СКОЛКОВСКИЙ ИНСТИТУТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ

На правах рукописи

Осипцов Андрей Александрович

МОДЕЛИ МЕХАНИКИ МНОГОФАЗНЫХ СРЕД ДЛЯ ТЕХНОЛОГИИ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2017

Работа выполнена в ООО “Технологическая Компания Шлюмберже” и в Автономной некоммерческой организации высшего образования “Сколковский институт науки и технологий”.

Официальные оппоненты:

Аксенов Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, механико-математический факультет, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, г. Москва.

Роменский Евгений Игоревич, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск.

Урманчеев Саид Федорович, доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра Российской академии наук, г. Уфа.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, г. Москва.

Защита состоится 19 декабря 2017 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 003.054.04 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр-т Лаврентьева, 15.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук и на сайте http://www.hydro.nsc.ru.

Автореферат разослан “___” __________ 2017 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.003.054.04,
доктор физико-математических наук Е.М. Рудой

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертация посвящена построению и исследованию семейства моделей многофазных течений, которые формируются на различных стадиях применения технологии гидроразрыва пласта (далее ГРП) для увеличения нефтеотдачи. Технология ГРП основана на закачке жидкости в скважину при больших давлениях для создания трещин в нефтегазоносной пористой среде. После того, как трещины созданы, вслед за чистой жидкостью в скважину закачивается суспензия с примесью твердых частиц. Частицы расклинивающего агента, закачиваемые в трещину, как правило, производятся из твердых материалов (керамика) и в нефтегазовой литературе называются проппантом. После окончания работы по ГРП трещины, заполненные плотно упакованными частицами проппанта, создают высокопроводящие каналы для транспорта углеводородов из глубин пласта по направлению к скважине. Ежегодно в Российской Федерации проводится бурение нескольких тысяч нефтяных и газовых скважин, при этом более чем половина из вновь пробуренных скважин проходит стимуляцию добычи с помощью технологии ГРП.

На сегодняшний день работы по гидроразрыву проектируются и планируются при помощи симуляторов на основе математических моделей, описывающих сопряженные процессы роста трещины и многофазного течения внутри трещины. Предсказанная с помощью таких симуляторов геометрия трещин затем используется в симуляторах пластовых течений для предсказания добычи углеводородов (сопряженное течение в пласте, трещине и скважине) и оценки интегрального эффекта увеличения нефтеотдачи.

Существующие модели многофазных течений, внедренные в симуляторы гидроразрыва, зачастую избыточно упрощены и основаны на эвристически постулированных одномерных моделях эффективной среды, не учитывающих ряд важных физических факторов, в частности, таких как: двухскоростные эффекты межфазного проскальзывания, предел текучести суспензии, поперечная миграция частиц на масштабе ширины трещины, влияние несферичности частиц проппанта на фильтрацию углеводородов в плотной упаковке гранулированного материала в закрытой трещине, газожидкостные снарядные режимы течения в скважине при запуске скважины после применения технологии ГРП. В результате, применение технологии ГРП зачастую заканчивается выходом на нештатный режим работы и преждевременной остановкой из-за нежелательных явлений, не предусмотренных при дизайне и проектировании с помощью симулятора.

Отдельно стоит отметить, что в последние несколько лет в силу необходимости развития отечественных технологий гидроразрыва пласта, в том числе – для стимуляции добычи на скважинах в нетрадиционных коллекторах (сланцевых формациях, таких как бажен), возрос интерес к разработке и использованию отечественных симуляторов. Таким образом, имеется существенная необходимость в развитии моделей для количественного описания процессов, сопровождающих ГРП, в том числе – многофазных течений в трещине ГРП. Указанные модели будут востребованы при создании отечественных симуляторов для проектирования работ по гидроразрыву пласта.

Более подробное обоснование актуальности данной работы представлено в литературном обзоре в Главе 1 настоящей диссертации.

Цели работы. Целью настоящей работы является построение и исследование многомасштабных гидродинамических моделей многофазных течений на всех стадиях технологии гидроразрыва пласта, применяемой в нефтегазовой индустрии для повышения добычи на нефтяных и газовых скважинах.

Научная новизна. Новые результаты, выносимые на защиту.

Основным результатом диссертации является построение семейства многоконтинуальных моделей, позволяющих описывать многофазные течения на различных стадиях технологии ГРП, включая течение суспензии по трещине, поперечную миграцию и осаждение частиц в трещине, фильтрацию углеводородов в закрытой трещине по направлению к скважине и газожидкостные течения в скважине после ГРП при старте добычи. Указанное семейство включает в себя следующие модели:

1. Новая квазидвумерная двухконтинуальная модель течения суспензии в трещине гидроразрыва, построенная с учетом гравитационного осаждения отдельных частиц и гравитационной конвекции суспензии в целом, неньютоновских свойств суспензии (предела текучести), последовательной закачки нескольких различных жидкостей и суспензий в трещину с развитием неустойчивости на интерфейсе.

2. Многомасштабная модель миграции частиц при течении разреженной

суспензии в трещине гидроразрыва, включающая формулу для боковой силы на одиночную частицу, осаждающуюся в течении жидкости в трещине, модель миграции частиц в начальном участке плоского канала на стадии формирования профиля Пуазейля и модель миграции осаждающихся частиц в развитом течении Пуазейля в плоском канале. Обобщение квазидвумерной модели течения суспензии в трещине с учетом неоднородного поперечного профиля концентрации частиц, формирующегося за счет миграции частиц от стенок канала.

3. Трехконтинуальная модель фильтрации суспензии в пористой среде с учетом осаждения (захвата) частиц в порах и мобилизации частиц, приводящих к повреждению либо восстановлению проницаемости и пористости.

4. Новая зависимость безразмерной проницаемости от пористости для упаковки несферических частиц проппанта, полученная на основании трехмерных расчетов течения вязкой несжимаемой жидкости в поровом пространстве с помощью метода решеточных уравнений Больцмана. Указанная зависимость позволяет описывать имеющиеся экспериментальные данные в широком диапазоне определяющих параметров.

5. Комбинированная квазиодномерная модель для многофазных газожидкостных течений в длинных скважинах и трубопроводах, основанная на совместном применении многоконтинуального подхода и упрощенной модели дрейфа при различных условиях замыкания, а также анализ гиперболичности полученных моделей.

На основании численного и асимптотического исследования ряда течений показано, что построенные модели позволяют качественно и количественно описывать процессы транспорта суспензии в трещине ГРП, фильтрацию углеводородов в закрытой трещине, заполненной гранулированным материалом, и газожидкостные течения в скважине после ГРП. В частности, построенные модели позволяют описывать гравитационное осаждение частиц с формированием осадка на дне трещины, гравитационную конвекцию и оплывание фронта суспензии в чистой жидкости, развитие неустойчивости Сэфмана-Тэйлора на границе раздела жидкостей различной реологии (в том числе, с пределом текучести), поперечную миграцию частиц за счет комбинированного эффекта осаждения, сдвигового характера течения несущей фазы и влияния стенок; фильтрацию суспензии в упаковке гранулированного материала с захватом и мобилизацией неколлоидных частиц (что приводит к повреждению и восстановлению проницаемости и пористости); газожидкостные течения в скважинах, в том числе – с образованием снарядного режима течения. Проведена валидация и верификация каждой модели из семейства относительно лабораторных данных и имеющихся численных или аналитических решений других авторов.

Теоретическая и практическая значимость. В диссертации на основе единого многоконтинуального подхода механики многофазных сред и последовательного применения асимптотических методов построены новые гидродинамические модели, которые применимы для описания широкого класса нестационарных многофазных течений в узких каналах и длинных трубах. Результаты и методы, предложенные в диссертации, активно используются в различных научно-исследовательских работах (о чем свидетельствуют ссылки на труды автора), а также в курсах лекций и практических занятиях, проводимых в Сколковском институте науки и технологий.

Полученные результаты были использованы при создании нескольких новых вариантов технологии гидроразрыва пласта и развитии коммерческих симуляторов компании Шлюмберже. Построенные модели транспорта проппанта (расклинивающего агента) в трещине ГРП могут быть использованы при создании отечественных симуляторов роста трещины ГРП. Такие симуляторы будут использоваться вертикально-интегрированными нефтяными компаниями и нефтесервисными компаниями для дизайна и планирования технологии ГРП. На основе построенных моделей и проведенных параметрических расчетов автором предложен ряд изобретений, на которые получено 6 патентов в РФ и США.

Апробация работы Постановки задач и основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на конференциях:

– EUROMECH Fluid Mechanics Conference (Manchester, UK, 2008; Rome, Italy, 2012; Copenhagen, Denmark, 2014);

– Ломоносовские чтения (МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2009);

– Конференция "Современные проблемы аэрогидродинамики"(Буревестник МГУ, Сочи, 2009, 2014, 2016);

– International Conference of Numerical Analysis and Applied Mathematics

(Greece, Kos, 2012, 2013);

– ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition (Houston, Texas, USA, 2012);

– 7th International Conference on Computational and Experimental Methods in Multiphase and Complex Flow (A Coruna, Spain, 2013);

– SPE Annual Technical Conference and Exhibition (New Orleans, USA, 2013; Abu Dabi, U.A.E., 2016);

– Международная конференция «Нелинейные задачи теории гидродинамической устойчивости и турбулентность» (Звенигород, 2014, 2016);

– 14th European Conference on Mathematics of Oil Recovery (Italy, 2014);

– 19th International Conference on Hydrotransport (USA, 2014);

– V международная научно-техническая конференция "Проблемы и опыт разработки трудноизвлекаемых запасов"(Санкт-Петербургский горный университет, 2016);

– X научно-практическая конференция "Математическое моделирование и компьютерные технологии в процессах разработки месторождений" (Уфа, 2017);

– Двадцать первая Школа-семинар молодых ученых и специалистов по тепломассообмену под рук-вом акад. РАН А.И. Леонтьева (СПбПУ, Санкт-Петербург, 2017);

– EAGE Conference & Exhibition (Paris, France, 2017);

– International Summer School-Conference “Advanced Problems in Mechanics” (Санкт-Петербург, 2017);

– Всероссийская конференция с международным участием “Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва”, посвященная 60-летию Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН (Новосибирск, 2017).

Результаты работы докладывались и обсуждались на семинарах:

– Семинар департамента прикладной математики и теоретической физики Кембриджского университета, Великобритания под руководством Prof. T. Pedley, FRS (DAMTP, Cambridge University, UK, 2007);

– Семинары научно-исследовательского центра компании Шлюмберже в г. Кембридж, Великобритания, под рук-вом Prof. J.R.A. Pearson, FRS, 2007-2014; а также семинары научных центров компании в Москве, 2005-2016, и Бостоне, США, 2014;

– Семинары инженерно-технологических центров компании Шлюмберже (Новосибирск 2007, 2014, Париж, Франция, 2012, 2014, Хьюстон, Шугар-Лэнд, Солт-Лейк-Сити, Рошарон, США, 2011, 2012, 2014, Абингдон, Великобритания, 2014);

– Семинар лаборатории механики многофазных сред НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, 2005-2016.

– Объединенный научный семинар Сколковского института науки и технологий, 2015, 2017.

– Семинар Уфимского научно-исследовательского центра компании Роснефть (РН-УфаНИПИнефть) под руководством проф. В.А. Байкова, 2016.

– Семинар Научно-технического центра компании Газпромнефть в Санкт-Петербурге под руководством д.ф.-м.н. А.А. Яковлева, 2015-2017.

– Семинар НОЦ "Газпромнефть-Политех" СПбПУ им. Петра Великого под руководством д.ф.-м.н., чл. корр. РАН А.М. Кривцова, 2017.

– Объединённый научный семинар лаборатории дифференциальных уравнений Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН и лаборатории нелинейных процессов в гидродинамических системах НГУ под руководством д.ф.-м.н., проф. А.П. Чупахина, Новосибирск, 2017.

– Семинар по прикладной механике сплошных сред, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, 2017.

Публикации. По основным результатам диссертационной работы опубликовано около 50 печатных трудов, в том числе: 24 статьи в журналах из перечня ВАК и рецензируемых англоязычных изданиях, индексируемых в системах Scopus и Web of Science, а также получено 6 патентов.

