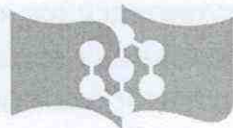


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

SIBERIAN
FEDERAL
UNIVERSITY



СИБИРСКИЙ
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ

660041, Россия, Красноярск, проспект Свободный, 79
телефон (391) 244-82-13, факс (391) 244-86-25
http://www.sfu-kras.ru e-mail: office@sfu-kras.ru

№ _____
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной
деятельности ФГАОУ ВО
«Сибирский федеральный университет»
Ступина Алёна Александровна



«22» марта 2018 г.

Отзыв ведущей организации о диссертации

Тихоновой Ирины Михайловны

«Применение метода Галеркина в краевых задачах для уравнений смешанного типа», выполненной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертация посвящена активно развивающемуся в настоящее время направлению в теории дифференциальных уравнений – линейным дифференциальным уравнениям смешанного типа. Они относятся к так называемым неклассическим уравнениям математической физики. Этой тематике посвящены работы многих ведущих специалистов. Исследования таких уравнений восходят к работам А. Пуанкаре, С.Л. Соболева, Ф. Трикоми. Существенный вклад в качественную теорию уравнений смешанного типа внесли результаты В.Н. Брагова, А.И. Кожанова, И.Е. Егорова, Г.А. Свиридюка, С.А. Терсенова, С.Г. Пяткова, С.В. Попова, В.Е. Федорова, Н.В. Кислова, К.В.М. ван дер Ми, Р. Билса и других. В данной диссертации доказаны теоремы существования и единственности решений краевых задач для уравнений смешанного типа с произвольным многообразием изменения типа. Регулярная разрешимость краевых задач доказывается на основе глобальных априорных оценок для приближенных решений, построенных методом Галеркина. Тем самым обосновано применение методов Галеркина к исследованию краевых задач для уравнений смешанного типа. При этом для каждой задачи установлена оценка скорости сходимости метода Галеркина.

Перейдем к изложению содержания диссертации.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 89 страниц. Список литературы включает 118 наименований.

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, дается подробный обзор научной литературы и анализ основных трудностей, связанных с изучаемой проблемой. Здесь же излагается краткое содержание работы.

Первая глава включает в себя четыре параграфа и посвящена исследованию краевых задач для уравнений смешанного типа с помощью стационарного метода Галеркина. В § 1.1 рассматриваются два частных случая краевой задачи Врагова в цилиндрической области для уравнения второго порядка смешанного типа. В первом случае уравнение принадлежит гиперболическому типу вблизи нижнего основания и гиперболо-параболическому типу вблизи верхнего основания. Во втором случае уравнение сохраняет эллиптический тип вблизи обоих оснований области. В § 1.2 и 1.3 исследуются новые краевые задачи, отличные от постановки Врагова, также в случае уравнения эллиптического типа вблизи нижнего и верхнего оснований области. В § 1.4 изучается краевая задача для уравнения смешанного типа произвольного четного порядка. При некоторых предположениях относительно исходных данных доказываются существование «в целом» и единственность обобщенного и сильного решения каждой из рассмотренных задач. Решение ищется как предел последовательности приближений, построенных с помощью стационарного метода Галеркина. Для галеркинских приближений устанавливается оценка погрешности (скорости сходимости) данного метода через собственные значения спектральной задачи для оператора Лапласа (для квазиэллиптического оператора в случае уравнения высшего порядка).

Основными результатами главы являются теоремы 1.1.1, 1.1.3, 1.1.6, 1.2.2, 1.3.2, 1.4.2, дающие достаточные условия существования и единственности обобщенного решения краевых задач для уравнений смешанного типа второго и произвольного четного порядка, а также оценки погрешности приближенных решений, построенных с помощью стационарного метода Галеркина (теоремы 1.1.4, 1.1.7, 1.2.3, 1.3.3, 1.4.3).

Вторая глава состоит из двух параграфов и посвящена исследованию краевых задач для уравнения смешанного типа второго порядка с помощью нестационарного метода Галеркина. В § 2.1 рассматриваются четыре класса краевых задач для уравнений, сохраняющих один и тот же тип (эллиптический или гиперболический), а также имеющих разный тип вблизи верхнего и нижнего оснований. При соответствующих предположениях относительно исходных данных доказываются существование «в целом» и единственность обобщенного и сильного решения каждой из рассмотренных задач. Решение ищется как предел последовательности приближений к решению некоторой регуляризованной задачи с помощью нестационарного метода Галеркина. Для галеркинских приближений устанавливается оценка погрешности. В § 2.2 аналогичные результаты получены для задачи, рассмотренной в § 2 главы 1 данной диссертационной работы.

