

## ОТЗЫВ

научного руководителя  
на диссертацию Сираевой Дилары Тахировны  
«Подмодели уравнений гидродинамического типа с давлением  
в виде суммы функций плотности и энтропии»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности  
01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление

Диссертационная работа Д.Т. Сираевой посвящена изучению системы квазилинейных дифференциальных уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии аналитическими методами. Применение методов группового анализа к системе уравнений дало возможность получить и классифицировать точные решения.

Рассматриваемое уравнение состояния приводит к расширению допускаемых уравнениями гидродинамического типа группы симметрий (группы Галилея с равномерным растяжением времени и пространственных координат). Группа расширяется за счет преобразования переноса давления. Соответствующая алгебра Ли 12-мерна. Академик Л.В. Овсянников в работе [Овсянников Л.В. Программа Подмодели. Газовая динамика // Прикладная математика и механика. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30-55] обосновал необходимость применения методов группового анализа к уравнениям гидродинамического типа. Программу Подмодели в разные годы реализовывали ученые С.В. Головин, С.В. Мелешко, Е.В. Мамонтов, С.В. Хабиров, А.А. Черевко, Ю.А. Чиркунов, А.П. Чупахин и др.

Программа Подмодели направлена на наиболее полное использование симметрийных свойств модели для аналитического описания свойств решений. Она включает ряд математических задач для дифференциальных уравнений: нахождение преобразований эквивалентности, групповую классификацию по произвольному элементу, построение оптимальной системы неподобных подалгебр, представление графа вложенных подалгебр, классификацию вложенных групповых подмоделей (инвариантных, частично инвариантных и дифференциально инвариантных), получение интегралов и законов сохранения подмоделей, групповую классификацию подмоделей, получение точных решений, описание движения частиц в целом для точных решений, поведение характеристик и сильных разрывов для подмоделей, сопряжения точных решений, решение специальных краевых задач, асимптотические групповые методы. В процессе выполнения программы Подмодели возникают новые задачи программы.

Перед диссидентом была поставлена задача реализации части научно-исследовательской программы Подмодели. В диссертационной работе Д.Т. Сираевой проделаны новые элементы группового анализа системы квазилинейных дифференциальных уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии. Таким образом, в рамках программы Подмодели впервые реализовано следующее:

1. Для 12-мерной алгебры Ли операторов впервые построена оптимальная система неподобных подалгебр из 309 представителей.
2. Показано вложение некоторых подалгебр различных размерностей из оптимальной системы подалгебр в виде подграфов.
3. На подалгебрах размерности от 1 до 3 из оптимальной системы подалгебр построены инвариантные подмодели. Для подмоделей ранга 3 и 2 инвариантные подмодели имеют канонический вид.
4. Доказана редукция двух частично инвариантных подмоделей ранга 3 дефекта 1 к инвариантным подмоделям.
5. Проведен групповой анализ инвариантной подмодели ранга 2: найдены два интеграла, выделен случай системы типа Коши, установлено условие гиперболичности системы, в случае системы не типа Коши выяснены условия задания начальных данных, найдены два типа точных решений системы, представлено движение частиц в целом для полученных решений.
6. Найдены некоторые точные решения на инвариантных подмоделях ранга 1.

За время работы над диссертацией Д.Т. Сираева проявила себя ответственным и целеустремленным работником, способным к исследованиям и анализу полученных результатов.

Д.Т. Сираева неоднократно докладывала результаты своих исследований на международных и всероссийских конференциях. Основной материал диссертационной работы опубликован в 21 работе: в 10 статьях, в 11 тезисах докладов. Из них 4 работы опубликованы в изданиях, входящих в Перечень ВАК РФ. Из совместной публикации в диссертацию включены только результаты автора.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта (№ 18-29-10071) и средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052).

Считаю, что диссертация «Подмодели уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии» выполнена на достаточно высоком научном уровне и соответствует всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям. Считаю, что по уровню научной подготовки, актуальности проведенного исследования и значимости полученных результатов Сираева Дилара Тахировна является квалифицированным специалистом и заслуживает присуждения ученой

степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 –  
Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное  
управление.

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук по специальности  
01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и  
оптимальное управление, профессор,  
главный научный сотрудник лаборатории «Дифференциальные уравнения  
механики» Института механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленного  
структурного подразделения Федерального государственного бюджетного  
научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра  
Российской академии наук (ИМех УФИЦ РАН)

« 27 » июня 2019 г.

*Хабиров*

Хабиров Салават Валеевич

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
Уфимский федеральный исследовательский центр  
Российской академии наук  
Россия, 450054, Республика Башкортостан  
г. Уфа, пр. Октября, 71, телефон: +7(347)235-52-55;  
e-mail: [habirov@anrb.ru](mailto:habirov@anrb.ru)

