сохраняя только общее поведение волны на свободной поверхности. Очень важно знать распределение зерен кобальта в карбиде вольфрама и никеля в титане, поскольку разрушение и откол происходит в первую очередь на границах между зёрнами карбида вольфрама и кобальта. Проблема расчета предела текучести сплава связана с тем, что в ячейке сформированной из WC предел текучести остается аналогичным карбиду вольфрама без примесей, а в ячейках с Co, аналогичным кобальту без примесей, соответственно. Данный разбег дает результат по пределу текучести в материале, а также со всеми связанными параметрами, близкий к карбиду вольфрама без примесей. Мы так же предполагаем, что авторы статьи [152] представили не конечный состав материала, а начальный, до спекания с помощью аддитивных технологий. Согласно же [155] фазовый состав конечного материала может существенно различаться от начального, в зависимости от типа применения аддитивных

технологий. Однако в случае моделирования смеси Ni-Ti поведение профиля свободной поверхности соответствует профилю свободной поверхности из эксперимента [11], особенно что касается откольных параметров гетерогенного материала.

Прямое численное моделирование обеспечивает возможность описать поведение материала при откольном нагружении на основе параметров гомогенных компонентов гетерогенного материала и их долей в общем составе. Это дает большой спектр возможностей для анализа связи параметров компонентов с параметрами самого гетерогенного материала.

2.2. Определение предельного откольного напряжения гетерогенного материала

На основе моделирования откольного эксперимента, рассмотренного в разделе 2.1 диссертации, можно провести аппроксимацию результатов прямого численного моделирования и результатов рассмотренных экспериментов [152]. Анализ соотношений (48) и (51) демонстрирует линейное поведение параметра Δu_{fs} и экспоненциальное поведение параметра u_{HEL} , что можно объяснить линейной связью u_{HEL} с Y по формуле (50), поскольку экспоненциальную связь Y с концентрацией демонстрирует эксперимент [152]. Таким образом можно предположить, что линейная зависимость Δu_{fs} от объемной концентрации говорит об линейной зависимости откольного напряжения от концентрации, что демонстрируется из результатов прямого численного моделирования, которые занесены в таблицу 7.

Тогда для предельного откольного напряжения можно сформулировать соотношение:

$$\sigma_{sp_mix} = \frac{\sum_{i=1}^k \rho_{0i} \beta_i \sigma_{sp_i}}{\rho_{0mix}} \quad (53)$$

На рисунке 40 представлена зависимость предельного откольного напряжения гетерогенных пластин WC-Co от концентрации, полученная по формуле (53), результаты прямого численного моделирования и экспериментальные данные [152] (с предельными погрешностями 20%).

Таблица 7 – Параметры разрушения для WC+Co

	Эксперимент [152]		Аддитивная модель		Прямое численное моделирование	
	σ_{HEL} , ГПа	σ_{sp} , ГПа	σ_{HEL} , ГПа	σ_{sp} , ГПа	σ_{HEL} , ГПа	σ_{sp} , ГПа
WC	13.01	2.93	13.01	2.93	13.35	2.91
WC-2Co	6.52	2.85	6.742	2.942	12.95	2.764
WC-4Co	5.74		5.928	2.955	10.11	2.581
WC-6Co	5.04	3.15	4.947	5.968	10.93	3.138
WC-8Co	4.73	2.64	4.873	2.982	10.82	2.623
WC-10Co	4.21	3.50	4.545	2.995	11.27	3.239
WC-12Co	3.78	3.85	3.829	3.009	10.47	3.734
Co	0.59	4.05	0.59	4.05	0.529	4.395

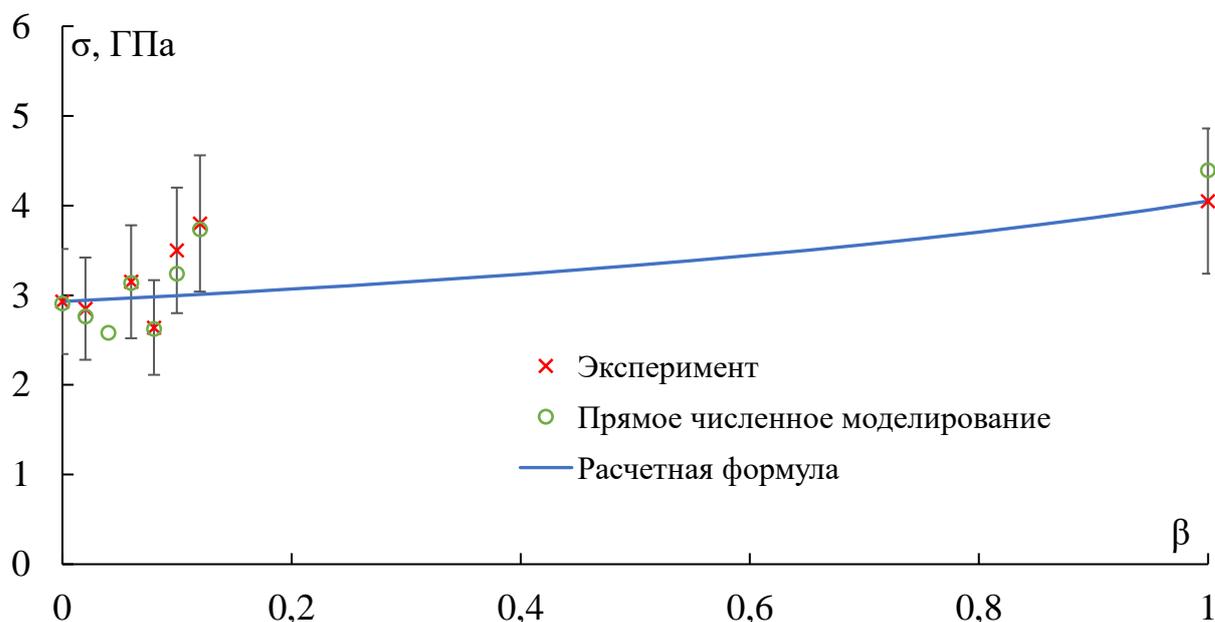


Рисунок 40 – Зависимость предельного откольного напряжения от объемной концентрации для смеси WC-Co

Поскольку для верификации полученного соотношения (53) диапазона концентраций в эксперименте [152] недостаточно. Рассмотрим возможность применения соотношения (53) для смеси никилида титана Ni-Ti при

концентрации 50%. Из соотношения получаем величину предельного откольного напряжения $\sigma_{sp(расчет)} = 3,643$ ГПа, при этом величина полученная в эксперименте $\sigma_{sp(эксперимент)} = 3,393$ ГПа. В данном случае величина погрешности соотношения составляет 7%.

Рассмотрим возможность применения соотношения (53) для расчета смесей с более чем двумя компонентами. Для этого исследуем металломатричный композита (95%) INCONEL 625 + (5%) NiTi+TiB₂, созданный с помощью аддитивных технологий [156]. Величина предельного откольного напряжения для INCONEL 625 получено из работы [157], а значение предельного откольного напряжения для смеси NiTi+TiB₂ получено из соотношения (53) с условием того, что объемная доля TiB₂ составляла 50%. Предельное откольное напряжение для NiTi и TiB₂ по отдельности взяты из работ [11,156,158]. Таким образом величина предельного откольного напряжения для смеси составила $\sigma_{sp(расчет)} = 4.48$ ГПа, что отличается от экспериментальной величины $\sigma_{sp(эксперимент)} = 4.33$ на 3%. Аналитический анализ демонстрирует, что соотношение (53) соответствует экспериментальными данным и позволяет применять его для определения предельного откольного напряжения гетерогенного материала. В открытых источниках нет аналогичных соотношений для определения предельных напряжений через параметры компонент гетерогенного материала.

Численное моделирование процесса формирования откола демонстрирует, что прямое численное моделирование превосходно описывает поведение гетерогенного материала в откольном эксперименте.

2.3. Определение предельных деформаций гетерогенного материала

Определив соотношение, позволяющее получить величину предельного откольного напряжения гетерогенного материала, необходимо

сформулировать связь предельных деформаций от компонент гетерогенного материала. Для этого рассмотрим определение объёмных деформаций:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \quad (54)$$

где ε_v – объёмные деформации, V_0 – начальный объём, ΔV – изменение объёма, ε – линейные деформации вдоль главных осей.

Таким образом определив изменение объёма гетерогенного материала, можно определить деформации. Из определения аддитивной модели смеси, описанной в пункте 1.3 диссертации, воспользуемся законом описывающим изменение плотности смеси от концентрации компонент гетерогенного материала и, соответственно, определим величину удельного объёма смеси v :

$$v_{mix} = \frac{1}{\rho_{mix}} = \sum_{i=1}^k \alpha_i v_i \quad (55)$$

Подставим выражение (55) в соотношение (54) для определения объёмных деформаций смеси, поскольку выполняется закон сохранения массы то масса является постоянной величиной и в общем случае предельные деформации смеси будут иметь вид:

$$\varepsilon_{v(mix)} = \frac{\Delta v \cdot m}{v_0 \cdot m} = \sum_{i=1}^k \alpha_i \varepsilon_{vi} \quad (56)$$

Для линейных деформаций рассуждения аналогичные и получаются из (54) соотношения для объёмных деформаций:

$$\varepsilon_{mix} = \sum_{i=1}^k \alpha_i \varepsilon_i \quad (57)$$

Для оценки достоверности соотношения (57) рассмотрим задачу со сложным механизмом разрушения, а именно задачу о пробитии высокотвердым стержнем гетерогенной преграды конечной толщины. Преграда толщиной 7.5 см, выполнена из смеси стали 10 и сплава Al7075. Стержень выполнен из высокотвердой стали для минимизации влияния

деформации стержня на деформацию преграды. Геометрическая модель задачи представлена на рисунке 41.

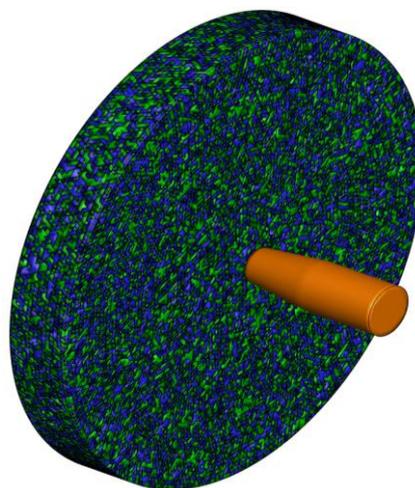


Рисунок 41 – Геометрическая модель: 1 – стержень, 2 – преграда из смеси сталь 10 и Al7075

Поведение нагруженного гетерогенного материала опишем прямым численным моделированием и аддитивной моделью смеси. Параметры разрушения для прямого численного моделирования не нужны, поскольку разрушение будет определяться из параметров разрушения гомогенных компонентов, а для аддитивной модели смеси параметры разрушения рассчитаем исходя из соотношений (53) и (57). Результаты взаимодействия стержня с пластиной показаны на рисунке 42 в виде баллистических кривых построенных по аппроксимации Ламберта-Джонасана [159].

Детерминированный подход к определению баллистического предела представляет собой попытку предсказать поведение снаряда в процессе проникания путем разработки моделей, в основу которых положены законы сохранения и предположения о механических свойствах, взаимодействующих тел. На основе обработки большого экспериментального материала Ламбертом и Джонасом была предложена эмпирическая формула для расчета остаточной скорости, которая в дальнейшем была обобщена до следующего вида:

$$U_r = a(U_i^p - U_b^p)^{1/p}, \quad U_i > U_b,$$

где U_i, U_r, U_b – скорость удара, остаточная скорость и величина баллистической скорости, a, p – постоянные, зависящая от свойств материалов и геометрии соударяющихся объектов.

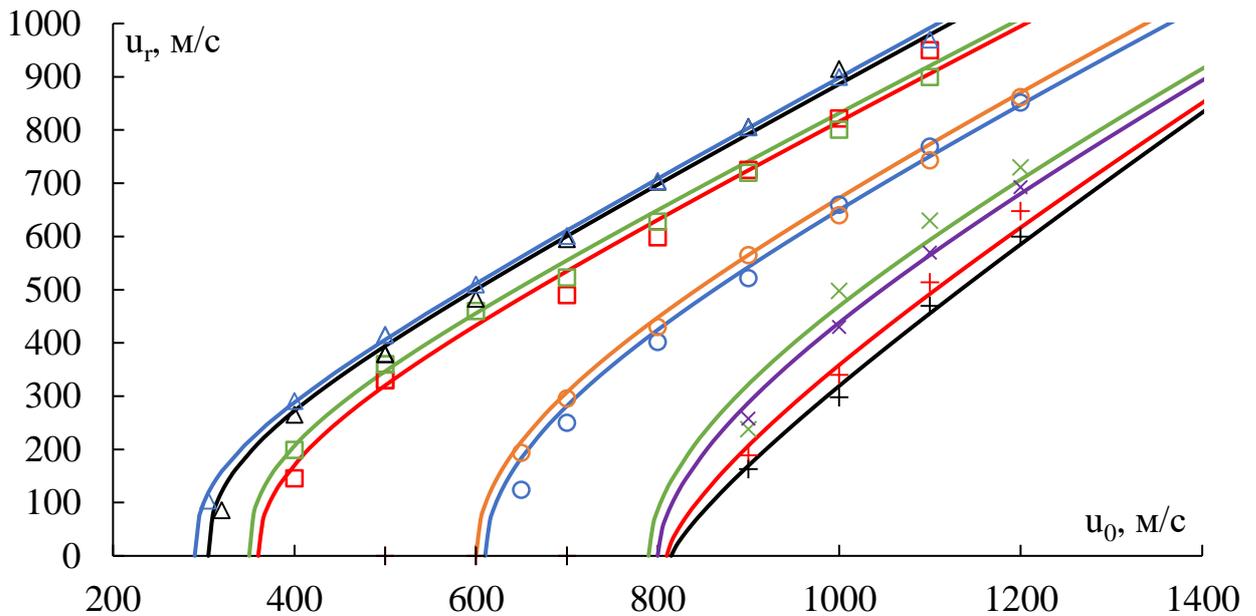


Рисунок 42 – Баллистические кривые для преграды сталь + Al7075с разной концентрацией алюминия; \circ – Аддитивная модель смеси 50%; \circ – Прямое численное моделирование 50%; \square – Аддитивная модель смеси 75%; \square – Прямое численное моделирование 75%; Δ – Аддитивная модель смеси 90%; Δ – Прямое численное моделирование 90%; \times – Аддитивная модель смеси 25%; \times – Прямое численное моделирование 25%; $+$ – Аддитивная модель смеси 10%; $+$ – Прямое численное моделирование 10%;

Результаты показанные на рисунке 42 говорят о том, что параметры разрушения полученные из соотношений (53) и (57) определены верно, а результаты моделирования при помощи аддитивной модели смеси с такими параметрами разрушения повторяют результаты прямого численного моделирования в интервалах погрешностей 5%. Этот вывод свидетельствует о возможности описания предельных деформаций соотношением (57).

Вторая задача по результатам которой оценим точность определения предельных деформаций гетерогенного материала является внедрение металлической сферы в массивную преграду. В таком случае масса преграды

значительно превышает массу частицы. Для данного типа задач существует понятие единой моделирующей кривой Н.А. Златина, полученная в исследованиях механизмов внедрения металлических сфер в массивную преграду из единого материала приведенные в [7,160,161]. Это позволило выявить ключевые безразмерные параметры. Основным из них оказалось отношение кинетической энергии ударника к прочностным характеристикам преграды.

Соответствие результатов прямого численного моделирования и результатов моделирования аддитивной модели смеси с параметрами разрушения определенными из (53) и (57) с единой моделирующей позволит оценить достоверность предложенных нами соотношений для параметров разрушения гетерогенного материала.

Рассмотрим задачу о нагружении металлической сферой из высокотвердой стали с радиусом 2 см. массивную преграду длиной 50 см и высотой 120 см из смеси стали 10 и сплава Al7075. Геометрическая модель показана на рисунке 43. Скоростной интервал выбран в диапазоне от 1 км/с до 1.9 км/с.

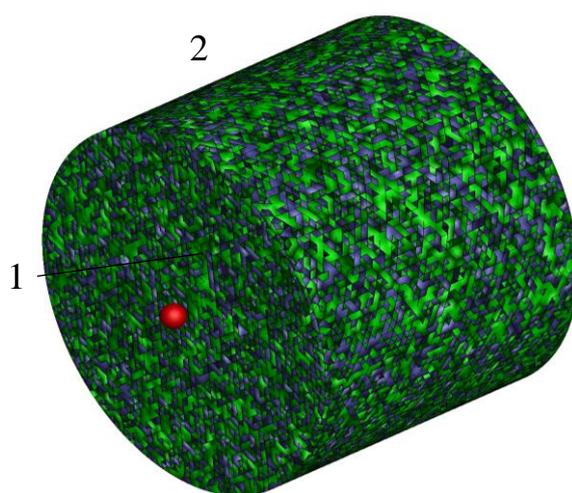


Рисунок 43 Геометрическая модель: 1 металлическая сфера; 2 массивная преграда

Из результатов численного эксперимента можно сделать вывод, что объем образующегося кратера при прямом численном моделировании

совпадает с объемом кратера при моделировании аддитивной модели смеси в пределах погрешности 15%. На рисунке 44 приведены отнесенные объемы образовавшегося кратера V_c к объему металлической сферы V_s от объемной доли алюминия в стали и разной начальной скоростью металлической сферы. На рисунке значки – результаты расчета, линии – осреднение расчета по методу наименьших квадратов. Получена немонотонная зависимость объема кратера от скорости налетающей сферы, причем для всех гетерогенных материалов с разным содержанием Al7075.

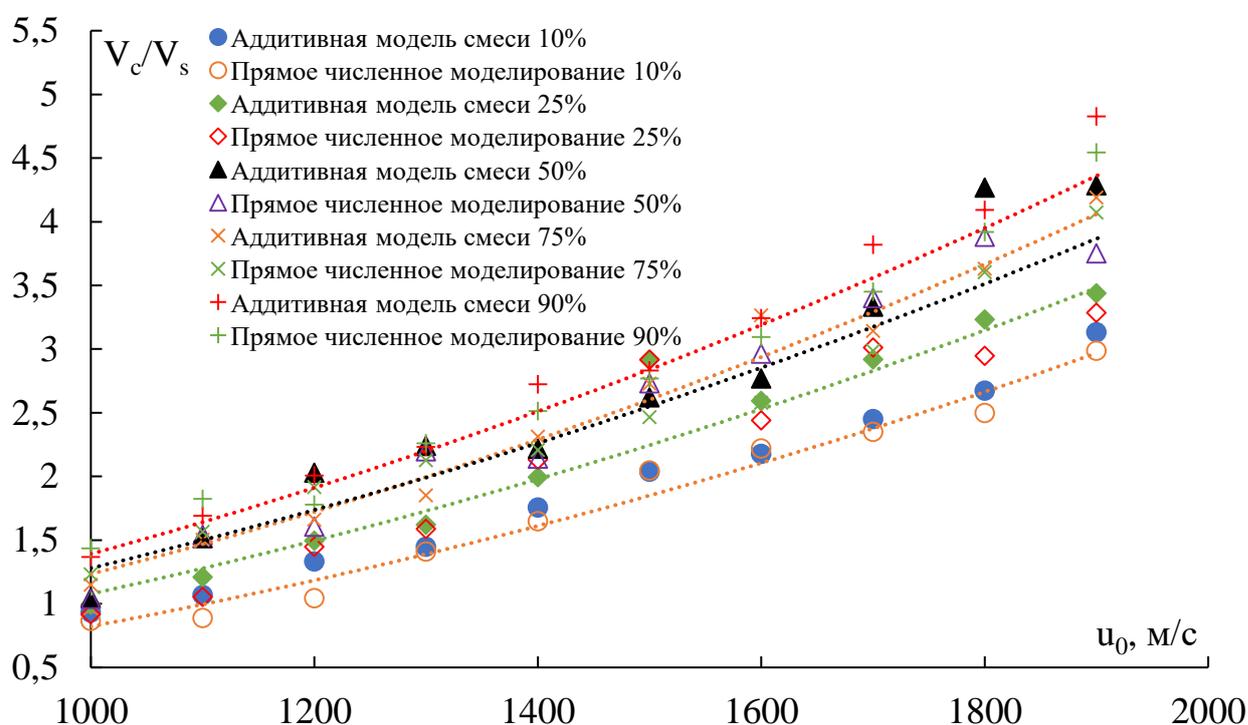


Рисунок 44 – Зависимость относительного объема кратера в массивных преградах от скорости налетающей сферы

Из этих результатов можно заключить, что соотношение (57) в пределах 15% погрешности определяет предельные деформации гетерогенного материала при нагружении металлической сферой. Это демонстрирует, что предельные деформации гетерогенного материала связаны линейно с предельными деформациями компонент гетерогенного материала, что

позволяет определить концентрации компонент гетерогенного материала для обеспечения требуемой величины предельных деформаций.

