На правах рукописи

Мальцев Виктор Васильевич

РАЗРАБОТКА И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ АПРОБАЦИЯ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Новосибирск – 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)» (ФГБОУ ВО «НГАСУ (Сибстрин)»)

Научный руководитель:	Адищев Владимир Васильевич,					
	доктор технических наук, профессор кафедры					
	строительной механики ФГБОУ ВО					
	«Новосибирский государственный архитектурно-					
	строительный университет (Сибстрин)»					

Официальные опоненты: Герасимов Сергей Иванович доктор технических наук, заведующий кафедрой строительной механики ФГБОУ ВО «Сибирский государственный университет путей сообщения»

> Резников Борис Самуилович доктор технических наук, профессор кафедры инженерной математики ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный технический университет»

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Томский государственный архитектурно-строительный университет»

Защита состоится «28» октября 2019 г. в 15:30 часов на заседании диссертационного совета Д 003.054.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. академика Лаврентьева, 15. Факс: (383)-333-16-12, е-mail: kurguzov@hydro.nsc.ru.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, www.hydro.nsc.ru.

Автореферат разослан «____» августа 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, доктор физ.-мат. наук

В.Д. Кургузов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Железобетонные конструкции являются наиболее широко распространенными в строительной практике, а требования повышения адекватности расчета и возможности оптимизации возрастают при современном отходе от типовых конструктивных решений. Расчет и конструирование железобетонных элементов сопряжены с преодолением целого ряда трудностей, связанных с необходимостью учета не до конца исследованных физических явлений (взаимодействие арматуры и бетона, физическая нелинейность поведения бетона, образование трещин и др.).

Проблема развития теории расчета железобетонных элементов, одна из наиболее актуальных на сегодняшний день. Последние десятилетия направление рационализации алгоритмов расчета элементов из данного материала развивается крайне медленно, по сравнению с предыдущими десятилетиями. При этом речь идет не только о отечественных исследованиях, посвященных теории расчета железобетонных элементов, но и о работах зарубежных «партнеров».

Несмотря на то, что в России в 2012 г. научно-исследовательский, проектноконструкторский и технологический институт бетона и железобетона им. А.А. Гвоздева (НИИЖБ) утвердил новые нормы проектирования железобетонных конструкций и внедрил свод правил расчета железобетонных элементов, носящий рекомендательный характер, качественно структура представленного алгоритма расчета осталась прежней. Под структурой понимается разделение расчета элементов по двум группам предельных состояний.

В соответствии с теорией В.И. Мурашева с возрастанием нагрузок при изгибе железобетонное сечение проходит несколько стадий напряженно-деформированного состояния, качественно отличающихся друг от друга. При этом различаются так называемые предельные состояния, а методы расчета по двум группам предельных состояний базируются на противоречивых гипотезах и предположениях. Каждая стадия описывается уравнениями равновесия и соответствующими гипотезами, а изменение параметров сечения в процессах перехода из одного состояния в другое учитывается с помощью эмпирических коэффициентов. В действительности при образовании трещины происходит не только «катастрофическое» изменение напряженно-деформированного состояния в сечении с трещиной, но и собственно изменение самой конструкции. Расчет по двум группам предельных состояний практически игнорирует реальные физические свойства бетона, а также не учитывает особенности напряженно-деформированного состояния и физически адекватные условия перехода из одного состояния в другое. Переход из 1-й стадии (до образования трещины) во 2-ю (эксплуатационную) обусловлен достижением деформацией крайнего растянутого волокна бетона предельного (строго говоря, условного) значения. В действительности разрушение не может происходить в точке. Разрушение происходит, если в некотором объеме материала уровень накопленных микроповреждений достигает своего критического значения. Условия перехода из эксплуатационной стадии в стадию разрушения (гипотетическую) в теории сопротивления железобетона не определяются. Таким образом, «сквозной» расчет от начала нагружения до потери несущей способности железобетонного элемента в рамках этой теории невозможен.

В качестве альтернативы методам расчета по предельным состояниям В.М. Митасовым и В.В. Адищевым был предложен подход к расчету изгибаемых железобетонных элементов с использованием энергетических соотношений. Задача о возникновении, стабилизации и росте трещин в изгибаемых железобетонных элементах была сформулирована физически адекватно.

При оценке несущей способности, жесткости и трещиностойкости железобетонного элемента интерес представляет только эксплуатационная стадия, а именно, начало этой стадии (возникновение трещины) и окончание (потеря несущей способности). Следовательно, проблема физически адекватного описания напряженнодеформированного состояния железобетонных конструкций на всех стадиях нагружения выходит на первый план.

