

ОТЗЫВ

официального оппонента Фурцева Алексея Игоревича
на диссертационную работу Евсеева Федора Александровича
«Разрешимость начально-краевых задач для квазигидродинамической системы
уравнений в нелинейном и линеаризованном случае»
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук
по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Актуальность работы. Диссертационная работа посвящена исследованию разрешимости начально-краевых задач для систем уравнений квазигидродинамического (КГиД) типа. Эти системы представляют собой регуляризацию классических уравнений Навье-Стокса с включением малых физически обоснованных слагаемых диссипативного характера и широко используются для численного моделирования течений вязких сжимаемых и слабосжимаемых жидкостей, в том числе в таких прикладных областях, как моделирование процессов фильтрации в пористых средах, конвективных течений и длинных волн в мелкой воде.

Несмотря на широкое использование КГиД-уравнений при решении ряда задач, возникающих в приложениях, теоретическое исследование вопросов существования, единственности решений остается недостаточно полным. Тем не менее, математических анализ, разрешимость краевых задач для таких систем имеет большое значение. Поэтому тематика работы представляется актуальной.

Анализ содержания диссертации. Работа изложена на 142 страницах и состоит из введения, двух глав, приложения, заключения и списка литературы, содержащего 137 наименований.

Во введении приведена постановка задачи, обоснована актуальность темы данной диссертационной работы, сформулированы цели и задачи работы, научная новизна, описана теоретическая и практическая значимость, описаны методы исследования и проведен анализ существующих работ других авторов по указанной тематике. Также в данной части работы сформулированы положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробация результатов диссертационной работы.

В первой главе, состоящей из 4 параграфов, рассматриваются вопросы существования обобщенных решений краевых задач для КГиД систем уравнений в пространствах Соболева. В первом параграфе приводится ряд вспомогательных утверждений, используемых в доказательствах основных результатов главы. Во втором параграфе рассматривается вопрос существования обобщенного решения начально-краевой задачи для КГиД системы уравнений в случае слабосжимаемой жидкости в невесовых и весовых пространствах Соболева. Третий параграф посвящен вопросу существования обобщенного решения краевой задачи для стационарной КГиД системы уравнений. В четвертом параграфе главы рассмотрен вопрос существования обобщенного решения начально-краевой задачи для КГиД системы уравнений в приближении Обербека-Буссинеска.

Вторая глава состоит из пяти параграфов. В ней рассматриваются вопросы существования и единственности регулярных решений краевых задач для КГиД систем уравнений в пространствах Соболева. В первом параграфе снова приводится ряд вспомогательных утверждений, используемых при доказательстве основных результатов данной главы. Во втором параграфе рассматриваются вопросы существования и единственности обобщенного и регулярного решений начально-краевых задач для КГиД системы уравнений в

линеаризованном случае. В третьем параграфе рассматривается вопрос существования и единственности регулярного решения начально-краевой задачи для КГиД системы уравнений в случае слабосжимаемой жидкости. В четвертом параграфе главы рассматривается вопрос существования и единственности обобщенного и регулярного решений начально-краевых задач для КГиД системы уравнений в приближении мелкой воды в двумерном случае. Вопрос получения оценок для регулярного решения начально-краевой задачи для КГиД системы уравнений в приближении мелкой воды при $t \in (0, \infty)$, рассмотрен в пятом параграфе.

Обоснованность и достоверность научных положений и полученных результатов обеспечивается корректными формулировками, строгими математическими доказательствами всех приведенных утверждений, подтверждается исследованиями других авторов. Основные положения работы докладывались и получили одобрение на 25 российских и международных научных конференциях и семинарах в виде устных докладов.

По теме диссертации опубликовано 14 работ. Из них 3 в периодических изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 3 работы в изданиях, входящих в международные системы цитирования Scopus и WoS и 8 в других изданиях.