2.4. Определение динамического предела текучести гетерогенного материала

Проанализируем полученные результаты соотнеся приведенный объем кратера с кинетической энергией ударника, как было показано в работе [162]. Поскольку объем кратера определяется кинетической энергией налетающей сферы и пределом текучести материала массивной мишени, как показано в [163], представим результаты расчетов в виде зависимости удельной работы напряжений на пластических деформациях Z от кинетической энергии налетающего стержня E_k . Комплекс Z сформирован из двух составляющих удельной работы напряжений на пластических деформациях.

$$E_k = \frac{\rho_p u^2}{2}, \quad Z = \left[\frac{V_c Y_t}{V_p} + \left(1 - \frac{V_r}{V_p} \right) Y_p \right], \quad (58)$$

где E_k – удельная кинетическая энергия, Y_t , Y_p – пределы текучести материалов массивной преграды и налетающей сферы, V_c , V_p и V_r – объем кратера, начальный и остаточный объем сферы, ρ_p – плотность материала стержня. Поскольку в нашей постановке задачи налетающая сфера выполнена из высокотвердого материала изменение ее объема пренебрежимо мало, в таком случае можно получить зависимость:

$$E_k = \frac{V_c}{V_s} Y_t \quad (59)$$

Соотношение (59) позволяет при полученном отнесенном объеме кратера в гетерогенном материала определить величину динамического предела текучести. Зависимость работы напряжений на пластических деформациях от кинетической энергии налетающей сферы для рассмотренных концентраций Al7075 в гетерогенной преграде показаны на рисунке 45.

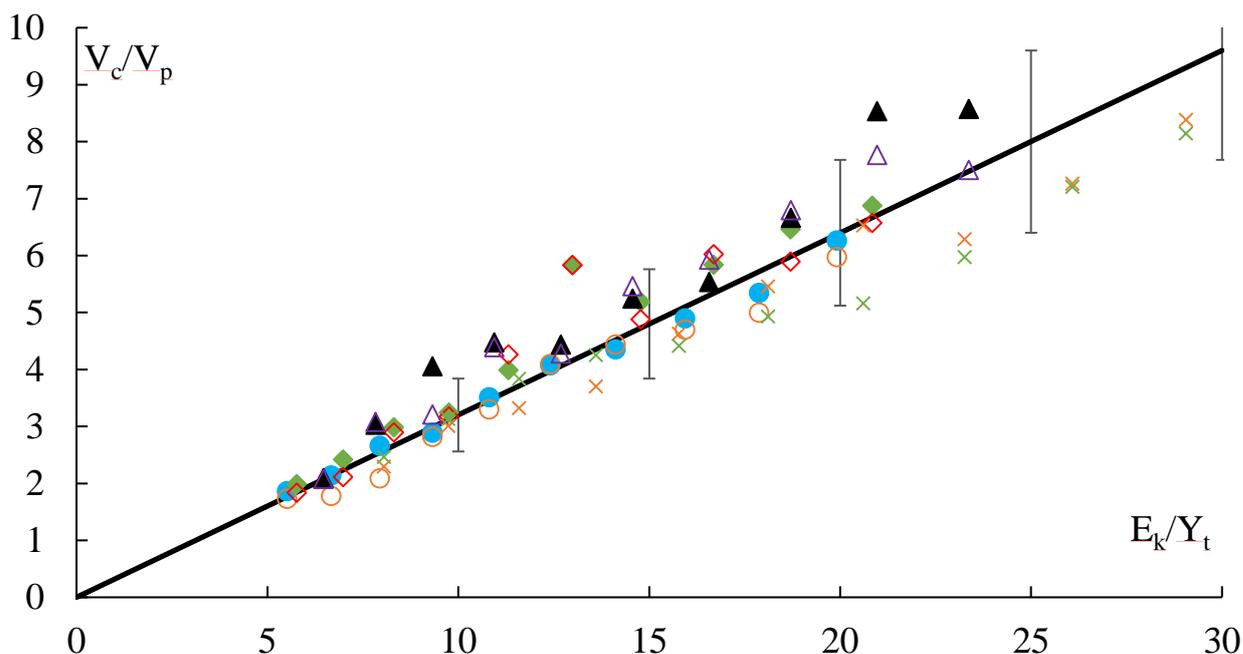


Рисунок 45 – Зависимость работы напряжений на пластических деформациях от кинетической энергии налетающей сферы для рассмотренных концентраций Al7075 в гетерогенной преграде

Рассмотрим результаты прямого численного моделирования и аддитивной модели смеси с учетом соотношения (59). Как упоминалось в пункте 1.3 диссертации для прямого численного моделирования не нужно определять предел текучести гетерогенного материала, достаточно определить пределы текучести компонент. В таком случае из соотношения (59) можно определить предел текучести гетерогенного материала при динамическом нагружении металлической высокотвердой сферой. Определенный из результатов прямого численного моделирования динамический предел текучести в интервалах погрешности 15% совпадает с пределом текучести определенном на основе работы [132], где из численного эксперимента было показано, что предел текучести гетерогенной среды можно предсказать по массовой доле компонент (29). Поскольку отношение объема кратера и объема ударника линейны относительно отношения кинетической энергии ударника к пределу текучести преграды, то для всех концентраций данные соотношения должны ложиться на одну прямую. Данный результат

показан на рисунке 45, поскольку все отнесенные объемы, ложатся на одну прямую в пределах погрешности 15%.

Все это демонстрирует возможность определения динамического предела текучести гетерогенного материала при помощи нагружения массивной преграды из гетерогенного материала, смоделированного прямым численным моделированием, металлической сферой из высокотвердого материала.

Описанные в данной главе методики позволяют в пределах погрешности до 20% определить динамические параметры гетерогенного материала для достоверного моделирования разрушения или определить пропорции компонент гетерогенного материала для обеспечения требуемых нагрузок.

2.5. Выводы по главе

1. Показано, что прямое численное моделирование воспроизводит профиль скорости свободной поверхности с результатами, отклоняющимися от экспериментальных данных менее 10%.

2. Впервые получено соотношение для величины предельного откольного разрушения гетерогенной среды на основе предельных напряжений откола и концентрации ее компонент, позволяющее предсказать величину предельного откольного разрушения гетерогенной среды с погрешностью не более 20%.

3. Впервые получено в численном эксперименте соотношение для величины предельной деформации разрушения гетерогенной среды на основе предельных деформаций разрушения и концентрации ее компонент.

4. Впервые описана методика для определения предельных деформаций гетерогенного материала при сложном механизме разрушения металломатричного гетерогенного материала.

5. Показано, что предел текучести гетерогенного материала можно определить на основе соотношения, связывающего пределы текучести

компонент гетерогенного материала с их массовой долей в гетерогенном материале.

Глава 3. Применение гетерогенных материалов в защитных конструкциях

Развитие аддитивных технологий производства элементов конструкций стимулирует развитие новых подходов к проектированию материалов и изделий [115–119]. Одной из актуальных задач, лежащих на стыке механики, материаловедения и физики является разработка подходов и методов проектирования изделий с определенной структурой материала, которая обеспечивает требуемые функциональные и конструкционные свойства.

В предыдущих главах диссертации рассмотрено и верифицировано прямое численное моделирование гетерогенного материала. При помощи этого метода с высокой точностью описывается волновая картина в гетерогенном материале, а также разрушение гетерогенного материала при динамической нагрузке, рассмотрим ряд прикладных задач, которые удалось решить при помощи прямого численного моделирования.

3.1. Оптимизация конфигурации гетерогенного материала для снижения ударного воздействия

Гетерогенные материалы находят применение в различных областях применения, в том числе и в сфере защиты как техники, так и личного состава. Одной из ключевых задач в этой области является минимизация ударного воздействия до уровня, который не приведёт к травмированию человека. Например, при взаимодействии с элементом индивидуально защиты стержень может нанести повреждение человеку даже при не пробитии защитного элемента. Это происходит ввиду того, что при динамическом нагружении элемента индивидуальной защиты возникает ударная волна, которая воздействует на тыльную сторону защитного элемента. Точечное давление, которое передает ударная волна может существенно сказаться на человеке. Это приводит к необходимости снижения величины приходящего давления на тыльную сторону элемента защиты.

Для изучения этого вопроса рассмотрим задачу о взаимодействии однородного стержня с элементом индивидуальной защиты, состоящего из пластины, которая находится между двумя слоями кевлара, которые имитируют карман бронезилета. В качестве модели человеческого тела выбрана преграда из желатина с цилиндрическими вставками-имитаторами костей человека, как показано на рисунке 46. Пластина в элементе индивидуальной защиты выполнена в двух вариантах: двуслойная пластина из слоя керамики V_4C спереди и слоя стали 10 сзади и гетерогенная преграда с равномерным распределением частиц V_4C по стали 10. Концентрация керамики в обоих случаях одинаковая и равна 50%.

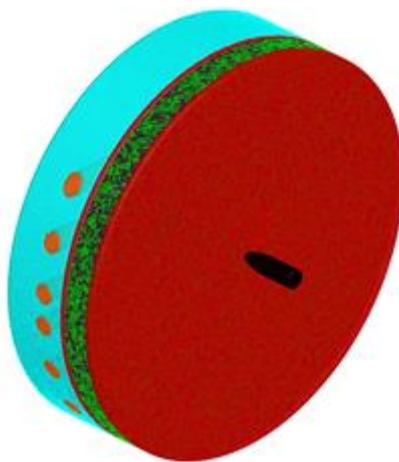


Рисунок 46 – Геометрическая модель преграды в кевларовом кармане

Описание поведения желатина и поведение костных элементов в слое желатина рассмотрено в работе [164]. Получены плотность, модуль сдвига, предел текучести и т.д. Поскольку кости человека имеют сложную структуру, и существенную анизотропию в работе усредняли параметры по поперечной площади кости. Скорость звука в костях человека обладает достаточно большим разбросом, в зависимости от ориентации воздействия, поэтому выбрано среднее значение скорости звука.

При взаимодействии стержня со скоростью 400 м/с с элементом индивидуальной защиты от поверхности контакта, как в стержне, так и

преграде формируется волна сжатия с амплитудой давления $\sim 1,5$ ГПа. Далее, волна сжатия распространяется по двуслойной или гетерогенной пластине и через кевларовую прослойку достигает желатина. Величины давления в желатине (на глубине ~ 1 см), для всех рассмотренных вариантов преграды, представлены в таблице 8. Получено что, амплитуда давления падает от 25 до 40 раз при прохождении через защитный элемент, т.е. параметры не превышают максимально допустимые характеристики избыточного давления при поражении живой силы равные 400 МПа.

Таблица 8 – Давление, приходящее в имитатор человеческого тела

Р, МПа	Двуслойная преграда	Прямое численное моделирование
Модель человеческого тела	70	40
Модель человеческой кости	4,6	3,97

Стержень останавливается в защитном элементе, не пробивая его при заданной начальной скорости в 400 м/с. Во всех случаях внешний слой кевлара разрушен. Головная часть стержня приобрела, практически, одинаковую форму для всех комбинаций защитного элемента [62]. Отличия заключаются в области разрушения лицевой части пластины. Наибольшее давление приходит в две ближайšie модели человеческой кости по направлению движения стержня.

Результаты моделирования взаимодействия стержня с элементом индивидуальной защиты показали, что применение гетерогенных пластин в защитных элементах позволяет снизить давление, приходящее в модель тела человека вдвое по сравнению с элементом, использующим двуслойную пластину при скоростях до 400 м/с, что приводит к снижению травмирования человека, использующего подобную индивидуальную защиту.

3.2. Моделирование процессов проникания удлиненных стержней в гетерогенные преграды конечной толщины

Задача из области защиты, связанная с внедрением удлиненного стержня в преграду конечной толщины, учитывает угол взаимодействия и скорость сноса стержня. Эти параметры оказывают значительное влияние на проникающую способность удлиненного стержня.

В реальных условиях стержень редко взаимодействует с преградой по нормали, чаще всего наблюдается отклонение на 3–4 градуса. Ветер также может изменять траекторию стержня.

Для того, чтобы проанализировать связь этих параметров, рассмотрим задачу о пробитии преграды удлиненным стержнем с небольшой скоростью сноса. Пусть удлиненный стержень, изготовленный из стали, длиной 15 см и диаметром 1 см взаимодействует с цилиндрической плоской преградой толщиной 2 см и диаметром 12 см, изготовленной из гетерогенного материала ($Al5083 + Al_2O_3$) с относительной объемной долей керамики 20%. Геометрическая модель показана на рисунке 47. Для снижения времени счета преграда помещается в цилиндрическую охранную обойму, имеющую высокую эффективную массу, для предотвращения движения относительно малой преграды после высокоскоростного взаимодействия. Параметры материалов представлены в таблице 9, параметры в таблице аналогичны параметрам в таблице 1.

Таблица 9 – Параметры материалов

Материал	ρ , г/см ³	G , ГПа	K , ГПа	Y , кбар	σ_s , кбар	C_0 , км/с	S_I
Сталь	7,87	88,22	177,11	2,10	8,2	3,98	1,53
Al5083	2,68	26,4	78,87	0,475	0,82	5,33	1,36
Al ₂ O ₃	3,7	124,98	174,22	2,9	2,6	11,58	1,08

Прейдем к сравнению стойкости преграды при взаимодействии со стержнем, имеющим скорость скольжения и со стержнем без скорости скольжения. На основе серии расчетов построена баллистическая кривая

стойкости гетерогенной преграды конечной толщины, показанная на рисунке 48. Диапазон скоростей стержня $500 \div 1500$ м/с. Скорость скольжения стержня равна 50 м/с. Иными словами по направлению оси движения стержня была установлена скорость из описанного выше диапазона, а вдоль перпендикулярной оси установлена постоянная скорость равная 50 м/с. Данная схема скоростей установлена в каждой частице тела стержня, скорости распределены равномерно.

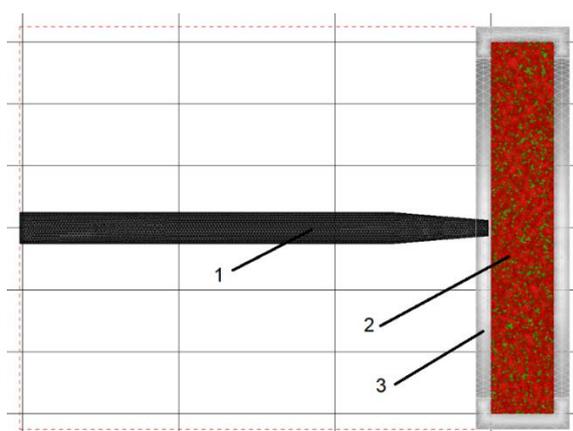


Рисунок 47 – Геометрическая модель стержня и преграды:
1 – Сталь; 2 – Смесь ($Al5083 + Al_2O_3$); 3 – охранный обойма

Скольжение стержня при малых скоростях заметно снижает его баллистические характеристики. Пробитие пластины стержня без скольжения происходит на скорости 650 м/с, в то время как при наличии скольжения пробитие происходит при скорости стержня равной 900 м/с. С повышением скорости стержня влияние скольжения уменьшается, поскольку остаточная скорость стержня практически не отличается при начальных скоростях свыше 1150 м/с.

Как было сказано выше, стержень в реальной жизни редко взаимодействует с преградой строго по нормали, чаще всего имеет место быть небольшое отклонение угла от нормали 3-4 градуса. Это все вызывает вопросы относительно критических углов, при которых возникает рикошет, а также

важен вопрос влияния скорости сноса, например от ветра, на критический угол рикошетирования.

Существует ряд инженерных моделей расчета критического угла рикошета. Однако предложенные аналитические соотношения не рассматривают направление результирующего вектора скорости. Проведем анализ критического угла рикошета на основе численного эксперимента без скорости скольжения.

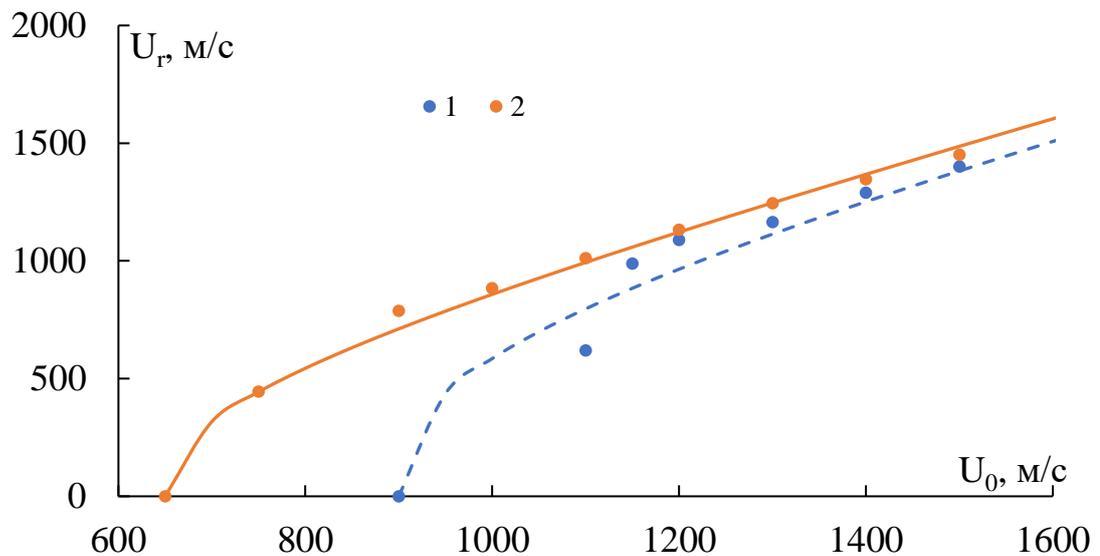


Рисунок 48 – Баллистическая кривая:
1 – стержень со скоростью скольжением 50 м/с; 2 – стержень без скольжения

На основе формулы (60) из работы [165] для расчета критического угла рикошета получен вывод, что рикошет в случае отсутствия скольжения стержня и при скорости стержня 900 м/с произойдет при угле от нормали 67 градусов.

$$\tan^3 \beta = \frac{2 \rho_p U_p^2}{3 Y_p} \left(\frac{l^2 + d^2}{ld} \right) \left[1 + \left(\frac{\rho_p}{\rho_t} \right)^{1/2} \right] \quad (60)$$

где β – критический угол рикошета, ρ_p – плотность материала стержня, ρ_t – плотность материала преграды, U_p – скорость стержня по нормали,

Y_p – предел текучести материала стержня, l – длина стержня, d – диаметр стержня.

Однако модель (60) не учитывает стойкость преграды, поскольку в нее включен только предел текучести стержня. В работе [166] предложена модель расчета угла рикошета с учетом устойчивости преграды (61), рассчитываемой как

$$\tan^2 \beta > \frac{\rho_p U_p^2 \left(\frac{U_p + U}{U_p - U} \right)}{R_t} \quad (61)$$

$$U = \frac{\rho_p U_p - \sqrt{\rho_p^2 U_p^2 - (\rho_p - \rho_t) \{ \rho_p U_p^2 + 2(Y_p - R_t) \}}}{\rho_p - \rho_t} \quad (62)$$

где $R_t = 3Y_t$ – динамический предел текучести, U – скорость проникновения, рассчитываемая по формуле (62).

Поскольку формула не дает однозначного равенства получить точную величину угла, при котором произойдет рикошетирования не удастся, но исходя из расчета по данному соотношению, угол при котором происходит рикошет 71 градус при скорости удара 900 м/с, что согласуется с (60). Серия численных расчетов показала, что рикошет происходит при угле встречи около 70 градусов, что имеет небольшое отклонение от теоретического расчета. Важно заметить, что в нашей задаче рассматривается гетерогенная преграда, а следовательно, данные соотношения справедливы и для гетерогенных преград.

Необходимо отметить, что в случае задачи о рикошетировании необходимо учитывать направление скорости скольжения стержня при скоростях удара сопоставимыми со скоростью скольжения, как показано на рисунке 49.

Влияние направления скорости скольжения наглядно демонстрируется при ударе с начальной скоростью 900 м/с и угле от нормали 65 градусов. При таких условиях рикошет происходит только для стержня со скольжением от преграды, как показано на рисунке 50б. В случае отсутствия скольжения (см.

рисунок 50в) или со скольжением к преграде (см. рисунок 50а) рикошетирования не происходит, т.к. стержень «закусывает» материал преграды. Данный эффект можно объяснить тем, что возникающий изгибающий момент повышает площадь рикошетирования, тем самым повышая его вероятность.