Личный вклад автора и достоверность полученных результатов. В диссертации приведены результаты, полученные лично автором или при его непосредственном участии. Автору принадлежат все постановки задач. Автор участвовал в реализации численных методов решения уравнений и проведении расчетов, обсуждении и интерпретации результатов, и подготовке публикаций по результатам работы. Автором выполнена обработка результатов и подготовлены графические и табличные материалы, представленные в диссертации. Глава 2 написана на основе работ в соавторстве с С.А. Борониным, который участвовал в численном внедрении разностных схем и расчетах транспорта проппанта. Раздел 3.1 написан на основании совместной работы с Е.С. Асмоловым, который участвовал в выводе асимптотических уравнений и расчете подъемной силы. Раздел 3.2 написан на основе совместной работы с Е.С. Асмоловым, который участвовал в выводе поправки для боковой подъемной силы. Раздел 3.3 написан на основе совместной работы с Е.С. Асмоловым и Н.А. Лебедевой, которые участвовали в расчете полей числовой плотности частиц. Раздел 4.1 написан на основе совместной работы с К.И. Толмачевой и С.А. Борониным, которые участвовали в численных расчетах и сравнении с экспериментами. Раздел 5.1 написан на основе совместной работы, в которой К.Ф. Синьков участвовал в выводе асимптотических уравнений, а П.Е. Спесивцев – в обсуждении. Раздел 5.2 написан на основании совместной работы, в которой А.Б. Старостин и Б.И. Краснопольский участвовали в численной реализации модели и интерпретации результатов. Раздел 5.3 написан на основе совместной работы, в которой В.Д. Жибаедов участвовал в численных расчетах собственных значений характеристического уравнения, а Н.А. Лебедева и К.Ф. Синьков – в обсуждении. Все положения, выносимые на защиту, получены лично соискателем.

Достоверность полученных результатов обеспечивается строгостью и непротиворечивостью построенных многоконтинуальных моделей механики многофазных сред, сравнением результатов каждой главы диссертации с экспериментальными данными, совпадением результатов исследования в частных случаях с известными решениями других авторов, тщательным контролем аппроксимации, устойчивости и сходимости численных схем и, где это возможно, сравнением численных и аналитических решений.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованных обозначений и списка литературы. Работа содержит 310 страниц, 59 рисунков, 24 таблицы и список литературы из 371 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновала актуальность темы работы, приведена аннотация ее содержания, указаны цель и научная новизна исследований, отмечена их научная и практическая значимость.

Глава I посвящена анализу литературы по проблемам механики многофазных сред в технологии гидроразрыва пласта. В разделе 1.1. детально рассмотрена постановка задачи о многофазном течении при гидроразрыве пласта. Указана многомасштабность задачи и подчеркивается необходи-

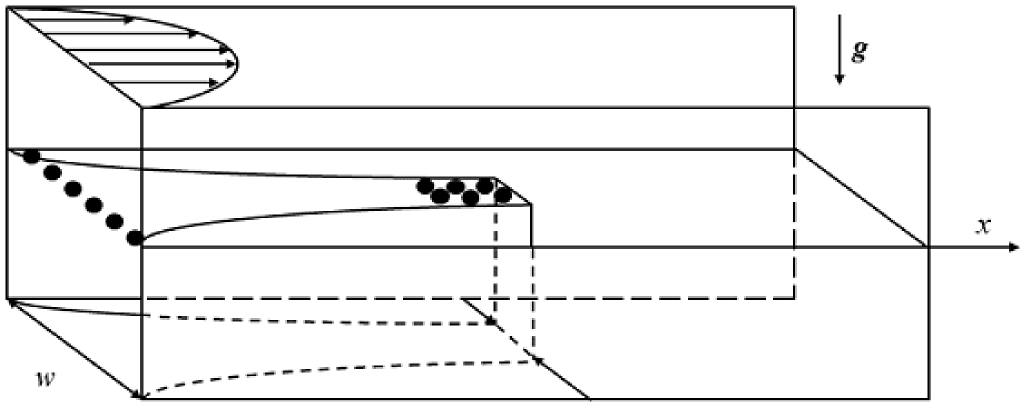

Рис. 1: Схема течения суспензии в вертикальной трещине.

мость рассмотрения течения на нескольких масштабах длины, от диаметра гранулы проппанта до длины и высоты трещины и длины скважины. Упоминаются основополагающие работы С.А. Христиановича, Ю.П. Желтова и Г.И. Баренблатта по моделям роста трещин гидроразрыва и работы В.М. Ентова, J.R.A. Pearson и др. по гидродинамике процессов переноса частиц внутри трещин.

В разделе 1.2 представлены известные модели транспорта проппанта в трещине гидроразрыва, а также рассмотрена задача о поперечной миграции частиц при течении суспензии в каналах. Все известные модели транспорта проппанта в трещине построены в рамках приближения тонкого слоя на основе так называемого приближения эффективной среды[1], где суспензия считается вязкой несжимаемой жидкостью с плотностью и вязкостью, зависящими от объемной доли частиц[2]. Это приближение верно, строго говоря, только когда частицы не движутся относительно жидкости. Поставлена проблема обоснования моделей транспорта проппанта на основе последовательного вывода уравнений из законов сохранения в рамках многоконтинуального подхода, развитого в классических работах Р.И. Нигматулина, а также строгого использования асимптотических методов.

Представлен системный взгляд на задачу о боковой подъемной силе, действующей на одиночную частицу в сдвиговом потоке вязкой жидкости

[1]Pearson, J.R.A. On suspension transport in a fracture: framework for a global model // Journal of non-Newtonian fluid mechanics. 1994. V. 54, P. 503-513.

[2]Ентов В.М., Гливенко Е.В. Механика сплошной среды и её применение в газонефтедобыче. // М., «Недра», 2008. 208 с.

при малых, но ненулевых числах Рейнольдса (Таб. 1), и показано, что задача о боковой силе на частицу, осаждающуюся в трещине, не была решена ранее. В Таб. 1 использованы обозначения: $\mathbf{F}_L$ и c_L – вектор и безразмерный коэффициент боковой силы на частицу, $\mathrm{Re}_p, \mathrm{Re}_G, \mathrm{Re}_c$ – числа Рейнольдса, посчитанные по скорости обтекания частицы, по скорости сдвига $\dot{\gamma}$ на масштабе частицы и по скорости основного течения и диаметру канала, a – радиус частицы, μ_f, ρ_f, ν – динамическая вязкость, плотность и кинематическая вязкость жидкости, V_s –безразмерная скорость осаждения частицы, r – радиус положения частицы в круглой трубе, R – радиус трубы, d – ширина плоского канала, N_1, N_2 –нормальные напряжения в вязкоупругой среде. Отмечается, что большинство известных результатов получено для нейтрально плавучих частиц и, таким образом, не может быть использовано в приложении к миграции тяжелых частиц проппанта в трещине. При миграции частиц в течении суспензии в трещине всю область течения можно разделить на относительно короткий начальный участок канала, где формируется профиль Пуазейля (от десятков сантиметров до нескольких метров), и основную область на масштабе длины трещины. В начальном участке частицы в силу инерции обгоняют жидкость (Фиг. 2, *а*), а затем релаксация продольной скорости частиц и жидкости практически завершается, и частицы движутся с жидкостью без проскальзывания в продольном направлении и осаждаются вертикально (Фиг. 2, *б*). С учетом указанных факторов сформулированы новые постановки задач о боковой миграции инерционных частиц в трещине гидроразрыва.

В разделе 1.3 обсуждается вопрос о замыкающих соотношениях моделей суспензии с конечной объемной концентрацией дисперсной фазы. Подробно рассмотрены различные факторы, влияющие на скорость осаждения частиц (Таб. 2), включая следующие эффекты: инерция жидкости, неньютоновская реология несущей фазы, стесненное осаждение при конечной объемной доле частиц (Таб. 3) и влияние стенок. В Таб. 2 дополнительно использованы обозначения: C_p – объемная доля частиц, C_{max} – максимальная объемная доля плотной упаковки частиц, C_D – безразмерный коэффициент сопротивления сферы, K и n – коэффициент консистенции и индекс течения жидкости со степенной реологией, We – число Вейссенберга, h – безразмерное расстояние от частицы до ближайшей стенки, v_{St} – стоксова скорость осаждения частицы, α – показатель зависимости поправочного

<table>
<tr><td>Нет проскальзывания</td><td colspan="3">Нейтрально-плавучие частицы в течении Пуазейля
Эксперимент $r_{eq} = 0.62R$ (Segre&Silbergberg, 1962)
$\mathbf{F}_L = \pi a^3 \rho_f [\mathbf{V}_p \times \Omega_p]$ (Rubinow&Keller, 1961)
$\mathbf{F}_L = \rho_f U^2 a^4 c_L(r/R), \mathrm{Re}_c \to 0, R_{eq} = 0.6R$ (Ho-Leal, 1974, Vasseur-Cox, 1976)
$\mathrm{Re}_c < 100 : \mathbf{F}_L = \rho_f \dot{\gamma}^2 a^4 c_L^{SH}$ (Schonberg-Hinch, 1989)
Плоский канал:$100 < \mathrm{Re}_c < 3000 : \mathbf{F}_L = \rho_f \dot{\gamma}^2 a^4 c_L(r/l, \mathrm{Re}_c)$ (Asmolov, 1999)
Круглая труба:$1 < \mathrm{Re}_c < 2000 : \mathbf{F}_L \sim \rho_f \dot{\gamma}^2 a^4 c_L$ (Matas, Morris, Guazzeli, 2009)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Проскальзывание</td><td></td><td>Линейный профиль скорости</td><td>Квадратичный профиль скорости</td></tr>
<tr><td>Неогр. поток</td><td>$\mathbf{v}_s \in (\mathbf{v}_f, \dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (Рис. 2a):
Сильный сдвиг: $\mathbf{F}_L = 6.46 \mu_f a^2 v_s (\dot{\gamma}/\nu)^{1/2}$
(Saffman, 1965)
Произвольный сдвиг:
$\mathbf{F}_L = \mu_f a^2 v_s (\dot{\gamma}/\nu)^{1/2} c_L(\mathrm{Re}_p/\mathrm{Re}_G^{1/2})$
(Asmolov, 1990, McLaughlin, 1991)</td><td>$\mathbf{v}_s \in (\mathbf{v}_f, \dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (Рис. 2a):
$\mathbf{F}_L \sim \mu_f a^2 v_s (\dot{\gamma}/\nu)^{1/2}$ (Asmolov, 1999)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Течение вблизи стенки</td><td rowspan="2">$\mathbf{v}_s \in (\mathbf{v}_f, \dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (Рис. 2a):
$\mathbf{F}_L = \mu_f a^2 v_s (\dot{\gamma}/\nu)^{1/2} c_L(\mathrm{Re}_p/\mathrm{Re}_G^{1/2}, d/L_{Sa})$
(Asmolov, 1990, McLaughlin, 1991-93)</td><td>$\mathbf{v}_s \in (\mathbf{v}_f, \dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (Рис. 2a):
$F_L = \pi V \left[\frac{9}{16} v + \frac{3}{16} \frac{d}{l_p} (22 - 105 \frac{d}{l_p} \mathrm{Re}_c^{1/2})\right]$
$\mathrm{Re}_c \to 0$ (Cox& Hsu,1977)
$\mathbf{F}_L \sim \mu_f a^2 v_s (\dot{\gamma}/\nu)^{1/2}$
$\mathrm{Re}_c < 100$ (Hogg, 1994)
$\mathrm{Re}_c > 100$ (Asmolov, 1999)</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{v}_s \perp (\mathbf{v}_f, \dot{\boldsymbol{\gamma}})$ (Fig. 2b):
$\mathbf{F}_L = 6\pi \rho_f V_s^2 a^2 c_L(d/l, V_s, \mathrm{Re}_c)$
Результат настоящей диссертации
(Asmolov&Osiptsov, 2008)</td></tr>
</table>

Таблица 1: Механизмы миграции одиночных частиц при течении разреженной ньютоновской суспензии в канале.

коэффициента за счет эффектов стесненного осаждения от объемной концентрации частиц.