В настоящей работе разработан численно-аналитический метод определения прогибов до момента образования трещины с использованием диаграмм деформирования материалов железобетона (сталь и бетон). Учет физической нелинейности с помощью диаграмм деформирования является более корректным, чем применение поправочных коэффициентов. Также решен ряд второстепенных задач по определению зоны краевого эффекта, на основании которых в дальнейшем планируется создание «сквозного» алгоритма расчета по определению действительного деформированного состояние в изгибаемых железобетонных элементах с трещинами.

В последние десятилетия появилось большое количество расчетных комплексов для решения задач механики деформированного твердого тела, основанных на использовании метода конечных элементов (МКЭ), предложенного Р. Курантом и А.П. Хренниковым. Возможность суперэлементного моделирования (ANSYS, SAMTECH, SCAD, ЛИРА-САПР, STARK ES и др.) позволяет эффективно решать задачи большой размерности. Основная идея метода суперэлементов (метод подструктур), сформулированная Е.С. Пржеминицким, К. Мейснером, Р.П. Федоренко и др., состоит в независимости расчета отдельных суперэлементов (подструктур) с помощью МКЭ и последующего учета их взаимодействия.

Создание численно-аналитических алгоритмов «сквозных» расчетов по определению реального деформированного состояние в изгибаемых, сжатых и сжатоизогнутых элементах позволит создавать «аналитические суперэлементы» в рамках модифицированного метода подструктур («метод аналитических подструктур») из ригелей и колонн, а также из их совокупности в виде рам. Остальные конструктивные элементы (перекрытия и стены) в рамках модифицированного метода подструктур будут рассчитываться МКЭ. Идея модифицированного метода подструктур заключается в проведении расчета не для всей конструкции в целом, а для совокупности иерархически связанных конструктивных элементов в виде «аналитических суперэлементов», объединяющихся в полную конструкцию с использованием МКЭ.

Таким образом, проблема создания алгоритмов «сквозных» расчетов по определению деформированного состояние в изгибаемых элементов является актуальным и перспективным направлением исследования. Степень разработанности темы. В середине прошлого века наметилась тенденция развития теории сопротивления железобетона отдельно от механики деформируемого твердого тела. Это нашло отражение в большом количестве исследований железобетонных элементов с целью получения количественных характеристик работы конструкций на разных стадиях нагружения (до и после образования трещины, а также на стадии разрушения). Вопросы, связанные с физической природой происходящих процессов, при переходе от одной стадии нагружения до другой в полной мере не рассматривались, а учитывались только с помощью эмпирических коэффициентов. В свою очередь развитие механики деформируемого твердого тела без тесного соприкосновения с теорией сопротивления железобетона привела к тому, что появилось большое количество гипотетических моделей для определения напряженно-деформируемого состояния в элементах конструкции, которые не учитывают особенности железобетона (взаимодействие стали и бетона, трещиностойкость и др.).

Главной причиной, сдерживающей внедрение «сквозного» расчета, свободного от противоречий расчета по предельным состояниям, является явно недостаточная степень разработанности данного направления, заключающаяся в отсутствии необходимых исследований, постановок, методов и расчетных алгоритмов решения наиболее важных практических задач на стадиях от начала нагружения до потери несущей способности железобетонного элемента с точки зрения комплексного подхода, включающего в себя достижения, как теории сопротивления железобетона, так и строительной механики.

Цель диссертационной работы заключается в разработке и экспериментальной апробации численно-аналитических методов расчета железобетонных конструктивных элементов с учетом физической нелинейности поведения бетона, а также наличия трещин на основе применения нелинейных диаграмм деформирования бетона и арматуры.

Для осуществления поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. Выполнить анализ методик, применяемых для расчета железобетонных элементов от начала нагружения до потери несущей способности.

2. Разработать и выполнить программную реализацию алгоритмов численноаналитического метода определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейных диаграмм деформирования бетона до момента трещинообразования.

3. Разработать и выполнить программную реализацию алгоритмов численноаналитического метода определения зоны краевого эффекта при вытягивании арматурного стержня, замоноличенного в матрицу.

4. Произвести экспериментальную апробацию предложенных численноаналитических методов, в том числе с помощью численного моделирования в программном комплексе ANSYS (ПК ANSYS).

5. Провести экспериментальное исследование балок с заранее организованными трещинами с использованием поляризационно-оптического метода. Осуществить сравнение полученных экспериментальных данных с результатами численного моделирования в ПК ANSYS. **Объект исследования** – статически определимые армированные и неармированные балки с кратковременным характером нагружения; пластины с замоноличенным армирующим элементом.

Предмет исследования – напряженно-деформируемое состояние изгибаемых армированных и неармированных балок; методики определения прогибов и зоны краевого эффекта в окрестности трещины.

Научная новизна исследования:

1. Разработан и программно-реализован алгоритм численно-аналитического метода определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейной диаграммы деформирования бетона до момента трещинообразования. Проведена экспериментальная апробация предложенного численно-аналитического метода.

2. Проведены экспериментальные исследования с целью определения зоны краевого эффекта армирующего элемента при вытягивании из матрицы связующего с использованием поляризационно-оптического метода.

