

ОТЗЫВ  
на диссертацию Романенко Галины Викторовны  
"Некоторые подходы к исследованию обратных задач для  
параболических уравнений и систем специального вида"  
представленную на соискание ученой степени  
кандидата физико – математических наук по специальности  
01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление.

Обратные задачи для дифференциальных уравнений и систем таких уравнений являются одним из направлений теории дифференциальных уравнений, привлекающих весьма значительный интерес, в частности в связи со множеством самых разнообразных приложений. Таким образом, тема диссертации является весьма актуальной.

К обратным задачам относятся задачи определения области задания решения (так называемые задачи со свободными границами), задачи определения коэффициентов дифференциального уравнения (коэффициентные задачи), определения граничных и/или начальных условий и т.п. Для определения искомых величин обычно задается дополнительная информация о решении, как правило функциональные условия на решение в некоторой заданной или искомой подобласти, которые иногда называются условиями переопределения. Данная диссертация посвящена коэффициентным обратным задачам для параболических уравнений и систем. В качестве условия переопределения обычно задается значение искомой функции на сечениях  $x = \text{const}$ , где  $x$  – часть пространственных переменных. Отсюда следует, что искомыми коэффициентами могут быть только одна или несколько функций от "оставшейся части" пространственных переменных (в тексте обычно  $z$ ).

Общий метод решения обратных коэффициентных задач состоит в сведении их к прямым (т.е. со всеми известными дан-

ными) задачам или к серии таких задач. Часто при этом прямые задачи содержат операторы над следами решения и/или его производных на некоторых подобластиах, это так называемые нагруженные задачи. Методы сведения исходной обратной задачи к прямой, равно как и методы построения решения прямой (в том числе нагруженной) задачи могут быть самыми различными. В настоящей работе исследование разрешимости прямых задач производится так называемым методом расщепления или, по терминологии автора, методом слабой аппроксимации, представляющим собой фактически один из вариантов известного метода дробных шагов (по времени) для построения приближенного решения. Точное решение получается в результате предельного перехода. В свою очередь для получения прямой задачи в основном используется метод, разработанный Ю.Е.Аниконовым. Однако метод Аниконова налагает довольно жесткие условия на вид решения и всех данных задачи, связанные с разделением пространственных переменных на две группы. Это "разделение переменных" затем постоянно воспроизводится во всех построениях работы, отсылающих к методу Аниконова.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения.

Во введение дан исторический обзор общей проблемы, обоснована актуальность темы, описана структура диссертации и приведен перечень основных результатов.

Глава 1 содержит некоторые вспомогательные сведения, в том числе общезвестные. Здесь приведены теорема Арцела, принцип максимума, неравенство Гронуолла, теоремы существования и единственности для различных уравнений. Далее описаны упомянутые выше метод слабой аппроксимации и метод Ю. Е. Аниконова сведения коэффициентных обратных задач к двум последовательно решаемым прямым (не нагруженным) задачам для векторов.

В главе 2 рассматривается задача определение коэффициента при дифференциальном операторе второго порядка в многомерном параболическом уравнении. Для сведения задачи к прямой используется полный аналог и, фактически, частный случай метода Аниконова. Само название главы, несколько невнятное (см. замечания), по своему смыслу прямо отсылает к упоминавшемуся "разделению переменных" в методе Аниконова. Для построения решения прямой задачи используется метод слабой аппроксимации (дробных шагов). Доказано существование и единственность решения в малом по времени. Приведен конкретный пример задачи, решение которой непосредственно строится указанным в данной главе методом, откуда следует, что множество охватываемых данной главой задач по крайней мере не пусто.

Глава 3 посвящена исследованию обратной задачи для системы многомерных параболических уравнений, где искомые коэффициенты стоят перед суммой оператора второго порядка по пространству и линейной комбинации членов нулевого порядка (т.е. искомых функций) с коэффициентами, зависящими только от времени. При этом разные уравнения системы связаны между собой только через упомянутые линейные комбинации. В целом постановка задачи, метод сведения ее к прямым задачам и анализ прямых задач полностью аналогичны предыдущей главе и вообще глава 3 есть по сути некое обобщение главы 2. В конце главы также приведен пример.