Приведена ретроспектива развития моделей вязкости суспензий от формул А. Эйнштейна (1906 г.) и Дж. Бэтчелора (1972 г.) для разбавленных суспензий до современных полуэмпирических моделей, покрывающих весь диапазон изменения объемной доли частиц от малых значений до плотной

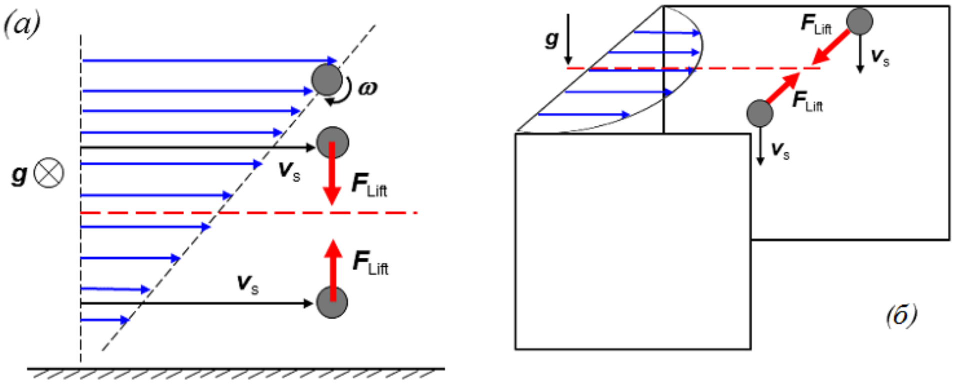

Рис. 2: Боковая сила на частицу в случае, когда скорость лежит в плоскости профиля скорости жидкости и его градиента (a) или по нормали к плоскости поля скорости (b). Нейтрально плавучая частица, вращающаяся в сдвиговом поле скорости, также показана (a).

	Эффекты			
Сложность	Инерция $\mathrm{Re}_p \sim 1$	Неньютоновская реология	Стесненное осаждение $C_p \sim 1$	Влияние стенок $v_s/v_{St} = g(h)$
	$\mathrm{Re}_p \ll 1$	Ньютоновская $v^0_{St} = (\rho_p - \rho_f)gD^2/18\mu_f$ $C_D = 24/\mathrm{Re_p}$ Степенная $v_{St} = (\rho_p - \rho_f)gD^{n+1}/3^{n-1}18K$ Вязко-упругость $v_{St} = v^0_{St}\left(1 - 0.18(\mathrm{Re_p We})^{0.19}\right)^{-1/2}$	$v_s = v_{St}\left(1 - C_p/C^j_{max}\right)^\alpha$ $\alpha = 5.5$, $j = 0$, 1 Больше данных в Таб. 3	$\alpha = 4.7 + 19.5h, h = d/w$ $g(h) = 1 - 0.65h + O[h^3]$
	$2 < \mathrm{Re}_p < 500$	$C_D = 30/\mathrm{Re_p}^{0.625}$	$\alpha = 3.5$	$\alpha = 4.45\mathrm{Re}_p^{-0.1}$
	$\mathrm{Re}_p > 500$	$C_D = 0.44$	$\alpha = 2$	$g(h) = (1 - (h/2))^{3/2}$

Таблица 2: Различные эффекты, влияющие на осаждение частиц.

Формула для $f(C_p) = \mathbf{v}_s/\mathbf{v}_{St}$		Источник
$1 - 6.55C_p$		Batchelor, 1972
$(1 - C_p)^2/10^{1.82C_p}$		Clifton, Wang, 1988
$(1 - C_p)^\alpha$	$\alpha = 4.65$	Richardon-Zaki, 1957
	$\alpha = 4.5$	Hawksley, 1951
	$\alpha = 5.1$	Garside, 1977
	$\alpha = 5.5$	Novotny, 1977
$(1 - C_p/C_{max})^\alpha$	$\alpha = 5$	Транспорт проппанта (Hammond, 1995)

Таблица 3: Различные замыкающие соотношения для поправки к скорости осаждения за счет эффекта стесненного осаждения в концентрированной суспензии при $\mathrm{Re_p} \to 0$.

Формула для $\mu_s(C_p)/\mu_f$		Область применимость, C_p	Источник
$1 + 2.5C_p$		$C_p < 0.05$	Einstein, 1906
$1 + 2.5C_p + 7.6C_p^2$		$C_p < 0.2$	Batchelor, 1977
$(1 - 3.5C_p)^{-2.5}$		$0 \leq C_p < C_{max}$	Roscoe, 1952
$(1 + 1.25C_p/(1 - C_p/C_{max}))^2$		$0 \leq C_p < C_{max}$	Ferrini et al. 1979
$1 + 2.5C_p + 10C_p^2 + 0.0019\exp(20C_p)$		$0 \leq C_p < C_{max}$	Thomes, 1965
$1.125(C_p/C_{max})^{1/3}/(1 - (C_p/C_{max})^{1/3})$		$0 \leq C_p \leq C_{max}$	Frankel & Acrivos, 1967
$\left(1 - \frac{C_p}{C_{max}}\right)^{\beta}$	$\beta = -2.5C_{max}$	$0 \leq C_p < C_{max}$	Krieger, 1959
	$\beta = -2.5$	$0 \leq C_p < C_{max}$	Nicodemo, 1974
	$\beta = -2$	$0 \leq C_p < C_{max}$	Maron & Pierce, 1956
	$\beta = -1.5$	$0 \leq C_p < C_{max} = 0.64$	Barree & Conway, 1994
	$\beta = -1.82$	$0.01 < C_p < C_{max}$	Krieger, 1972
	$\beta = -1.89$	$0 \leq C_p < C_{max}$	Scott, 1984

Таблица 4: Различные замыкающие соотношения для реологии суспензий от разреженных суспензий до концентрированных.

упаковки (Таб. 4).

Суммируя вышесказанное, дизайн работ по ГРП проводится с помощью симуляторов, основанных на моделях механики многофазных сред применительно к течениям, которые формируются на различных стадиях выполнения работы по гидроразрыву. Перечислим кратко эти стадии: на стадии закачки – течение суспензии в скважине и транспорт суспензии в вертикальной трещине ГРП, созданной в породе, и на стадии очистки трещины от гидроразрывной жидкости – многофазная фильтрация в закрытой трещине ГРП, заполненной плотно упакованными частицами проппанта, и газожидкостное течение в скважине от перфораций (в местах соединения с трещинами ГРП) к поверхности. Пожалуй, только первая стадия (стационарная закачка эффективно однофазной суспензии в скважину) хорошо описывается известными гидравлическими моделями, а используемые в имеющихся симуляторах ГРП модели транспорта проппанта в трещине ГРП на стадии закачки и модели очистки системы "скважина-трещина" требуют улучшения и развития.

Обзор литературы завершается разделом 1.4, в котором представлены формулировки нерешенных проблем при моделировании многофазных течений на различных этапах применения технологии гидроразрыва пласта. Сформулирован перечень задач, требующих построения более детальных и обоснованных гидродинамических моделей:

– вывод асимптотической квазидвумерной модели течения суспензии с ньютоновской и неньютоновской несущей фазой в трещине гидроразрыва из законов сохранения в рамках многоконтинуального подхода с использованием малости толщины трещины;

– построение многомасштабной модели миграции частиц проппанта поперек трещины гидроразрыва, включая поиск боковой силы на одиночную частицу, построение модели миграции частиц под действием данной боковой силы и, наконец, построение осредненной двумерной модели транспорта суспензии в трещине с учетом эффектов миграции;

– изучение фильтрации жидкости в среде плотно упакованных частиц проппанта в закрытой трещине гидроразрыва при очистке, что требует построения многоконтинуальной модели фильтрации суспензии и поиска замыкающих соотношений для проницаемости упаковки частиц проппанта;

– построение самосогласованных квазиодномерных моделей газожидкостного течения в скважине после ГРП, обладающих свойством гиперболичности.

На решение перечисленных задач и направлена настоящая диссертация.

В Главе 2 представлено развитие модели течения суспензии в трещине гидроразрыва. Рассматривается трехмерное нестационарное ламинарное течение суспензии в вертикальной трещине гидроразрыва в поле силы тяжести $\mathbf{g}$. Несущая фаза - вязкая несжимаемая ньютоновская жидкость плотности ρ_f^0 и вязкости μ_0. Дисперсная среда состоит из одинаковых неколлоидных сферических частиц радиуса σ с плотностью материала ρ_p^0 и массой одиночной частицы m. Трещина считается вертикальным каналом переменной ширины w (Рис. 1). Вводится система координат $Oxyz$ с осями x и y, направленными по горизонтали и вертикали, и с осью z, направленной перпендикулярно срединной плоскости трещины. Единичные орты системы координат обозначены $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$. Течение рассматривается в полосе $x \in [0, L], y \in [0, H]$. Суспензия рассматривается как комбинация двух взаимопроникающих и взаимодействующих континуумов: среды частиц и несущей фазы. Среда частиц характеризуется объемной концентрацией C_p, числовой плотностью n_p, плотностью $\rho_p = C_p\rho_p^0$ и среднемассовой скоростью $\mathbf{v}_p$. Несущая фаза описывается осредненной плотностью $\rho_f = (1 - C_p)\rho_f^0$ и среднемассовой скоростью $\mathbf{v}_f$.

В рамках двухконтинуального подхода, дифференциальные уравнения законов сохранения массы и импульса для каждой фазы записываются в размерной форме[3] (размерные переменные обозначены звездочкой, где необходимо отличить их от безразмерных переменных):

$$\frac{\partial \rho_f^*}{\partial t^*} + \nabla^*(\rho_f^* \mathbf{v}^*{}_f) = 0, \quad \frac{\partial \rho_p^*}{\partial t^*} + \nabla^*(\rho_p^* \mathbf{v}^*{}_p) = 0 \tag{1}$$

$$\rho_f^* \frac{d_f \mathbf{v}^*{}_f}{dt^*} = -\nabla^* p_f^* + \nabla_j^* \tau_f^{*ij} \mathbf{e}_i + \rho_f^* \mathbf{g}^* - n_p^* \mathbf{F}^*{}_p \tag{2}$$

$$\rho_p^* \frac{d_p \mathbf{v}^*{}_p}{dt^*} = \rho_p^* \mathbf{g}^* + n_p^* \mathbf{F}^*{}_p \tag{3}$$

$$\frac{d_f \mathbf{v}^*{}_f}{dt^*} = \frac{\partial \mathbf{v}^*{}_f}{\partial t^*} + (\mathbf{v}^*{}_f \nabla^*) \mathbf{v}^*{}_f, \quad \frac{d_p \mathbf{v}^*{}_p}{dt^*} = \frac{\partial \mathbf{v}^*{}_p}{\partial t^*} + (\mathbf{v}^*{}_p \nabla^*) \mathbf{v}^*{}_p$$

Здесь $\mathbf{F}^*{}_p$ - сила со стороны жидкости на одиночную частицу, тензором напряжений в среде частиц пренебрегается в предположении, что хаотическая скорость частиц мала (приближение “холодной среды”); p_f^* и τ_f^{*ij} – давление и тензор касательных напряжений в жидкости.

В приближении тонкого слоя из двухконтинуальной модели течения суспензии после осреднения по ширине трещины получаем в безразмерных переменных:

$$\frac{\partial w C_p}{\partial t} + \nabla \left(w C_p \mathbf{v}_p \right) = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + 2 v_l = \\ = \nabla \left[\frac{w^3}{12 \mu(C_p)} \left(\nabla p + \mathrm{Bu} \left[1 + C_p(\zeta_p - 1) \right] \mathbf{e}_2 \right) - w C_p \mathbf{v}_s \right] \tag{5}$$

$$\mathbf{v}_f = -\frac{w^2}{12 \mu(C_p)} \left(\nabla p + \mathrm{Bu} \left[1 + C_p(\zeta_p - 1) \right] \mathbf{e}_2 \right) \tag{6}$$

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{v}_f + \mathbf{v}_s, \quad \mathbf{v}_s = -\frac{\mathrm{St}}{\zeta_p \mathrm{Fr}^2} \left(\zeta_p - 1 \right) f(C_p) \mathbf{e}_2 \tag{7}$$

$$\mathrm{Bu} = \frac{\mathrm{Re}}{\mathrm{Fr}^2}, \ \mathrm{St} = \frac{mU}{6 \pi \sigma \mu_0 d}, \ \mathrm{Fr} = \frac{U}{\sqrt{gd}}, \tag{8}$$

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho_f^0 U d}{\mu_0}, \ \zeta_p = \frac{\rho_p^0}{\rho_f^0}, f(C_p) = \left(1 - \frac{C_p}{C_{max}} \right)^{\alpha} \tag{9}$$

Здесь $w(x, y, t)$ – ширина трещины (заданная функция координат и времени как решение отдельной задачи геомеханики), $\mathbf{v}_f$, $\mathbf{v}_p$, $\mathbf{v}_s$ – осредненные

[3] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М: Наука, 1987.

