

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертацию Сираевой Дилары Тахировны "Подмодели уравнений гидродинамического типа с давлением в виде суммы функций плотности и энтропии", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Групповой анализ является эффективным инструментом для систематического исследования фундаментальных математических характеристик моделей, составляющих основу аппарата самых разных отраслей науки. В отношении достигнутых на его основе результатов наряду с некоторыми разделами теоретической и математической физики наиболее продвинутым направлением является газовая динамика. При этом важную роль в этом за последнюю четверть века сыграла выдвинутая Л.В. Овсянниковым известная программа «Подмодели», выполнением которой занимался большой коллектив специалистов. В программе, в частности, были перечислены все «большие модели» газовой динамики с различными уравнениями состояния, являющиеся расширениями основной модели, допускающей 11-мерную группу Ли G_{11} (алгебру L_{11}), часть из которых ранее вообще не рассматривалась.

Диссертация Д.Т. Сираевой посвящена выполнению программы «Подмодели» для «большой модели» газовой динамики со специфическим уравнением состояния в виде суммы произвольных функций плотности и энтропии. В данный момент эта модель выглядит разве чуть только менее экзотической, чем модель с нулевой скоростью звука из той же программы. Тем не менее как математическая модель газовая динамика с определенными модификациями нашла применение в самых неожиданных областях, например, в расчетах подземных атомных взрывов (газ с показателем адиабаты $\gamma = 1.15$).

Поэтому нельзя исключить, что через какое-то время возникнет необходимость в изучении сплошной среды, термодинамика и реология которой будут описываться уравнением состояния данного типа. Но даже безотносительно к этому можно констатировать *актуальность* предпринятого исследования в свете получения новых свойств симметрии, инвариантных и частично инвариантных решений для системы уравнений газовой динамики, которые служат новым пополнением программы «Подмодели».

Научная *новизна* работы определяется выбором в качестве объекта исследования «большой модели» газовой динамики, ранее не рассматривавшейся методами группового анализа. При этом для нее получен ряд новых результатов, таких как оптимальная система допустимых подалгебр, инвариантные подмодели пониженных рангов и ряд других.

Достоверность полученных в диссертации результатов обеспечена квалифицированным использованием диссертанткой методов теории дифференциальных уравнений и алгоритмов группового анализа систем

дифференциальных уравнений в частных производных, разработанных и апробированных в работах участников программы «Подмодели», в частности, ее научного руководителя – профессора С. В. Хабирова.

Основные результаты работы состоят в следующем.

В первой главе исследуются симметричные свойства для систем уравнений газовой динамики в декартовых и цилиндрических координатах и двух эквивалентных уравнений состояния, одно из которых представляется суммой произвольных функций плотности и энтропии. Им соответствуют изоморфные 12-мерные алгебры, представляющие расширения базовой алгебры L_{11} оператором переноса по давлению (равномерного растяжения плотности и давления). Для этих алгебр по стандартному алгоритму построена оптимальная система подалгебр всех размерностей, содержащая 309 элементов, представленных в таблице A1 (Приложение А).

Дополнительно частично рассмотрен вопрос о вложениях подалгебр низшей размерности в подалгебры высшей размерности. Соответствующие связи представлены посредством графов. Для выделенной цепочки вложенных подалгебр доказан ряд Утверждений 1.1 – 1.4 о вложении решений инвариантных и частично инвариантных подмоделей.

Вторая глава посвящена построению инвариантных подмоделей ранга 3, 2 и 1 и является наиболее объемной в диссертации. Для построения подмоделей ранга 3 и 2 вводится (Теоремы 2.1, 2.2) понятие универсального канонического вида эволюционных и стационарных фактор-систем, имеющих в некотором смысле наиболее простую структуру. Затем по стандартному алгоритму находятся инварианты трехмерных и двумерных подалгебр построенной оптимальной системы. Это позволяет получить вид инвариантных решений, а их подстановка в исходную систему приводит к соответствующим фактор-системам. Эти результаты представлены в Таблицах 2.1 - 2.12.

Для построения подмоделей ранга 1 с одной независимой инвариантной переменной используются трехмерные подалгебры оптимальной системы. Для них вычислены инварианты, сведенные в Таблицы 2.13-2.14. Соответствующие фактор – системы приведены в Приложении В. Для некоторых случаев получены решения в явном виде.

Результаты второй главы потребовали от диссертантки выполнения кропотливых аналитических вычислений большого объема. Вместе с тем их описание в автореферате из-за ограниченности объема не дает сколько-нибудь полного представления о проделанной работе.

В заключительной третьей главе исследуется одна конкретная подмодель 2-го ранга эволюционного типа, соответствующая двумерной подалгебре, представленной линейными комбинациями операторов сдвига. Содержанием главы является, как это было названо Л.В. Овсянниковым, «одевание» модели – исследование качественных свойств системы, таких как ее тип в зависимости от произвольного элемента, постановку начально - краевых задач и т.п.

В данном случае выбранная система подверглась достаточно

глубокому изучению. Найдены ее интегралы, сформулировано условие гиперболичности в зависимости от свойства уравнения состояния (Теорема 3.1). Отдельно рассмотрен случай с уравнением состояния, когда система не является системой типа Коши. Для нее в явном виде построены два решения, для которых проанализированы траектории частиц.

Для другого вида уравнения состояния, при котором система становится линейной, методом расщепления вычислена алгебра Ли преобразований эквивалентности, которая в данном случае бесконечномерна. Вид ее базиса представлен в Теореме 3.3.

Можно отметить, что результаты главы показывают, что диссертантка уверенно владеет приемами анализа дифференциальных фактор-систем, использовавшимися в работах других авторов по программе «Подмодели».

Существенных замечаний по содержанию и оформлению диссертации и автореферата нет.

Основные результаты диссертации достаточно полно опубликованы в российских периодических изданиях, входящих в рекомендательный список ВАК, докладывались на конференциях различного уровня и специальных семинарах.

Оценивая диссертационную работу в целом, можно заключить, что в ней впервые выполнен законченный групповой анализ дифференциальной модели газовой динамики с оригинальным уравнением состояния и проанализированы качественные свойства ее подмоделей всех рангов.

Диссертация Д.Т. Сираевой удовлетворяет требованиям ВАК России, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

24.01.2020, Ю.Н. Григорьев/

Григорьев Юрий Николаевич,

Доктор физико-математических наук, профессор,

01.02.05 – «Механика жидкостей, газа и плазмы».

Главный научный сотрудник,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт

вычислительных технологий Российской академии наук

(ИВТ СО РАН),

630090, г. Новосибирск, пр. академика Лаврентьева, 6,

Тел.: (383) 330-87-45, e-mail: grigor@ict.nsc.ru.

Подпись Григорьева Юрия Николаевича заверяю.

Ученый секретарь ИВТ СО РАН

к.ф.-м.н.



/А.А. Редюк/