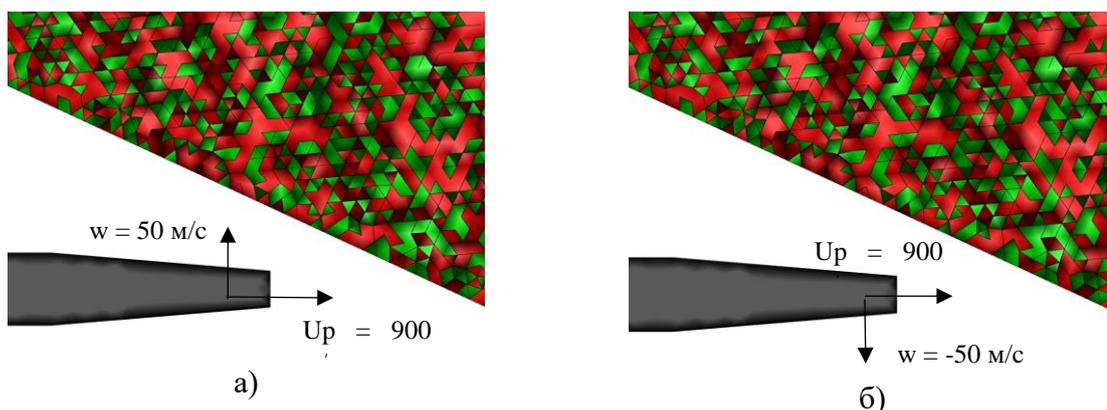


Рисунок 49 – Варианты скольжения при рикошетировании:
а) при скольжении в направлении; б) при скольжении от преграды

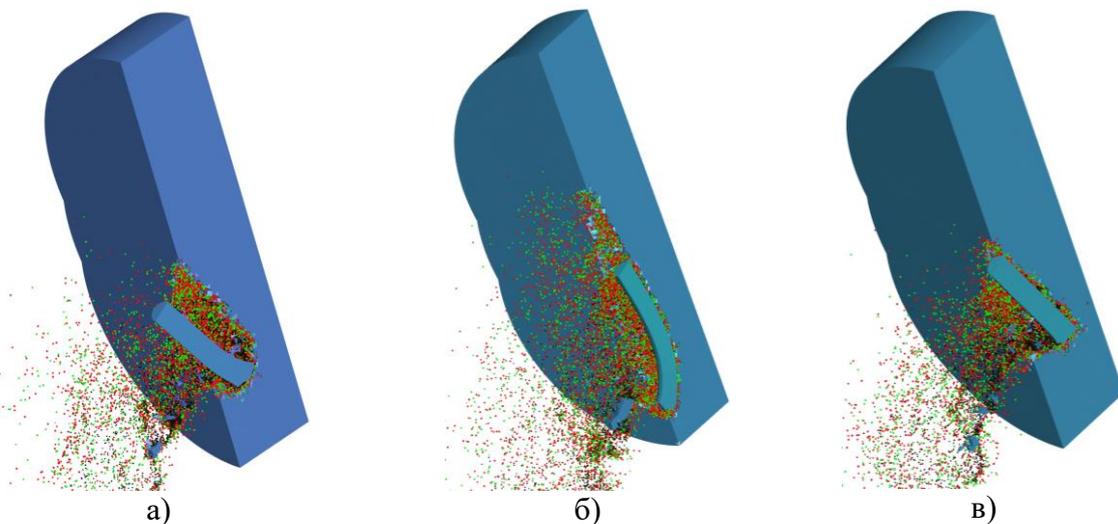
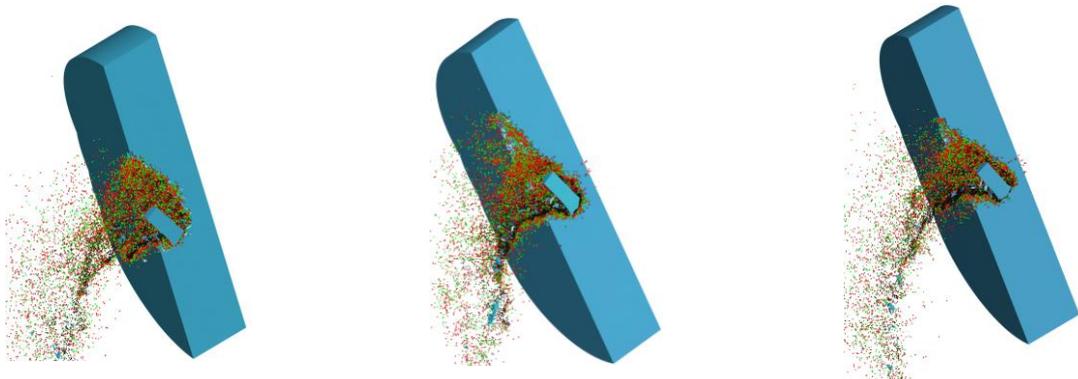


Рисунок 50 – Рикошет при угле 65 градусов и скорости удара 900 м/с:
а) при скольжении в направлении преграды; б) при скольжении от преграды;
в) отсутствие скольжения

При обратном направлении скольжения происходит уменьшение угла от нормали, что наоборот уменьшает вероятность рикошетирования. При увеличении скорости удара до 1200 м/с рикошета не происходит во всех трех случаях, как показано на рисунке 51. А при скорости 1500 м/с происходит

пробитие преграды при любом направлении заданной скорости скольжения, как и при отсутствии скольжения, как показано на рисунке 52.

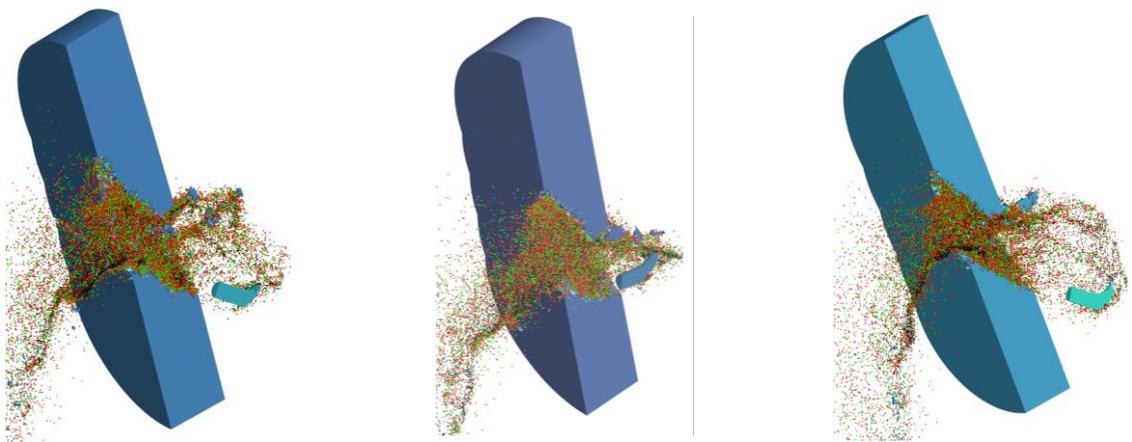


а) б) в)

Рисунок 51 – Рикошет при угле 65 градусов и скорости удара 1200 м/с:

а) при скольжении в направлении преграды; б) при скольжении от преграды; в) отсутствие скольжения

При увеличении угла встречи до 75 градусов от нормали при скорости удара 900 м/с рикошетирование происходит во всех случаях, что объясняется величиной критического угла ~70 градусов.



а) б) в)

Рисунок 52 – Рикошет при угле 65 градусов и скорости удара 1500 м/с:

а) при скольжении в направлении преграды; б) при скольжении от преграды; в) отсутствие скольжения

В заключении данной задачи можно сказать, что соотношения, определяющие критический угол рикошетирования для гомогенных

материалов применимы для гетерогенных материалов. А скорость сноса влияет на критический угол рикошетирувания, изменяя его на 2 градуса.

3.3. Повышение стойкости разнесенных преград в условиях высокоскоростного взаимодействия

Рассмотренные выше задачи решали вопросы наземной защиты. Безусловно, уникальные физико-механические свойства гетерогенных материалов применяются и в космической промышленности. Техногенное засорение околоземного космического пространства представляет собой угрозу функционированию космических аппаратов (КА), в т.ч. и реальную угрозу их повреждения и разрушения. Как известно, появление термина «космический мусор» (КМ) относится к концу 1980-х гг. Космическим мусором, по определению Flury [167], являются все объекты искусственного происхождения и их части в околоземном космическом пространстве (ОКП), которые не функционируют и не выполняют полезные цели. За годы освоения ОКП, со времени запуска первого искусственного спутника Земли, количество запусков только нарастало. В последнее время активность запусков существенно возросла, что сопровождается накоплением КМ в виде как крупных фрагментов, так и мелких частиц [168].

Для защиты от КМ были разработаны экраны, которые рассеивают и перераспределяют кинетическую энергию налетающих частиц. Защита Уиппла [169] предотвращает удар путем включения большого числа тонких оболочек, которые разрушают налетающие частицы КМ, образуя облако осколков, рассеивая кинетическую энергию удара и распределяя её по большей площади [170]. Многослойные гетерогенные экраны еще один тип защитной конструкции, которая ослабляет импульс удара за счет многократного отражения на множественных границах раздела [171]. Другие защитные конструкции, такие как пористые структуры [172] и тканые композиты [173], имеют разрыв в свойствах материала, которые способствуют рассеиванию ударной энергии и препятствуют ее распространению. Следует

отметить, что хотя эти технологии защиты эффективны для рассеивания энергии, они часто достаточно объемные, что вынуждает идти на компромиссы при проектировании аэрокосмических систем, где размеры и масса сильно ограничены. Поэтому проблема снижения массы защитных экранов КА при сохранении их эффективности по-прежнему остается актуальной.

С начала космической эры для применения в космосе были разработаны композиты на основе органических и металлических матриц (ММК), обладающие высокой удельной жесткостью и практически нулевым коэффициентом теплового расширения. Из органических матричных композитов графит/эпоксидная смола использовалась в космосе для элементов ферм, шинных панелей, антенн, волноводов и параболических отражателей. ММК обладают способностью выдерживать высокие температуры, высокой теплопроводностью, низким КТЭ, высокой удельной жесткостью и прочностью. Эти потенциальные преимущества породили оптимизм в отношении применения ММК в критически важных космических системах в конце 1980-х годов [174].

Рассмотрим задачу о повышении стойкости защиты Уиппла. Смоделируем процесс взаимодействия сферической частицы из стали ШХ15 по трем разнесенным пластинам, первые две из сплава АМгб, а третья из стали 10, удар по нормали с начальной скоростью 3,02 км/с.

Геометрическая модель показана на рисунке 53, сфера из стали ШХ15 диаметром 1,35 см. Преграда: две пластины из сплава АМгб толщиной 1,5 см на расстоянии друг от друга 3,0 см и пластина из стали 10 толщиной 1,0 см на расстоянии от пластин в 15,0 см.

Сравнение результатов нашего расчета с экспериментальными данными и результатами моделирования [175] показывает хорошую сходимость, показанную в таблице 10, где введены следующие обозначения: d_1 – диаметр отверстия в первой пластине, d_2 – диаметр отверстия во второй пластине, h – глубина кратера в третьей пластине, δ_i – погрешность авторского расчета

относительно эксперимента. А также показаны на рисунке 54, на котором сферическая частица пробивает две пластины из АМгб и останавливается, не пробив третью пластину.



Рисунок 53 – Геометрическая модель: 1 – сфера из стали ШХ15; 2 – пластины из сплава АМгб; 3 – пластина из стали 10

Таблица 10 – Сравнительные данные численного эксперимента 1

	Эксперимент [175]	Расчет	Авторский расчет	$\delta_i, \%$
$d_1, \text{ мм}$	35	38	34	2.8
$d_2, \text{ мм}$	40	44	40	0
$h, \text{ мм}$	~ 2	3 – 4	2.5	20

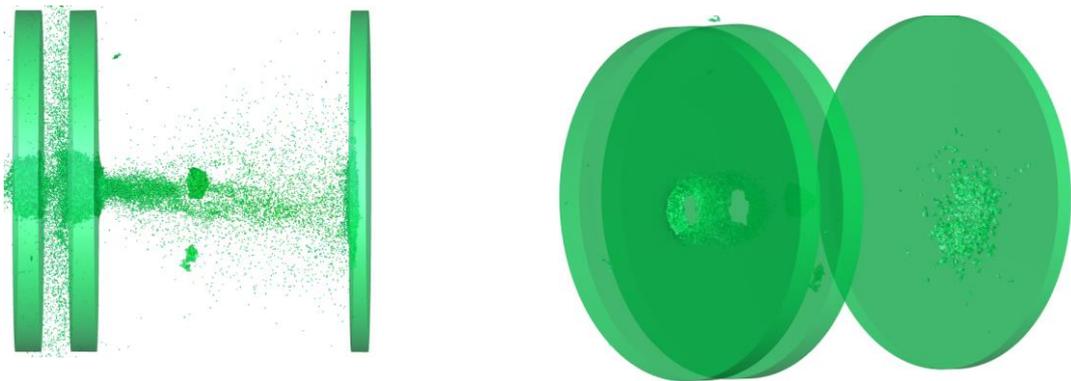


Рисунок 54 – Визуализация результатов моделирования эксперимента с разнесенными пластинами

По результатам успешно проведенных численных экспериментов были верифицированы значения физико-механических параметров материалов,

которые внесенные в таблицу 11. Обозначения в таблице описаны в первой главе.

Таблица 11 – Физико-механические константы материалов

	C_0 , км/с	S_1	ρ , г/см ³	G , ГПа	K , ГПа	Y , ГПа
Сталь 10	4.9	1.288	8.01	93.92	192.32	0.8
АМг6	5.46	1.31	2.63	26.49	73.95	0.42
ШХ15	4.9	1.288	8.01	93.92	192.32	2.0

Перейдем к моделированию эксперимента с разнесенной гетерогенной преградой. Аналогично постановке первого численного эксперимента рассмотрим задачу о взаимодействии сферической частицы из стали ШХ15 по трем разнесенным пластинам, первые две из гетерогенные материала (смеси сплава АМг6 и керамики V_4C), а третья из стали 10, удар по нормали с начальной скоростью 3,02 км/с. Объемная доля керамики в гетерогенной преграде составляла 25%. Геометрическая постановка задачи представлена на рисунке 55.



Рисунок 55 – Геометрическая модель с гетерогенными пластинами: 1 – сфера из стали ШХ15; 2 – пластины из смеси (АМг6 + V_4C); 3 – пластина из стали 10

Сравнения баллистической стойкости гомогенной и гетерогенной преград будем осуществлять при равных массовых величинах. Поскольку плотность сплава АМг6 отличается от плотности керамики V_4C не

значительно, то эквивалентная толщина гетерогенной пластины, при объемной концентрации 25%, меньше на 1 мм.

На рисунке 56 показаны потери импульса сферического ударника. Видно, что модель из гетерогенной преграды обладает повышенной баллистической стойкостью и, в отличие от гомогенной преграды из АМгб, выдерживает удар.

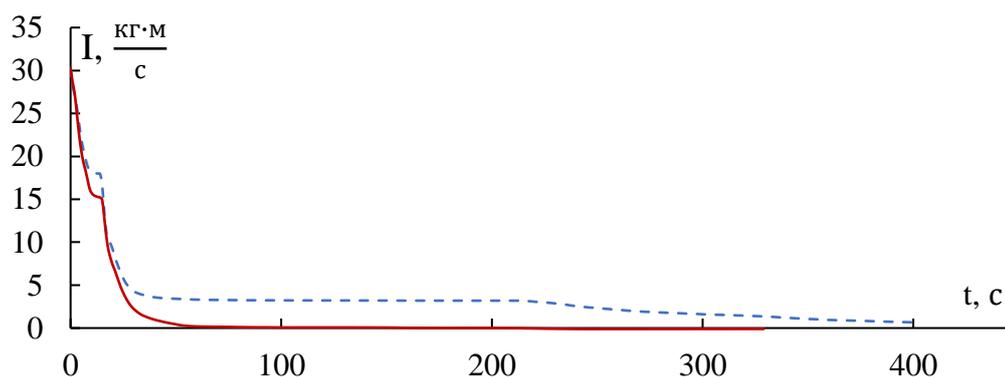


Рисунок 56 – Потеря импульса частицы.

Красная линия – экран из гетерогенного материала, штриховая линия – экран из гомогенного материала

Диаметр отверстия в первой гетерогенной пластине имеют меньший размер, нежели в гомогенной преграде, что можно увидеть в таблице 12 с результатами расчета как гомогенной преграды, так и гетерогенной.

Таблица 12 – Сравнение диаметров отверстий в пластинах

	Эксперимент [175]	Авторский расчет гомогенной преграды	Авторский расчет гетерогенной преграды
d ₁ , мм	35	34	32
d ₂ , мм	40	40	37
h, мм	~ 2	2.5	0

Видно, что при использовании гетерогенного материала диаметр отверстия в первой пластине меньше, чем при гомогенном материале. Кратер, образующийся во второй пластине, имеет заметно меньшие параметры

ширины и высоты, но схожую глубину с параметрами гомогенного материала. Таким образом один из вариантов модификации щита Уиппла – применение металлокерамических преград.

3.4. Повышение стойкости экрана при взаимодействии с группой налетающих элементов

В рассмотренной выше задаче, в пункте 3.3, рассмотрена встреча с одиночной частицей, в действительности подобного рода частиц может быть много. Это так называемая задача о групповом ударе. Интересным моментом в данной задаче является то, что частицы в группе могут иметь различную геометрическую форму, что существенно может повлиять на результат разрушения преграды, как показано в работе [176] на примере льда.

Заинтересованность в этом эффекте легла в основу этой задачи о групповом нагружении преграды. Необходимо понять при какой конфигурации группы налетающих элементов будет обеспечено выбивание наибольшей массы из преграды, исследуем реакцию гетерогенной металлокерамической среды на воздействие высокоскоростной группы тел.

Пусть налетающий элемент или группа элементов из стали 4340 взаимодействует с преградой из алюминиевого сплава Al 5083. Все свойства материалов приведены в таблице 13 и взяты из работы [163].

Таблица 13 - Параметры материалов

Материал	ρ , кг/м ³	K , ГПа	G , ГПа	Y_0 , ГПа	σ_1^* , ГПа	ε^* , %
Al5083	2720	69.01	26.4	0.358	0.477	0.12
Сталь4340	7874	168.0	80.0	1.0	7.5	0.325

Требуется определить какая конфигурация налетающих элементов при равной кинетической энергии обеспечит в преграде толщиной ($h_t = 4.5$ см) сквозное отверстие максимального размера. Геометрическая модель трехмерной задачи представлена на рисунке 57. Для снижения числовой

нагрузки на задачу, возможное движение преграды ограничивается массивной охранной облоймой.

Для решения задачи, по аналогии с [176], выбраны следующие стальные элементы, одинаковой массы: 1) одиночный диск; 2) кольцо (рисунок 57а); 3) семь цилиндров; 4) семь сфер (рисунок 57б); 5) семь малых дисков.

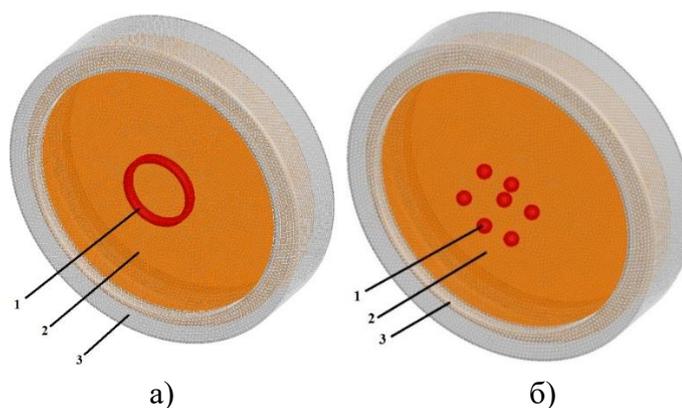


Рисунок 57 – Начальная геометрия задачи о соударении алюминиевой преграды и стального элемента; 1 – Сталь4340, 2 – А15083, 3 – охранная облойма

Скорость удара для всех рассматриваемых случаев составляла $U = 950$ м/с. Формы, размеры налетающих элементов и пробитых отверстий указаны в таблице 14. В таблице r, h – радиус и высота налетающего элемента, $U_{ост}$ – остаточная скорость налетающего элемента, m – масса выбитого отверстия, R_{min}, R_{max} – радиусы выбитого отверстия в самом узком и самом широком местах.

Таблица 14 - Формы, размеры налетающих элементов и пробитых отверстий

Форма элемента	$r, \text{ см}$	$h, \text{ см}$	$U_{ост}, \text{ м/с}$	Выбитое отверстие		
				$m, \text{ г}$	$R_{max}, \text{ см}$	$R_{min}, \text{ см}$
Одиночный диск	3,29	0,55	63	1565	12,05	8,23
Кольцо	4,5-3,8	1	35	2255	17,16	12,76
Цилиндр (7 шт.)	0,675	1,85	126	1495	11,22	9,06
Сфера (7 шт.)	0,8685	-	67	2023	17,58	11,34
Малый диск (7 шт.)	1,061	0,75	112	2902	14,06	11,66

Рассмотрим процесс выбивания отверстия сплошным одиночным диском. Результаты 3D расчета процесса пробития алюминиевой преграды

стальным диском представлен на рисунке 58. Для наглядности представлен разрез по оси отверстия. Удар происходит справа налево. Налетающий элемент и преграда окрашены в соответствии со скоростью движения. Частицы разрушенного налетающего элемента окрашены в красный цвет, а преграды в серый цвет, охранная обойма не показывается. Процесс выбивания отверстия начинается как удар пластинкой по массивной преграде, т.е. с формирования кратера. Далее, импульс волны сжатия достигает свободную тыльную поверхность и начинается разгрузка. Взаимодействие двух волн разгрузки, с тыльной и лицевой поверхностей, формируют волну растяжения, которая вызывает откол (см. рисунок 58, момент времени $t=10$ мкс). Диск продолжает движение, частично поворачиваясь и, разрушаясь, при этом выносит разрушенную алюминиевую преграду в запреградную область. В процессе разрушения выбивается отверстие конической формы, поскольку диаметр кратера, образованного на начальной стадии удара, больше диаметра тыльного отверстия.