по ширине скорости жидкости, частиц, осаждения частиц относительно жидкости, v_l – скорость оттока жидкости через стенки трещины, соответственно, p – давление жидкости, μ – вязкость суспензии, ζ_p – отношение плотностей частиц и жидкости, $f(C_p)$ – поправочный коэффициент за счет эффектов стесненного осаждения (Таб. 3), Bu, Fr, St - числа плавучести, Фруда и Стокса, соответственно. Обезразмеривание проведено с помощью характерных масштабов продольной скорости U, ширины канала d, плотности и вязкости чистой жидкости ρ_f^0 и μ_0.

Граничные условия – на входной границе в интервале $[y_1, y_2]$ задана скорость закачки жидкости с частицами и концентрация частиц, на стенках задано условие непротекания, на выходной границе задано условие для давления: гидростатический перепад по вертикали. Предполагается, что правая выходная граница находится достаточно далеко от входной границы. Таким образом, для эллиптического уравнения для давления ставится задача смешанного типа:

$$x = 0: \ \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{12\mu\,(C_p)}{w^2}, \ y \in [y_1,\, y_2]; \ \frac{\partial p}{\partial x} = 0, y \in [0,\, y_1], [y_2,\, 1] \quad (10)$$

$$x = L/H: \ \frac{\partial p}{\partial y} = -\mathrm{Bu}; \quad y = 0,\ 1: \ \frac{\partial p}{\partial y} = -\mathrm{Bu}(1 + C_p|_{y=0,\,1}\,(\zeta_p - 1)),$$

а для уравнения переноса для частиц ставятся граничные условия для концентрации и скорости закачки на входной границе трещины, а в начальный момент концентрация равна нулю во всей области.

Скорость осаждения частиц определяется эмпирической формулой, которая учитывает уменьшение скорости осаждения включений при увеличении их объемной доли. Обычно используемые в симуляторах ГРП модели эффективной жидкости содержат необоснованное предположение, что *среднеобъемная* скорость суспензии описывается законом Пуазейля, тогда как в данной работе в рамках двухконтинуального подхода на основе законов сохранения показано, что формулой Пуазейля описывается *среднемассовая* скорость несущей фазы (6). Также, в ранних моделях выражение для скорости частиц (6) вместо среднемассовой скорости жидкой фазы содержало среднеобъемную скорость суспензии. Как следствие, в отличие от существующих моделей, построенная двухконтинуальная модель содержит дополнительное слагаемое $-\nabla(wC\mathbf{V}_s)$ в правой части уравнения для давления (5), учитывающее двухскоростные эффекты.

В диссертации приведен ряд численных расчетов для оценки влияния дополнительного слагаемого на перенос и оседание частиц. Показано (см. Фиг. 3), что различия между моделью, построенной ранее на основе эвристического односкоростного подхода, и двухконтинуальной моделью, предложенной в данной работе на основе законов сохранения механики многофазных сред, являются существенными (Рис. 3, *б*) в случае проведения гидроразрыва в сланцевых формациях (маловязкая гидроразрывная жидкость, малая объемная доля частиц, высокие скорости закачки, большие числа плавучести Bu), однако для работ по гидроразрыву в стандартных условиях (высоковязкая жидкость, умеренные значения Bu) результаты двух моделей практически совпадают (Рис. 3, *а*).

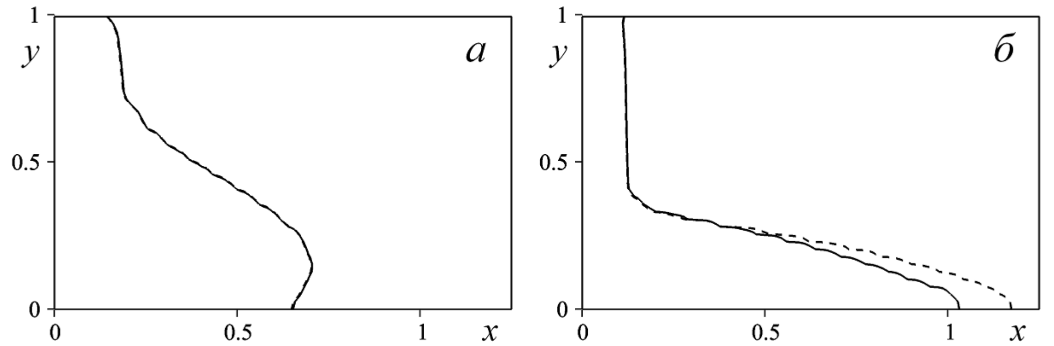

Рис. 3: Положение фронта концентрации частиц в трещине эллиптического сечения в момент $t = 0.5$ для $Bu = 326$ (*а*) и $Bu = 3260$ (*б*). Результаты получены при использовании односкоростной (пунктир) и двухскоростной (сплошная линия) моделей.

Дано обобщение модели течения суспензии в трещине на случай последовательного вытеснения нескольких жидкостей с учетом предела текучести смеси. Модель учитывает эффекты развития неустойчивости Сэфмана-Тейлора на интерфейсе между жидкостями и эффекты гравитационной конвекции, а также формирование областей псевдозатвердевания бингамовской жидкости там, где не превзойден предел текучести:

$$\frac{\partial w(1-C_p)C_i}{\partial t} + \operatorname{div}\left(w(1-C_p)C_i\mathbf{v}_f\right) = -2(1-C_p)C_i v_l \tag{11}$$

$$\frac{\partial wC_p}{\partial t} + \operatorname{div}(wC_p\mathbf{v}_p) = 0 \tag{12}$$

$$\operatorname{div}\left(\frac{w^3}{12\mu(C_p)}\left[\Phi(\vartheta)\left(\nabla p + \mathrm{Bu}\rho_m\mathbf{e}_2\right)\right] - wC_p\mathbf{v}_s\right) = -\frac{\partial w}{\partial t} - 2(1-C_p)v_l, \tag{13}$$

$$\rho_m = 1 + C_p\left(\zeta_p - \sum_{i=1}^{i=n}\zeta_i C_i\right)$$

$$\mathbf{v}_f = -\frac{w^2}{12\mu(C_p)}\left[\Phi(\vartheta)\left(\nabla p + \mathrm{Bu}\rho_m\mathbf{e}_2\right)\right], \tag{14}$$

$$\mathbf{v}_s = -\frac{\mathrm{St}f(C_p)\Phi(\vartheta)}{\zeta_p\mathrm{Fr}^2}\left(\zeta_p - \sum_{i=1}^{i=n}\zeta_i C_i\right)\mathbf{e}_2, \tag{15}$$

$$\Phi(\vartheta) = 1 - 3\vartheta + 4\vartheta^3, \quad \vartheta = \frac{\mathrm{Bn}\tau_m}{w|\nabla p|}, \qquad \mathrm{Bn} = \frac{\tau_y^0 d}{U\mu_0} \tag{16}$$

Здесь дополнительно введены обозначения: C_i – объемные доли жидкостей, ζ_i – отношения плотностей i-ой жидкости к чистой жидкости, τ_m – безразмерный предел текучести, $\Phi(\vartheta)$ – поправка к мобильности жидкости как функция от параметра, зависящего от числа Бингама Bn. Граничные условия ставятся аналогично (10).

Численная реализация построенной модели проведена с помощью метода простых итераций для решения нелинейного эллиптического уравнения для давления и схемы повышенного порядка точности (TVD) с ограничением потоков для гиперболических уравнений переноса для объемной доли жидкостей. Для отслеживания границ между жидкостями использован вариант метода Volume-of-Fluid, который был протестирован автором на задаче об автоколебаниях плоского фонтана в поле силы тяжести, и получено хорошее согласие с экспериментом. Процедура регуляризации проведена для моделирования методом сквозного счета в областях течения и псевдозатвердевания бингамовской жидкости во всей расчетной области. Модель и ее численная реализация прошли валидацию на 4 различ-

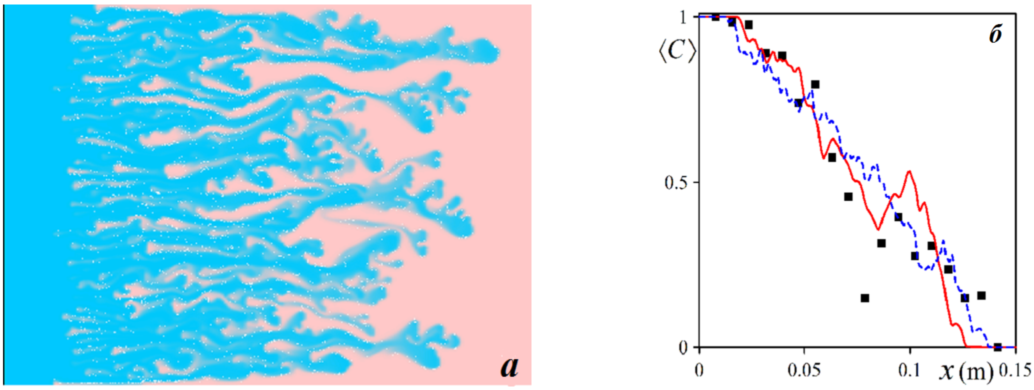

Рис. 4: Вытеснение в ячейке Хеле-Шоу при отношении вязкостей $M = 84$. Результаты расчетов на сетке 513×257 (*а*). Сравнение осредненных по высоте профилей концентрации (трейсера) вытесняющей жидкости в ячейке Хеле-Шоу с экспериментом[4] (*б*). Результаты получены на сетках 257×129 (сплошная линия) и 513×257 (прерывистая линия), а точками показаны экспериментальные данные. Безразмерные параметры: $\mathrm{Bu} = 2.8 \cdot 10^{-4}$, $\zeta = 1$, $M = 84$, $\varepsilon = 6 \cdot 10^{-3}$, $\mathrm{Bn} = 0$, $t = 0.4$.

ных наборах экспериментальных данных (Рис. 4 и 5): (i) гравитационное оплывание тяжелой жидкости в легкой (тестовая задача о прорыве вертикальной перегородки, разделяющей жидкости разной плотности, в ячейке Хеле-Шоу), (ii) неустойчивость Сэфмана-Тейлора на интерфейсе между ньютоновскими жидкостями (вода и водный раствор глицерина) в ячейке Хеле-Шоу в условиях микрогравитации, (iii) перенос и осаждение частиц при течении суспензии в вертикальной ячейке Хеле-Шоу с осаждением частиц и образованием осадка на дне канала, и (iv) развитие неустойчивости Сэфмана-Тейлора на интерфейсе между ньютоновской и бингамовской жидкостями при вытеснении в вертикальной ячейке Хеле-Шоу.

Получено хорошее согласие между моделированием и экспериментом для гравитационного оплывания, а также для задачи о формировании осадка (где, помимо моделирования и эксперимента, проведено сравнение с аналитической формулой для эволюции высоты осадка со временем). Моделирование развития пальцевидной неустойчивости показало качественное согласие с экспериментом. Несмотря на то, что осредненная по ширине модель вытеснения жидкостей выведена с учетом целого набора упрощающих предположений, она все же позволяет описать ключевые качественные

[4] Smirnov, N. N., Nikitin, V. F., Maximenko, A., Thiercelin, M., Legros, J. C. Instability and mixing flux in frontal displacement of viscous fluids from porous media // Phys. Fluids. 2005. V. 17, 084102.