3. Разработан и программно реализован алгоритм численно-аналитического метода определения зоны краевого эффекта арматурного стержня замоноличенного в матрицу при вытягивании. Результаты расчетов по разработанной методике хорошо согласуются с экспериментальными данными, а также с результатами численного моделирования в ПК ANSYS.

4. Проведено экспериментальное исследование балок с заранее организованными трещинами с использованием поляризационно-оптического метода. Данные численного моделирования подтвердили экспериментально полученный результат о независимости длины зоны краевого эффекта от прикладываемой нагрузки.

5. Предложен и апробирован оригинальный способ численного моделирования балки в окрестности трещины с помощью жесткого контакта типа «bonded».

6. Доказано предположение о существовании плоскости в продольном направлении балки с заранее организованными трещинами, в котором распределение продольных деформаций не зависит от изменения плотности армирования на всех участках по длине балки кроме области в окрестности трещин.

Теоретическая и практическая значимость результатов исследования.

Проведенное исследование полностью укладывается В предложенную В.М. Митасовым и В.В. Адищевым концепцию алгоритма «сквозного» расчета железобетонных элементов. Разработан численно-аналитический метод определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейной диаграммы деформирования бетона на стадии деформирования до образования трещины. Решен ряд задач-предпосылок необходимых второстепенных создания численнодля аналитических расчетов на стадии возникновения и стабилизации первичной трещины. Предложенные численно-аналитические методы можно использовать для создания и расчета «аналитических суперэлементов» в рамках модифицированного метода подструктур.

Разработанный численно-аналитический метод определения зоны краевого эффекта арматурного стержня замоноличенного в матрицу при вытягивании, позволяет оценить эффективную длину стержня при возникновении проскальзывания в матрице связующего.

Предложен оригинальный способ численного моделирования балки в окрестности трещины, обеспечивающий возможность создания однотипной структурированной сетки по всей длине образца, с помощью жесткого контакта типа «bonded».

Теоретическая и практическая значимость выполненных разработок подтверждается поддержкой грантов РФФИ: проект № 13-08-00633 «Разработка и экспериментальная апробация методов оценки несущей способности и трещиностойкости железобетонных изгибаемых элементов», руководитель В.В. Адищев, 2013-2015 гг; проект № 16-08-00975 «Разработка методов оценки несущей способности и трещиностойкости железобетонных элементов конструкций с учетом высокой степени неопределенности свойств материалов», руководитель В.В. Адищев, 2016-2017 гг.; проект № 18-31-00103 «Разработка математической модели деформирования бетона как структурно-неоднородного материала», руководитель М.Н. Данилов, 2018-2019 гг.

Практическая значимость результатов исследования подтверждается актами внедрения в следующих проектных организациях города Новосибирска: ООО «Девали», ООО «Астра-Проект», ООО «АРТ-Проект», ООО ПСК «СИБКОНТРФОРС.

Методология и методы диссертационного исследования. В диссертационном исследовании применены методы и методологические принципы: системного подхода, позволяющего раскрыть в целостности и взаимосвязи многообразие проявлений изучаемого объекта; моделирования – как способа исследования объекта, его основных свойств, законов движения и взаимодействия с внешней средой путем построения и изучения моделей; эмпирического подхода, связанного с постановкой проверок разработанной теории на практике. Работа характеризуется научно обоснованной постановкой проблемы исследования, которая может быть реализована практически с получением новых научных результатов, законченностью и цельностью исследования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Результаты экспериментальных исследований с использованием поляризационно-оптического метода по определению зоны краевого эффекта армирующего элемента при вытягивании из матрицы.

2. Результаты экспериментальных исследований с использованием поляризационно-оптического метода по определению напряженно-деформированного состояния в балках с заранее организованными трещинами.

3. Алгоритм и программная реализация численно-аналитического метода определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейных диаграмм деформирования бетона до момента трещинообразования. Определенное численноаналитическим методом напряженно-деформированное состояние хорошо согласуется с результатами численного моделирования в ПК ANSYS, а также с экспериментальными данными.

4. Алгоритм и программная реализация численно-аналитического метода определения зоны краевого эффекта при вытягивании арматурного стержня, замоноличенного в матрицу. Проведенные экспериментальные исследования с использованием поляризационно-оптического метода, а также численное моделирование в ПК ANSYS подтверждают эффективность предложенного метода. 5. Оригинальный способ численного моделирования балки в окрестности трещины, обеспечивающий возможность создания однотипной структурированной сетки по всей длине образца, с помощью жесткого контакта типа «bonded».

6. Результаты численного моделирования в ПК ANSYS, на основании которых сделан вывод о существовании плоскости в продольном направлении балки с заранее организованными трещинами, в которой распределение продольных деформаций не зависит от плотности армирования на всех участках по длине балки кроме области в окрестности трещин.

