

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

*Лектор: доц. Е. А. Батяев*

2016-17 уч.г.

**3 семестр**

Предмет теоретической механики, область применения, основные разделы. Основные понятия. Пространство, время, система отсчета. Относительность движения и покоя.

## **1. Кинематика точки и твердого тела**

Координатно-векторное представление движения точки. Траектория точки. Движение в декартовых и ортогональных криволинейных координатах. Векторы скорости и ускорения. Коэффициенты Ламе. Физические компоненты скорости и ускорения. Естественное описание движения точки. Кривизна траектории. Естественные компоненты скорости и ускорения.

Представление движения твердого тела в виде композиции поступательного и вращательного движений. Углы Эйлера. Векторы угловой скорости и углового ускорения тела. Поле скоростей и ускорений (формула Ривальса) точек твердого тела.

Сферическое движение тела. Мгновенная ось вращения. Плоское движение тела. Поле скоростей и ускорений плоской фигуры. Мгновенный центр скоростей и ускорений.

Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движение. Абсолютная и относительная производные по времени. Теоремы сложения скоростей и ускорений (теорема Кориолиса).

Сложное движение тела. Теоремы сложения угловых скоростей и угловых ускорений.

## **2. Динамика материальной точки**

Взаимодействие тел. Сила и масса. Свободная материальная точка. Инерциальная система отсчета. Законы Ньютона. Равнодействующая. Дифференциальные уравнения движения точки в декартовых, криволинейных координатах и в естественном базисе. Основные задачи динамики. Определение движения по силе и начальному состоянию.

Движение несвободной материальной точки. Связи. Принцип освобожденности от связей. Нормальная и тангенциальная реакции. Закон Кулона. Движение точки по линии. Равновесие точки. Сила инерции. Принцип Даламбера.

Относительное движение материальной точки. Основной закон динамики точки в неинерциальной системе отсчета. Переносная и кориолисова силы инерции. Принцип относительности Галилея. Относительное равновесие точки вблизи Земли. Маятник Фуко.

Движение точки в центральном силовом поле. Секторная скорость. Закон площадей. Формулы Бине. Закон всемирного тяготения. Движение точки в ньютоновском поле тяготения. Вектор Лапласа. Законы Кеплера.

Задача двух тел. Уточнение третьего закона Кеплера.

## **3. Система материальных точек**

Механическая система. Внешние и внутренние силы. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Главный вектор, главный момент относительно точки и оси системы сил. Свойства внутренних сил. Работа и мощность системы сил. Потенциальное силовое поле и потенциальная энергия.

Центр масс системы точек. Количество движения и кинетическая энергия системы. Момент количества движения (кинетический момент) системы относительно точки и оси.

Теорема о движении центра масс системы точек. Теоремы об изменении количества движения, кинетического момента относительно неподвижной точки, кинетической энергии для механической системы. Законы сохранения количества движения и кинетического момента системы. Замкнутая система. Закон сохранения полной механической энергии.

Движение механической системы относительно центра масс. Кенигова система координат. Теорема Кёнига. Кинематические характеристики и теоремы динамики механической системы для движения относительно её центра масс.

Динамика точки переменной массы. Закон Мещерского. Реактивная и тормозящая силы. Движение ракеты вне поля сил. Формула Циолковского.

#### **4. Абсолютно твердое тело.**

Геометрия масс твердого тела. Центр масс тела. Момент инерции тела относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Осевые и центробежные моменты инерции. Тензор и эллипсоид инерции. Главные оси инерции тела.

Количество движения, кинетический момент тела относительно точки и оси. Кинетическая энергия тела. Теоремы динамики и законы сохранения для твердого тела. Неизменяемая система. Элементарная работа сил, приложенных к телу.

Дифференциальные уравнения движения тела. Плоское движение тела. Равновесие твердого тела. Статически определяемая система. Эквивалентные системы сил. Пара сил и момент пары. Теорема Пуансо. Законы Кулона для различных видов трения.

Вращение тела вокруг неподвижной оси. Статические и динамические реакции. Физический маятник. Теорема Гюйгенса.

### *4 семестр*

#### **5. Аналитическая динамика механических систем со связями**

Введение в аналитическую механику. Типы вариационных принципов. Виды связей и механических систем. Условия, накладываемые связями, на скорости и ускорения точек системы.

Возможные, действительные и виртуальные перемещения механической системы. Вариации координат. Синхронное варьирование. Число степеней свободы системы.

Основная задача динамики несвободной системы. Идеальные связи.

Уравнения Лагранжа первого рода.

Принцип Даламбера-Лагранжа. Принцип виртуальных перемещений. Элементарная работа сил инерции неизменяемой механической системы.

