УТВЕРЖДАЮ
Директор ИГиЛ СО РАН
д.ф-м.н.

_________________ **Е.В. Ерманюк**
«_18_» _апреля_ 20_22_ г.

Программа утверждена на заседании
Ученого совета ИГиЛ СО РАН
протокол № _7_ от _15.04.2022_

Программа
вступительных испытаний в аспирантуру ИГиЛ СО РАН
по научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ
(физико-математические науки)

Для всех поступающих в аспирантуру на обучение по научной специальности 1.2.2 в программу экзамена обязательно включаются следующие разделы: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Комплексный анализ», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Гиперболические системы законов сохранения», «Гидродинамика и газовая динамика», «Численные методы», «Математическое моделирование», из которых на вступительном испытании будет задано 3 вопроса,

1. Математический анализ

Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции, их свойства. Производная и дифференциал. Теоремы о среднем для дифференцируемых функций. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Неопределенный и определенный интегралы и их свойства. Теория рядов. Дифференциальное и интегральное исчисление функций многих переменных. Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса. Несобственные интегралы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1, 2. М: Физматлит. 2002.

2. Линейная алгебра

Группа. Кольцо. Поле. Изоморфизм. Поля действительных и комплексных чисел. Кольца многочленов и матриц. Группа подстановок.

Теория определителей. Конечномерные векторные пространства и общая теория однородных и неоднородных систем линейных уравнений. Многочлены и их корни. Линейные и евклидовы пространства. Алгебра матриц. Квадратичные формы. Собственные значения, собственные и присоединенные вектора матриц. Приведение матрицы к жордановой форме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Курош А. Г. Курс высшей алгебры. С-Пб: Лань, 2008 г.

3.Аналитическая геометрия.

Теория векторов. Аффинная и прямоугольная системы координат на плоскости и в пространстве. Полярные и сферические координаты. Линейные преобразования координат. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Прямая линия и плоскость. Парабола, эллипс, гипербола. Общая теория кривых второго порядка на плоскости и поверхностей второго порядка в трехмерном пространстве. Кривизна и кручение кривой, ее задание натуральными уравнениями. Плоскость касательная к поверхности, главная нормаль и бинормаль.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров П. С. Лекции по аналитической геометрии. Москва. 2008.
2. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. НИЦ РХД, 2005 г.

4.Комплексный анализ.

Функция комплексного переменного и ее дифференцируемость. Свойства голоморфных функций: интегрирование, теорема Коши, ряды Тейлора и Лорана, изолированные особые точки, вычеты. Аналитическое продолжение. Риманова поверхность. Основы геометрической теории: принципы аргумента, сохранения области, максимума модуля. Лемма Шварца. Теорема Римана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. С-Пб: Лань, 2004 г.

5.Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Зависимость решения от начальных условий и параметров. Линейные дифференциальные уравнения и системы уравнений. Определитель Вронского. Формула Лиувилля. Построение общего решения в случае линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами. Краевые задачи. Собственные числа и функции. Функция Грина. Устойчивость решения по первому приближению. Теорема Ляпунова об устойчивости и Четаева о неустойчивости. Особые точки. Предельные циклы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. Москва. КомКнига. 2007.

5.Уравнения математической физики.

Классификация дифференциальных уравнений с частными производными. Уравнения гиперболического типа. Задача Коши и начально-краевые задачи. Уравнение малых колебаний. Метод характеристик. Формула Даламбера. Метод разделения переменных.

Уравнения параболического типа. Задача о распространении тепла. Уравнение диффузии. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности. Функция источника.

Уравнения эллиптического типа. Формулы Грина. Теоремы единственности и устойчивости для краевых задач. Интеграл Пуассона. Объемный и поверхностный потенциалы и их свойства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. Москва. Наука. 2004.

6. Функциональный анализ.

Операции над множествами. Понятие мощности множества. Счетные и несчетные множества. Метрические пространства. Сходимость. Открытые и замкнутые множества. Пополнение метрического пространства. Принцип сжимающих отображений и его применения. Компактность. Линейные пространства. Теорема Хана-Банаха. Нормированные и гильбертовы пространства. Теорема Рисса-Фишера.

Линейные функционалы и операторы в нормированных пространствах. Слабая сходимость. Обобщенные функции и их свойства. Компактные операторы. Интеграл Лебега. Пространства суммируемых функций L_1 и L_2. Ортогональные системы функций. Ряды и интегралы Фурье. Линейные интегральные уравнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М. ФИЗМАТЛИТ, 2009.

7. Теория вероятностей и математическая статистика.

Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Боровков. Теория вероятностей. М: Либроком. 2010.
2. А.А. Боровков. Математическая статистика. С-Пб: Лань. 2010.

8. Гиперболические системы законов сохранения.

Квазилинейная гиперболическая система дифференциальных уравнений и ее классические решения. Простые и центрированные волны. Законы сохранения. Обобщенные и слабые решения. Условия Гюгонио. Устойчивые сильные разрывы. Метод вязкости. TVD-свойство обобщенных решений скалярного закона сохранения с выпуклым потоком. Полные системы законов сохранения с выпуклым расширением. Энтропийный критерий устойчивости сильных разрывов. Задача о распаде разрыва.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. М.: Физматлит, 2001.
2. Остапенко В. В. Гиперболические системы законов сохранения и их приложение к теории мелкой воды. Новосибирск. Изд-во НГУ, 2004.

9. Гидродинамика и газовая динамика.

Интегральные законы сохранения механики сплошных сред. Идеальная несжимаемая жидкость. Уравнения неразрывности, Эйлера и Бернулли. Вязкая жидкость. Уравнение Навье-Стокса. Уравнение завихренности. Законы сохранения теории мелкой воды.

Система законов сохранения газовой динамики. Понятия нормального, идеального и политропного газа. Характеристики и инварианты. Ударных волны и их свойства. Задача о распаде разрыва.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М. ФИЗМАТЛИТ. 2003.

10. Численные методы.

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Интерполирование и приближение функций. Численное дифференцирование и интегрирование. Точность этих операций. Формулы трапеций и парабол. Итерационные методы решения нелинейных уравнений. Методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Консервативные разностные схемы, аппроксимирующие системы законов сохранения. Устойчивость и сходимость. Принцип максимума и понятие монотонности для разностных схем. Спектральное условие устойчивости. Явные и неявные разностные схемы. Прямые и итерационные методы решения сеточных уравнений. Метод прогонки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. М. Наука. 1989.

11. Математическое моделирование.

Детерминированные и стохастические модели. Общие принципы математического моделирования. Построение математической модели на основе законов сохранения. Требования к вычислительным алгоритмам для реализации математической модели на ЭВМ. Основные принципы разработки программ на ЭВМ. Методы распараллеливания численных алгоритмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. М. Физматлит. 2002.

Главный научный сотрудник
д.ф.-м.н. В.В. Остапенко

Главный научный сотрудник
д.ф.-м.н. А.В. Шутов