

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования

**«Пермский национальный  
исследовательский  
политехнический университет»  
(ПНИПУ)**

614990, Пермский край, г. Пермь,  
Комсомольский проспект, д. 29,  
тел. 8(342) 219-80-67,  
факс 8(342) 219-89-27, e-mail: [rector@pstu.ru](mailto:rector@pstu.ru)  
<http://www.pstu.ru>

16.08.2019 №  
На № IS320-58-07 от 25.06.2019  
- 296

УТВЕРЖДАЮ

Ректор ПНИПУ, доктор физико-  
математических наук, профессор

А.А. Галикин

«16» августа 2019 г.



**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

на диссертацию Бурмистровой Оксаны Александровны  
«Устойчивость свободных плёнок жидкости и вращающихся жидких слоёв»,  
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-  
математических наук по специальности 01.02.05 — «Механика жидкости,  
газа и плазмы».

Кандидатская диссертация О.А. Бурмистровой посвящена теоретическому исследованию гидродинамической устойчивости тонких слоёв жидкости с одной или двумя свободными границами. Отличительной особенностью рассматриваемых систем являются присутствие термокапиллярного эффекта, который возникает из-за зависимости поверхностного натяжения от температуры, что может приводить при определенных условиях к развитию конвективной неустойчивости. Рассматриваемые автором гидродинамические системы – плоский слой жидкости, ограниченный двумя свободными границами, и цилиндрический слой жидкости, ограниченный внутренней твердой поверхностью вращающегося цилиндра и свободной поверхностью – на первый взгляд являются стандартными конфигурациями для изучения конвекции Рэлея–Бенара–Марангони. Однако, в каждой постановке задачи имеется нестандартное усложнение задачи связанное либо с наличием течения вдоль слоя, либо конечностью слоя в продольном направлении, либо неплоской геометрией слоя. Все рассмотренные задачи являются неизотермическими и учитывают влияние внешнего нагрева. При этом силы инерции хотя и учитываются при постановке задачи, но их влияние на устойчивость плёнок пренебрегается. В этом смысле рассматриваемые плёнки жидкости являются действительно свободными.



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»

Как известно, на физические процессы, протекающие в жидкости со свободной поверхностью, существенное влияние оказывает движение жидкости, связанное с термо- и концентрационно-капиллярными эффектами. Особенно сильный эффект наблюдается в условиях невесомости. Проблема конвективной неустойчивости, возникающей в рассмотренных автором задачах, продолжает привлекать пристальное внимание исследователей в связи с теоретической важностью изучения внутренних механизмов, приводящих жидкость в движение, а также множеством практических приложений рассматриваемых эффектов, некоторые из которых перечисляются автором (дистилляция горюче-смазочных материалов, опреснение солёной воды, нанесение защитных покрытий на кабели, производство пластиковых труб и т.д.). Именно поэтому такие исследования являются **актуальными**.

Таким образом, **целью работы** является теоретическое рассмотрение ряда неизотермических задач со свободной границей, которое включает в себя нахождение основного состояния и исследование его на устойчивость.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы, включающего 108 наименований. Объём диссертации составляет 86 страниц, она содержит 17 рисунков и 2 таблицы.

**Во введении** представлен обзор литературы по теме диссертации и дана общая характеристика работы: показана актуальность и новизна исследования, сформулирована цель диссертации, представлено краткое содержание работы; перечислены полученные новые результаты, описано их практическое значение.

**В первой главе** диссертации рассматривается задача о бесконечно протяженной по вертикали свободной пленке жидкости, находящейся под действием силы тяжести и термокапиллярных сил. В параграфе 1.1 формулируется постановка задачи. В параграфе 1.2 в точной постановке получено решение уравнений Навье – Стокса и переноса тепла в виде плоского слоистого течения с постоянной толщиной. Приведены графики точного решения при различном задании расхода жидкости через поперечное сечение пленки. В параграфе 1.3 сформулирована задача об устойчивости решения, аналитически найдены собственные значения в нулевом по волновому числу приближении. В параграфе 1.4 при малых волновых числах задача об устойчивости решена численно при различных значениях числа Галилея и числа Био. Найдены критические значения волнового числа.