Достоверность экспериментальных результатов обеспечена применением метрологически поверенных приборов и установок, достаточной воспроизводимостью экспериментальных величин, сравнением их с аналогичными результатами, полученными отечественными и зарубежными учеными. Расчетные предпосылки основаны на анализе обширных экспериментальных данных о поведении материалов и конструкций. Достаточная точность расчетной методики подтверждена удовлетворительным совпадением теоретических и экспериментальных данных.

Апробация результатов исследования. Основные результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались: на VIII Всероссийской научнотехнической конференции «Актуальные вопросы строительства» (Новосибирск, 2015); на XI Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 2015); на Международной научной конференции «Инновационные пути развития железобетона» (Новосибирск, 2016); на IX Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные вопросы строительства» (Новосибирск, 2016); на 4-ой Всероссийской конференции «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (Новосибирск, 2017); на VII Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (Новосибирск, 2018).

Публикации. По материалам диссертационной работы опубликовано 14 печатных работ, включая 9 статей в журналах, входящих в перечень ВАК, а также в 1 статье в журнале, индексированном в информационно-аналитической системе научного цитирования Scopus.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 110 наименований, а также 3 приложений. Текст диссертации изложен на 159 страницах, включает в себя 15 таблиц и 63 рисунка.

Автор выражает благодарность всем, кто принял участие в подготовке, представлении, публичной защите и обсуждении данной диссертационной работы. Особая благодарность и признательность научному руководителю доктору технических наук, профессору Владимиру Васильевичу Адищеву за неоценимую помощь на всех этапах выполнения диссертации. Во введении обосновывается актуальность темы исследования и дается общая характеристика работы.

В первой главе выполнен анализ литературных источников, посвященных способам аппроксимации диаграмм деформирования бетона. Предложения по учету криволинейной эпюры напряжений-деформаций бетона в явном виде представлены А.Н. Бамбуры, работах В.В. Адищева, В.Я. Бачинского, В.Н. Байкова, В В.М. Бондаренко, А.Б. Голышева В.А. Ерышева, А.С. Залесова, Ю.С. Завьялова, И.С. Кроль, Б.И. Квасова, Н.И. Карпенко, Л.Н. Лемыша, М.А. Логуновой, В.Л. Мирошниченко, В.М. Митасова, В.В. Михайлова, В.И. Мурашева, Г.В. Мурашкина, Я.М Немировского, Н.Н. Попова, О.В. Радайкина, В.И. Римшина, В.В. Роота, Э.Е. Сигалова, Б.С. Соколова, Д.Г. Суворкина, Д.А. Федорова и д.р.

Дополнительно рассмотрены способы аппроксимации диаграмм деформирования бетона рекомендуемые отечественными и зарубежными нормативными документами. В частности, использованы в расчетах рекомендованные СП 63.13330.2012 двухлинейные и трехлинейные диаграммы деформирования, а также криволинейная диаграмма Н.И. Карпенко, описанная одной аналитической функцией.

Наиболее простым и эффективным способом аппроксимации диаграмм бетона является сплайн-функции. Универсальность данного метода позволяет с равным успехом аппроксимировать диаграммы бетона и арматуры (рисунок 1). Аналитическое описание диаграмм деформирования бетона и арматуры сплайн-функциями представлено в работах В.В. Адищева, Ю.С. Завьялова, Б.И. Квасова, В.Л. Мирошниченко, В.М. Митасова, В.В. Роота и др.



Рисунок 1 – Диаграмма деформирования, описанная сплайн функциями: бетона (а); стали (б)

Узлы интерполяции (рисунок 1), необходимые для построения аппроксимирующих функций, определяются экспериментально. При определении физикомеханических характеристики бетона (прочность, предельные деформации при растяжении и сжатии) экспериментально наблюдается большой разброс данных, до 50% которых во многих случаях не удовлетворяют нормальному закону распределения. Это объясняется тем, что бетон являются структурно-неоднородным материалом, представляющий собой многофазную среду, включающую в себя цементный камень, заполнители, имеющие различные физико-механические характеристики. В монографии И.Н. Ахвердова приведены физические свойства заполнителей, влияющие на технологические параметры бетона, рассмотрено влияние различных способов воздействия на бетонную смесь, обусловливающих деформативность и прочность бетона. Решение данной проблемы в литературе практически не освещено, за исключением работы В.В. Адищева и Д.С. Шмакова в которой был предложен альтернативный вероятностно-статистическому подходу метод построения диаграмм деформирования в виде нечетких функций. Существенным достоинством данного способа является возможность обработки экспериментальных данных, которые не удовлетворяют известным законам распределения (биномиальный, нормальный (Гаусса), логнормальный, Пуассона и др.).