Научная новизна диссертационной работы заключается в том, что в ней впервые:

1. Доказана теорема существования и единственности обобщенных и регулярных решений краевых задач для нелинейной и линеаризованной КГиД систем в случае слабосжимаемой жидкости в соболевских пространствах.
2. Получены результаты об обобщенной разрешимости краевой задачи для стационарной КГиД системы уравнений.
3. Исследована обобщенная разрешимость краевых задач для КГиД системы в приближении Обербека-Буссинеска.
4. Доказана теорема существования и единственности обобщенных и регулярных решений краевой задачи для КГиД системы в приближении мелкой воды (в двумерном случае).

Замечания по диссертационной работе.

1) Доказательство в некоторых случаях недостаточно подробно, например, доказательство теоремы 2.7 или единственности решения из теоремы 2.5.

2) Для КГиД системы уравнений в приближении Обербека-Буссинеска (7) порядок аргументов функций ($\vec{u} = (\vec{x}, t)$, $p = (\vec{x}, t)$, $T = (\vec{x}, t)$) не соответствует определению цилиндра Q ($(t, x) \in Q = (0, Z) \times G$). Также, векторное обозначение у пространственной переменной x в определении функций, возможно, лишнее. С учётом интегралов по x в условии (8) будет единообразнее его убрать, при этом из определения $G \subset \mathbb{R}^3$ понятно, что x рассматривается как пространственная переменная.

3) Параграфы «2.4 Приближение мелкой воды» и «2.5 Некоторые оценки регулярных решений начально-краевой задачи для КГиД системы уравнений в приближении мелкой воды при $t \in (0, \infty)$ » могут быть объединены. Это несколько сократит рассуждение и сделает его более структурированным.

4) Отсутствие численных иллюстраций. Хотя в приложении приведены результаты других авторов, собственные численные эксперименты или верификация теоретических оценок на тестовых задачах отсутствуют. Это не снижает ценности математических результатов, но добавило бы работе полноты.

Результаты работы развивают теорию краевых задач для эллипτικο-параболических систем уравнений и математических моделей гидродинамики, указывают новые подходы в их решении и могут быть использованы в дальнейшем при изучении краевых задач для математических моделей, описываемых параболическими и эллиптическими уравнениями и системами, в частности, моделей экологии, фильтрации, динамики популяции, диффузии и ряда других. Результаты также могут быть использованы при построении новых численных алгоритмов решения краевых задач гидродинамики.

Автореферат диссертации соответствует её содержанию. Диссертационная работа Евсеева Ф.А. по своим целям, задачам, методам исследования и научной новизне соответствует требованиям, предъявляемым ВАК к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», работа отвечает пунктам п. 1 Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, п. 2 Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, п. 4 Качественная теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений, п. 17 Математические проблемы механики сплошной среды, паспорта специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Заключение. Указанные замечания не снижают значимость научных результатов, полученных в диссертации и не влияют на общую положительную оценку работы. Диссертация является законченным научным исследованием, содержащим полученные лично автором новые результаты в области дифференциальных уравнений и математической физики. Основные результаты полностью опубликованы. Автореферат адекватно отражает результаты диссертации.

В целом диссертационная работа Евсеева Федора Александровича «Разрешимость начально-краевых задач для квазигидродинамической системы уравнений в нелинейном и линеаризованном случае» является научно-квалификационной работой, в которой решены задачи, имеющие научное значение для специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», и в полной мере отвечает п. 9–10 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор, Евсеев Федор Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент

кандидат физико-математических наук,

научный сотрудник,

Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
Сибирского отделения Российской академии наук

Фурцев Алексей Игоревич

Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева
Сибирского отделения Российской академии наук

Адрес: проспект академика Лаврентьева, 15

630090, Новосибирск, Россия

Телефон: (383) 333-16-12, эл. почта: a.i.furtsev@mail.ru

А.И. Фурцев

27.08.2026

Подпись Фурцева А.И. заверен
ученым секретарем ИГиЛ
к.фр.-м.н.



В.Е. Ермишина

27-08-2026