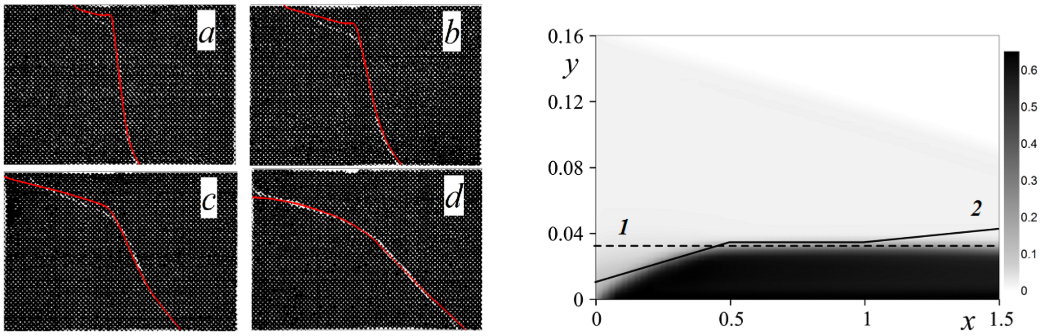

Рис. 5: Расчет тестового случая о прорыве дамбы (масло и воздух в ячейке Хеле-Шоу) и сравнение с экспериментом (слева). Положения фронта при t =0.85 (a), 1.7 (b), 3.4 (c), 6.8 (d). Положения фронта в эксперименте показано белой линией, а численный расчет – красной. $\zeta = 9.35 \cdot 10^{-4}$, $M = 3.1 \cdot 10^{-2}$, $\varepsilon = 10^{-2}$, Bu = 1, Bn = 0. Распределение концентрации частиц в трещине лабораторных размеров 0.16×1.5 м, полученное численно (справа): *1* – аналитическое решение для высоты осадка, *2* – эксперимент. Справа показана шкала концентрации частиц в численном решении.

особенности развития неустойчивости Сэфмана-Тейлора: увеличение длины проникновения пальцев с увеличением отношения вязкости в ньютоновских жидкостях, увеличение ширины канала вытесняющей жидкости, прорывающегося внутрь вязкопластической жидкости с пределом текучести при уменьшении отношения вязкостей.

В рамках параметрического исследования последовательной закачки нескольких различных жидкостей было проведено изучение влияния бингамовской реологии на вытеснение жидкостей и развитие неустойчивости Сэфмана-Тейлора. Показано, что в отсутствие неустойчивости на интерфейсе зоны псевдозатвердевания не формируются и, следовательно, бингамовская жидкость ведет себя как ньютоновская. При наличии пальцевидной неустойчивости на интерфейсе, в области, занятой бингамовской жидкостью, появляются зоны псевдозатвердевания. Предел текучести подавляет гравитационное оплывание на интерфейсе между тяжелой и легкой жидкостями, поэтому скорость оплывания бингамовской жидкости всегда меньше, чем для ньютоновской жидкости с теми же параметрами. Увеличение числа Бингама приводит к увеличению эффекта взаимного влияния пальцев: малые пальцы вытесняющей жидкости имеют тенденцию к остановке, так что максимальная длина проникновения пальцев и их средняя длина увеличиваются. Расчеты закачки в случае, когда оба эффекта (гравитационное оплывание и неустойчивость Сэфмана-Тейлора) учтены, показали, что гравитационная конвекция подавляет неустойчивость на интерфейсе.

В Главе 3 построена многомасштабная модель инерционной миграции сферических частиц при течении суспензии в трещине ГРП. В разделе 3.1 исследована инерционная миграция одиночной малой сферической частицы, осаждающейся под действием силы тяжести в горизонтальном течении несжимаемой ньютоновской жидкости через канал с вертикальными плоскими стенками (см. Рис. 2, *б*). С помощью метода сращиваемых асимптотических разложений получено решение уравнений Озеена для возмущенного частицей течения во внешней области на масштабе длины порядка ширины канала и решение уравнений Стокса для течений во внутренней области на масштабе длины порядка радиуса частицы. Задача сведена к обыкновенному дифференциальному уравнению 4-го порядка для двумерного преобразования Фурье от поперечной скорости частицы. Скорость миграции и коэффициент боковой силы частицы вычислены как функции трех безразмерных параметров: расстояния до ближайшей стенки d/l, числа Рейнольдса канала Re_c, и параметра скоростного проскальзывания V_{sz}. Показано, что боковая сила, действующая на частицу, всегда направлена от стенок к центру канала, достигает максимума на стенках и падает до нуля на оси симметрии канала. В разделе 3.2 в рамках двухконтинуальной модели малоконцентрированной суспензии построена асимптотическая модель инерционной миграции дисперсной фазы в ламинарном течении суспензии в начальном участке плоского канала и круглой трубы. В межфазном обмене импульсом учитывается сила сопротивления Стокса, сила присоединенных масс, сила Архимеда, а также инерционная боковая сила Сэфмана с поправочным коэффициентом за счет присутствия стенки и конечности параметра проскальзывания (см. Рис. 2, *а*). Обратным влиянием частиц на несущую фазу пренебрегается. Решение строится методом сращиваемых асимптотических разложений в пределе больших чисел Рейнольдса течения, отношение плотности частиц к плотности жидкости либо порядка единицы, либо существенно больше единицы, а длина релаксации скоростей фаз по порядку величины сравнима с шириной канала ($\lambda = l/d \sim 1$, $l = mU/6\pi a\mu$). С помощью метода сращиваемых асимптотических разло-

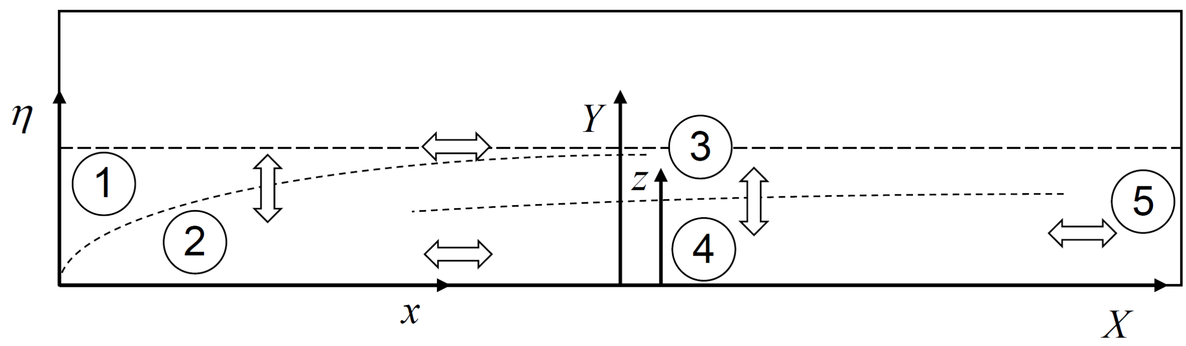

Рис. 6: Асимптотические области при течении в начальном участке канала: *1* – входной участок, *2* – пограничный слой, *3* – область перекрытия пограничных слоев, *4* – нижний подслой, *5* – дальняя область полностью развитого течения Пуазейля вниз по потоку. Символ $\Leftrightarrow$ обозначает асимптотическое сращивание решений в прилегающих областях.

жений проблема поиска поперечного профиля числовой плотности частиц в области, где устанавливается профиль скорости Пуазейля, сведена к решению уравнений двухфазного пограничного слоя, развивающегося на стенке канала (Рис. 6):

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial \eta}=0, \quad \frac{\partial \rho_s u_s}{\partial x}+\frac{\partial \rho_s v_s}{\partial \eta}=0, \quad (17)$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial \eta}=\frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}, \quad \frac{\partial p}{\partial \eta}=0,$$

$$u_s\frac{\partial u_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial u_s}{\partial \eta}=F_{sx}=\frac{2\zeta_p}{2\zeta_p+1}D_0(u-u_s)+\frac{3}{2\zeta_p+1}\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial \eta}\right),$$

$$u_s\frac{\partial v_s}{\partial x}+v_s\frac{\partial v_s}{\partial \eta}=F_{s\eta},$$

$$F_{s\eta}=\frac{2\zeta_p}{2\zeta_p+1}\left[D_0(v-v_s)+\kappa_0 c_l\sqrt{\frac{\partial u}{\partial \eta}}(u-u_s)\right]+\frac{3}{2\zeta_p+1}\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial \eta}\right),$$

$$c_l(\chi,x,\eta)=c_l^{\infty}\left[1-n\exp\left(-m_1(\chi)\frac{\eta}{x^{1/4}}\right)\right],$$

$$m_1=m\frac{\sqrt{\varphi''(0)}}{(\varepsilon\lambda)^{1/4}}, \quad \chi=\frac{|u-u_s|}{(\varepsilon\lambda)^{1/4}},$$

$$\kappa_0=\frac{6.46}{12\sqrt[4]{18}\pi}Re_{s0}^{3/2}\left(\frac{\rho_s^0}{\rho}\right)^{1/4}, \quad D_0=1+\frac{1}{6}Re_{s0}^{3/2}(u-u_s)^{3/2}, \quad \mathrm{Re}_{s0}=\frac{2aU\rho}{\mu}.$$

$$n=1+\frac{1.77\chi}{c_l^{\infty}}, \quad m=0.453+0.139\chi^{1.93}$$

$$c_l^{\infty} = \left(1 + 0.581\chi^2 - 0.439|\chi|^3 + 0.203\chi^4\right)^{-1}$$

Здесь η – растянутая поперечная координата в пограничном слое, (u, v) и (u_s, v_s) – скорости несущей и дисперсной фаз, соответственно, последние слагаемые в правой части уравнений закона сохранения импульса для среды частиц соответствуют силам присоединенных масс и Архимеда, χ – параметр скольжения. В пределе сильного сдвига ($\chi \ll 1$) и при отношении плотностей фаз, значительно большем единицы ($\zeta_p \gg 1$), слагаемые за счет сил присоединенных масс и Архимеда пренебрежимо малы, поправка к силе Сэфмана стремится к единице ($c_l \to 1$), и уравнения переходят в известную систему уравнений запыленного газа. Дополнительно, φ – функция Блазиуса из известного решения о пограничном слое на плоской пластине. Внешнее течение однородно, поэтому продольный градиент давления равен нулю. Граничные условия имеют вид:

$$x = 0: \quad u_s = \rho_s = 1, \quad v_s = 0; \tag{18}$$
$$\eta = 0: u = v = 0; \quad \eta \to \infty: \quad u \to 1.$$

Исключая переменные промежуточной области *4* (Рис. 6), можно найти условие сращивания решений в пограничном слое (область *2*) и в дальней области *5* вниз по потоку:

$$\rho_{s5}(Y) = \rho_{s2}^{\lim}(\psi), \quad Y = \psi \left(\frac{\varepsilon}{\lambda}\right)^{1/4} \left(\frac{\varphi''(0)}{3}\right)^{1/2}, \tag{19}$$

где $\psi = \eta/x^{1/4}$ – функция тока в пограничном слое, а Y – поперечная координата в дальней области вниз по потоку *5* (Рис. 6).

Для расчета полей числовой плотности частиц используется полный лагранжев метод, позволяющий свести задачу к решению задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений на выбранных характеристиках (траекториях частиц) для координат и скоростей частиц, а также компонент Якобиана перехода от эйлеровых к лагранжевым переменным. Указанные обыкновенные дифференциальные уравнения решаются численно с помощью метода Рунге-Кутта 4-го порядка точности. Числовая плотность частиц затем рассчитывается вдоль траекторий из уравнения неразрывности в лагранжевой форме. Метод позволяет рассчитывать числовую плотность частиц даже в случаях пересечения траекторий и формирования складок в среде частиц.