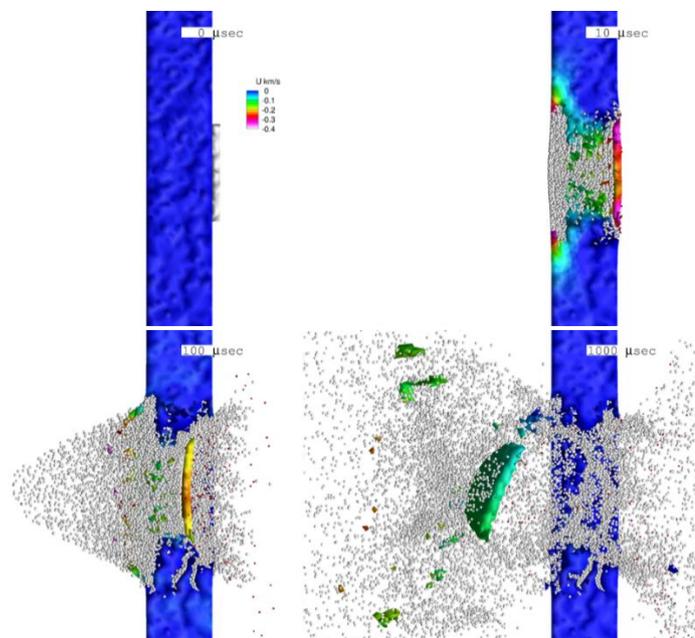


Рисунок 58 – 3D кинограмма процесса пробития одиночным стальным диском преграды

При ударе одиночным стальным кольцом по алюминиевой преграде происходит выброс разрушенного алюминия в виде струи (см. рисунок 59),

направление которой противоположно направлению скорости удара. Данное явление обусловлено образованием кольцевого кратера, выброс внутри кольца представляет собой сходящийся поток фрагментов алюминия, что и приводит к формированию струйного течения, обратного направлению удара. Разгрузка волны сжатия от тыльной поверхности и волны растяжения от обратного потока при встрече образуют достаточно сложную поверхность откольного разрушения, что значительно ослабляет преграду. Откольная тарелка, в практически не разрушенном виде, продолжает движения впереди запреградного облака частиц. Продвижение кольца вглубь пластины приводит к образованию «пробки» и практически полному торможению кольца.

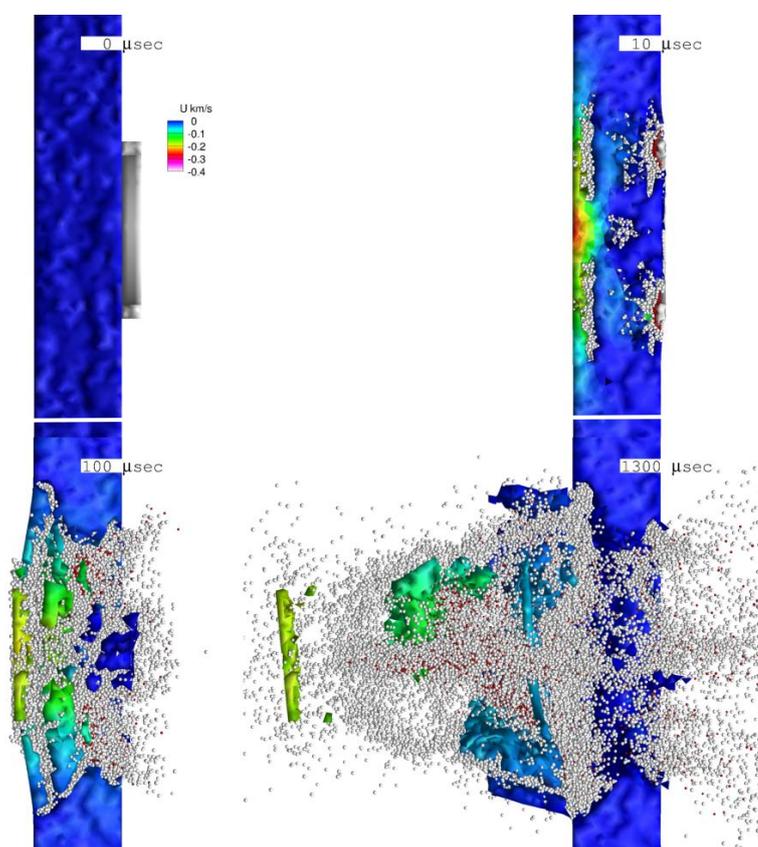


Рисунок 59 – 3D кинограмма процесса пробития преграды одиночным стальным кольцом

Удар семи цилиндров или семи сфер, размеры которых приведены в таблице 14, практически не различаются. На конечной стадии процесса пробития групповой удар приводит к возникновению общего большого отверстия, при этом средняя скорость ударников за преградой остается

достаточно высокой, порядка $U_{осм} = 120$ м/с. В процессе проникания налетающие тела испытывают деформацию и повороты относительно своего центра масс, поскольку разрушение материала преграды происходит в сложной напряженно-деформированной преграде (см. рисунок 60).

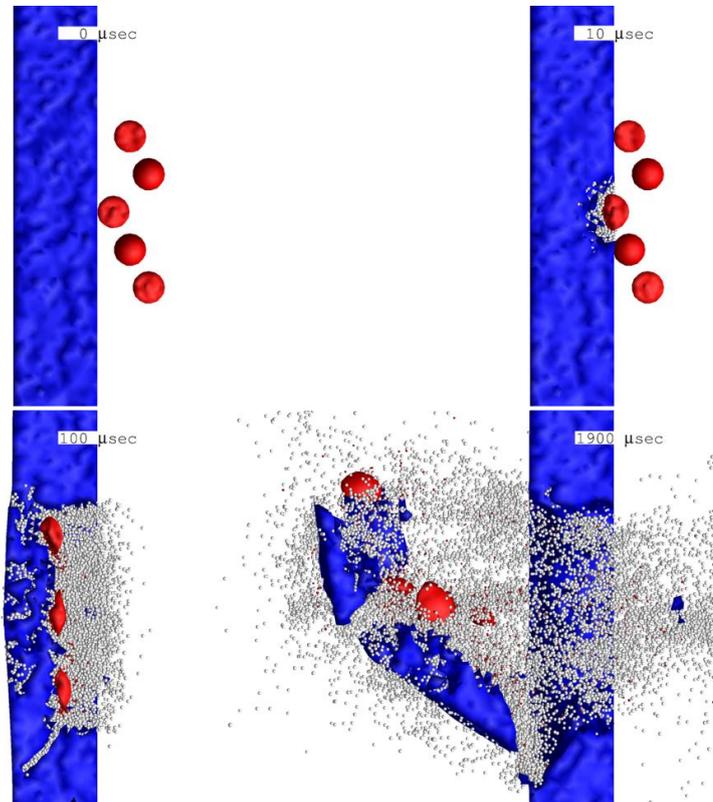


Рисунок 60 – 3D кинограмма процесса пробития преграды группой из 7 сфер

При ударе семи малых дисков (радиус больше высоты) формируется наибольшее сквозное отверстие и выбивается наибольшее количество массы преграды. Отметим, что разгрузка волны сжатия, образованной суммой волн сжатия от каждого диска, приводит к образованию откольных разрушений вблизи тыльной поверхности преграды. Малые диски так же деформируются и поворачиваются вокруг своего центра масс. Сквозные каверны, расположенные по радиусу, сливаются по части своей периферии, и образуют отдельный фрагмент преграды, который выносится центральным диском, формируя сквозное отверстие большого размера.

Результаты численного моделирования, представленные в таблице 14, показывают, что удар стальным кольцом по преграде конечной толщины приводит к образованию в ней отверстия наибольшего размера, при этом остаточная скорость кольца минимальная для всех рассматриваемых случаев, а значит энергия, затраченная на разрушение, максимальная. Близкие результаты получены при ударе 7 малыми стальными дисками, но при этом масса, выносимая за пределы преграды, в этом случае, наибольшая.

Теперь рассмотрим задачу о пробитии гетерогенных преград группой налетающих элементов, т.е. оценим влияние включений из керамики на ударостойкость преграды. Гетерогенные преграды построены из сплава алюминия с заданной объёмной долей керамик Al_2O_3 или SiC. Поскольку группа налетающих элементов в форме малых дисков обеспечивает выбивание наибольшей массы из преграды, а группа элементов в виде семи цилиндров имела наибольшую остаточную скорость, было решено провести расчеты с этими формами элементов. Начальная скорость соударения и геометрические параметры преграды аналогичны, вышеописанным расчетам. Геометрия задачи, для рассматриваемых случаев, показана на рисунке 61.

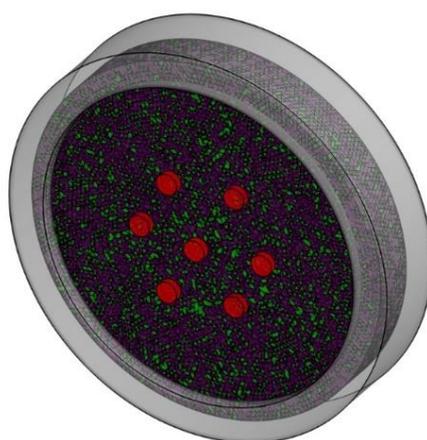


Рисунок 61 – Начальная геометрия задачи о соударении гетерогенной преграды и налетающих элементов из семи малых дисков: 1 – Сталь4340, 2 – Al5083 + 25% Al_2O_3 , 3 – охранный обойма

Проведено моделирование процесса соударения группы налетающих элементов с гетерогенными преградами из алюминиевого сплава с

содержанием объемной доли керамики SiC от 5% до 15%. На рисунке 62 показан процесс взаимодействия группы из семи малых дисков с гетерогенной преградой с объемной долей керамики 5%. Поскольку гетерогенная преграда, в виду неоднородности соседних участков, может получить значительные разрушения, то малые диски, из-за сложности напряженно-деформационного состояния, которое обуславливает различие сил на поверхности диска, получают существенное вращение. В преграде образуется сплошное отверстие радиусом около 8.5 см, которое меньше на 3–4 см отверстия в гомогенной преграде. Выбитая масса, в данном случае, составляет 2750 грамм, что сопоставимо с результатом для гомогенной преграды. Однако необходимо учитывать различие в начальной массе гомогенной и гетерогенной преградах, поскольку добавление керамики увеличивает общую плотность преграды, т.к. плотность керамик составляет $\rho_{SiC} = 3.18 \text{ г/см}^3$, $\rho_{Al_2O_3} = 3.7 \text{ г/см}^3$, что превышает плотность гомогенной преграды $\rho_{Al} = 2,7 \text{ г/см}^3$. В случае соударения группы ударников с преградой, содержащей 10% керамики, сквозного пробития преграды не происходит. Наблюдается откольное разрушение на тыльной стороне преграды с образованием потока частиц небольшой массы.

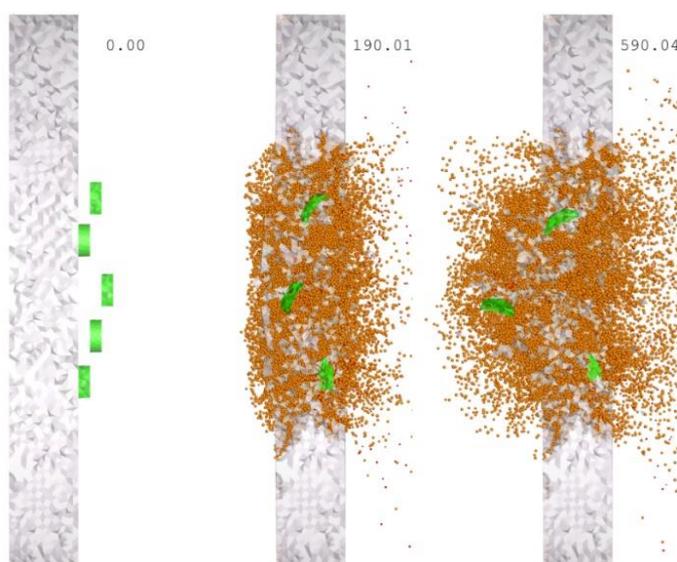


Рисунок 62 – 3D кинограмма процесса выбивания отверстия группой из семи малых дисков из преграды. Преграда с объемной долей 5% SiC

Рассмотрим взаимодействие группы дисков с гетерогенной преградой, содержащей от 5% до 15% объемной доли керамики Al_2O_3 . Результат расчета для преграды с концентрацией керамики 5% показан на рисунке 63.

Таблица 15 - Выбитая масса и остаточная скорость в гетерогенной преграды

Форма ударника	Доля и материал керамики	Выбитое отверстие			$U_{ост}$, м/с
		м, г	R_{max} , см	R_{min} , см	
Малый диск (7 шт.)	5%, SiC	2750	8,7	8,3	42
	10%, SiC	983	0	0	0
	15%, SiC	~800	0	0	0
	5%, Al_2O_3	2543	-	-	73
	10%, Al_2O_3	2016	-	-	10
	15%, Al_2O_3	-	0	0	0
Цилиндр (7 шт.)	5%, SiC	1415	0	0	0
	10%, SiC	409	0	0	0
	5%, Al_2O_3	1137	1,2	1	71
	10%, Al_2O_3	734	0	0	0

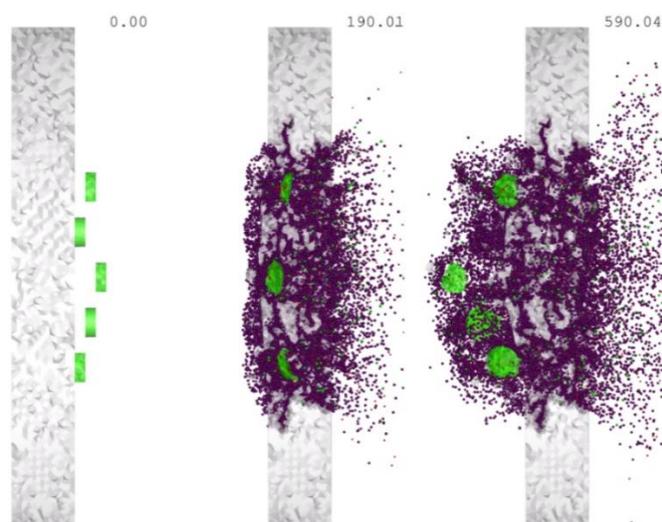


Рисунок 63 – 3D кинограмма процесса выбивания пробки группой из семи малых дисков из преграды с объемной долей Al_2O_3 в 5%

В гетерогенной преграде образуются семь непересекающихся отверстий, как показано на рисунке 64б, там же приведено отверстие для преграды, содержащей 5% керамики SiC, рисунок 64а. Прочностные характеристики керамики Al_2O_3 ниже значений прочности керамики SiC, что обеспечивает лучшее проникание малых элементов через гетерогенную преграду на основе керамики Al_2O_3 . Это и обуславливает меньшую потерю

скорости в преграде на основе керамики Al_2O_3 . Результаты расчетов показаны в сводной таблице 15.

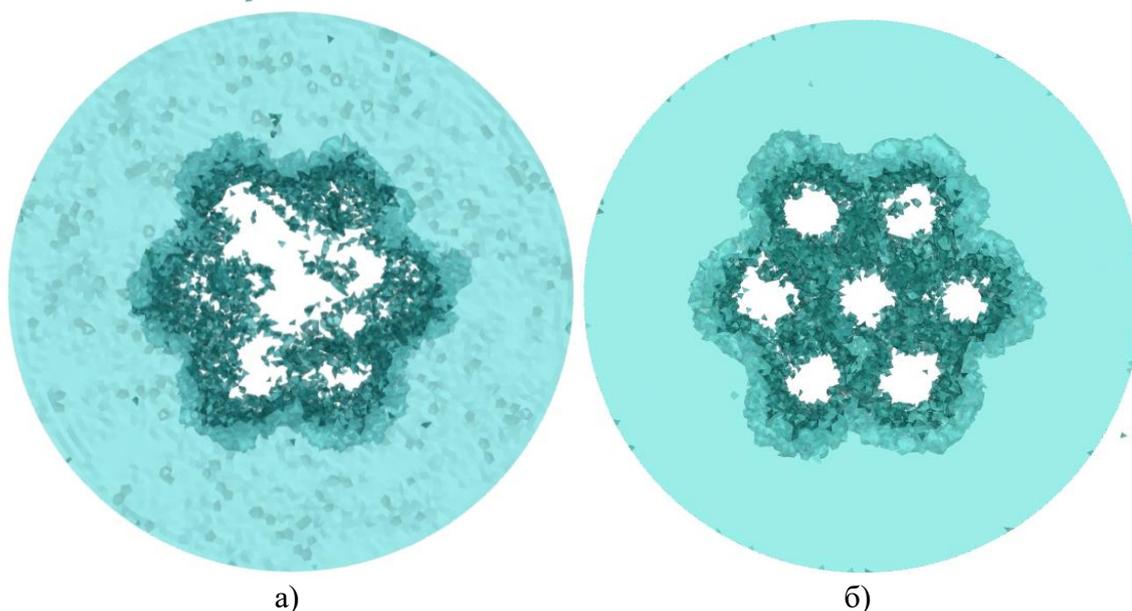


Рисунок 64 – Образованные отверстия в преграде с 5% объемной доли керамики:
а) SiC; б) Al_2O_3

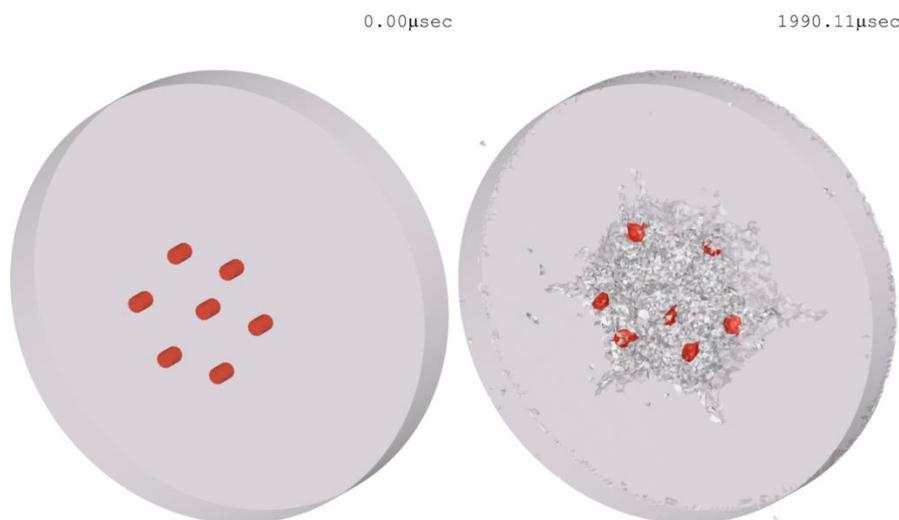


Рисунок 65 – 3D кинограмма процесса выбивания пробки группой из семи цилиндров из преграды с объемной долей SiC в 5%

Были проведены расчеты соударения группы налетающих элементов из семи цилиндров с аналогичными гетерогенными преградами. Гетерогенная преграда, содержащая 5% объемной доли керамики SiC, не получила сквозного отверстия. Цилиндры деформируются в процессе взаимодействия с преградой, как показано на рисунке 65. У преграды, практически, все разрушения происходят на лицевой поверхности, а с тыльной стороны

преграды разрушается некоторое количество фрагментов. Увеличение в преграде объемной доли керамики SiC до 10% не меняет тенденцию разрушения, и выбитая отколом масса не превышает 500 грамм.

При соударении группы семи цилиндров с преградой, содержащей 5% объемной доли Al_2O_3 , центральный цилиндр пробивает преграду, остальные цилиндры останавливаются, как показано на рисунке 66. Остаточная скорость пробившего цилиндра 70 м/с. В этом случае можно сказать, что преграда с долей Al_2O_3 имеет меньшую стойкость, чем преграда с долей SiC. При использовании в преграде 10% объемной доли керамики Al_2O_3 пробития не происходит, как и в случае с 10% SiC. Выбитая масса составляет около 700 грамм.

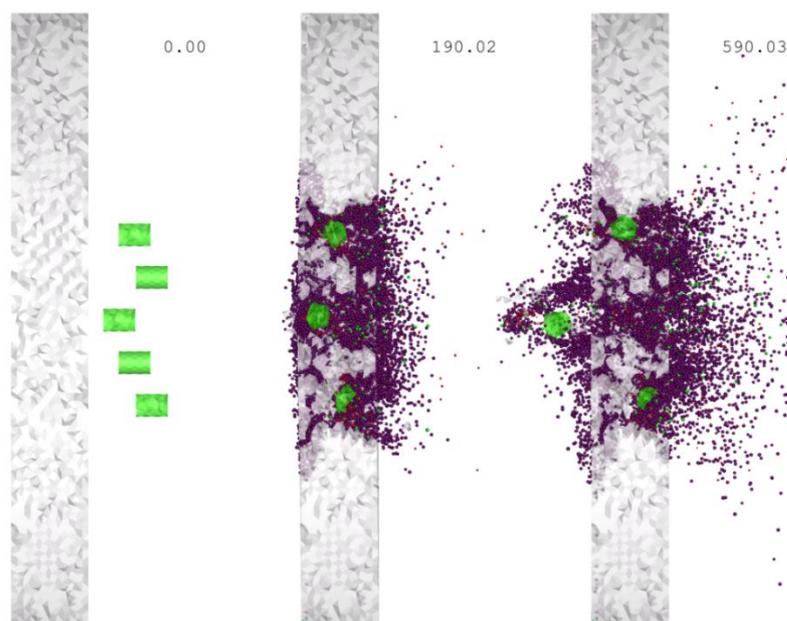


Рисунок 66 – 3D кинограмма процесса выбивания пробки группой из семи цилиндров из преграды с объемной долей Al_2O_3 в 5%

Все полученные результаты расчетов сведены в таблице 15. Наибольшая масса выбивается в случае взаимодействия семи малых дисков и преграды с 5% объемной долей керамики SiC. Гетерогенные преграды с содержанием 15% объемной доли керамики Al_2O_3 и SiC при заданных геометрических параметрах и начальной скорости соударения ни одним из перечисленных выше налетающих элементов не были пробиты. Гетерогенные преграды с

использованием керамики SiC обладают лучшей баллистической стойкостью по сравнению с преградами на основе керамики Al₂O₃. Результаты моделирования показали повышение стойкости преград с использованием металлокерамики.