Анализ литературных источников показал, что на данный момент не существует методик, позволяющих проводить «сквозной» расчет железобетонных элементов от начала нагружения до потери несущей способности. Это объясняется тем, что большинство экспериментальных исследований железобетонных конструкций проводилось с целью получения количественных данных об их сопротивлении на каждой стадии нагружения (до и после момента трещинообразования, а также на стадии разрушения) без учета вопросов, связанных с физической природой происходящих процессов. Исследованиям в данном направлении посвящены работы Н.М. Абрамова, Б.Н. Акимова, Ю.В. Астахова, И.Н. Ахвердова, А.Н. Бамбуры, В.Я. Бачинского, Н.А. Белелюбского, Н.Б. Богуславского, В.М. Бондаренко, С.С. Ватагина, А.А. Гвоздева, А.Б. Голышева, С.И. Дружинина, В.А. Ерышева, Д.Ф. Жаринцева, Н.И. Карпенко, А.А. Котова, И.С. Кроль, А.С. Кудашева, О.Г. Кумпяка, А.Ф. Лолейта, И.И. Лучко, В.Л. Мирошниченко, В.М. Митасова, Г.В. Мурашкина, В.В. Михайлова, В.И. Мурашева, Я.М Немировского, В.С. Плевкова, И.С. Подольского, В.П. Полищука, Н.Н. Попова, О.В. Радайкина, В.М. Тихомирова, С.И. Рудницкого, А.С. Самошкина, Э.Е. Сигалова, В.В. Скочеляса, А.Е. Смольского, Б.С. Соколова, М.М. Холмянского, В. Budiansky, A.G. Evans, J.W. Hutchinson и многих др.

Существующие расчетные комплексы (ANSYS, SAMTECH, SCAD, ЛИРА-САПР, STARK ES и др.), основанные на использовании МКЭ, используемые для расчета и проектирования строительных конструкций, не позволяют производить «сквозной» расчет железобетонных конструкций в явном виде. Это связано с тем, что при расчете железобетонных конструкций одним из основных условий адекватности расчета является учет нелинейности деформирования бетона при нагружении. В работах А.С. Городецкого предлагается учитывать физическую нелинейность с помощью применения метода подструктур (суперэлементов), который представляет собой рекурсивный расчет с расчленением всей системы на подсистемы – суперэлементы. Предлагается процедура построения матрицы жесткости стержня на *m*-м шаге или на *n*-й итерации. Изменение жесткостных характеристик сечений по длине обусловлено нелинейной работой материала и изменением усилий по длине стержня. То есть в действительности стержень (ригель или колонна) из неупругого материала представляется в виде упругого стержня с переменными жесткостями. Создание алгоритмов «сквозного» расчета, свободных от противоречий расчета по предельным состояниям стало возможно на основе энергетического подхода к расчету железобетонных элементов, предложенного В.М. Митасовым и В.В. Адищевым. Алгоритм «сквозного» расчета предполагает расчет сечения железобетонной элемента с помощью иерархических моделей от начала нагружения до потери несущей способности. Условия перехода от одной стадии к другой имеют в своей основе уравнения энергетического баланса, в которые входит дополнительная работа внешних сил. Решение задачи определения прогибов балки и представление функции прогиба в виде аналитических аппроксимаций становятся одними из основных задач при разработке указанных выше математических моделей.

Вторая глава посвящена численно-аналитическим решениям. В параграфе 2.1 предложен численно-аналитический метод определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейной диаграммы деформирования бетона до момента трещинообразования. Рассмотрена железобетонную балка прямоугольного сечения шириной b и высотой h, армированную одним семейством арматуры площадью A_s в зоне растяжения.

Уравнения равновесия расчетного сечения до момента образования трещины в безразмерных величинах имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\xi}{\varepsilon_b} \int_{\varepsilon_b}^{\varepsilon_{bt}} \overline{\psi}(\varepsilon) d\varepsilon = \mu_s \overline{\phi}(\varepsilon_s), \\ \left(\frac{\xi}{\varepsilon_b}\right)^2 \int_{\varepsilon_b}^{\varepsilon_{bt}} \overline{\psi}(\varepsilon) \varepsilon d\varepsilon + (1-\xi) \mu_s \overline{\phi}(\varepsilon_s) = \overline{M}, \end{cases} \begin{cases} \varepsilon_b = \frac{\xi}{\xi - 1} \varepsilon_s, \\ \varepsilon_b = \frac{H - \xi}{1 - \xi} \varepsilon_s, \end{cases}$$
(1)

где $\overline{\psi}(\varepsilon) = \psi(\varepsilon) / \sigma_{02}$, $\overline{\phi}(\varepsilon_s) = \phi(\varepsilon_s) / \sigma_{02}$ – функции, аппроксимирующая диаграмму деформирования бетона и арматуры (рисунок 1), σ_{02} – напряжение, соответствующее остаточной деформации 0,2% для арматуры; $\xi = x / h_0$ – относительная высота сжатой зоны; $\overline{M} = M / (bh_0^2 \sigma_{02})$ – действующий в сечении изгибающий момент M в безразмерном виде; $H = h / h_0$; $\mu_s = A_s / (bh_0)$ – плотность армирования сечения.

