

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию Жалниной Александры Анатольевны «Зависимость решений уравнений механики смесей от области: оптимизация формы», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Диссертационная работа А.А. Жалниной посвящена исследованию задачи об управлении формой области для системы дифференциальных уравнений, описывающей пространственное движение смеси вязких сжимаемых жидкостей.

Актуальность для науки и практики

Вопросы о математической корректности краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных, возникающих при моделировании движений многофазных сплошных сред, являются неизменно актуальными в связи с высокой практической востребованностью этих задач в естественных науках и технике. Кроме того, данный класс задач вызывает неизменный интерес математиков, поскольку их решение постоянно встречает существенные трудности в математическом плане, что стимулирует дальнейшее развитие математических методов. В узком смысле теория многофазных потоков с учетом различных факторов возникает при проектировании авиационной и космической техники, судостроении, точного машиностроения. Прикладной характер динамики двухфазных течений вряд ли требует дополнительных комментариев. Таким образом, актуальность темы, избранной диссертантом, не вызывает сомнений.

Диссертационная работа А.А. Жалниной состоит из введения, трех глав, заключения, двух приложений, содержит 151 страницу, включая 5 рисунков и список литературы из 108 наименований.

Во введении приводится стационарная система уравнений движения двухкомпонентной смеси вязких сжимаемых жидкостей в изотермическом случае. Эти уравнения являются обобщением классической модели Навье-Стокса. Проведен обзор известных нелокальных результатов, полученных в работах П.-Л. Лионса, Э. Файрайзела, П.И. Плотникова и Ж. Соколовски, Ж. Фрезе, С. Гой и Ж. Малека, Ж. Фрезе и В.А. Вайганта, Н.А. Кучера и Д.А. Прокудина. Во второй части введения дана краткая сводка результатов диссертации по главам и приведены используемые в дальнейшем сведения о материальных производных от решения и производной по области функционала сопротивления.

Первая глава, состоящая из двух параграфов, носит вспомогательный характер.

В первом параграфе приводятся необходимые сведения из теории интерполяции, а также некоторые специальные пространства, неравенства и теоремы из функционального анализа.

Во втором параграфе изложены известные результаты о разрешимости задачи Стокса и краевых задач для уравнений переноса в различных функциональных пространствах.

Во второй главе диссертации доказывается разрешимость неоднородной краевой задачи для уравнений смеси вязких сжимаемых жидкостей и проводится анализ зависимости решения от деформации области течения.

В первом параграфе дается постановка задачи обтекания семейства компактных препятствий. Рассматривается малое возмущение формы обтекаемого препятствия и формулируется краевая задача о движении смеси в деформированной области, зависящей от малого параметра ϵ . Решение последней строится в виде возмущений специальным образом выбранного потока. Ключевым моментом является исследование задачи для возмущений.

Во втором параграфе на основе теоремы Тихонова доказана теорема существования решения возмущенной задачи (теорема 2.3).

В третьем параграфе исследуется зависимость решений возмущенной задачи от параметра ε . Рассматривается линейная задача для разности решений возмущенных задач, соответствующих двум разным значениям малого параметра. Доказана теорема существования и единственности слабого решения.

Четвертый параграф посвящен доказательству теоремы единственности (теорема 2.15) и доказательству относительной компактности семейства решений задачи о возмущениях.

Глава 3 посвящена исследованию дифференцируемости по области функционала сопротивления и решений краевой задачи для уравнений смеси вязких сжимаемых жидкостей.

В первом параграфе третьей главы вводится понятие материальных производных от решений задачи обтекания (2.13) и выводится система уравнений, которой они удовлетворяют.

Во втором параграфе третьей главы доказана теорема о существовании материальных производных.

Третий параграф третьей главы посвящается вычислению производной по области функционала сопротивления. Установлена связь материальной производной и производной по области. Получена формула для производной функционала сопротивления.

В заключении дана краткая сводка основных результатов.