3.5. Объемно-армированный металломатричный композит как способ повышения стойкости при высокоскоростном взаимодействии с микрочастицами

Развитие аддитивных технологий производства элементов конструкций стимулирует развитие новых подходов к проектированию материалов и изделий из них. Например, в работе [177], предложен способ создания композита Mg-NiTi с биконтинуальной архитектурой взаимопроникающей гетерогенной среды. Для этого магниевый расплав инфильтрируется в трехмерно напечатанный нитиноловый каркас, что позволяет создать композит с уникальным сочетанием механических свойств, повышенной прочностью при различных температурах, замечательной устойчивостью к повреждениям, хорошей демпфирующей способностью при различных амплитудах и исключительной эффективностью поглощения энергии. После деформации форма и прочность композита могут быть восстановлены путем термической обработки.

В поле научного интереса попал эксперимент рассматривающий реакцию гетерогенной среды с адаптированной взаимопроникающей мезоструктурой, изготовленной по гибридной аддитивной технологии, именуемой PrintCast [178–180], который был рассмотрен в пункте 1.6 диссертации, на ударные нагрузки, возникающие при высокоскоростном взаимодействии, применяемый как один из вариантов защиты космических аппаратов [148]. Эксперимент показал, что композит, изготовленный из нержавеющей стали 316L и алюминиевого сплава A356 по технологии PrintCast более устойчив к отколу, чем монолитные пластины из этих же

материалов. Исследования показали, что металломатричный композит с взаимопроникающей адаптированной мезоструктурой является перспективной системой для защиты КА в тех случаях, когда ограничение по размерам не позволяет использовать традиционные методы защиты. Гетерогенная мезоструктура этого композита способствует существенному ослаблению ударной волны за счет многократного рассеяния на границах раздела разнородных материалов и не допускает макрооткол [181].

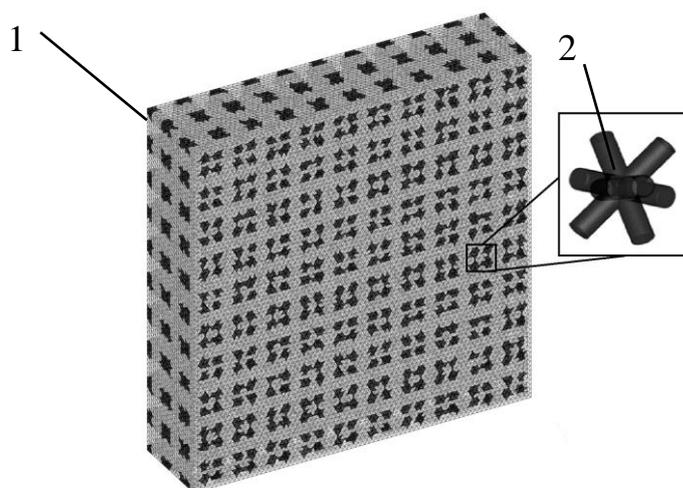


Рисунок 67 – Геометрическая модель армированной преграды:
1 – матрица из А356; 2 – включения из 316L;

В работе [144] исследовались механические свойства композитов PrintCast и их зависимость от объемной доли армирования стали 316L. Эксперименты по одноосному растяжению проводились на композитах А356/316L PrintCast, содержащих либо 30%, 40%, и 50% армирования. При увеличении доли армирования с 30 до 40% наблюдалось увеличение пластичности на 200% и поглощенной энергии на 400%, в то время как при увеличении армирования с 40 до 50% наблюдалось гораздо меньшее увеличение указанных параметров. Разрушение образца с содержанием 30% произошло в результате локализованной деформации в единственной области после начала разрушения, в отличие от образцов с содержанием 40% и 50%,

где разрушение происходило по не локализованным повреждениям во всем сечении образца.

Как было описано выше в пункте 1.3, в программном комплексе «REACTOR 3D», можно задавать тип и размер гетерогенных включений в матрицу основного материала. Однако возникла необходимость задать форму и количество требуемых включений. Такой подход позволил бы рассматривать задачи построения ММК с включениями различной геометрической формы, например, периодическая объемно-армированная модель, показанная на рисунке 67.

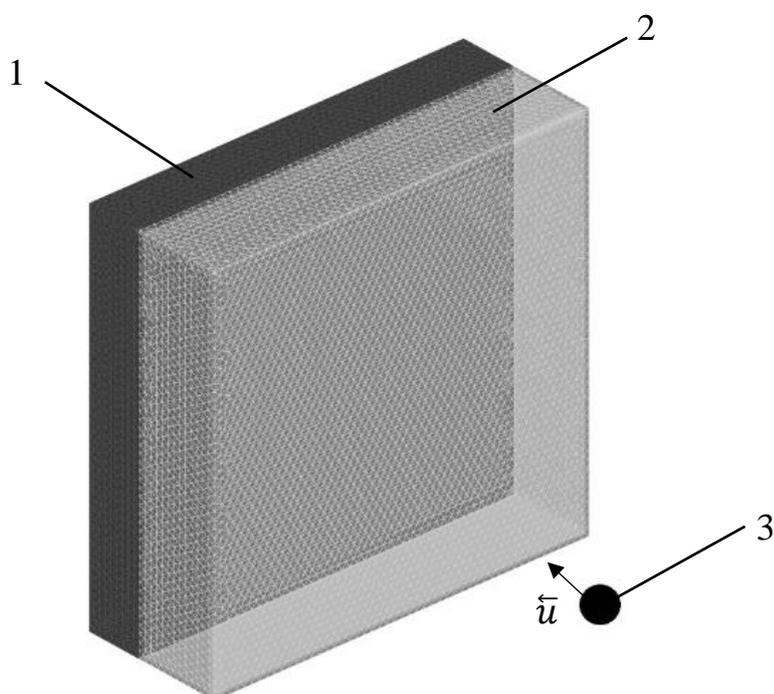


Рисунок 68 – Геометрическая модель слоенной преграды:
1 – слой 316L; 2 – слой A356; 3 – частица из Al2017-T4

Для исследования реакции такой гетерогенной конструкции на динамическую нагрузку с последующим разрушением. Рассмотрим задачу о высокоскоростном взаимодействии сферической частицы и преграды конечной толщины. Геометрическая модель показана на рисунке 68, на примере слоенной преграды из сплава A356 [145] и стали марки 316L [146].

Для верификации параметров расчетной модели воспользуемся [148], в которой приведены экспериментальные данные по высокоскоростному соударению алюминиевых частиц с пятью различными экранами. Результаты численного моделирования процессов соударения позволят выявить экраны, которые обладают достаточной стойкостью от частиц КМ. В дополнение рассмотрим еще три экрана, которые можно изготовить, например на основе селективного лазерного спекания порошков, из тех же материалов, что и в работе [148]. В качестве источников свойств материалов для алюминиевых сплавов Al2017-T4 и A356 использованы [145,182], а для стали 316L [146].

Геометрические размеры налетающей частицы и экранов взяты для проведения расчетов из работы [148]. Сферическая частица диаметром 1.9 мм, из алюминиевого сплава Al2017-T4 массой 10 мг движется с начальной скоростью 6.0 км/с во всех расчетах. Все защитные экраны, рассматриваемые в работе, имеют одинаковую массу и поверхностную плотность. Рассмотрим следующие защитные экраны:

- экран №1 – пластина из стали 316L, толщиной 4.5 мм;
- экран №2 – пластина из алюминиевого сплава A356, толщиной 12.0 мм;
- экран №3 – двуслойная пластина из 316L/A356, толщиной 7.5 мм (3.0/4.5);
- экран №4 – двуслойная пластина из A356/316L, толщиной 7.5 мм (4.5/3.0);
- экран №5 – пластина из металломатричного композита, матрица из алюминиевого сплава A356, объемное армирование выполнено из стали 316L, как показано на рисунке 67. Единичный объем гетерогенного включения в такой пластине обладает объемно-центрированной кубической (ОЦК) симметрией с длиной ребра 2.5 мм и диаметром 0.8 мм. Толщина экрана 7.5 мм;
- экраны №6,7 и 8 будут рассмотрены, в качестве альтернативы, далее;
- экран №9 – пластина из алюминиевого сплава A356, толщиной 13.4 мм;

Диаметр защитных экранов во всех расчетах составлял 50.0 мм. Все экраны помещались в охранную обойму для исключения влияния свободных боковых поверхностей на напряженное состояние материалов экранов. Эффективная объемная концентрация стали в образцах 3, 4 и 5 составляет

38%. Толщины, плотности и поверхностные плотности защитных экранов сведены в таблицу 16.

Таблица 16 – Параметры рассмотренных экранов

экран	Материал образца	Плотность, г/см ²	Поверхностная плотность, г/см ²	Толщина, мм
№1 [148]	нержавеющая сталь 316L	8.0	3.6	4.5
№2 [148]	алюминиевый сплав А356	2.7	3.24	12.0
№3 [148]	двуслойный композит 316L/А356	4.8	3.6	7.5
№4 [148]	двуслойный композит А356/316L	4.8	3.6	7.5
№5 [148]	объемно армированный композит	4.8	3.6	7.5
№6	равномерное распределение включений 316L по матрице из А356	4.8	3.6	7.5
№7	прямой градиент распределения включений 316L по матрице из А356	4.8	3.6	7.5
№8	обратный градиент распределения включений 316L по матрице из А356	4.8	3.6	7.5
№9	алюминиевый сплав А356	2.7	3.6	13.4

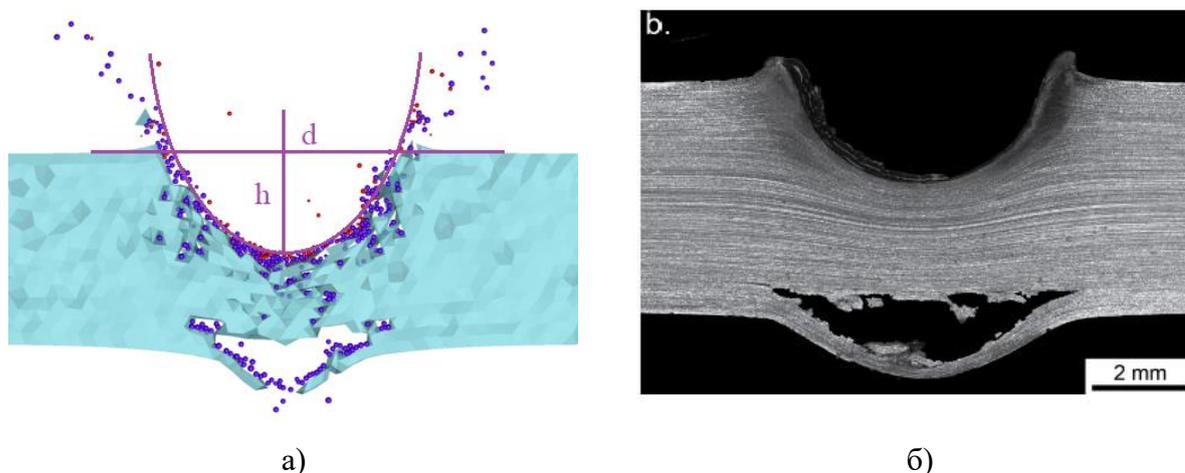


Рисунок 69– Сравнение формы кратеров в пластине из стали 316L:
а) результаты моделирования; б) Оптическая микрофотография ударной плоскости в поперечном сечении [148]

Параметры кратеров (глубина, диаметр и объем), полученные в численных расчетах, сравнивались с экспериментальными данными для всех экранов. Поскольку в расчетах кратеры имели форму близкую к эллипсоиду, что видно из рисунка 69а, то в поперечное сечение расчетного кратера вписывался эллипс с полуосями а и b. Тогда объем кратера находится по формуле:

$$V_{calc} = \pi \left(\frac{b}{a} \right)^2 h^2 \left(a - \frac{h}{3} \right).$$

В большинстве расчетов в кратер удается вписать эллипсоид с полуосями $a=h$ и $b=d/2$, тогда объем кратера вычисляется по формуле $V_{calc} = \pi h d^2 / 6$.

Данные экспериментов и результаты численных расчетов образовавшихся кратеров для всех рассмотренных экранов занесены в итоговую таблицу 17, где обозначено: h, d, V – глубина, диаметр и объем кратера в эксперименте, h_{calc}, d_{calc} и V_{calc} – глубина, диаметр и объем кратера, полученные при численном моделировании.

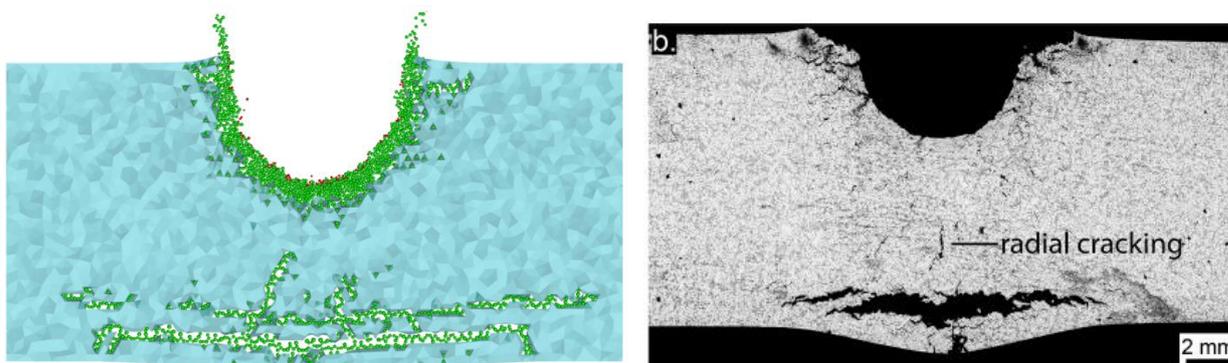
Таблица 17 – Размер кратера в преграде

экран	эксперимент				расчет			
	h, мм	d, мм	V, мм ³	откол	h _{calc} , мм	d _{calc} , мм	V _{calc} , мм ³	откол
№1	2.1	5.7	36	откол	2.30	5.60	31	откол
№2	4.5	8.2	158	откол	4.86	7.20	133	откол
№3	2.4	6.4	52	откол	3.70	5.35	55	откол
№4	4.5	8.4	166	нет	4.25	7.40	162.6	нет
№5	4.7	8.0	55	расслоения	3.28	6.38	63	отрыв отдельных зерен
№6	-	-	-	-	3.20	5.84	54	отрыв отдельных зерен
№7	-	-	-	-	3.62	6.63	78	нет
№8	-	-	-	-	3.01	5.47	39	откол
№9	-	-	-	-	4.67	7.42	134	откол

Для определения параметров расчетного кратера из экрана вырезалась пластинка толщиной порядка шага разбиения, проходящая через центр кратера. Сравнение формы расчетного кратера в экране №1 из стали 316L с формой экспериментального кратера приведено на рисунке 69. Так как в программном комплексе «REACTOR 3D» используется гибридный сеточно-бессеточный метод расчета, то на всех рисунках разрушенный материал

представлен частицами конечного размера, дифференцируемый по цвету. Отметим, что глубина расчетного кратера превосходит глубину экспериментального, примерно, на 10%, а расчетный диаметр, практически, совпадает с экспериментальным. Однако отклонение в величине объема кратера достигает 14%. Толщина отколотой части с тыльной стороны экрана сравнима с экспериментальной толщиной.

Расчетный кратер в экране №2 из алюминиевого сплава А356 оказался глубже на 8%, уже на 12% и меньше в объеме на 16% экспериментального кратера, как показано на рисунке 70. На лицевой стороне экрана имеются трещины, которые позволят «губкам» кратера отделиться от экрана. Толщина откола на тыльной стороне экрана несколько меньше экспериментальной. Как и в эксперименте имеются радиальные трещины, вызванные изгибными деформациями.



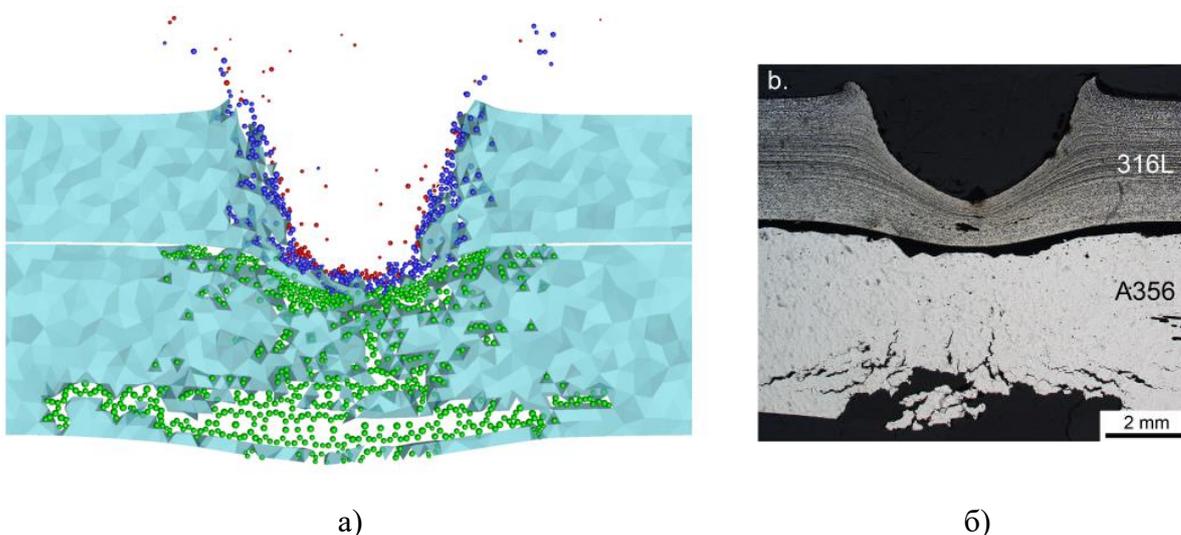
а)

б)

Рисунок 70 – Сравнение формы кратеров в пластине из алюминия А356:
а) результаты моделирования; б) Оптическая микрофотография ударной плоскости в поперечном сечении [148]

Рассмотрим двуслойный экран из пластин алюминиевого сплава с лицевой стороны и нержавеющей стали с тыльной стороны (экран №3). Толщина пластины из нержавеющей стали 3 мм, а пластины из алюминиевого сплава 4.5 мм. Расчетные параметры кратера имеют в данном случае несколько высокие погрешности, а именно: глубина превышает

экспериментальную глубину на 12.5%, диаметр меньше на 16.4%, тогда как объем кратера превышает всего 5.8% объем экспериментального. Сравнение сечений кратеров представлено на рисунке 71. В расчете стальная пластина получила более значительные повреждения, по сравнению с экспериментом. Повреждения и разрушения в алюминиевой пластине во многом повторяют экспериментальный образец. Отличие, откольная тарелочка имеет больший диаметр, но слегка меньшую толщину. Можно сказать, что это верхняя грань параметров процесса разрушения материалов экрана.



а) б)
Рисунок 71 – Сравнение формы кратеров в слоеной пластине из 316L+A356:
а) результаты моделирования; б) Оптическая микрофотография ударной плоскости в поперечном сечении [148]

Для экрана №4, состоящего из пластин сплава А356 и стали 316L расчетная глубина кратера на 5.6% меньше экспериментальной, а диаметр меньше на 12%, однако объем кратера, практически, совпадает с экспериментальным, отклонение 2.1% в меньшую сторону. Откола в стали нет, также нет и отдельных частиц, вырванных из тыльной поверхности. Отличительной особенностью расчётного кратера является его, практически, цилиндрическая форма, обусловленная тем, что хрупкий алюминиевый сплав раздавливается на стальной пластине, что видно на рисунке 72.