В соответствии с предложенным численно-аналитическим методом, выбираются узловые значения $\varepsilon_{bt,i}$ (i = 1, 2, ..., n) в интервале $0 < \varepsilon_{bt,i} < \varepsilon_{bt}^{crc}$, где $\varepsilon_{bt}^{crc} = \varepsilon_6$ – предельная деформация растяжения бетона согласно диаграмме деформирования бетона (рисунок 1а). Для каждого узлового значения деформаций растяжения бетона $\varepsilon_{bt,i}$ получаем систему уравнений (1) состоящую из четырех уравнений с четырьмя неизвестными $\varepsilon_{b,i}$, $\varepsilon_{s,i}$, ξ_i , \overline{M}_i . Если известна функция $\overline{M}(\zeta)$ изменения изгибающего момента от координаты ζ по длине балки, то из условия равенства $\overline{M}_i = \overline{M}(\zeta_i)$ (i = 1, 2, ..., n) определяются изначально неизвестные координаты сечений ζ_i . Перемещения определяются по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta(z_0) = \int_0^t M_1(z) \chi(z) dz, \qquad (2)$$

где $M_1(z)$ – распределение по длине балки изгибающего момента от действия единичной силы, приложенной по направлению искомого перемещения (в сечении с координатой z_0), l – длина балки; $\chi(z)$ – распределение по длине балки кривизны нейтральной линии.

В качестве примера применения предложенной выше методики, рассмотрена задачу об изгибе однопролетной шарнирно опертой балки длиной *l*, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой *q*. Геометрические размеры: l = 4 м, b = 0,2 м, h = 0,4 м, $h_0 = 0,37$ м. Коэффициент армирования μ_s варьируется в интервале от 0,001 до 0,01. Класс бетона B20; класс арматурной стали A400 (модуль упругости $E_s = 200$ ГПа, $\sigma_{02} = 460$ МПа). Диаграмма деформирования бетона и арматуры аппроксимируются сплайн-функциями (рисунок 1).

Для корректного сравнения выше перечисленных способов аппроксимации, рекомендуемых СП 63.13330.2012, со сплайн-аппроксимацией принимается принцип равенства удельной энергия разрушения отдельно в зонах сжатия и растяжения для каждого вида аппроксимаций. Результаты расчетов представлены на рисунке 3.

Вследствие физической нелинейности поведения бетона высота сжатой зоны по длине балки не является величиной постоянной (рисунок 3a), кроме приопорных участков, на которых выполняются соотношения закона Гука. При этом при использовании диаграммы Н.И. Карпенко высота сжатой зоны не постоянна на всех участ-ках, так как на ней отсутствует участок линейно-упругого деформирования.





Результаты расчетов с применением криволинейной диаграммы Н.И. Карпенко, а также двухлинейной и трехлинейной аппроксимации показали завышение прогибов на ~15% по сравнению со сплайн-аппроксимацией (рисунок 36).

В параграфе 2.2. на основании гипотезы о том, что характер совместного деформирования арматуры и бетона вблизи трещины в изгибаемом элементе такой же, как при выдергивании арматуры из бетонного массива, разработан численноаналитический метод определения зоны краевого эффекта при вытягивании арматурного стержня, замоноличенного в матрицу (рисунок 4). Под зоной краевого эффекта понимается характерная длина участка армирующего элемента, на котором существенными являются касательные напряжения в контактном слое матрицы. При малых нагрузках N ($P_{crc} \le N \le P^*_{crc}$) по всей длине контакта предполагается «жесткое» сцепление армирующего элемента с матрицей, что соответствует модели Аутвотера (рисунок 4а). В процессе увеличения вытягивающего усилия $N = P^*_{crc}$, приложенного к армирующему элементу, по некоторому участку границ контакта происходит нарушение «жесткого» сцепления, при котором взаимодействие армирующего элемента и контактного слоя связующего материала на этом участке осуществляется за счет сил трения q (рисунок 4б).



Рисунок 4 – К оценке зоны краевого эффекта: участок с «жестким» сцеплением армирующего элемента и матрицей (а); участок с нарушенным сцеплением армирующего элемента и матрицы (б); участок контактного взаимодействия под нагрузкой (в)

Уравнения равновесия для стержня (рисунок 4в) на участках «жесткого» и фрикционного взаимодействия записанные в виде дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2 u_1(z)}{dz^2} - \beta^2 u_1(z) = 0; \qquad \frac{d^2 u_2(z)}{dz^2} = -\frac{q}{E_s A_s},$$
(3)

где $\beta^2 = c / (E_s A_s)$, $c = G_A b / t$ – жесткость на сдвиг контактного слоя; b – толщина стержня; G_A – модуль сдвига связующего; t – половина толщины контактного слоя.