Обобщенные координаты, скорости и ускорения. Обобщенные силы. Уравнения равновесия системы в обобщенных координатах. Виртуальный дифференциал. Потенциальная энергия. Экстремальность потенциала при равновесии.

Уравнения Лагранжа второго рода. Кинетическая энергия системы в обобщенных координатах и скоростях. Положительная определенность квадратичной формы кинетической энергии относительно обобщенных скоростей.

Теорема об изменении полной механической энергии голономной системы. Консервативные системы. Закон сохранения полной механической энергии. Гироскопические силы. Диссипативные силы.

Функция Лагранжа. Обобщенный потенциал. Натуральные системы. Определенность функции Лагранжа.

Преобразование Лежандра. Обобщенные импульсы. Гессиян функции Лагранжа относительно обобщенных скоростей. Переменные Лагранжа и Гамильтона. Теорема Донкина. Функция Гамильтона. Канонические уравнения Гамильтона.

Обобщенная механическая энергия. Обобщенно-консервативные системы. Обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби). Уравнения Уиттекера. Уравнения Якоби.

Позиционные и циклические координаты. Циклические интегралы. Метод игнорирования циклических координат.

Переменные и функция Рауса. Уравнения Рауса. Движение сферического маятника.

Первые интегралы уравнений движения и законы сохранения. Скобки Пуассона и первые интегралы. Теорема Якоби – Пуассона. Инволютивность системы интегралов.

## **6. Устойчивость равновесия и малые колебания консервативных систем**

Устойчивость положений (состояний) равновесия систем. Достаточные условия устойчивости равновесия консервативной системы, теорема Лагранжа. Влияние гироскопических и диссипативных сил на устойчивость равновесия неконсервативных систем.

Теоремы Ляпунова о неустойчивости равновесия консервативных систем.

Приведенная система. Потенциал Рауса. Гироскопически несвязанная система.

Стационарное движение консервативной системы с циклическими координатами и их устойчивость. Теорема Рауса. Устойчивость вращения диска вокруг вертикального диаметра.

Положение относительного равновесия и его устойчивость при равномерном вращении системы вокруг неподвижной оси. Потенциал центробежной силы инерции.

Дифференциальные уравнения движения линейного приближения консервативных систем около устойчивого положения равновесия. Малые колебания. Уравнение частот. Главные колебания и нормальные координаты. Свободные колебания и собственные частоты. Влияние периодических и диссипативных внешних сил на колебания консервативных систем.

## **7. Устойчивость движений механических систем**

Невозмущенное движение и отклонения. Устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову решений автономных систем. Функция Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости невозмущенного движения.

Устойчивость линейных систем возмущенного движения. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости по линейному (первому) приближению. Критерии асимптотической устойчивости Рауса-Гурвица и Ляенара-Шипара.

## **8. Интегральные вариационные принципы механики**

Прямой и окольный пути голономной системы. Расширенное координатное пространство. Сопряженные кинетические фокусы. Перестановочное соотношение.

Принцип Гамильтона-Остроградского для ненатуральных систем.

Функционал и его вариация. Основная лемма и простейшая задача вариационного исчисления. Стационарное значение (экстремум) функционала. Уравнения Эйлера и экстремаль. Задача о брахистохроне.

Действие по Гамильтону. Принцип Гамильтона-Остроградского для натуральных систем. Экстремальное свойство действия по Гамильтону.

Изоэнергетическое варьирование для консервативных систем. Действие по Лагранжу. Принцип наименьшего действия в форме Мопертюи – Лагранжа и Якоби.

## Литература

1. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учебник для университетов. - Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2007. - 592 С. ISBN 978-5-93972-604-7
2. Бондарь В. Д. Лекции по теоретической механике.: Учебное пособие. - НГУ, 1970, ч. 1; 1972, ч. 2; 1974, ч.3.
3. Голдстейн Г. Классическая механика: Учебник. 2-е изд. – М.: Наука, 1975. – 416 С.
4. Гантмахер Ф.Р. Лекции по аналитической механике: Учебное пособие для вузов/ Под ред. Е.С.Пятницкого, - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 264 С.
5. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики.: Учебник. Ч.1 10-е изд. 480с., Ч.2. 7-е изд. 336с. –СПб.: Издательство «Лань», 2009.
6. Арнольд В. И. Математические методы классической механики.: Учебник. – 5-е изд. – М.:Наука, 2003. – 416 С.

## Дополнительная литература.

7. Вильке В.Г. Теоретическая механика: Учебник. 3-е изд., перераб. и дополн. – СПб. Издательство «Лань», 2003.-304с.
8. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. Учебник. 2-е изд. перераб. и дополн. М.:Изд.МГУ, 2000. - 719 С.
9. Кеппе О.Э. и др. Сборник коротких задач по теоретической механике. Учеб.пособие для вузов. – М.: Высш.шк., 1989. – 368 С.