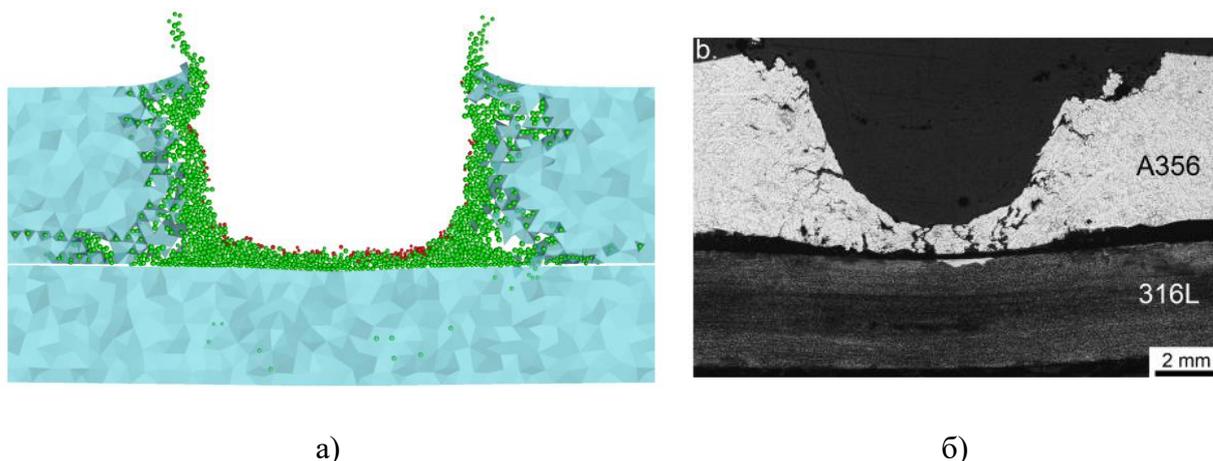


Рисунок 72 – Сравнение формы кратеров в слоеной пластине из A356 + 316L:
 а) результаты моделирования; б) Оптическая микрофотография ударной плоскости в поперечном сечении [148]

Таким образом используя физико-механические свойства из работ [182], [145], [146] и экспериментальные данные из работы [148] были окончены методические калибровочные расчеты и получены параметры разрушения гомогенных материалов, которые сведены в таблицу 18.

Таблица 18 – Параметры материалов

	K, ГПа	G, ГПа	c_0 , км/с	S_1	Y, ГПа	σ , ГПа	ϵ , %
A356	73.95	26.00	5.392	0.270	0.20	0.27	0.045
316L	130.00	79.00	4.464	1.544	0.75	2.50	0.05
Al2017-T4	75.71	27.86	5.538	1.338	0.28	0.456	0.12

На основании полученных данных перейдем к моделированию металломатречного армированного экрана с взаимопроникающими периодическими включениями с адаптивной мезоструктурой. Численное построение такого армированного экрана с объемными взаимопроникающими периодическими включениями достаточно сложная задача, однако, следует отметить, что программный комплекс «REACTOR 3D» позволяет конструировать включения произвольной 3D формы.

Результат расчета кратера в данном экране №5 показан на рисунке 73. Расчетная форма кратеров в экране из армированного композита близка к форме кратеров, полученной в экспериментах. Сразу отметим, что имеются значительные расхождения по таким параметрам как глубина кратера, которая на 30.2% менее экспериментальной величины и его диаметр на 20.2% менее экспериментального, тогда как даже при, полученных в расчете величинах глубины, равной 3.28 и диаметра – 6.38 получаем, что объем кратера на 14.5% больше экспериментального объема. Видимо, в работе [148] была допущена ошибка в параметрах кратера. Характерной чертой данного экрана является расслоение между стальными включениями и алюминиевой матрицей. Но что чрезвычайно важно - макрооткол на тыльной стороне армированного экрана отсутствует. При этом есть вырвавшиеся отдельные мелкие частицы, полученные откольными процессами, что видно на рисунке 73а. Масса таких частиц очень мала $\sim 10^{-5}$ кг, а скорость $\sim 50-70$ м/с, поэтому они не представляют особой опасности для защищаемых устройств на космическом аппарате.

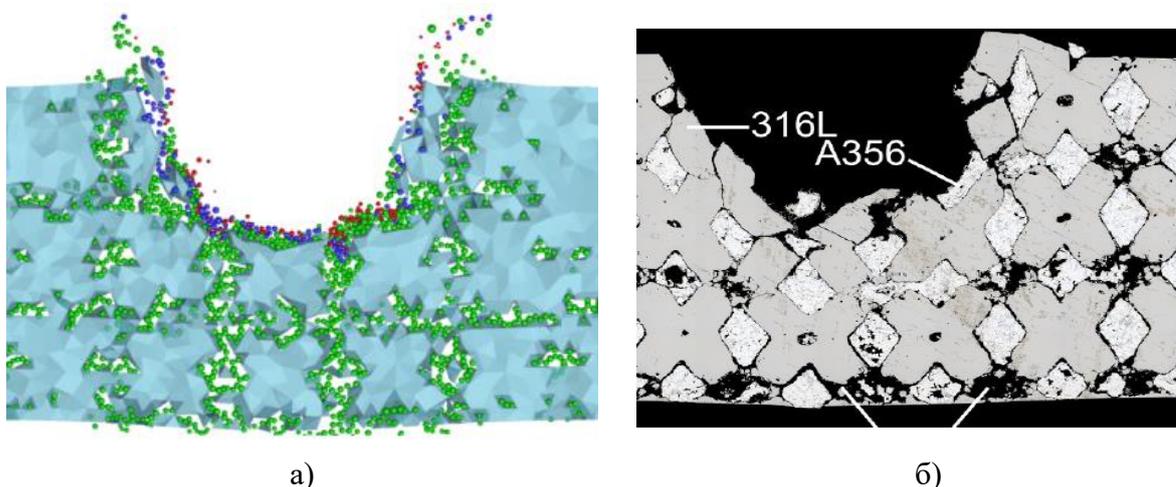


Рисунок 73 – Сравнение формы кратеров в армированной пластине: а) трехмерный расчет; б) Оптическая микрофотография ударной плоскости в поперечном сечении

Убедившись в успешном использовании металломатречного армированного экрана с взаимопроникающими периодическими включениями с адаптивной мезоструктурой в виде перекрестия, необходимо

оценить применения других гетерогенных структур при условии сохранения массогабаритных характеристик. Для полноты обзора конфигураций защитных экранов рассмотрим дополнительно следующие варианты гетерогенных экранов на основе алюминиевого сплава А356 и нержавеющей стали 316L с содержанием 38% по объему, которые возможно создать на основе существующих аддитивных технологий:

- экран №6, с равномерным распределением стали по всему объему экрана (см. рисунок 74а);
- экран №7, с прямым градиентом распределения стали по объему экрана (см. рисунок 74б);
- экран №8 с обратным градиентом распределения стали по объему экрана (см. рисунок 74в).

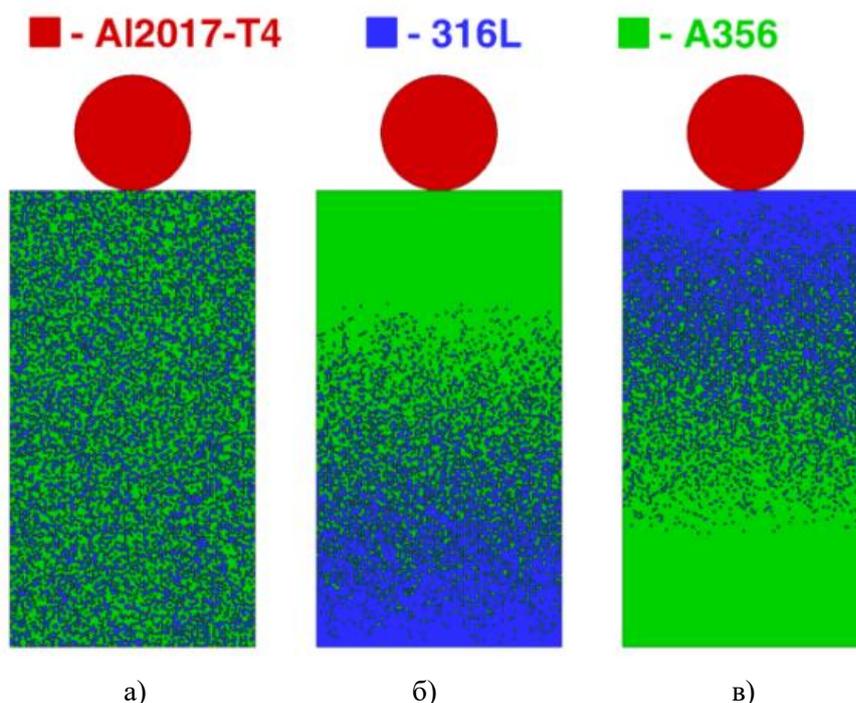
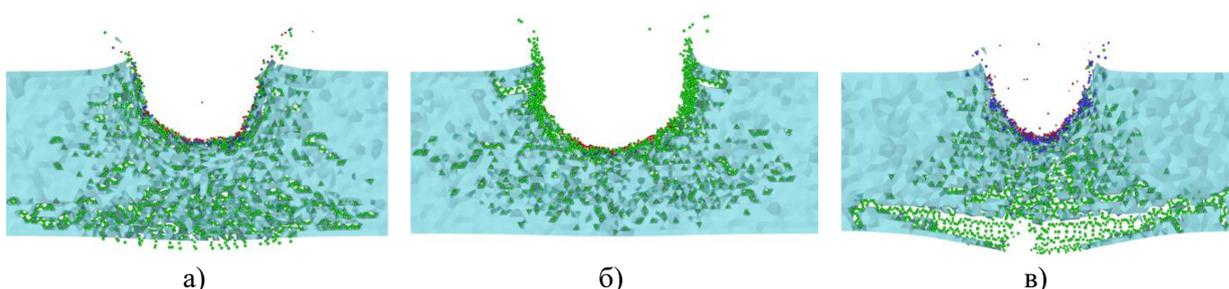


Рисунок 74 – Поперечного сечения гетерогенных экранов при концентрации стали 38%:
а) экран №6, равномерное распределением стали 316L по алюминиевому сплаву А356;
б) экран №7, прямой градиент распределения стали;
в) экран №8 обратный градиент распределения стали

Результаты расчетов процесса нагружения сферической частицей при той же начальной скорости гетерогенных экранов показаны на рисунке 75. Отметим, что гетерогенные экраны ведут себя, практически, аналогично

двуслойным экранам. Гетерогенные экраны с градиентным распределением стали являются аналогами слоеных преград, но с непрерывным переходом от одного материала к другому без явно выделенных границ раздела. Равномерное распределение стали по алюминиевой матрице повышает эффективный предел текучести, что положительно сказывается на уменьшении объема кратера, но присутствие зерен алюминиевой матрицы на тыльной стороне экрана приводит к формированию потока мелких частиц, движущихся со скоростью $\sim 150-250$ м/с.



а) б) в)
Рисунок 75– Результаты расчета взаимодействия алюминиевой сферы с гетерогенными экранами. Сечение экранов толщиной в шаг разностной сетки:

а) экран №6; б) экран №7; в) экран №8

Экран №7, имеет на лицевой стороне 100% сплава алюминия А356, а на тыльной стороне 100% стали 316L, что обуславливает его положительные качества в качестве защитного экрана лучшие, чем слоеного образца №4. Это отражается в таких параметрах расчетного кратера как его глубина - меньше на 20%, диаметр – меньше на 21% и объем - меньше на 53%. Так же как и в образце №4 на тыльной стороне нет потока микрочастиц, отсутствует макрооткол.

Поведение экрана №8 очень близко к поведению экрана №3, т.к. имеет в наличие макрооткол, причем с отделением откольной «тарелочки» достаточно большого диаметра. Объем экрана имеет значительные повреждения материала, особенно, вблизи тыльной поверхности.

Резюмируя результаты, касающиеся данной задачи, можно сказать, что градиентная преграда и объемно-армированный металломатричный композит

демонстрирует стойкость к воздействию микрочастицей, не допуская образования запреградного облака осколков. Применение подобных экранов позволит продлить срок службы КА.

3.6. Влияние геометрии включений на баллистические характеристики преграды

Поскольку пункт 3.5 диссертации показал, что конфигурация в виде объемноармированного металломатричного композита по своей стойкости сравнима с градиентной гетерогенной преградой при взаимодействии с микрочастицей на скоростях около 6 км/с, возник вопрос эффективности подобной преграды при баллистических скоростях, в области 1 км/с. А также является ли форма в виде армированного перекрестия наиболее эффективной.

Поскольку сравнение баллистической стойкости преград по параметрам образующегося кратера при нагружении с одной частицей не обладает достаточной представительностью поставим задачу о нагружении стержнем с постоянным удлинением. Для сравнения баллистической стойкости рассмотрим задачу о пробитии гетерогенных преград удлинённым стержнем. Определим, что удлинённый стержень, выполненный из высокоплотного сплава, длиной 2 см и диаметром 2 мм, взаимодействует с армированной преградой со сложной геометрией включений в диапазоне скоростей встречи 0.8 – 1.6 км/с.

Геометрические характеристики армированной преграды аналогичны верификационной задаче из пункта 3.5 и общая геометрическая модель показана на рисунке 76. Начальная объемная концентрация стали во всех гетерогенных преградах неизменная и равна 38%.

В результате численного моделирования получены баллистические кривые для разных гетерогенных экранов:

- экран №1 – пластина из металломатричного композита, матрица из алюминиевого сплава А356 с объемным армированием нержавеющей сталью 316L (концентрация стали 38%), как показано на рисунке 67. Единичный объем гетерогенного включения

- в такой пластине обладает объемно-центрированной кубической (ОЦК) симметрией с длиной ребра 2.5 мм и диаметром 0.8 мм. Толщина экрана 7.5 мм;
- экран №2 – двуслойная пластина из 316L/A356, толщиной 7.5 мм (3.0/4.5);
 - экран №3 – двуслойная пластина из A356/316L, толщиной 7.5 мм (4.5/3.0);
 - экран №4, – гетерогенный композит из алюминиевой матрицы A356 с мелкими стальными включениями, расположенными по равномерному закону распределения с концентрацией 38%;

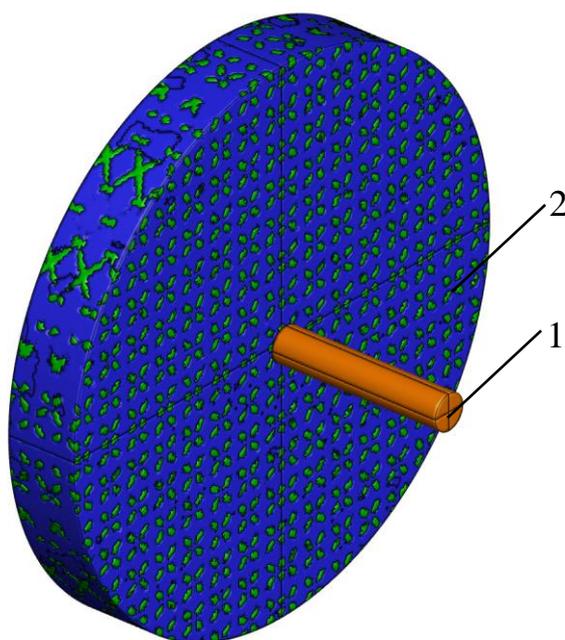


Рисунок 76 – Геометрическая модель: 1 – стержень; 2 – гетерогенная или армированная преграда, как на рисунке 67

Результаты моделирования представлены на рисунке 77 для всех рассмотренных преград. На рисунке точками обозначены результаты моделирования, а линиями - аппроксимирующие кривые по формуле Ламберта-Джонаса [183]. Как видно из рисунка, армированный металломатричный гетерогенный композит с регулярными стальными включениями обладает значительно большим баллистическим пределом по сравнению с другими преградами. Двуслойная модель с алюминиевым слоем с лицевой стороны обладает большим баллистическим пределом относительно двуслойной модели обратной компоновки, что вызвано характером

разрушения алюминия, который достаточно сильно разрушается, отнимая большую часть импульса стержня, что затрудняет пробитие уже более стойкой стальной части. Баллистическая кривая гетерогенной преграды проходит между кривыми двухслойных преград. При этом для всех преград, при гидродинамических скоростях соударения (когда прочностные эффекты материала не существенны) более 1200 м/с, преграды показывают одинаковую баллистическую стойкость.

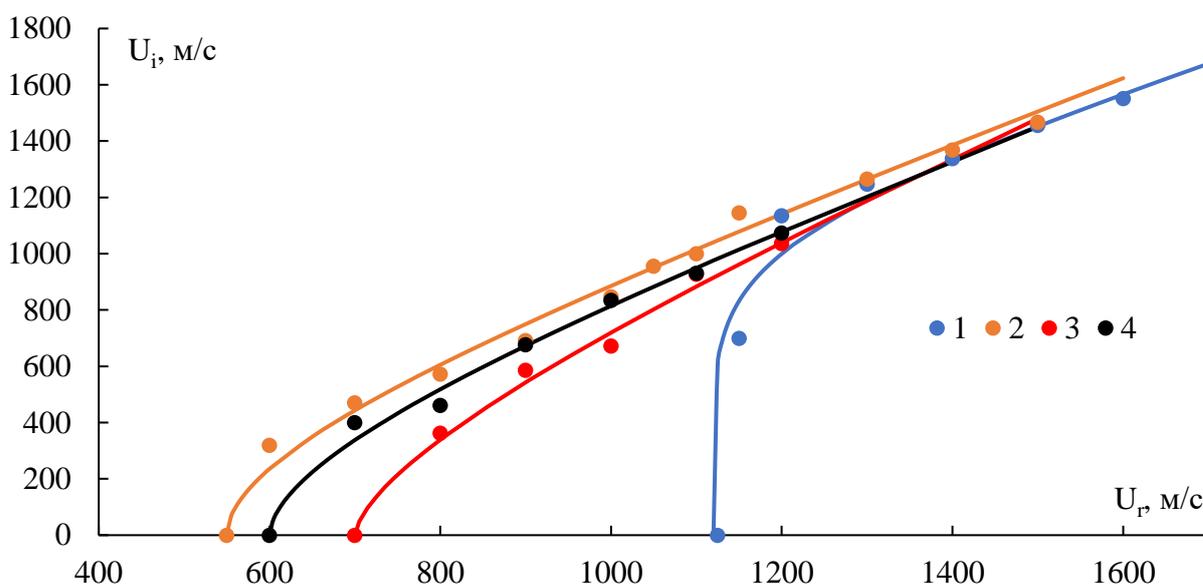


Рисунок 77 – Баллистические кривые преград:
1 – экран №1; 2 – экран №2; 3 – экран №3; 4 – экран №4

Баллистический предел армированного композита превышает 1 км/с, что почти в 1.5-2 раза больше, чем для классических двухслойных преград. При этом армированный композит не допускает откольного разрушения на тыльной стороне вплоть до достижения баллистического предела, значительно снижая запреградное действие осколков.

Далее проведем сравнение баллистической стойкости гетерогенного композита с регулярными взаимопроникающими включениями произвольных форм, показанных на рисунке 78.

- экран №5 – пластина из металломатричного композита, матрица – алюминиевый сплав А356, объемное армирование выполнено сферическими включениями из стали 316L (концентрация стали 38%). Толщина экрана 7.5 мм;
- экран №6 – пластина из металломатричного композита, матрица – алюминиевый сплав А356, объемное армирование выполнено цилиндрическими включениями из стали 316L (концентрация стали 38%). Толщина экрана 7.5 мм;
- экран №7 – пластина из металломатричного композита, матрица – алюминиевый сплав А356, объемное армирование выполнено включениями в виде обратного полукрестия из стали 316L (концентрация стали 38%). Толщина экрана 7.5 мм;
- экран №8 – пластина из металломатричного композита, матрица из алюминиевого сплав А356, объемное армирование выполнено включениями в виде прямого полукрестия из стали 316L (концентрация стали 38%). Толщина экрана 7.5 мм;

Основным условием в этой задаче было сохранение концентрации включений из стали 38%.

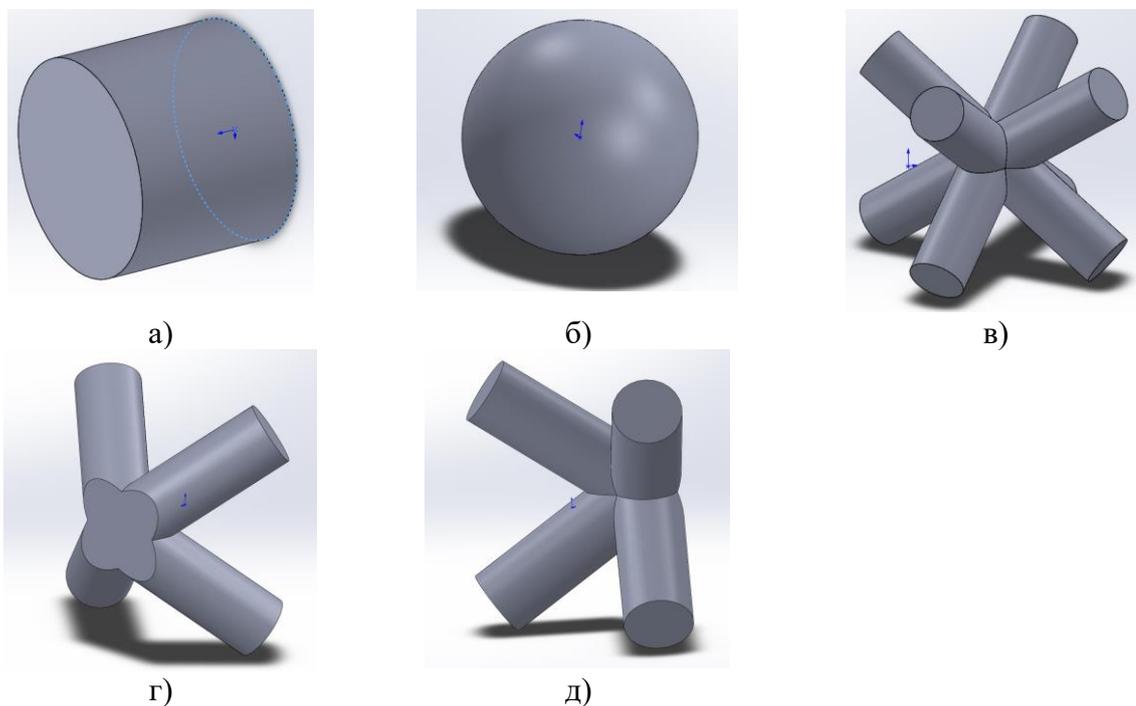


Рисунок 78 – модели объемных геометрических включений: а) цилиндр; б) сфера; в) объемное армирование цилиндрическим перекрестием; г) прямой полукрест; д) обратный полукрест

Полученные баллистические кривые для композита армированного регулярными включениями в форме: армированного перекрестия, обратного

полукреста, прямого полукреста, сферы, цилиндра и для сравнения гетерогенный композит с равномерным распределением мелких стальных включений, представлены на рисунке 79.