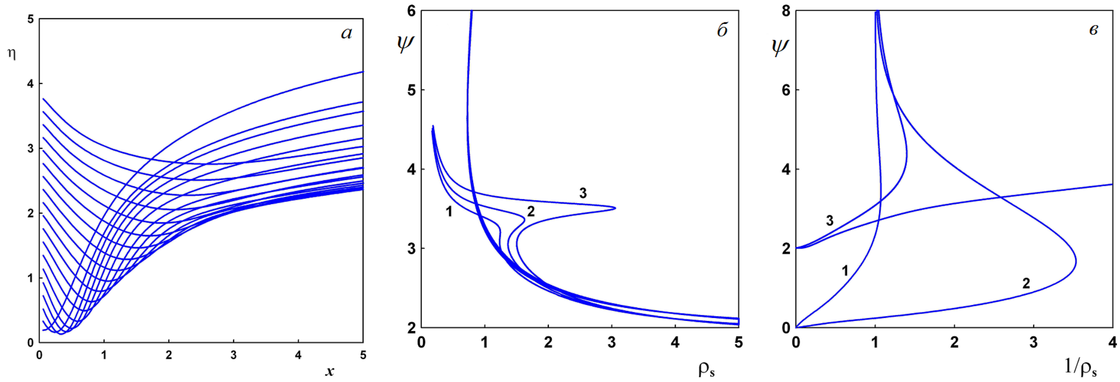

Рис. 7: Траектории частиц в пограничном слое при $\varkappa_0 = 20$ и $\zeta_p = 3$ (*а*). Асимптотики профиля числовой плотности частиц ρ_s в зависимости от значения функции тока ψ в пограничном слое, $\varkappa_0 = 20$ и $\zeta_p = 5$, 4.5, и 4 – кривые *1-3* (*б*). Асимптотики профиля числовой плотности частиц $1/\rho_s$ в зависимости от значения функции тока ψ в пограничном слое, $\varkappa_0 = 20$ и $\zeta_p \gg 1$ (*в*): только сила Стокса (кривая *1*), дополнительно сила Сэфмана в классической форме (кривая *2*) или с поправкой на присутствие стенки и конечность параметра проскальзывания (кривая *3*, настоящая работа).

Траектории частиц и эволюция поперечного профиля концентрации частиц изучены для случаев, когда отношение плотностей частиц и жидкости порядка единицы (суспензия) и много больше единицы (запыленный газ). В последнем случае силами присоединенных масс и Архимеда можно пренебречь. В обоих случаях запыленного газа и суспензии показано, что траектории частиц пересекаются и формируется складка в среде частиц, при этом около стенки формируется тонкий слой чистой жидкости без частиц. Обнаружено, что профиль числовой плотности частиц содержит локальный максимум на границе складки среды частиц и чистой жидкости.

В случае течения суспензии, когда отношение плотностей частиц и жидкости имеет порядок единицы, все четыре силы в межфазном взаимодействии одинаково важны. На основании расчетов показано, что в установившемся профиле концентрации частиц на некотором расстоянии от линии накопления дисперсной фазы формируется дополнительный локальный максимум, который отсутствует в случае, когда плотность частиц много больше плотности несущей фазы. Величина этого максимума увеличивается с уменьшением отношения плотностей в сторону случая нейтрально плавучих частиц. Особенность в профиле числовой плотности частиц остается интегрируемой вне зависимости от порядка величины отношения плотностей. Таким образом, инерционная миграция частиц при течении разреженной суспензии в начальном участке плоского канала (круглой трубы) приводит к аккумуляции дисперсной фазы на двух плоскостях (кольцах), расположенных на некотором расстоянии от стенок, при этом вблизи стенок возникают тонкие области без частиц. Полученные численные результаты находятся в качественном соответствии с экспериментальными результатами, известными в литературе.

В разделе 3.3 построена двухконтинуальная модель инерционной миграции осаждающихся неброуновских частиц при горизонтальном ламинарном течении разреженной суспензии в вертикальной ячейке Хеле-Шоу. В межфазном обмене импульсом учтены силы Стокса, Архимеда, присоединенных масс, а также инерционная боковая сила, возникающая за счет осаждения частиц и сдвигового характера течения жидкости. Задача о миграции частиц сведена к рассмотрению двумерного стационарного течения в горизонтальном сечении ячейки. Эволюция гидродинамических параметров среды частиц исследована численно с помощью полного лагранжева метода. Показано, что под действием инерционной боковой силы оседающие частицы мигрируют к средней линии канала. Вблизи стенок формируются свободные от частиц слои, расширяющиеся вниз по потоку. На основании численных расчетов выявлены различные режимы миграции частиц в зависимости от параметра инерционности частиц. Малоинерционные частицы движутся без пересечения траекторий. В случае умеренно инерционных частиц в дисперсном континууме возникают две “складки”, граничащие с пристеночными слоями чистой жидкости. В случае сильноинерционных частиц формируются множественные “складки” в дисперсном континууме, и траектории частиц многократно пересекают среднюю линию канала. Аналитически получено выражение для критического значения параметра инерционности, при котором происходит смена режимов миграции.

В разделе 3.4 построена двухконтинуальная модель течения суспензии в вертикальной трещине гидроразрыва с учетом неоднородного поперечного профиля концентрации частиц, формирующегося за счет миграции частиц к центральной плоскости трещины. По сравнению с существующими в литературе моделями, не учитывающими эффекты миграции, полученные осредненные поперек трещины двумерные уравнения содержат модифицированные коэффициенты, явно зависящие от ширины ядра течения, занятого частицами. Проведен ряд численных расчетов в рамках одномерной и двумерной постановок для оценки влияния миграции на перенос и оседание частиц. Показано, что при миграции частиц к центру их концентрация в ядре течения возрастает. С увеличением интенсивности поперечной миграции глубина проникновения частиц в трещину увеличивается по сравнению со случаем равномерного распределения, в то время как эффект гравитационной конвекции (оплывания) в окрестности переднего фронта уменьшается.

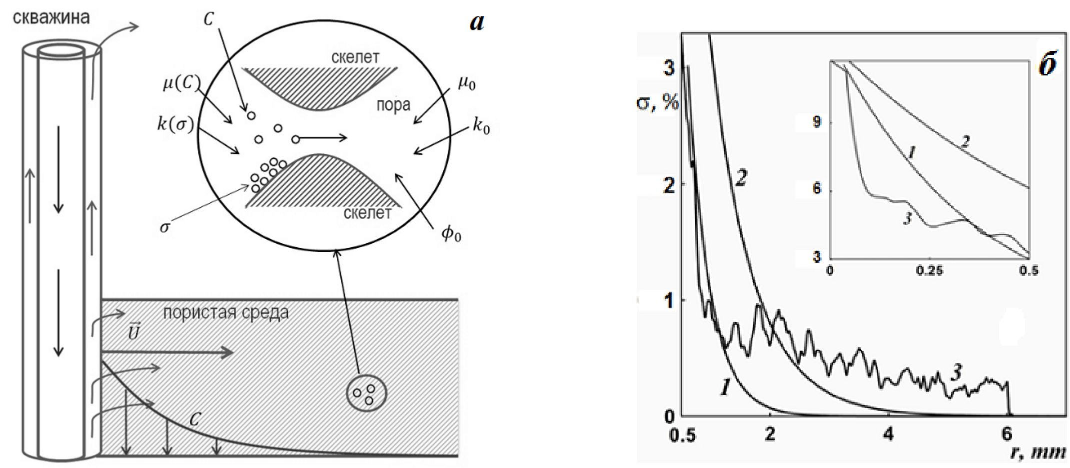

Рис. 8: Схема течения в трещине, заполненной плотно упакованным гранулированным материалом (проппантом) и схема порового пространства (*а*). Профиль концентрации осажденных частиц. Кривая *1* – расчеты в рамках трехконтинуальной модели при безразмерном параметре кольматации $\Lambda = 15.045$, *2* – в рамках классической модели при $\Lambda = 9.86$, *3* – экспериментальные данные[5] (*б*)

В Главе 4 построена модель фильтрации в закрытой трещине гидроразрыва, заполненной плотно упакованными частицами проппанта. В разделе 4.1 построена одномерная многоконтинуальная модель фильтрации суспензии в пористой среде с учетом осаждения и мобилизации частиц. По сравнению с известными в литературе моделями, учтены эффекты конечной пористости и проницаемости упаковки осажденных частиц. Рассмотрена задача о нестационарной фильтрации суспензии в пористой среде с учетом распространения фронта концентрации частиц и изменения проницаемости и пористости со временем при заданном перепаде давления или расходе. Для случая постоянной пористости проведено сравнение полученных численно распределений концентрации осажденных и взвешенных частиц

[5]Михайлов Д.Н., Рыжиков Н.И., Шако В.В. Комплексный экспериментальный подход к определению параметров зоны кольматации продуктивных пластов // Вестник ЦКР Роснедра. 2014. N. 1. C. 7-11.

с аналитическим решением. Показана сеточная сходимость численного решения к аналитическому. Проведено сравнение численных расчетов, полученных при использовании различных моделей, с имеющимися экспериментальными данными по закачке суспензии в пористую среду. Новая модель фильтрации, имеющая всего один свободный параметр, хорошо описывает экспериментальные данные вблизи входной границы пористого образца, в то время как существующая модель дает хорошее совпадение только при наличии двух свободных параметров.

Уравнения трехконтинуальной модели фильтрации суспензии:

$$\frac{\partial(C_p\phi_c)}{\partial t}+\frac{1}{r^j}\frac{\partial(C_pUr^j)}{\partial r}=-UC_p\lambda+\alpha\sigma\delta(U_s-U_{crit}), \tag{20}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t}=UC_p\lambda-\alpha\sigma\delta(U_s-U_{crit}),\frac{\partial(U_sr^j)}{\partial r}=0.$$

$$k(\sigma)=k_0\left(1-\frac{\sigma}{\phi_0C_{max}}\right)^3,k_s=k_{s0}\Big(\frac{\sigma}{\phi_0C_{max}}\Big)^3,k_{s0}=\frac{(1-C_{max})^3a^2}{45C_{max}^3}.$$

$$U=-\frac{k(\sigma)}{\mu(C_p)}\frac{\partial p}{\partial r},U_s=-\left[\frac{k(\sigma)}{\mu(C_p)}+\frac{k_s(\sigma)}{\mu_0}\right]\frac{\partial p}{\partial r},$$

$$U_f^{filtr}=-\left[(1-C_p)\frac{k(\sigma)}{\mu(C_p)}+\frac{k_s(\sigma)}{\mu_0}\right]\frac{\partial p}{\partial r},U_p=-C_p\frac{k(\sigma)}{\mu(C_p)}\frac{\partial p}{\partial r},$$

Здесь C_p и σ – концентрации взвешенных и осажденных частиц, соответственно, U - скорость фильтрации суспензии в крупных поровых каналах, U_f^{filtr} - скорость фильтрации жидкости в крупных и мелких каналах порового пространства, $U_p=U_p^{mob}C_p\phi_c$ - среднеобъемная скорость взвешенных частиц в крупных поровых каналах, p - давление, $k(\sigma)$ – соотношение между проницаемостью породы в крупных поровых каналах и объемной долей осажденных частиц, k_s – проницаемость породы в мелких поровых каналах (см. Фиг. 7, a), k_{s0} - проницаемость мелких поровых каналов при полной закупорке порового пространства ($\sigma=\phi_0C_{max}$), определяемая из уравнения Козени-Кармана, a - радиус частиц суспензии, λ и α – коэффициенты кольматации и мобилизации частиц.