В четвертой главе диссертации делается подход к созданию некоей общей теории разрешимости нагруженных уравнений и систем, которую можно было бы уже применять, как к частным случаям, к нагруженным уравнениям, получаемым при решении обратных коэффициентных задач. Здесь рассмотрены одномерные прямые задачи для нагруженных систем параболических уравнений и систем составного типа. Доказано существование решений в малом по времени, а в некоторых

специальных случаях – и в целом по времени (для любого временного промежутка). Для доказательства, как и ранее, используется метод дробных шагов. Снова приведены примеры, показывающие, что условия данной главы охватывают, по крайней мере, не пустой класс задач.

В заключении дана сводка результатов диссертации.

Результаты глав 2, 3 и 4 являются новыми.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. Содержание автореферата соответствует основным положениям, рассмотренным в диссертации и выносимым соискателем на защиту.

Замечания:

1. Стр.21: крайне невнятно изложены условия метода Аниконова, в частности непонятна фраза: "...где  $c(x)$ ,  $b(z)$  – элементы гильбертова пространства  $H$ ", хотя о гильбертовом пространстве  $H$  ранее не было ни слова. На самом деле пропущена довольно существенная деталь метода: имеется в виду, что все множество пространственных переменных разбивается на две группы, соответственно  $x$  и  $z$ , причем искомый коэффициент зависит только от  $x$  (и от времени), а решение имеет вид скалярного произведения двух вектор-функций, зависящих от времени и от пространственных переменных, причем одна из этих вектор-функций зависит только от  $x$ , а другая только от  $z$ . Условия переопределения задают значение искомой функции при фиксированном значении  $z$ ; суть же метода в том, что для упомянутых вектор-функций составляются отдельные, последовательно решаемые, задачи. Значения упомянутых вектор-функций и образуют то самое пространство  $H$ .

2. Стр. 23, название главы 2: "Многомерное параболическое уравнение с начальными данными в виде произведения". Непонятно, произведения чего на что? На самом деле это название прямо отсылает к "разделению переменных" в мето-

де Аниконова. Не мешало бы подробнее объяснить, о каком именно произведении идет речь, либо, если автору не хотелось сильно утяжелять название главы, подробно описать (скажем, во введение) сам отсылающий к методу Аниконова термин "данные в виде произведения".

3. Стр.47, название главы 3: "Система многомерных параболических уравнений с начальными данными, заданными в виде произведения". То же самое замечание, что и по названию главы 2.

4. Стр. 47-48: довольно неудачно (на взгляд рецензента) сформулирована постановка задачи на стр.47. Там вовсе не упоминается, что начальные данные должны представляться в виде произведения функций, зависящих от  $x$  и от  $z$  (см. формулу (3.2)), и это вызывает некоторое недоумение: почему в постановке нет никакого произведения, упомянутого в названии главы. И только лишь на стр. 48, где формулируется основной результат, читатель обнаруживает упомянутое произведение (формула (3.8)).

5. Стр. 77, не вполне понятно название главы 4: "Системы нагруженных параболических уравнений и нагруженных систем составного типа", т.е. получается, что исследуются системы нагруженных систем.

6. Четвертая глава в диссертации стоит особняком, полученные в ней результаты не имеют отношения к задачам, рассмотренным в первых двух главах.

Данные замечания не затрагивают содержание диссертации, к которому у оппонента нет существенных претензий. Результаты диссертационной работы Романенко Г.В., ее научные положения и выводы являются достоверными и обоснованными. Достоверность представленных результатов подтверждена подробными и исчерпывающими доказательствами. Диссертация Г.В.Романенко "Некоторые подходы к исследованию обратных задач для параболических уравнений и систем спе-

циального вида" является законченным исследованием, соответствует п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, автореферат правильно отражает ее содержание, а ее автор заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

### Официальный оппонент

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ;

профессор кафедры алгебры и математического анализа  
ФГБОУ ВПО "Новосибирский государственный педагогический университет"

630126, г.Новосибирск, ул. Вилуйская 28;

semenko54@gmail.com, +79139420156

Семенко Евгений Вениаминович

16 августа 2017 г.



Подпись

Семенко Евгений Вениаминович

Поставлено подпись. Зав.канцелярией

Семенковой Р.А.