**Во второй главе** рассматривается задача о неизотермической свободной жидкой пленке, находящейся в поле тяжести и ограниченной по вертикали твердыми стенками. В параграфе 2.1 формулируется постановка задачи. В параграфе 2.2 в приближении тонкого слоя получена система трех дифференциальных уравнений, связывающая расход жидкости через поперечное сечение пленки, ее толщину и осредненную температуру. В параграфе 2.3 плоская стационарная задача решена численно методом



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»



стрельбы при краевом угле, близком к  $\pi/2$ . В параграфе 2.4 решение с постоянной толщиной плёнки исследуется на устойчивость. Задача решается аналитически с помощью метода согласования асимптотических разложений, а также численно при различных значениях ускорения тяжести. Обнаружено, что инкремент возмущений является малым.

В третьей главе рассматривается задача о неизотермическом слое жидкости на внутренней поверхности цилиндра, вращающегося с постоянной угловой скоростью. В параграфе 3.1 формулируется постановка задачи. Предполагается, что цилиндр является бесконечно протяженным, а сила тяжести отсутствует. Также считается, что слой достаточно тонкий, поэтому можно пренебречь силами плавучести, возникающими вследствие вращения. Решение с цилиндрической свободной поверхностью исследуется на устойчивость. В параграфе 3.2 аналитически найдены асимптотики решения для длинных, а в параграфе 3.3 — для коротких волн. В параграфе 3.4 задача об устойчивости решена численно, построены нейтральные кривые при различных значениях числа Био, числа Рейнольдса и безразмерного радиуса цилиндрической полости. Найдены критические значения числа Марангони и волнового числа. Проведено сравнение с задачей Пирсона, выявлена роль кривизны и вращения.

В заключении приводятся основные результаты диссертационной работы.

**Основные научные результаты**, полученные автором, можно уложить в три пункта:

1. Для бесконечно протяженной по вертикали свободной жидкой пленки найдено точное решение уравнений Навье – Стокса и переноса тепла в виде плоского стационарного слоистого течения с постоянной толщиной и исследовано его устойчивость. В длинноволновом приближении пленка устойчива. С помощью продолжения по параметру получено значение волнового числа, при котором решение теряет устойчивость. Обнаружено, что при возрастании числа Галилея критическое значение волнового числа уменьшается, а при возрастании числа Био — увеличивается.

2. В приближении тонкого слоя для свободной пленки жидкости, находящейся в продольном поле тяжести и ограниченной по вертикали твердыми стенками, получена система дифференциальных уравнений, связывающая расход жидкости через поперечное сечение пленки, ее толщину и температуру. Найдено решение системы с постоянной толщиной пленки. Решение исследовано на устойчивость при различных значениях ускорения тяжести, при этом аналитические и численные результаты согласуются. Показано, что решение неустойчиво, но даже при земной гравитации инкремент возмущений остается малым.

3. Для неизотермической жидкости, расположенной на внутренней поверхности вращающегося цилиндра, точное решение уравнений Навье –



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»



Стокса и переноса тепла. Решение исследовано на устойчивость. Обнаружено, что критические значения числа Марангони и волнового числа увеличиваются с увеличением чисел Био и Рейнольдса и уменьшаются с увеличением безразмерного радиуса цилиндра.

**Научная новизна** заключается, прежде всего, в том, что решены задачи гидродинамической устойчивости в **новой постановке**, отражающей свежие экспериментальные наблюдения. Изучены условия возникновения неустойчивостей, построены нейтральные кривые на плоскости различных безразмерных параметров.

**Практическая значимость** диссертационной работы определяется тем, что слои и пленки жидкостей встречаются во многих технологических процессах, которые требуют знания условий, в которых возникает и развивается неустойчивость.

Хорошее впечатление производит разнообразие теоретических методов исследований, продемонстрированных диссертантом, а также мастерское владение теорией возмущений, что доказывает высокую квалификацию автора, полученную во время выполнения работы. Вызывает уважение также список опубликованных работ. Вызывает симпатию также сжатый и компактный стиль написания диссертации, в которой практически каждое предложение несёт какую-то смысловую нагрузку и работает на цели и задачи диссертационной работы, перечисленные автором.

В целом, проделанную диссертантом работу можно оценить положительно. Однако, по некоторым моментам диссертационной работы требуются дополнительные разъяснения, а по содержанию можно сделать несколько замечаний принципиального характера:

1. Во введении диссертант определяет цель работы как «...построение решений для неизотермических задач со свободной границей в полях внешних сил (гравитационном или центробежном) и исследование их на устойчивость» (стр.8). Однако, инерционное поле играет весьма своеобразную, можно сказать — фоновую, роль в задачах автора. В первой задаче сила тяжести задаёт течение жидкости вдоль слоя, во второй — поддерживает необходимый для существования плоской плёнки перепад температур. Наконец, в третьей задаче, центробежное поле просто формирует цилиндрическую форму свободной поверхность. Во всех случаях вклад объемных сил в условие равновесия основного состояния пренебрегается, задача устойчивости решается практически для невесомости. Поэтому основная цель работы должна быть переформулирована таким образом, чтобы роль инерционных сил в диссертации была определена более точно. В этом смысле название диссертации найдено удачно: исследуемые плёнки определены свободными, что верно отражает постановки всех задач.