В приложении А дан вывод функционала сопротивления препятствия набегающему потоку смеси вязких сжимаемых жидкостей.

В приложении В дан вывод уравнений, с помощью которых исследуется зависимость решения от деформации области.

Новизна основных научных результатов и их значимость для науки и производства

Отметим, на наш взгляд, наиболее интересные результаты диссертации:

- 1) для уравнений движения смеси вязких сжимаемых жидкостей доказано существование и единственность сильного решения неоднородной краевой задачи;
- 2) исследована зависимость решения задачи обтекания препятствия потоком смеси вязких сжимаемых жидкостей от формы области течения, построено слабое решение линейных задач с сингулярными коэффициентами;
- 3) установлена дифференцируемость решения задачи обтекания по области;
- 4) установлена дифференцируемость по области функционала сопротивления обтекаемого препятствия набегающему потоку смеси вязких сжимаемых жидкостей.

Все эти результаты имеют важное теоретическое значение в теории дифференциальных уравнений с частными производными. Конструктивные доказательства разрешимости задач позволяют построить численные алгоритмы, которые можно использовать для расчета технологических процессов (обтекание тел, оптимизация форм).

Общие замечания

Сделаем несколько замечаний по диссертации.

1. На стр. 11 диссертации опечатка в слове неоднородный; на стр. 14 используется символ $g^{(*)}_i$ вместо g^*_i ; на стр. 24 - повтор [106]; на стр. 36 потерян пробел после слова область; опечатки на страницах 71(единственное), 113 (переход при), 114 (решений); на страницах 37, 38, 42, 43, 80 отсутствуют или лишние знаки препинания.
2. В главе 2 на стр. 45-46 формулируется условие для значения скорости на границе (условие 3 из 2.1), необходимость которого далеко не очевидна и требует пояснений в тексте.
3. Условие (i) на стр.56 сформулировано так, что если $\tau_{ii} \geq \sigma_1$, то задача (2.32) имеет единственное решение. Значение τ_{ii} определяется через

невозмущенное решение. Возникает вопрос о свойствах невозмущенного решения, гарантирующих выполнение этого неравенства.

Отмеченные недостатки не снижают общей положительной оценки диссертации. Автору удалось преодолеть значительные аналитические трудности при исследовании задач обтекания препятствия потоком смеси вязких сжимаемых жидкостей и исследовать зависимость решения от формы области течения.

Достоверность результатов не вызывает сомнений, поскольку они основаны на строго доказанных теоремах. Автор продемонстрировал глубокие знания и высокую технику в области качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными и теории интерполяции. Все результаты являются новыми и своевременно опубликованы в российских научных изданиях (6 из них из списка ВАК), неоднократно обсуждались на различных конференциях. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Результаты исследования могут быть использованы в Институте гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Институте механики сплошных сред УрО РАН, Пермском государственном национальном исследовательском университете, Южном федеральном университете, Новосибирском национальном исследовательском государственном университете и других родственных организациях.

Заключение

Диссертация " Зависимость решений уравнений механики смесей от области: оптимизация формы " представляет собой завершенную научно-исследовательскую работу на актуальную тему. Новые научные результаты, полученные диссидентом, имеют существенное значение для развития качественной теории дифференциальных уравнений с частными производными, а также для обоснования моделей обтекания препятствий потоком смеси вязких нетеплопроводных жидкостей, имеющих важные приложения в природных и технологических процессах. Выводы и

рекомендации достаточно обоснованы. Работа отвечает требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор А.А. Жалнина заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление;
доцент, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный университет», кафедра дифференциальных уравнений, заведующий кафедрой;
адрес: 656049, Барнаул, пр. Ленина, 61. Тел.: 8(3852) 367-067. Эл. почта: papin@math.asu.ru

 Папин Александр Алексеевич

Подпись Папина А.А. заверяю:

Начальник УК

29 декабря 2017

Трушников А.Н.

