

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Сираевой Дилары Тахировны
“Подмодели уравнений гидродинамического типа с давлением в виде
суммы функций плотности и энтропии”, представленную
на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление.

Актуальность темы диссертации.

Диссертационная работа Сираевой Д.Т. выполнена в рамках Программы ПОДМОДЕЛИ. В основе данной Программы “лежит соображение об исчерпании всех возможностей точного упрощения “больших” математических моделей за счет наиболее полного использования заложенных в них свойств симметрии. Такое упрощение достигается переходом к подмоделям, описывающим классы точных частных решений, приводящим к понижению размерности задач и делающим более доступным их анализ. Хотя в полном объеме эта программа, видимо нескерпаема, тем не менее применительно к каждой фиксированной “большой модели”, возникающей в механике сплошных сред и вообще математической физике, она является конкретной и вполне реализуемой на практике, служит формированию и пополнению банка данных по математическим моделям природных процессов.” [Овсянников Л.В. Программа Подмодели. Газовая динамика. ПММ. 1994. Т.58. №4. С. 30-55].

Лев Васильевич Овсянников средствами группового анализа дифференциальных уравнений показал, что из общей модели газовой динамики можно выделить 13 “больших подмоделей”.

В рамках данной Программы выполнены обширные исследования, в которых участвовали А.П.Чупахин, С.В.Хабиров, С.В.Мелешко, А.А.Черевко, С.В.Головин, Е.В.Мамонтов, Ю.А.Чиркунов, В.А.Бублик, А.А.Талышев, А.А.Чесноков, В.М.Тешуков, В.П.Шапеев, В.К.Андреев, Н.Х.Ибрагимов, А.А.Родионов, Ю.В.Шанько и др.

В диссертационной работе Сираевой Дилары Тахировны средствами группового анализа изучается система квазилинейных дифференциальных уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии (модель № 9 в списке Л.В.Овсянникова). Специальный вид уравнения состояния - давление в виде суммы функций плотности и энтропии - приводит к расширению допускаемой основной 11-мерной алгебры Ли до 12-мерной за счет дополнительного оператора дифференцирования по давлению.

Актуальность данного общего направления исследований и научный интерес результатов полученных в работе Сираевой Д.Т. не вызывает сомнений.

Структура и содержание диссертации. Во введении диссертационной работы Сираевой Д.Т. обоснована актуальность темы исследования, приведена библиография работ по теме исследования, сформулированы цель и задачи исследования, обозначена научная новизна, теоретическая и практическая значимость, методология и методы исследования, степень достоверности, апробация результатов.

В первой главе найдена оптимальная система из 309 нетривиальных представителей подалгебр 12-мерной алгебры Ли (приложение А). Подалгебра называется нетривиальной, если она не попадает в оптимальную система подалгебр 11-мерной основной алгебры Ли (содержит 221 представителей и построена С.В.Хабировым). Также построены три подграфа вложенных подалгебр и приведен пример вложения подмоделей по выделенной цепочке вложенных подалгебр.

Во второй главе построены инвариантные подмодели рангов 3 и 2 в каноническом виде эволюционного и стационарного типов по подалгебрам 12-мерной алгебры Ли. Построены все инвариантные подмодели ранга 1 (приводятся в приложении В) по 3-мерным подалгебрам 12-мерной алгебры Ли. Для четырех инвариантных подмоделей ранга 1 получены новые точные решения. Доказана редукция к инвариантным подмоделям двух частично инвариантных подмоделей ранга 3 дефекта 1.

В третьей главе исследуется инвариантная подмодель ранга 2 эволюционного типа 12-мерной алгебры Ли: вычислены интегралы, преобразования эквивалентности системы. Выделен случай системы типа Коши. В случае системы не типа Коши выяснено условие задания начальных данных. Для переопределенной системы получены два типа точных решений. Выбирается простейший случай точных решений и дается описание движения частиц в пространстве в целом. Первый тип решений задает изобарическое движение вдоль траекторий с неменяющейся величиной движущегося объема из одних и тех же частиц с исчезающей со временем дозвуковой областью движения. Второй тип решений задает движение частиц под действиемдвигающегося поршня.

В заключении диссертационной работы сформулированы основные результаты исследования. Результаты исследования сформулированы в виде утверждений и теорем.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций, их достоверность. Результаты диссертационной работы Сираевой Д.Т., выносимые на защиту, отражены в 10 статьях, в тезисах 11 докладов. 4 статьи опубликованы в изданиях, входящих в Перечень ВАК РФ, в том числе переводные версии двух работ входят в международную рефе-

ративную базу данных и систем цитирования Scopus. Достоверность и обоснованность полученных результатов диссертационной работы Сираевой Д.Т. определяются их строгими доказательствами. В работе используются хорошо себя зарекомендовавшие методы группового анализа дифференциальных уравнений, методы теории дифференциальных уравнений в частных производных, используется программный пакет Maple. Таким образом, основные положения, выводы, сформулированные в диссертации, достоверны и обоснованны.

Научная новизна результатов. В диссертационной работе Сираевой Д.Т. впервые применены методы группового анализа к уравнениям гидродинамического типа с уравнением состояния в виде давления, представленного как сумма функций плотности и энтропии. Все сформулированные результаты являются новыми и принадлежат автору.

Замечания к диссертационной работе.

1. стр. 15. В списке операторов группы G_{11} оператор Y_1 является лишним.
2. стр. 35, 8 строка снизу. Наверное надо указать, что данный автоморфизм внутренний и каким оператором индуцируется.
3. стр. 39. Формального определения канонического вида подмодели не дано. (Из текста понятно, что это система вида (2.1) или (2.3)).
4. стр. 55, 7 строка сверху. Фраза “замена переменных для уничтожения слагаемых” неудачная.
5. стр. 83. Теорема 3.2. дает формальные ряды для функций $\bar{u}$, v_1 , w_1 , V , что надо указать. (Сходимость построенных рядов не обсуждается.)
6. стр. 85, 4 строка сверху. Условие $R = R(\eta)$ не нарушается при $R = const$.
7. стр. 100, 4 строка сверху. Уточнить, что “...решение неоднородной системы (3.47) порождает преобразование...”.

Отметим, что все замечания имеют редакционный характер и не снижают общей положительной оценки диссертации.

Заключение. Диссертационная работа Сираевой Д.Т. представляет собой законченное математическое исследование на актуальную тему, которое вносит вклад в развитие современного группового анализа квазилинейных дифференциальных уравнений. Все утверждения диссертации Сираевой Д.Т. "Подмодели уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии" достоверны и основаны на строгих математических доказательствах. К автореферату замечания отсутствуют, в нем в полной мере отражено содержание диссертации. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет требованиям пп. 9–14 Положения ВАК России о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским

диссертациям, а ее автор Сираева Дилара Тахировна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент
Нещадим Михаил Владимирович,
доктор физико-математических наук по специальности
01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление,
доцент, ведущий научный сотрудник Федерального
государственного бюджетного учреждения науки
Институт математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук

М.В.Нещадим

03.02.2020г.

Адрес: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
Тел.: +7 383 3297564 вн. 270 e-mail: neshch@math.nsc.ru

Подпись Нещадима Михаила Владимировича заверяю.

Ученый секретарь ИМ СО РАН
к.ф.-м.н.



И.Е.Светов