В разделе 4.2 рассматривается трехмерное стационарное течение вязкой несжимаемой ньютоновской жидкости через смешанные плотные упаковки сферических и удлиненных частиц. Проводится численное решение задачи и сравнение результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными. Для численных расчетов использовался вариант метода ре-

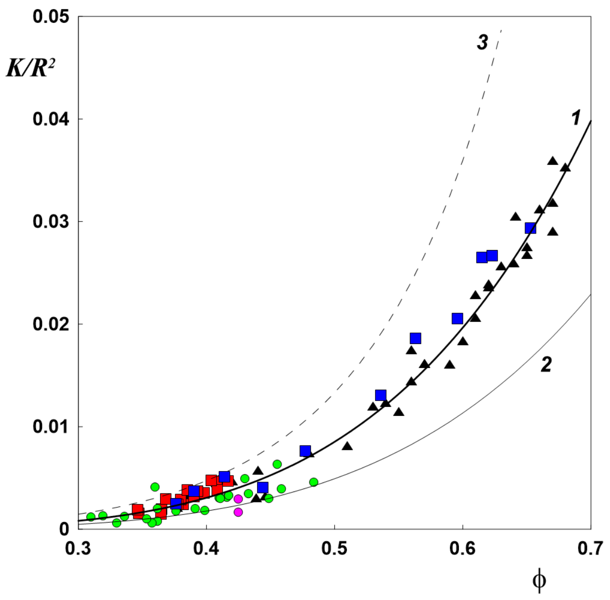

Рис. 9: Безразмерная проницаемость как функция пористости. Сплошная линия *1*: степенная аппроксимация $K/R_v^2 = 0.204\phi^{4.58}$, полученная в настоящей работе; сплошная линия *2*: степенная аппроксимация[6] $K/R_v^2 = 0.117\phi^{4.57}$, прерывистая линия *3* – формула Козени-Кармана[7] при $C_{CK} = 4.17$. Черные треугольники – результаты расчетов течения в режиме фильтрации Дарси методом решеточного уравнения Больцмана, светло-голубые квадраты – конечно-объемный метод решения уравнений Навье-Стокса в инерционном режиме, зеленые кружки – лабораторные тесты, красные квадратики – лабораторные данные по проппантам.

шеточного уравнения Больцмана для моделирования решения уравнений Стокса в безынерционном режиме течения (фильтрация Дарси). Этот метод и результаты были кросс-верифицированы относительно расчетов течения с помощью варианта конечно-объемного метода решения уравнений Навье-Стокса в инерционном режиме. Проведено систематическое исследование макроскопических параметров упаковок частиц различной формы, для смесей частиц при различных объемных долях компонент и для различных соотношений размеров удлиненных частиц.

Численные расчеты проведены для нестесненных пространственно-периодических упаковок частиц, а также для упаковок частиц, находящихся между стенками и под действием сдавливающих напряжений. Сравнение с доступными лабораторными данными, полученными для различных значе-

[6] Coelho D., Thovert J.F., Adler P.M., Geometrical and transport properties of random packings of spheres and aspherical particles // Phys. Rev. E55. 1997. V. 2. P. 1959-1978.

[7] Rong L.W., Dong K.J., Yu A.B. Lattice-Boltzmann simulation of fluid flow through packed beds of uniform spheres: Effect of porosity // Chem. Eng. Sci. 2013. V. 99, P. 44-58.

ний сдавливающих напряжений, показало, что упаковка цилиндрических частиц дает наибольшую проницаемость по сравнению с упаковками только сферических или эллиптических частиц. Получены следующие количественные результаты: проницаемость K пространственно-периодических смешанных упаковок частиц, отнесенная к квадрату эквивалентного радиуса частиц, аппроксимирована следующей степенной зависимостью от пористости ϕ:

$$K/R_v^2 = 0.204\phi^{4.58}, \quad 0.3 \leq \phi \leq 0.7,$$

где R_v – радиус эквивалентной сферы, имеющей тот же объем, что и частица. Показано, что это соотношение находится в хорошем качественном и количественном согласии с лабораторными измерениями для смешанных упаковок и с известными экспериментальными данными (доступными в диапазоне $0.3 \leq \phi \leq 0.5$). Показано с помощью количественной меры сравнения (средняя относительная погрешность и нормированное среднеквадратичное отклонение), что предложенная в настоящей работе формула показывает лучшее соответствие с лабораторными данными, чем известные корреляции, среди которых степенная аппроксимация $K/R_v^2 = 0.117\phi^{4.57}$ или формула Козени-Кармана с константой $C_{CK} = 4.17$.

Несмотря на то, что используемая в настоящей работе численная модель упаковок проппанта не учитывает разрушение частиц под действием сдавливающих напряжений, погрешность за счет данного предположения невелика. Потенциально, полученные безразмерные формулы могут быть использованы для оценки проводимости трещины гидроразрыва пласта, где в качестве входных параметров используется эквивалентный радиус частиц и пористость плотной упаковки частиц (данные параметры могут быть получены в лабораторных условиях при сдавливающих напряжениях, близких к полевым условиям).

В Главе 5 предложена квазиодномерная модель многофазного газожидкостного течения в скважине после гидроразрыва пласта. Модель построена в рамках комбинированного подхода на основе модели дрейфа и многожидкостной модели. В разделе 5.1 представлен вывод асимптотических уравнений модели дрейфа для течения разреженной газожидкостной смеси в круглой трубе в приближении длинного канала как предел полных уравнений законов сохранения, записанных для каждой фазы в многоконтинуальном приближении. Определены ключевые предположения, при которых модель дрейфа, содержащая алгебраическое соотношение для скоростей фаз и одно уравнение сохранения импульса смеси в терминах среднеобъемной скорости, строго следует из законов сохранения. Для вывода соотношения дрейфа для скоростей фаз, когда одна из фаз является дисперсной, а другая непрерывной, следует лишь предположить, что масштаб задачи много больше масштаба релаксации скоростей фаз. Для получения единственного уравнения сохранения импульса для смеси следует дополнительно предполагать, что либо объемная доля дисперсной фазы мала, либо проскальзыванием фаз можно пренебречь, либо справедливо предположение о безынерционном режиме течения, когда ускорением смеси в целом можно пренебречь.

Уравнения квазиодномерной модели дрейфа для газожидкостного течения в длинном трубопроводе или скважине в размерной форме, общепринятой в индустрии, имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(A\alpha_i\rho_i\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A\alpha_i\rho_i v_i\right) = 0 \tag{21}$$

$$\rho_m\left(\frac{\partial v_m}{\partial t} + v_m\frac{\partial v_m}{\partial z}\right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_m g\sin\theta + \frac{2f\rho_m v_m|v_m|}{d} \tag{22}$$

$$v_g = C_0 v_m + v_d \tag{23}$$

где A – площадь сечения трубы, α_i – объемные доли фаз (в скважинной гидродинамике принято обозначать объемные доли греческими буквами, в то время как при моделировании течений в трещинах используется обозначение C_p для концентрации частиц и C_i для объемных долей жидкостей), $v_m = \alpha_g v_g + \alpha_l v_l$ – среднеобъемная скорость смеси, $\rho_m = \alpha_g\rho_g + \alpha_l\rho_l$ – плотность смеси, $f = f\left(\alpha_g, v_m, p\right)$ – коэффициент трения, d – диаметр трубы, θ – угол между осью трубы и горизонталью.

В то же время показано, что известная модель дрейфа, в которой единственное уравнение закона сохранения импульса смеси записано в виде суммы уравнений сохранения импульса фаз, следует из законов сохранения лишь при наложении условия, что масштаб задачи много больше масштаба релаксации скоростей фаз, и, таким образом, является более общей.

В разделе 5.2 предложена общая модель многофазного течения в скважине, основанная на комбинации многоконтинуального подхода и модели дрейфа. Гибкая формулировка модели позволяет моделировать течения с произвольным количеством фаз и компонент с учетом обмена массой и импульсом между фазами. Ограничением является достаточное количество необходимых замыкающих соотношений, откалиброванных относительно лабораторных данных. Структура модели формализована в виде графа. Различные уровни графа соответствуют несмешивающимся фазам в каждой жидкости. Верхний уровень графа представляет собой смесь. Жидкости (флюиды), расположенные на втором уровне графа, описываются отдельными уравнениями закона сохранения импульса, в то время как компоненты, расположенные на нижних уровнях графа, описываются моделью дрейфа, основанной на предположении о безынерционном проскальзывании фаз. Ребра графа представляют соотношения между смесью, жидкостями, компонентами. Модель представляет собой обобщение известных многожидкостных моделей и моделей дрейфа, которые, таким образом, оказываются частными случаями предложенной модели.

В разделе 5.3 проведен анализ гиперболичности многожидкостной модели и предложено замыкание, обеспечивающее ее гиперболичность в диапазоне параметров, характерном для приложений. В рамках многоконтинуального подхода осредненные по сечению трубы одномерные нестационарные уравнения сохранения массы и импульса для каждой из фаз, дополненные соотношением на объемные доли и уравнениями состояния фаз, имеют вид:

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_i\rho_i u_i)}{\partial x} = 0, \quad i = l, g \tag{24}$$

$$\frac{\partial(\alpha_i\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_i\rho_i u_i^2)}{\partial x} = -\alpha_i\frac{\partial p}{\partial x} + \alpha_i\rho_i g\sin\theta + F_i^p + F_i^\tau, \tag{25}$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \tag{26}$$

$$\rho_i = \rho_i(p). \tag{27}$$

Здесь x – координата вдоль трубы; индексы l, g относятся к жидкой и газовой фазам соответственно; α_i, ρ_i, u_i – осредненные значения объёмных долей, плотностей и скоростей фаз; p – осредненное давление, которое предполагается одинаковым в обеих фазах; θ — угол наклона трубы к горизонтали, F_i^p — силы межфазного взаимодействия за счёт давления (далее, межфазные силы давления) для i-й фазы, F_i^τ – силы трения, включающие в себя силы межфазного трения и трения о стенку. Во многих инженерных моделях для замыкания системы предполагается, что $F_i^p = 0$, а F_i^τ — это алгебраические функции параметров α_i, ρ_i, u_i, аппроксимирующие экспериментальные измерения трения. В рамках сформулированных предположений система вида (24)-(27) оказывается негиперболической.

Рассмотрены две модификации классической двухжидкостной модели, описывающей нестационарное двухфазное течение в длинном трубопроводе: модель с учётом градиента уровня жидкой фазы и модель с учётом межфазных сил давления.

За счет гидростатического распределения давления в слое жидкости при расслоенном течении в окологоризонтальной скважине в правой части уравнения на импульс для жидкой фазы (25) появится дополнительное слагаемое с учетом градиента уровня жидкости:

$$-\alpha_l \rho_l g \sin\theta \frac{\partial h_l}{\partial x}.$$

В модели с учетом градиента уровня жидкой фазы в случае несжимаемых сред аналитически найдено безразмерное условие, обеспечивающее исходной системе уравнений гиперболичность. Для течения типа нефть-газ для различных углов наклона построены графики с областями гиперболичности системы в пространстве определяющих параметров течения. Показано, что данная модификация классической двухжидкостной модели является гиперболической лишь в узком диапазоне значений определяющих параметров (Рис. 10, *a*).

Слагаемое за счет межфазных сил давления на интерфейсе имеет вид:

$$F_i^p = -p_I \frac{\partial \alpha_i}{\partial x}, \quad p_I = \chi \frac{\alpha_l \alpha_g \rho_l \rho_g}{\alpha_l \rho_g + \alpha_g \rho_l}(u_l - u_g)^2, \tag{28}$$

Проведен характеристический анализ модели в безразмерной форме с учётом межфазных сил давления. В случае сжимаемых сред предложено замыкающее соотношение для давления на интерфейсе. В широком диапазоне значений параметров задачи, характерных для различных течений (в том числе нефтегазовых), построены области вещественных корней характеристического уравнения. Получена таблица, где для заданного типа течения приведены оптимальное замыкающее соотношение и максимальное рассогласование скоростей фаз, вплоть до которой характеристическое уравнение имеет только действительные корни и система остается гипербо-

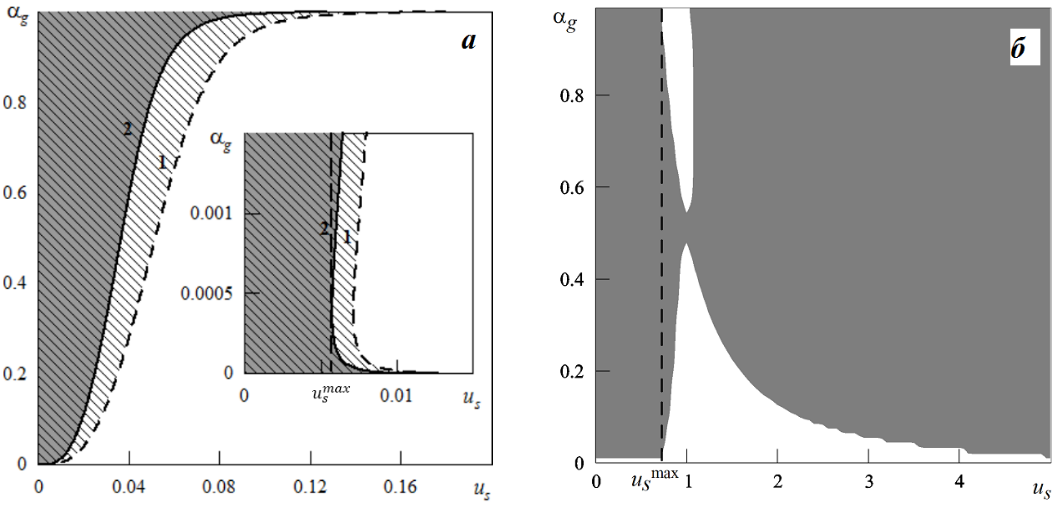

Рис. 10: Серым цветом показаны области гиперболичности многожидкостной модели с учетом градиента уровня жидкости для течения типа нефть-газ ($d = 0.1$ м) и $\theta = 0°$ (область 1), $\theta = 60°$ (область 2) (*а*). Скорость проскальзывания фаз u_s отнесена к скорости звука в газе, максимальная скорость проскальзывания u_s^{max} отмечает границу области гиперболичности. Вид области гиперболичности для параметров течения типа нефть-газ (*б*).