Интегрирование дифференциальных уравнений (3) позволяет получить зависимости для определения перемещений сечений стержня $u_1(z)$ для участка с «жестким» сцеплением и $u_2(z)$ с нарушенным сцеплением:

$$u_{1}(z) = -\frac{R_{sh}t}{e^{-\beta l_{2}}G_{A}}e^{-\beta z}, \qquad u_{2}(z) = \frac{q}{2E_{s}A_{s}}\left(l_{2}^{2}-z^{2}\right) + \frac{P_{crc}}{E_{s}A_{s}}\left(z-l_{2}\right) - \frac{R_{sh}t}{G_{A}}; \qquad (4)$$

$$\varepsilon_{1s} = \frac{du_1(z)}{dz} = \beta \frac{R_{sh}t}{e^{-\beta l_2}G_A} e^{-\beta z}, \qquad \varepsilon_{2s} = \frac{du_2(z)}{dz} = \frac{\left(P_{crc} - qz\right)}{E_s A_s}; \tag{5}$$

$$\sigma_{1s} = E_s \beta \frac{R_{sh} t}{e^{-\beta l_2} G_A} e^{-\beta z}, \qquad \sigma_{2s} = \frac{\left(P_{crc} - qz\right)}{A_s}.$$
(6)

Параметр β , входящий в уравнения (3) – (6) определяется по формуле: $\beta = \ln(\epsilon_0 / \epsilon_1) / (z_1 - z_0)$, где индекс 0 соответствует первому контролируемому параметру, 1 – второму. В качестве контролируемых параметров принимаются координаты расположения z_1, z_0 и показания тензодатчиков ϵ_0, ϵ_1 .

В третьей главе представлены результаты трех серий экспериментальных исследований. В параграфе 3.1 с целью экспериментального подтверждения описанной в параграфе 2.2 математической модели проведено экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния опытных образцов – пластин с за-



моноличенными армирующими элементами (рисунок 5).

Рисунок 5 – Схема опытного образца с указанными расчетными сечениями

Основные параметры опытных образцов: связующей материал – фенолформальдегид «Хромвинил V-276»; армирующий элемент – стеклопластик «АГ-4С». Сцепление армирующего элемента с матрицей обеспечивается адгезией и механическим контактом.

Эксперимент проведен с использованием тензометрической станции для определения продольных деформаций стержня и метода нелинейной фотоупругости для получения полей напряжений в матрице. Растягивающая нагрузка P прикладывается к свободному концу стержня ($P_{\rm max} = 1500$ H). Для определения напряжений и деформаций назначены продольные сечения (1-10) с шагом 5 мм и поперечные (a-e) с шагом 10 мм (рисунок 5).

В ходе проведения эксперимента в ненагруженных образцах обнаружены полосы интерференции порядком отличным от нуля, что свидетельствует о наличии остаточных напряжений, возникших в результате усадки связующего при твердении. Установлено, что касательные напряжения τ_{zy} стремятся к нулю, а нормальные напряжения σ_y постоянны и не зависят от величины нагрузки *P* при $z \ge 40$ мм для образца №1 и при $z \ge 50$ мм для образца №2.

В образце №2 по показаниям тензометрии было зафиксировано проскальзывание стержня в матрице (нарушение адгезии) при нагрузке P = 1000 H, следовательно, при P > 1000 H образуется второй участок (кривая «1000H (эксп) destr» на рисунке 6), на котором совместная работа арматуры и бетона осуществляется за счет фрикционного взаимодействия (рисунок 4б).



Рисунок 6 – Продольные деформации в стержне образца №2

Зона краевого эффекта, определенная с помощью численно аналитического метода 50-60 мм, на 20-30% превышает зону краевого эффекта, определенную с помощью эксперимента ~40 мм для образца №1 и ~50 мм для образца №2.

В параграфе 3.2 произведена обработка результатов экспериментального исследования В.В. Адищева, А.Г. Демешкина, В.В. Роота^{*}, посвященного исследованию напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов из однородного ячеистого материала, армированных полосами дюралюминия, с помощью численно-аналитического метода определения прогибов, предложенного в параграфе 2.1. В данном исследовании приводятся результаты испытаний шести образцовбалок прямоугольного поперечного сечения с различными коэффициентами армирования μ_s и схемами армирования, а также схемами нагружения – трехточечный и четырехточечный изгиб.

Сравнение теории и эксперимента (см. таблицу) показало, что предложенный численно-аналитический метод позволяет адекватно моделировать напряженнодеформированное состояние в армированных балках до момента образования трещины и в предельном состоянии предразрушения. Существенное различие опытных и расчетных нагрузок соответствующих, моменту образованию трещины, зафиксировано для неармированного образца (в таблице образец №1). Данный факт объясняется тем, что образование трещины в неармированном образце происходит практически мгновенно, поэтому нагрузка, соответствующая моменту трещинообразования, определяется с большой погрешностью.