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»



2. Во всех главах при решении задачи устойчивости используется метод ортогонализации. Однако, контекст в котором каждый раз упоминается в тексте этот метод, не совсем верный. Например, параграф 1.4 называется «Численное исследование устойчивости методом ортогонализации» (стр.28). Подобная терминология используется и в других местах диссертации. На самом деле автор при решении задачи устойчивости использует метод пошагового интегрирования, в котором в ходе численного решения программа время от времени останавливается и производится восстановление ортогонализации решений. Процедура ортогонализации хотя и весьма желательна для получения качественного финального решения, но совсем не обязательна. Обычно использование дополнительной ортогонализации рекомендуется, если в задаче есть очень маленькие или очень большие слагаемые, особенно опасна ситуация при малом параметре при старшей производной. В этом случае изначально ортогональные вектора начальных условий для интегрирования быстро теряют это свойство в ходе интегрирования. Таким образом, корректнее было бы определить метод используемый диссертантом, как «пошаговое интегрирование с дополнительной ортогонализацией в ходе расчёта». В этой связи автор должен аргументировать использование дополнительной ортогонализации в своих задачах. В чем проявляется жесткость постановки задач, которая требует применения принудительной ортогонализации при численном решении?

3. На странице 51 диссертации обсуждается весьма интересный результат, полученный автором. Показано, что конечная по протяженности плёнка постоянной толщины, прикреплённая своими концами к твёрдым границам, вообще говоря, неустойчива всегда. Однако, инкременты неустойчивости настолько малы, что разрушение развивается чрезвычайно медленно. В этом смысле такую плёнку можно назвать квазиустойчивой. Однако, в работе не приводятся размерные оценки для времени существования такой плёнки, а это имеет принципиальное значение для сравнения с экспериментами, на которые ссылается диссертант. Непонятен также механизм, за счет которого плёнка, на границах которой заданы постоянные (но разные) значения температур, разрушается гораздо медленнее, чем такая же плёнка с фиксированными значениями теплопотока. В тексте диссертации такие пояснения отсутствуют, хотя этот результат выглядит интересным и требует своего объяснения.

Необходимо отметить, что отмеченные недостатки и возникшие в ходе обсуждения вопросы не влияют на общую положительную оценку работы.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертация представляет собой завершённую научно-исследовательскую работу, которая содержит новые результаты теории



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»



конвективной устойчивости неизотермических систем со свободной границей раздела сред. Обоснованность и достоверность результатов, полученных О.А. Бурмистровой, подтверждаются их хорошим соответствием с известными теоретическими результатами других авторов, использованием хорошо зарекомендовавших себя теоретических методов исследования, а также хорошим согласием с имеющимися экспериментальными наблюдениями. Текст диссертации и автореферата написан ясным и сжатым научным языком. Стил ь изложения доказательный. Автореферат отражает содержание диссертации. Работа прошла апробацию на многочисленных конференциях российского и международного уровня. Основные результаты опубликованы в 11 работах, в том числе 3 – в журналах из списка ВАК. Диссертация полностью соответствует специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Диссертационная работа «Устойчивость свободных плёнок жидкости и вращающихся жидких слоёв» удовлетворяет критериям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842, а её автор **Бурмистрова Оксана Александровна** заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности **01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»**.

Диссертационная работа дважды обсуждалась на расширенном научном семинаре кафедры прикладной физики Пермского национального исследовательского политехнического университета, протоколы заседаний № 12 от 25 сентября 2018 и № 6 от 15 февраля 2019 г. Отзыв заслушан, рассмотрен и утвержден на заседании № 9 от 11 июня 2019 г.

Заведующий кафедрой  
«Прикладная физика» ПНИПУ  
д.ф.-м.н., профессор

Брацун  
Дмитрий Анатольевич

Заведующий кафедрой  
«Общая физика» ПНИПУ  
д.ф.-м.н., доцент

Перминов  
Анатолий Викторович

Подпись  
заверяю

Брацун Д.А.  
Перминов А.В.  
Специалист  
по кадрам УК  
М.П. Водерников



Сертифицировано  
«РУССКИМ РЕГИСТРОМ»