лической (Рис. 10, *б*). При $\chi = 2.1$ слагаемое за счет давления на интерфейсе (28) обеспечивает гиперболичность многожидкостной модели (24)-(27) во всем диапазоне параметров, существенном для приложений к очистке скважин после применения технологии ГРП.

Каждая глава завершается разделом со списком основных результатов и перечнем публикаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе выполненных автором исследований в работе сформулированы и обоснованы научные положения, совокупность которых можно квалифицировать как новое крупное научное достижение в механике многофазных сред, связанное с развитием моделей многофазных течений применительно к описанию различных стадий технологии гидроразрыва, используемой для интенсификации добычи углеводородов.

Основные новые результаты и выводы работы: построено семейство самосогласованных гидродинамических моделей для описания многофазных течений на всех стадиях технологии гидроразрыва пласта, включая течение суспензии по трещине, поперечную миграцию и осаждение частиц в трещине, фильтрацию углеводородов в закрытой трещине по направлению к скважине и газожидкостные течения в скважине при старте добычи. В том числе:

1. Построена новая квазидвумерная двухконтинуальная модель течения суспензии в узкой вертикальной трещине с учетом двухскоростных эффектов. Проведено обобщение модели на случай течения суспензии с пределом текучести. Модель позволяет описывать следующие процессы: течение суспензии с гравитационным осаждением отдельных частиц, рост осадка частиц на дне трещины, гравитационную конвекцию суспензии в целом, развитие неустойчивости Сэфмана-Тейлора на интерфейсе между жидкостями или суспензиями различной реологии. Проведена валидация модели относительно четырех различных наборов экспериментальных данных в ячейках Хеле-Шоу: (i) гравитационное оплывание, (ii) неустойчивость фронта при вытеснении раствора глицерина водой, (iii) вытеснение вязкопластической жидкости водой и гелями и (iv) осаждение частиц с ростом осадка на дне трещины.

2. Построена многомасштабная модель миграции частиц при течении разреженной суспензии в трещине гидроразрыва, включающая вывод формулы для боковой силы на одиночную частицу, миграцию частиц в начальном участке плоского канала на стадии формирования профиля Пуазейля и миграцию осаждающихся частиц в развитом течении Пуазейля в плоском канале. С помощью полного лагранжева метода получено решение уравнений двухфазного пограничного слоя с учетом боковой силы Сэфмана на частицу с поправкой на влияние стенки. Полученные решения для профиля числовой плотности частиц в области установившегося течения содержат локальные максимумы, которые являются обобщением эффекта Сегре-Зильберберга на случай инерционных частиц. Выведены осреднённые уравнения квазидвумерной модели транспорта суспензии в трещине с учетом неоднородного поперечного профиля концентрации частиц, формирующегося за счет поперечной миграции частиц. Таким образом, проведено обобщение двухконтинуальной модели с учетом эффектов поперечной миграции частиц.

3. Применительно к течениям углеводородов в упаковке гранулированного материала в закрытой трещине построена трехконтинуальная модель фильтрации суспензии в пористой среде с учетом осаждения (захвата) и мобилизации частиц в порах, что приводит к повреждению и восстановлению проницаемости и пористости.

4. Для замыкания модели фильтрации суспензии, на основе серии расчетов трехмерного течения вязкой несжимаемой жидкости в упаковке несферических частиц методом решеточного уравнения Больцмана, впервые в широком диапазоне пористости получена степенная зависимость безразмерной проницаемости от пористости. Данная зависимость прошла верификацию относительно расчетов уравнений Навье-Стокса в инерционном режиме фильтрации с помощью другого численного метода и валидацию на значительном наборе экспериментальных данных.

5. Построена комбинированная квазиодномерная модель для многофазных газожидкостных течений в длинных скважинах и трубопроводах, основанная на совместном применении полного многоконтинуального подхода и упрощенной модели дрейфа. Проведен анализ гиперболичности двухжидкостной модели и предложено замыкание, гарантирующее гиперболичность модели в диапазоне параметров, существенном для приложений.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в журналах из перечня ВАК, а также в рецензируемых изданиях на английском языке, индексируемых в системах Scopus и Web of Science:

1. Осипцов А.А. Автоколебания плоского фонтана при отсутствии начального затопления // Вестник Московского университета, Сер. 1. Математика. Механика. 2005. Т. 60. N2. С. 59-62.

2. Osiptsov A.A., Asmolov E.S. Asymptotic model of the inertial migration of particles in a dilute suspension flow through the entry region of a channel // Phys. Fluids, 2008. V. 20, N1–2, 123301, P. 1-15.

3. Asmolov E.S., Osiptsov A.A. The inertial lift on a spherical particle settling in a horizontal viscous flow through a vertical slot // Phys. Fluids, 2009. V. 21, 063301, P. 1-9.

4. Асмолов Е.С., Лебедева Н.А., Осипцов А.А. Инерционная миграция осаждающихся частиц при течении суспензии в ячейке Хеле-Шоу // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 3. С. 85-101.

5. Боронин С.А., Осипцов А.А. Двухконтинуальная модель течения суспензии в трещине гидроразрыва // Докл. РАН. 2010. Т. 431. № 6. С. 758-761.

6. Krasnopolsky B.I., Starostin A.B., Osiptsov A.A., Multi-fluid pipe flow model for analysis of wellbore dynamics // AIP Conference Proceedings, 2012. V. 1479, Issue 1, P. 99-103. DOI: 10.1063/1.4756072.

7. Starostin A.B., Osiptsov A.A., Krasnopolsky B.I., Modelling multiphase flows in a wellbore using multi-fluid approach // ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition Proceedings (IMECE), 2012. V. 7, P. 2429-2435. DOI: 10.1115/IMECE2012-86253.

8. Osiptsov A.A., Spesivtsev P.E., Sinkov K.F. Comparison of drift-flux and multi-fluid approaches to modeling of multiphase flow in oil and gas wells // WIT Transactions on Engineering Sciences, 2013. V. 79, P. 89-99. DOI: 10.2495/MPF130081.

9. Boronin S.A., Osiptsov A.A., Desroches J., Flows of particle-laden Bingham fluids in a Hele-Shaw cell // WIT Transactions on Engineering Sciences, 2013. V. 79, P.135–146. DOI: 10.2495/MPF130121.

10. Theuveny B., Mikhailov D., Osiptsov A. A., et al., Integrated approach to simulation of near-wellbore and wellbore cleanup // Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2013. V. 7, P. 5100-5127. SPE paper 166509-MS. DOI: 10.2118/166509-MS.

11. Krasnopolsky B.I., Starostin A.B., Spesivtsev P.E., Shaposhnikov D., Osiptsov A.A., Combined multi-fluid and drift-flux approaches for analysis of pipe flows // AIP Conference Proceedings, V. 1558, 2013, P. 240-244. DOI: 10.1063/1.4825465.

12. Боронин С.А., Осипцов А.А. Влияние миграции частиц на течение суспензии в трещине гидроразрыва // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 2. С. 80-94.

13. Осипцов А.А., Синьков К.Ф., Спесивцев П.Е. Обоснование модели дрейфа для двухфазных течений в круглой трубе // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 60-73.

14. Osiptsov A. A., Sinkov K. F., Spesivtsev P. E. Simulation of particles transport in multiphase pipe flow for cleanup of oil and gas wells //Proceedings – 19th International Conference on Hydrotransport, Colorado, USA, 24 - 26, September 2014. — BHR Group Limited. — P. 5–16.

15. Boronin S.A., Osiptsov A.A., Desroches J. Displacement of yield-stress fluids in a fracture // Int. J. Multiphase Flow, 2015. V. 76, P. 47–63.

16. Боронин С.А., Осипцов А.А., Толмачева К.И. Многоконтинуальная модель фильтрации суспензии в пористой среде // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 6. С. 50-62.

17. Жибаедов В.Д., Лебедева Н.А., Осипцов А.А., Синьков К.Ф. О гиперболичности одномерных моделей нестационарного двухфазного течения в трубопроводе // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 1. С. 55-68.

18. Krasnopolsky B.I., Starostin A.B., Osiptsov A. A. Unified graph-based multi-fluid model for gas–liquid pipeline flows // Computers & Mathematics with Applications Journal, 2016. V. 72(5), P. 1244-1262.

19. Osiptsov A.A., et al., Insights on overflushing strategies from a novel modeling approach to displacement of yield-stress fluids in a fracture // Proceedings - SPE Annual Technical Conference and Exhibition, 2016. P. 1-18. DOI: 10.2118/181454-MS.

20. Osiptsov A.A. Hydraulic fracture conductivity: effects of non-spherical proppant from lattice-Boltzmann simulations and lab tests // Advances in Water Resources Journal. 2017. V. 104, P. 293-303. DOI: 10.1016/j.advwatres.2017.04.003.

21. Osiptsov A.A., A new permeability-porosity correlation for granular packs of non-spherical particles, from LBM simulations and lab tests // Proceedings

– 79th EAGE Conference & Exhibition. 2017, June 11-15, Paris France. European Association of Geoscientists and Engineers. P. 1-4. DOI: 10.3997/2214-4609.201701436.

22. Osiptsov A.A., Boronin S.A., Desroches J. Modeling of the displacement of yield-stress suspensions in a hydraulic fracture // Proceedings – 79th EAGE Conference & Exhibition. 2017, June 11-15, Paris France. European Association of Geoscientists and Engineers. P. 1-4. DOI: 10.3997/2214-4609.201701325.

23. Tolmacheva K.I., Boronin S.A., Osiptsov A.A. Multi-fluid model for suspension filtration in porous media: effects of particle trapping and mobilization // WIT Transactions on Engineering Science, V. 115, 2017. ISBN 978-1-78466-196-0.

24. Osiptsov A.A. Fluid mechanics of hydraulic fracturing: a review // Journal of Petroleum Science & Engineering. 2017. V. 156, P. 513-535. DOI: 10.1016/j.petrol.2017.05.019.

Патенты:

25. Боронин С.А., Осипцов А.А. Способ гидроразрыва малопроницаемого подземного пласта // Патент РФ N 2 402 679 от 14.10.2008.

26. Коротеев Д.А., Осипцов А.А., Способ гидроразрыва пласта // Патент РФ N 2 464 417 от 21.12.2010.

27. Osiptsov A.A., Boronin S.A., Method for hydraulically fracturing a low permeability subsurface formation // US patent 8,327,940 granted on 11.12.2012.

28. Осипцов А.А., Старостин А.Б. Способ повышения точности измерений расхода многофазной смеси // Патент РФ N 2 554 686 от 18.10.2013.

29. Osiptsov A.A., D. Koroteev D.A., Method of a formation hydraulic fracturing// US Patent 8,967,251 granted on 03 March 2015.

30. Кучук Ф.Д., Тевени Б., Осипцов А.А., Бутула К., Способ ориентирования трещин гидравлического разрыва в подземном пласте, вскрытом горизонтальными стволами // Патент РФ N 2 591 999 от 21.04.2015.