Основными результатами главы являются теоремы 2.1.1, 2.1.2, 2.2.1 и 2.2.2, дающие достаточные условия существования и единственности обобщенного решения краевых задач для уравнений смешанного типа, а также

оценки погрешности приближенных решений, построенных с помощью нестационарного метода Галеркина.

Диссертация написана четким и ясным языком. Автореферат правильно и полностью отражает содержание диссертации. Однако к диссертации имеется ряд замечаний.

Во введении, предлагая читателю обратиться к наиболее полной библиографии по проблемам разрешимости неклассических уравнений математической физики, автор ссылается на достаточно старую литературу, в частности, на монографию С.В. Успенского и Г.В. Демиденко 1984 года. В этом случае предпочтительнее сослаться на более позднюю книгу Г.В. Демиденко, С.В. Успенского «Уравнения и системы, не разрешенные относительно старшей производной» (Новосибирск: Научная книга, 1998) или на монографию А.Г. Свешникова, А.Б. Альшина, М.О. Корпусова, Ю.Д. Плетнера «Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа» (Москва: Физматлит, 2007).

Одной из ключевых краевых задач, исследованных в работе, является задача В.Н. Врагова, поставленная и исследованная им. В диссертации даны ссылки на работы и используются некоторые результаты В.Н. Врагова. Следовало сделать детальный анализ результатов для данной задачи, опубликованных ранее, для того чтобы более четко охарактеризовать новизну результатов автора.

В описании содержания работы представлены изученные автором задачи, но отсутствует обзор результатов по главам. Поскольку некоторые задачи исследовались как в первой главе, так и во второй, из введения не совсем понятны отличия между результатами в разных главах для одних и тех же задач.

В формулировках теорем и лемм, как первой, так и второй глав отсутствуют ограничения на гладкость коэффициентов уравнения (либо частично, либо полностью), хотя в доказательствах соответствующие свойства коэффициентов используются. Предположение о том, что коэффициенты уравнения «являются достаточно гладкими функциями» (страница 14) не является математически строгим и требует уточнения. Так, например, в формулах (1.2.5), (1.4.5), (1.4.7) ввиду громоздкости младшие члены тождеств обозначены троеточием, поэтому из доказательств соответствующих утверждений не видно, какая гладкость коэффициентов уравнения здесь подразумевается.

После оценок, а также промежуточных неравенств в доказательствах теорем и лемм (за исключением, оценок погрешности метода Галеркина в теоремах 1.1.7, 1.2.3, 1.3.3, 1.4.3) не дано никаких пояснений о том, от чего зависят или не зависят эти константы.

Указанные выше замечания относятся к представлению и оформлению результатов в диссертации, но не к их сути. Считаем, что автором получены законченные результаты, которые являются существенным вкладом в качественную теорию дифференциальных уравнений смешанного типа. Все результаты являются новыми и сопровождаются доказательствами. Они своевременно опубликованы в рецензируемых журналах математического профиля.

Особенно следует отметить полученные автором оценки погрешности (скорости сходимости) метода Галеркина. При решении указанных выше задач автор проявил достаточную эрудицию и владение современными методами функционального анализа и теории дифференциальных уравнений.

Результаты диссертации могут быть использованы при проведении научно-исследовательских работ в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН, Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Институте гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН, а также при чтении спецкурсов и проведении спецсеминаров в Московском государственном университете, Челябинском государственном университете, Сибирском федеральном университете, Новосибирском национальном исследовательском государственном университете.

Содержание диссертационной работы, ее научные положения и выводы являются достоверными, обоснованными и актуальными. Диссертация И.М.Тихоновой «Применение метода Галеркина в краевых задачах для уравнений смешанного типа» является законченным исследованием. Она полностью соответствует п. 9–11 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» и удовлетворяет всем требованиям ВАК Министерства образования и науки РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Считаем, что ее автор Ирина Михайловна Тихонова заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет» 20 марта 2018 года (протокол № 6 от 20.03.2018).

Зав. кафедрой математического
анализа и дифференциальных
уравнений ФГАОУ ВО СФУ,
доктор физ.-мат. наук по
специальности 01.01.02 –
дифференциальные уравнения,
динамические системы и
оптимальное управление, профессор
Юрий Яковлевич Белов



Доцент кафедры математического
анализа и дифференциальных
уравнений ФГАОУ ВО СФУ,
канд. физ.-мат. наук по
специальности 01.01.02 –
дифференциальные уравнения,
динамические системы и
оптимальное управление, доцент
Анна Шоломовна Любанова