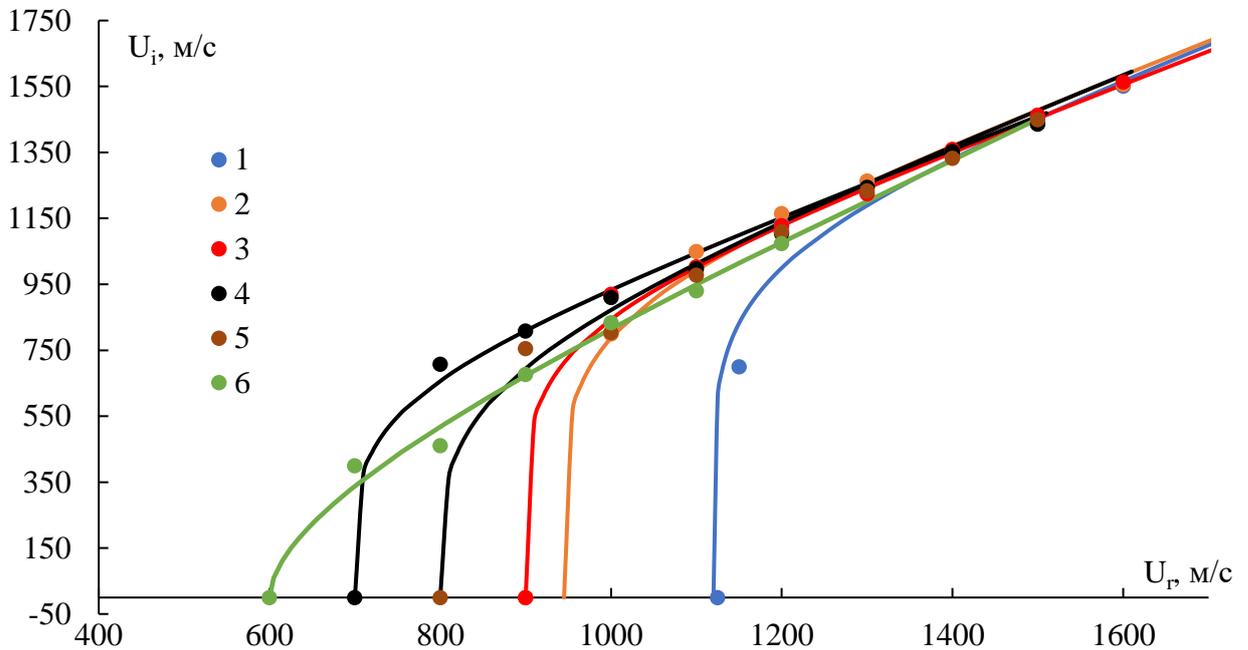


Рисунок 79 – Баллистические кривые для композита, армированного включениями: 1 – экран №1; 2 – экран №7; 3 – экран №8; 4 – экран №5; 5 – экран №6; 6 – экран №4

Как показано численным экспериментом наибольшим баллистическим пределом обладает экран №1 – пластина с включениями в виде перекрестия, более 1 км/с. Наименьшим баллистическим пределом обладает экран №4 – пластина с формой включения в виде элемента расчетной сетки и его размером (данном случае тетраэдр). Конфигурации с включениями в виде полукрестий в зависимости от направления цилиндров обладают близкими баллистическими пределами между собой. При скорости удара свыше 1.3 км/с во всех рассмотренных случаях стержень обладает одинаковой остаточной скоростью при взаимодействии с любой моделью гетерогенного защитного экрана, что говорит о слабом влиянии геометрической формы включения на стойкость преграды при таких скоростях. Иными словами, можно заключить, что благодаря использованию сложной геометрической формы в виде

перекрестия цилиндров появляется возможность существенно затянуть сквозное проникание экранов вольфрамовым стрержнем.

Прямое численное моделирование показывает явное преимущество экранов с армированием по сравнению с классическими двухслойными преградами и защитными экранами с равномерным распределением малых включений. Так же численные результаты показывают, что при одинаковых концентрациях, в задачах о высокоскоростном взаимодействии гетерогенных экранов обязательно необходимо учитывать геометрическую форму включений.

3.7. Выводы по главе

1. Показано, что применение гетерогенных пластин в защитных пакетах позволяет снизить давление, приходящее в имитатор тела человека вдвое по сравнению с пакетом из слоеной пластины при скоростях до 400 м/с.

2. Показано, что скорость сноса влияет на критический угол рикошетирования, а именно при сносе в направлении преграды – повышает критический угол, а при сносе от преграды – снижает.

3. Показано, что соотношения, определяющие критический угол рикошетирования для гомогенных материалов применимы для гетерогенных материалов.

4. Показано, что разнесенные преграды из АмГб с добавлением частиц керамики способны выдержать нагружение сферической частицей при скоростях 3 км/с.

5. Показано, что стальное кольцо пробивает отверстие максимального диаметра в однородной преграде из А15083, а группа из семи маленьких дисков выбивает максимальную массу из преграды.

6. Показано, что добавление 5% или большей объемной доли керамики в сплав А15083 предотвращает сквозное пробитие преграды при скоростях удара до 950 м/с.

7. Впервые проведено прямое численное моделирование высокоскоростного нагружения объемно-армированного металломатричного композита из комбинации 316L+A356 с учетом разрушения. Результаты моделирования отклоняются от экспериментальных данных менее 10%.

8. Показано, что градиентная преграда, объемно-армированный металломатричный композит демонстрирует стойкость к воздействию микрочастицей, не допуская образования запреградного облака осколков.

9. Серия расчетов показала, что двуслойная преграда, градиентная преграда и объемно-армированный металломатричный композит из 316L+A356 демонстрируют одинаковую стойкость к воздействию одной микрочастицей.

10. Показано, что при взаимодействии объемно-армированного металломатричного композита с высокоплотным удлиненным стержнем при скоростях 0.8-1.6 км/с, повышается баллистический предел на 60% в сравнении с двуслойной преградой.

Заключение

1. Показано, что упругие модули гетерогенного материала, построенного прямым численным моделированием в условиях нагружения плоской ударной волной без учета разрушения, соответствуют с погрешностью менее 5% данным эксперимента и результатам аддитивной модели смеси.

2. Граничные условия между границей основы и включениями не оказывает существенного влияния на ударно-волновые процессы при взаимодействии с плоской волной.

3. Показано, что параметры за фронтом плоской ударной волны в гетерогенном материале, построенном прямым численным моделированием при всех рассмотренных типах граничных условий между матрицей и включениями, сходятся с результатами аддитивной модели смеси в пределах погрешности 2%, без учета разрушения.

4. Показано, что скорость и величина затухания ударного импульса зависит от размера включений. Малые включения, сравнимые с толщиной фронта волны сжатия, не рассеивают импульс.

5. Показано, что керамические включения, с размерами сильно превышающими толщину фронта ударной волны, оказывают существенное влияние на увеличение длины импульса в силу многократного отражения волн от границ материалов с разными свойствами.

6. Показано, что параметры за фронтом плоской ударной волны в неразрушающемся гетерогенном материале, построенном прямым численным моделированием при всех рассмотренных типах граничных условий между матрицей и включениями, отличаются от результатов аддитивной модели смеси не более чем на 2%.

7. Впервые получено соотношение для величины предельного откольного разрушения гетерогенной среды на основе предельных напряжений откола и концентрации ее компонент, позволяющее предсказать

величину предельного откольного разрушения гетерогенной среды с погрешностью не более 20%.

8. Впервые получено в численном эксперименте соотношение для величины предельной деформации разрушения гетерогенной среды на основе предельных деформаций разрушения и концентрации ее компонент.

9. Показано, что применение гетерогенных пластин в защитных пакетах позволяет снизить давление, приходящее в имитатор тела человека вдвое по сравнению с пакетом из слоеной пластины при скоростях до 400 м/с.

10. Впервые проведено прямое численное моделирование высокоскоростного нагружения объемно-армированного металломатричного композита из комбинации 316L+A356 с учетом разрушения. Результаты моделирования отклоняются от экспериментальных данных менее 10%.

11. Показано, что градиентная преграда, объемно-армированный металломатричный композит демонстрирует стойкость к воздействию микрочастиц, не допуская образования запреградного облака осколков.

12. Показано, что при взаимодействии объемно-армированного металломатричного композита с высокоплотным удлиненным стержнем при скоростях 0.8-1.6 км/с, повышается баллистический предел на 60% в сравнении с двуслойной преградой.

Список литературы

1. Седов Л.. Механика сплошной среды. Т.1. Москва: Наука, 1970. 492 p.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. Москва: АН СССР, 1963. 271 p.
3. Годунов С.К. Элементы механики сплошной среды. Москва: Наука, 1978. 304 p.
4. Рахматулин Х.А. et al. Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках. Учебное пособие. Москва: Логос, 2008. 662 p.
5. Рождественский Б.Л., Яненко Н.Н. Системы квазилинейных уравнений. Москва: Наука, 1978. 688 p.
6. Фомин В.М. et al. Высокоскоростное взаимодействие тел. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. 600 p.
7. Витман Ф.Ф., Златин Н.А. О процессе соударения деформируемых тел и его моделировании. 1. Состояние и теория вопроса // Журнал технической физики. 1963. Vol. 33, № 6. P. 982–989.
8. Жерноклетов М.В. et al. Экспериментальные данные по ударной сжимаемости и адиабатическому расширению конденсированных веществ при высоких плотностях энергии. Черногловка: ВНИИЭФ, 1996. 388 p.
9. Платова Т.М. Механика деформируемого твердого тела. Изд- во ТГУ, 1987. 192 p.
10. Канель Г.И. et al. Ударно-волновые явления в конденсированных средах. Москва: Янус-К, 1996. 408 p.
11. Канель Г.И. et al. Экспериментальные профили ударных волн в конденсированных веществах. 2008. 248 p.
12. Савиных А.С. et al. Влияние содержания кобальта на прочностные свойства керамики на основе карбида вольфрама при динамических нагрузках // Журнал технической физики. 2018. Vol. 88, № 3. P. 368.
13. Савиных А.С. et al. Эволюция ударных волн в керамике SiC // Журнал технической физики. 2013. Vol. 83, № 7. P. 43–47.
14. Брагов А.М., Константинов А.Ю., Ломунов А.К. Экспериментально-теоретическое исследование процессов высокоскоростного деформирования и разрушения материалов различной физической природы с использованием метода Кольского и его модификаций. Н.Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского, 2018. 188 p.
15. Khantuleva T.A. et al. COLLECTIVE EFFECTS OF SUPER-DEEP PENETRATION OF SOLID MICRO-PARTICLES INTO A SEMI-INFINITE METALLIC OBSTACLE // Probl. Strength Plast. National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod (UNN), 2017. Vol. 79, № 1. P. 48–61.
16. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Москва: Наука, 1968. 688 p.
17. Бушман А.В., Ломоносов И.В., Фортвов В.Е. Уравнение состояния металлов при высоких плотностях энергии. Черногловка, 1992. 196 p.
18. Альтшулер Л.В., Брусникин С.Е. Уравнения состояния сжатых и нагретых металлов // Теплофизика высоких температур. 1989. Vol. 27. P. 42–51.
19. Фортвов В.Е. Уравнения состояния вещества. От идеального газа до кварк-глюонной плазмы. Москва: Физматлит, 2013. 492 p.
20. Marsh S.P. LASL Shock Hugoniot Data // Los Alamos Series on Dynamic Material Properties. Univ of California Press, 1980. 150 p.
21. Молодец А.М. Обобщенная функция Грюнайзена для конденсированных сред // Физика горения и взрыва. 1995. Vol. 31, № 5. P. 132–133.
22. Fortov V.E. et al. Wide-range multi-phase equations of state for metals // Nucl. Instruments

- Methods Phys. Res. Sect. A Accel. Spectrometers, Detect. Assoc. Equip. 1998. Vol. 415, № 3. P. 604–608.
23. Краус Е.И. Малопараметрическое уравнение состояния ударной адиабаты и применение его в задачах удара: Автореф. дис. ... канд. физ. - мат. наук. 01.02.04. Новосибирск: ИТПМ им. С.А. Христиановича СО РАН, 2006. 18 p.
 24. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. 1971. № 70. 554 p.
 25. Годунов С.К., Рябенский В.С. Разностные схемы. Москва: Наука, 1977. 439 p.
 26. Сегерлинд Л.. Применение метода конечных элементов. Москва: Мир, 1979. 392 p.
 27. Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н. Решение упругопластических задач методом конечных элементов. Пакет прикладных задач “АСТРА.” Москва: Препринт/ АН СССР. Сибирское Отделение. Институт Прикладной математики, 1988. 63 p.
 28. Бенерджи П.К., Баттерфилд Р.В. Методы граничных элементов в прикладных науках. Москва: Мир, 1984. 494 p.
 29. Гладышев А.М. et al. Применение принципов дискретно-континуального представления среды в задачах высокоскоростного взаимодействия тел // Моделирование в механике. 1993. Vol. 7, № 4. P. 36–51.
 30. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Моделирование разрушенного материала дискретными частицами конечного размера // Прикладная механика и техническая физика. 1997. Vol. 38, № 3. P. 14–19.
 31. Johnson G.R. et al. An algorithm to automatically convert distorted finite elements into meshless particles during dynamic deformation // Int. J. Impact Eng. 2002. Vol. 27, № 10. P. 997–1013.
 32. Anderson С.Е. An overview of the theory of hydrocodes // Int. J. Impact Eng. 1987. Vol. 5, № 1–4. P. 33–59.
 33. Гулидов А.И., Фомин В.М. Модификация метода Уилкинса для расчета задач соударения тел. Новосибирск: Препринт, 1980. № 49. 23 p.
 34. Гулидов А.И., Фомин В.М., Яненко Н.Н. Численное моделирование проникания тел в упругопластическом приближении // Проблемы математики и механики.– Новосибирск: Наука, 1983. P. 71–81.
 35. Гулидов А.И., Фомин В.М. Численное моделирование отскока осесимметричных стержней от твердой преграды // Прикладная механика и техническая физика. 1980. № 3. P. 126–132.
 36. Садырин А.И. Алгоритм нерегулярной перестройки плоских треугольных сеток в МКЭ // Прикладные проблемы прочности и пластичности. 1985. Vol. 31. P. 8–13.
 37. Глаголева Ю.П. et al. Основы методики “Медуза” численного расчета двумерных нестационарных задач газодинамики. 1972. Vol. 2. P. 18–55.
 38. Алексеева Т.Н., Быченков В.А., Куропатенко В.Ф. Методика “Рапид” расчета двумерных адиабатических течений сжимаемых сред в переменных Лагранжа со свободным соседством точек // Вопросы атомной науки и техники. Методики и программы числ. решения задач мат. физики. 1988. № Вып. 1. P. 14–21.
 39. The Free-Lagrange Method // Proceedings of the First International Conference on Free-Lagrange Methods, Held at Hilton Head Island, South Carolina, March 4–6, 1985 / ed. Fritts M.J., Crowley W.P., Trease H. Berlin/Heidelberg: Springer-Verlag, 1985. Vol. 238.
 40. Mikhailova N.V. et al. Numerical modelling of two-dimensional gas-dynamic flows on a variable-structure mesh // USSR Comput. Math. Math. Phys. 1986. Vol. 26, № 5. P. 74–84.
 41. Харлоу Ф.Х. Численный метод частиц в ячейках для решения задач гидродинамики // Вычислительные методы в гидродинамике / ed. Олдера, Б., Фернбаха С., Ротенберга М. Москва: Мир, 1967. P. 316–342.
 42. Белоцерковский С.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. Москва: Наука, 1982. 392 p.
 43. VonNeumann J., Richtmyer R.D. A method for the numerical calculation of hydrodynamic shocks // J. Appl. Phys. American Institute of Physics AIP, 1950. Vol. 21, № 3. P. 232–237.

44. Lax P.D. Symmetrizable linear transformations // *Commun. Pure Appl. Math.* 1954. Vol. 7, № 4. P. 633–647.
45. Lax P.D., Wendroff B. Difference schemes for hyperbolic equations with high order of accuracy // *Commun. Pure Appl. Math.* 1964. Vol. 17, № 3. P. 381–398.
46. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики // *Математический сборник.* 1959. Vol. 47, № 89. P. 271–306.
47. Годунов С.К. et al. Численное решение многомерных задач газовой динамики. Москва: Наука, 1976. 400 p.
48. Малама Ю.Г. Применение метода Годунова для моделирования высокоскоростного удара цилиндра по полубесконечной мишени // *Динамика сплошной среды.* 1977. Vol. 29. P. 72–80.
49. Афанасьев С.Б., Баженов В.Г. О построении разрывных решений одномерных уравнений динамики упругопластических сред // *Прикладные проблемы прочности и пластичности.* 1980. № Вып. 15. P. 76–83.
50. Мержиевский Л. Метод расчета течений вязкоупругой среды // *Динамика сплошной среды.* 1980. № 45. P. 141–151.
51. Демидов В.Н., Корнеев А. Решение задач о высокоскоростном ударе методом Годунова в подвижных сетках. Томск, 1983. 44 p.
52. Иванов Г.В. Построение схем решения плоской динамической задачи теории упругости на основе аппроксимации линейными полиномами // *Динамика сплошной среды.* 1978. Vol. 37. P. 63–77.
53. Волчков Ю.М., Иванов Г.В., Кургузов В.Д. Аппроксимация уравнений упругопластического деформирования в задачах динамики. 1984. № Вып. 66. P. 60–68.
54. Волчков Ю.М., Иванов Г.В., Кургузов В.Д. Об аппроксимации уравнений упругопластического деформирования // *Динамика сплошной среды.* 1989. Vol. 92. P. 45–52.
55. Lax P., Wendroff B. Systems of Conservation Laws // *Commun. pure Appl. Math.* 1960. Vol. XIII. P. 217–237.
56. Меньшиков Г.П., Одинцов В.А., Чудов Л. Внедрение цилиндрического ударника в конечную плиту // *Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела.* 1976. № 1. P. 125–130.
57. Ефремова Л.В., Корнеев А.И., Трушков В.Г. Численное моделирование процесса деформации конической облицовки // *Физика горения и взрыва.* 1987. Vol. 23. P. 110–115.
58. Кукуджанов В.Н., Кондауров В. Численное решение неоднородных задач динамики твердого тела // *Проблемы динамики упругопластических сред.* Москва: Мир, 1975. P. 39–84.
59. Кондауров В.И., Петров И.Б., Холодов А.С. Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую среду // *Прикладная механика и техническая физика.* 1984. № 4. P. 132–139.
60. Заппаров К.И., Кукуджанов В. Решение нестационарных задач динамики упругопластической среды методом подвижных сеток // *Численные методы в механике твердого деформируемого тела.* 1984. P. 65–86.
61. Заппаров К.И., Кукуджанов В.Н. Импульсное неизотермическое деформирование упругопластических оболочек // *Численные методы решения задач упругости и пластичности.* Новосибирск, 1984. P. 136–142.
62. Уилкинс М.Л. Расчет упругопластических течений // *Вычислительные методы в гидродинамике* / ed. Олдера Б., Фернбаха С., Ротенберга М. Москва: Мир, 1967. P. 212–263.
63. Wilkins M.L. Calculation of elastic-plastic flow // *Meth. Comput. Phys.* 1964. Vol. 3. P. 211–263.

64. Wilkins M.L. Computer Simulation of Dynamic Phenomena. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. 246 p.
65. Wilkins M.L., Guinan M.W. Impact of cylinders on a rigid boundary // J. Appl. Phys. 1973. Vol. 44, № 3. P. 1200–1206.
66. Hallquist J.O., Werne R.W., Wilkins M.L. High velocity impact calculations in three dimensions // J. Appl. Mech. Trans. ASME. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 1977. Vol. 44, № 4. P. 793–795.
67. Maenchen, G. and Sack S. THE TENSOR CODE. 1963. Vol. 4500. 38 p.
68. Maenchen M., Sack S. Methods in Computational Physics // Acad. Press. New-York. 1964. Vol. 3. P. 181–210.
69. Simo J.C., Hughes T.J.R. Computational Inelasticity // Interdiscip. Appl. Math. 1998. Vol. 7.
70. Auricchio F., Taylor. R.L. Shape-memory alloys: modelling and numerical simulations of the finite-strain superelastic behavior // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 1997. Vol. 143. P. 175–194.
71. Brunig M. Nonlinear finite element analysis based on a large strain deformation theory of plasticity // Comput. Struct. 1998. Vol. 69. P. 117–128.
72. Fish J., Shek K. Computational aspects of incrementally objective algorithms for large deformation plasticity // Int. J. Numer. Methods Eng. 1999. Vol. 44. P. 839–851.
73. Guo J., Cox. J.V. Implementation of a plasticity bond model for reinforced concrete. // Comput. Struct. 2000. Vol. 77. P. 65–82.
74. Montans F.J. Implicit algorithms for multilayer J2 plasticity // Appl. Mech. Eng. 2000. Vol. 189. P. 673–700.
75. Johnson G.R. Analysis of elastic-plastic impact involving severe distortions // Appl Mech. 1976. P. 439–444.
76. Johnson G.R. Dynamic analysis of explosive-metal interaction in three dimensions // Appl Mech. 1981. P. 30–34.
77. Радченко П.А., Батуев С.П., Радченко А.В. Влияние вращения ударника на разрушение при высокоскоростном ударе // Физическая мезомеханика. 2021. Vol. 24, № 6. P. 25–35.
78. Батуев С.П. et al. Экспериментально-теоретическое исследование взаимодействия космического мусора с экранированными преградами // Физическая мезомеханика. 2024. Vol. 27, № 1. P. 81–91.
79. Кукуджанов В.Н. Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред // Успехи механики. 1985. № 4. P. 21–65.
80. Johnson G.R., Cook W.H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Seventh International Symposium on Ballistics. 1983. P. 541–547.
81. Johnson G.R., Cook W.H. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures // Eng. Fract. Mech. 1985. Vol. 21, № 1. P. 31–48.
82. Johnson G.R., Holmquist T.J. An improved computational constitutive model for brittle materials // AIP Conf. Proc. 1994. Vol. 309, № 1. P. 981–984.
83. Holmquist T.J., Johnson G.R., Cook W.H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures.pdf // 14th International Symposium on Ballistic, Quebec City, Canada. 1993. P. 1–10.
84. Johnson G.R., Beissel S.R., Cunniff P.M. A computational model for fabrics subjected to ballistic impact // Proc. 18th Int. Symp. Ballist. 1999. P. 962–969.
85. Гулидов А.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Алгоритм перестройки разностной сетки при численном решении задач соударения с образованием трещин // Числен. методы решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск, 1982. P. 182–192.

86. Фомин В.М., Хакимов Э.М. Откольные разрушения среды в плоских волнах разряжения // Препринт/ АН СССР. Сибирское Отделение. Новосибирск: Препринт/ АН СССР. Сибирское Отделение. Институт Теоретической и прикладной механики, 1981. № 1. Р. 32.
87. Романычева Л.К., Рузанов А.И. Исследование разрушения твердых тел при соударении как процесса образования и роста // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький, 1983. Vol. 25. Р. 3.
88. Аптуков В.Н., Фонарев А.В. Деформирование и разрушение плиты под действием продуктов детонации // динамика и прочность механических систем. 1986. Р. 66–74.
89. Ахмадеев Н.Х., Нигматулин Р.И. Динамическое откольное разрушение в волнах разгрузки // Докл. АН СССР. 1982. Р. 1131–1134.
90. Белов Н.Н., Корнеев А.И., Николаев А.П. Численный анализ разрушения в плитах при действии импульсных нагрузок // ПМТФ. 1985. Vol. 5. Р. 132–136.
91. Хорев И.А., Горельский В.А., Зелепугин С.А. Исследование деформирования и кинетики разрушения контактирующих тел при несимметричном динамическом воздействии // ФГВ. 1983. Vol. 5. Р. 119–123.
92. Seamen L., Curran D.R., Shockey D.H. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 46, № 11. Р. 4814–4826.
93. Корнеев А.И., Николаев А.П., Шиповский И.Е. Приложение метода конечных элементов к задачам соударения твердых деформируемых тел // Числен. методы решения задач теории упругости и пластичности. Новосибирск, 1982. Р. 122–129.
94. Johnson G.R., Stryk R.A. Dynamic three dimensional computations for solids, with variable nodal connectivity for severe distortions // Int. J. Numer. Methods Eng. John Wiley & Sons, Ltd, 1989. Vol. 28, № 4. Р. 817–832.
95. Гулидов А.И., Шабалин И.И. Численная реализация граничных условий в динамических контактных задачах. Новосибирск: Препринт ИТПМ СО РАН, 1987. № 12. Р. 38.
96. Богачев Г.А., Николаевский В.Н. Ударные волны в смеси материалов. Гидродинамическое приближение // Механика жидкости и газа. 1976. № 4. Р. 113–126.
97. Краус Е.И. Расчет модулей упругости металлов за фронтом сильных ударных волн // Вестник НГУ. Серия Физика. 2009. Vol. 4, № 4. Р. 79–90.
98. Николаевский В.Н. Гидродинамический анализ ударных адиабат гетерогенных смесей веществ // Прикладная механика и техническая физика. 1969. № 3. Р. 82–88.
99. Николаевский В.Н. Баскиев К.С., Горбунов А.Г., Зотов Г.. Механика насыщенных пористых сред. Москва: Недра, 1970. 483 р.
100. Рахматулин Х.. Основы газодинамических взаимопроникающих движений сжимаемых сред // Прикладная математика и механика. 1966. Vol. 20, № 2. Р. 134–142.
101. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. Москва: Мир, 1982. 384 р.
102. Шермергор Т.Д. Теория упругости микронеоднородных сред. Москва: Наука, 1977. 400 р.
103. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. Москва: Изд-во МГУ, 1984. 336 р.
104. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. Москва: Машиностроение, 1980. 386 р.
105. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. Москва: Наука, 1984. 352 р.
106. Алексеев Ю.Ф., Альтшулер Л.В., Крупникова В.П. Ударное сжатие двухкомпонентных парафино-вольфрамовых смесей // Прикладная механика и техническая физика. 1971. № 4. Р. 152–155.
107. Баканова А.А., Дудолодов И.П., Сутулов Ю.Н. Выполнение правила аддитивности

- для ряда сплавов при ударном сжатии // Прикладная механика и техническая физика. 1972. № 6. P. 167–172.
108. Дидык Р.П., и др. Анализ и расчет динамических параметров в многокомпонентных соударяющихся средах. Днепропетровск, 1983. 33 р.
 109. Дремин А.Н., Карпухин И.А. Метод определения ударных адиабат дисперсных веществ // Прикладная механика и техническая физика. 1960. № 3. P. 184–188.
 110. Sapozhnikov S.B., Kudryavtsev O.A., Zhikharev M. V. Fragment ballistic performance of homogenous and hybrid thermoplastic composites // Int. J. Impact Eng. Elsevier Ltd, 2015. Vol. 81. P. 8–16.
 111. Leshkov E. V. et al. METHODS FOR REDUCING NOTCH SENSITIVITY OF HYBRID PSEUDO-DUCTILE POLYMER COMPOSITES WITH FABRIC REINFORCEMENT: EXPERIMENTAL STUDY // PNRPU Mech. Bull. 2023. № 1. P. 5–11.
 112. Carvelli V. et al. Fatigue of hybrid fibre-reinforced plastics // Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. 2023. Vol. 381, № 2240.
 113. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. A Heterogeneous Medium Model and Its Application in a Target Perforation Problems // Multiscale Solid Mechanics. Advanced Structured Materials, vol. 141 / ed. Altenbach H., Eremeyev V.A., Igumnov L.A. Springer. P. 289–304.
 114. Ketcheson D.I., Quezada de Luna M. Effective Rankine–Hugoniot conditions for shock waves in periodic media // Commun. Math. Sci. 2020. Vol. 18, № 4. P. 1023–1040.
 115. Kok Y. et al. Anisotropy and heterogeneity of microstructure and mechanical properties in metal additive manufacturing: A critical review // Mater. Des. 2018. Vol. 139. P. 565–586.
 116. DebRoy T. et al. Additive manufacturing of metallic components – Process, structure and properties // Prog. Mater. Sci. 2018. Vol. 92. P. 112–224.
 117. Filippov A.A. et al. The development of heterogeneous materials based on Ni and B 4 C powders using a cold spray and stratified selective laser melting technologies // J. Phys. Conf. Ser. 2018. Vol. 946. P. 012005.
 118. Fomin V.M. et al. Creation of a functionally gradient material by the selective laser melting method // J. Appl. Mech. Tech. Phys. Pleiades journals, 2020. Vol. 61, № 5. P. 878–887.
 119. Fomin V.M. et al. Deposition of Cermet Coatings on the Basis of Ti, Ni, WC, and B4C by Cold Gas Dynamic Spraying with Subsequent Laser Irradiation // Phys. Mesomech. 2020. Vol. 23, № 4. P. 291–300.
 120. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Numerical simulation of the high-speed interaction of a spherical impactor with a system of spaced heterogeneous plates // J. Phys. Conf. Ser. 2019. Vol. 1404, № 1. P. 012026.
 121. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Perforation of the cermet plates with various forms of ceramic grains by a steel projectile // AIP Conference Proceedings. AIP Publishing LLC AIP Publishing, 2020. Vol. 2288, № 1. P. 030017.
 122. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Impact resistance of ceramics in a numerical experiment // J. Appl. Mech. Tech. Phys. Pleiades journals, 2020. Vol. 61, № 5. P. 847–854.
 123. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Simulation of a Group Impact on a Heterogeneous Target of Finite Thickness // J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys. 2021. Vol. 14, № 6. P. 1–12.
 124. Kraus A.E. et al. Evolution of a short compression pulse in a heterogeneous elastoplastic medium // J. Appl. Mech. Tech. Phys. 2021. Vol. 62, № 3. P. 475–483.
 125. Kraus E.I., Shabalin I.I. Reactor2D: A tool for simulation of shock deformation // AIP Conf. Proc. 2016. Vol. 1770. P. 030092.
 126. Kraus E.I., Shabalin I.I., Shabalin T.I. Numerical simulation of deformation and failure processes of a complex technical object under impact loading // J. Phys. Conf. Ser. 2018. Vol. 991. P. 012048.
 127. Tuler F.R., Butcher B.M. A criterion for the time dependence of dynamic fracture // Int. J. Fract. Mech. Kluwer Academic Publishers, 1968. Vol. 4, № 4. P. 322–328.

128. Kraus E.I. et al. Penetration of Steel Projectiles through Finite-Thickness Ice Targets // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2019. Vol. 60, № 3. P. 526–532.
129. Федоров М.Ю. et al. Моделирование ударных воздействий на конструкцию в проблеме обеспечения безопасности космических ЯЭУ // *Вестник Моск. авиац. ин-та.* 2009. Vol. 16, № 3. P. 49–53.
130. Kraus E.I., Shabalin I.I. Simulation of fracture in 3D dynamic problems of collision of solid bodies // *AIP Conference Proceedings.* 2018. Vol. 2027. P. 030165.
131. Kraus E.I., Fomin V.M., Shabalin I.I. Accounting for electronic components in the equation of state in the calculation of shock waves in a mixture of metals // *PNRPU Mech. Bull.* 2001. Vol. 9, № 1. P. 78–84.
132. Kraus E.I., Shabalin I.I., Shabalin T.I. Numerical analysis of wave propagation in a cermet composite // *AIP Conference Proceedings.* 2017. Vol. 1893. P. 030130.
133. Краус Е.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Динамический метод построения треугольных сеток в многосвязных областях // *Вычислительные технологии.* 2009. Vol. 14, № 5. P. 40–48.
134. Kraus E.I., Shabalin I.I., Shabalin T.I. Automatic tetrahedral mesh generation for impact computations // *AIP Conference Proceedings.* 2017. Vol. 1893. P. 030129.
135. Разоренов С.В. et al. Влияние предварительного деформационного упрочнения на напряжение течения при ударном сжатии титана и титанового сплава // *Физика твердого тела.* 2005. Vol. 47, № 4. P. 639–645.
136. Канель Г.И. Сопrotивление металлов откольному разрушению // *Физика горения и взрыва.* 1982. № 3. P. 52–56.
137. Walsh J.M. et al. Shock-Wave Compressions of Twenty-Seven Metals. Equations of State of Metals // *Phys. Rev. American Physical Society,* 1957. Vol. 108, № 2. P. 196–216.
138. McQueen R.G., Marsh S.P. Equation of State for Nineteen Metallic Elements from Shock-Wave Measurements to Two Megabars // *J. Appl. Phys.* 1960. Vol. 31, № 7. P. 1253–1269.
139. Кормер С.Б. et al. Динамическое сжатие пористых металлов и уравнение состояния с переменной теплоемкостью при высоких температурах // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.* 1962. Vol. 42. P. 686–702.
140. Альтшулер Л.В., Баканова А.А., Трунин Р.Ф. Ударные адиабаты и нулевые изотермы семи металлов при высоких давлениях // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.* 1962. Vol. 42. P. 91–104.
141. Isbell W.H., Shipman F.H., Jones A.H. Hugoniot equation of state measurements for eleven materials to five megabars. General Motors Corp // *Mat. Sci. Lab. Rep. MSL-68-13.* 1968.
142. Альтшулер Л.В. et al. Ударные адиабаты металлов. Новые данные, статистический анализ и общие закономерности // *Прикладная механика и техническая физика.* 1981. № 2. P. 3–34.
143. Трунин Р.Ф. et al. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ / ed. Трунина Р.Ф. Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2006. 531 p.
144. Cheng J. et al. Deformation and failure of PrintCast A356/316 L composites: Digital image correlation and finite element modeling // *Mater. Des. Elsevier,* 2020. Vol. 195. P. 109061.
145. Kim Y.H. et al. Effect of microstructure on the tensile and fracture behavior of cast A356 AlSiCp composite // *Scr. Metall. Mater. Pergamon,* 1994. Vol. 31, № 12. P. 1629–1634.
146. Hixson R.S., McQueen R.G., Fritz J.N. The shock Hugoniot of 316 SS and sound velocity measurements // *AIP Conference Proceedings. AIP,* 1994. Vol. 309, № 1. P. 105–108.
147. Poole L.L. et al. Shock dynamics in periodic two-dimensional composites // *AIP Conference Proceedings. American Institute of Physics Inc.,* 2020. Vol. 2272, № 1. P. 120020.
148. Poole L.L. et al. Hypervelocity impact of PrintCast 316L/A356 composites // *Int. J. Impact Eng. Elsevier,* 2020. Vol. 136, № June 2019. P. 103407.
149. Taylor S. V., Gonzales M., Cordero Z.C. Shock response of periodic interpenetrating phase

- composites // *APL Mater.* 2022. Vol. 10, № 11. P. 111119.
150. Kraus A.E., Kraus E.I., Shabalin I.I. Simulation of the interaction of hardened steel core with heterogeneous elements of body armor // *AIP Conference Proceedings*. AIP Publishing, 2019. Vol. 2125. P. 030067.
 151. Краус Е.И., Фомин В.М., Шабалин И.И. Учет электронных составляющих в уравнении состояния при расчете ударных волн в смеси металлов // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2001. № 9. P. 78–84.
 152. Savinykh A.S. et al. The Influence of the Cobalt Content on the Strength Properties of Tungsten Carbide Ceramics under Dynamic Loads // *Tech. Phys.* 2018. Vol. 63, № 3. P. 357–362.
 153. Razorenov S. V. et al. Shock Compression and Spalling of Cobalt at Normal and Elevated Temperatures // *Combust. Explos. Shock Waves*. 2002. Vol. 38, № 5. P. 598–601.
 154. Li W. et al. Shock-induced deformation and spallation in CoCrFeMnNi high-entropy alloys at high strain-rates // *Int. J. Plast.* 2023. Vol. 168. P. 103691.
 155. Yang Y. et al. Additive manufacturing of WC-Co hardmetals: a review // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2020. Vol. 108, № 5–6. P. 1653–1673.
 156. Razorenov S. et al. Strength Characteristics of a Heat-Resistant Metal-Matrix Composite Inconel 625–5%NiTi–TiB₂ Alloy Fabricated by Direct Laser Deposition under Shock-Wave Loading // *Metals (Basel)*. Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2023. Vol. 13, № 3. P. 477.
 157. Xu F. et al. Microstructural Evolution and Mechanical Properties of Inconel 625 Alloy during Pulsed Plasma Arc Deposition Process // *J. Mater. Sci. Technol.* 2013. Vol. 29, № 5. P. 480–488.
 158. Clayton J.D. Finite strain analysis of shock compression of brittle solids applied to titanium diboride // *Int. J. Impact Eng.* 2014. Vol. 73. P. 56–65.
 159. Зукас Д.А. et al. Динамика удара. Москва: Мир, 1985. 296 p.
 160. Беляков Л.В., Витман Ф.Ф., Златин Н.А. О процессе соударения деформируемых тел и его моделировании. 2. О моделировании удара шара по полупространству // *Журнал технической физики*. 1963. Vol. 33, № 9. P. 900–995.
 161. Златин Н.А. et al. Баллистические установки и их применение в экспериментальных исследованиях. Москва: Наука, 1974. 344 p.
 162. Бузюркин А.Е. et al. Определение эффективного динамического предела текучести гетерогенных материалов // *Прикладная механика и техническая физика*. 2024.
 163. Kraus E.I., Fomin V.M., Shabalin I.I. Construction of a unified curve in modeling the process of crater formation by compact projectiles of different shapes // *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 2020. Vol. 61, № 5. P. 855–865.
 164. Kraus A., Kraus E., Shabalin I. Modelling of the processes of impact of a projectile with elements of individual defence // *EPJ Web Conf.* / ed. Fomin V., Placidi L. 2019. Vol. 221. P. 01021.
 165. Tate A. A simple estimate of the minimum target obliquity required for the ricochet of a high speed long rod projectile // *J. Phys. D. Appl. Phys.* 1979. Vol. 12, № 11. P. 1825–1829.
 166. Rosenberg Z., Yeshurun Y., Maysel M. On the ricochet of long rod projectiles // *Proc. 11th Int. Symp. Ballist.* 1989. Vol. 501.
 167. Smirnov N.N. Space Debris // *Hazard Evolution and Mitigation* / ed. Smirnov N.N. London: CRC Press, 2001. 229 p.
 168. Anz-Meador P.D. et al. History of On-Orbit Satellite Fragmentations, 15th edition: TM-2018-220037. Houston, 2018. 637 p.
 169. Whipple F.L. Meteorites and space travel // *Astron. J.* 1947. Vol. 52. P. 131.
 170. Christiansen E.L. et al. Enhanced meteoroid and orbital debris shielding // *Int. J. Impact Eng.* 1995. Vol. 17, № 1–3. P. 217–228.
 171. Zhuang S., Ravichandran G., Grady D.E. An experimental investigation of shock wave

- propagation in periodically layered composites // *J. Mech. Phys. Solids*. 2003. Vol. 51, № 2. P. 245–265.
172. Grujicic M. et al. Shock-Wave Attenuation and Energy-Dissipation Potential of Granular Materials // *J. Mater. Eng. Perform.* 2012. Vol. 21, № 2. P. 167–179.
 173. Lamberson L. Investigations of High Performance Fiberglass Impact Using a Combustionless Two-stage Light-gas Gun // *Procedia Eng.* 2015. Vol. 103. P. 341–348.
 174. Rawal S.P. Metal-matrix composites for space applications // *JOM. Minerals, Metals and Materials Society*, 2001. Vol. 53, № 4. P. 14–17.
 175. Башуров В.В. et al. Численное моделирование по программе SPH процессов соударения сферических ударников с преградами со скоростями 1–6 км/с // *Современные методы проектирования и отработки ракетно-артиллерийского вооружения: Сб. докл. II научн. конф. Волжского регион. центра РАН, г. Саров, 29 мая–01 июня 2001*. Саров: РФЯЦ ВНИИЭФ, 2003. P. 23–33.
 176. Краус Е.И. et al. Пробитие ледяных преград конечной толщины стальными ударниками // *ПМТФ*. 2019. Vol. 60, № 3. P. 146–153.
 177. Zhang M. et al. 3D printed Mg-NiTi interpenetrating-phase composites with high strength, damping capacity, and energy absorption efficiency // *Sci. Adv.* 2020. Vol. 6, № 19.
 178. Alexander E. Pawlowski, Derek A. Splitter et al. Producing hybrid metal composites by combining additive manufacturing and casting // *Adv. Mater. Process.* 2017. Vol. 175, № 7. P. 16–21.
 179. Pawlowski A.E. et al. Damage-tolerant metallic composites via melt infiltration of additively manufactured preforms // *Mater. Des. Elsevier*, 2017. Vol. 127. P. 346–351.
 180. Moustafa A.R. et al. Mesostructure and porosity effects on the thermal conductivity of additively manufactured interpenetrating phase composites // *Addit. Manuf.* 2018. Vol. 22. P. 223–229.
 181. French M.R. et al. Hypervelocity Impact of Additively Manufactured A356/316L Interpenetrating Phase Composites // *Solid Freeform Fabrication 2017: Proceedings of the 28th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium – An Additive Manufacturing Conference Hypervelocity*. 2017.
 182. Baluch A.H., Park Y., Kim C.G. High velocity impact characterization of Al alloys for oblique impacts // *Acta Astronaut.* Elsevier Ltd, 2014. Vol. 105, № 1. P. 128–135.
 183. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. On the Lambert-Jonas approximation for ballistic impact // *Mech. Res. Commun.* 2002. Vol. 29, № 2–3. P. 137–139.