Образец		Физические величины					
		$\epsilon_b \cdot 10^4$	$\epsilon_{s1} \cdot 10^4$	М (Н∙м)	<i>F</i> (H)	$\Delta \cdot 10^2$ (мм)	
Nº1	Эксперимент	-3,77	-	132	1200	12,0÷14,0	
	Численно-аналитический метод	-3,62	3,77	101	895	13,7	
N <u>⁰</u> 2	Эксперимент	-6,28	6,19	210	1900	18,1	
	Численно-аналитический метод	-6,11	6,19	184	1635	21,3	
N <u>∘</u> 3	Эксперимент	-4,28	4,76	155	1400	16,0	
	Численно-аналитический метод	-4,86	4,76	147	1307	17,1	
<u>№</u> 4	Эксперимент	-4,05	3,57	155	1400	-	
	Численно-аналитический метод	-4,29	3,57	147	1306	14,8	
N⁰5	Эксперимент	-4,20	4,70	143	1300	-	
	Численно-аналитический метод	-4,64	4,70	137	1214	23,87	
<u>№</u> 6	Эксперимент	-4,80	6,00	177	1600	-	
	Численно-аналитический метод	-6,82	6,00	190	1689	35,95	

Таблица – Сравнение расчетных и экспериментальных данных

При совместном деформировании арматуры и бетона сдерживающее влияние арматуры проявляется в значительном увеличении предельных деформаций растяжения бетона, причем с увеличением плотности армирования увеличиваются предельные деформации. Это подтверждает необходимость применения трансформированных диаграмм при расчете на изгиб.

В параграфе 3.3 выполнено экспериментальное исследование балок с заранее организованными трещинами с использованием поляризационно-оптического мето-

^{*} Адищев В.В., Демешкин А.Г., Роот В.В. Экспериментальное исследование процесса возникновения трещин нормального отрыва в изгибаемых армированных элементах // Известия вузов. Строительство. 2012. №3. С. 119-127.

да. Исследование напряженного состояния изгибаемого армированного элемента проводилось в условиях чистого изгиба (четырехточечный изгиб) на образце с одной трещиной высотой 5 мм (центральная трещина на рисунке 7), а также на образце с тремя трещинами высотой 7 мм (рисунок 7). Ширина заранее организованных трещин 0,2 мм. Толщина образцов – 6 мм, процент армирования $\mu \approx 5\%$, защитный слой армирующего элемента не предусмотрен. Образцы выполнены из связующего материала – фенолформальдегидная смола «Хромвинил V-276», армирующий слой – стеклопластик «АГ-4С». Ступень нагружения каждой силы F = 50 Н. Максимальное значение усилия $F_{\text{max}} = 200$ Н.



Рисунок 7 - Схема испытания образцов

В результате поляризационно-оптического эксперимента получены картины полос интерференции (рисунок 8), позволяющие наглядно оценить зону краевого эффекта, обнаружены остаточные (усадочные) напряжения при отсутствующем механическом воздействии на образцы F = 0 Н в сечениях над трещиной (сечение 2-2) и на расстоянии 15 мм от трещины (сечение 1-1).



Рисунок 8 – Картина полос интерференции и эпюры напряжений σ_x (МПа) при нагрузке *F* = 200 H для образца: с одной трещиной (а); с тремя трещинами (б) По результатам экспериментального исследования, выявлено что, зона краевого эффекта при увеличении нагрузки остается постоянной ~12 мм для образца с одной и тремя трещинами. Зафиксировано перемещение нейтральной линии к вершине трещины при увеличении нагрузки во всех образцах.

Четвертая глава посвящена численным расчетам в ПК ANSYS. В данной главе также выполнено сравнение полученных результатов с численноаналитическими решениями и экспериментальными данными. *В параграфе 4.1* проведено численное моделирование процесса вырывания армирующего элемента из матрицы. Численное моделирование реализовано для образца №1, представленного в параграфе 3.1, в рамках двумерной задачи теории упругости.

Расчетная модель образца №1, с указанными расчетными сечениями «7, 8, 9» изображена на рисунке 5. При создании расчетной модели приняты следующие допущения: торец стержня не связан с матрицей; адгезионные связи нарушены на расстоянии 5 мм от торцов стержня. Данные условия назначены на основании визуального обследования образцов в ходе эксперимента.

На рисунке 9 представлены касательные и продольные напряжения в матрице при нагрузке P = 500 H, определенные в эксперименте с помощью метода нелинейной фотоупругости и с помощью численного моделирования. Координата 0 мм на оси «Длина стержня, мм» соответствует свободному торцу матрицы (рисунок 5). Наличие отрицательных касательных напряжений (рисунок 9а), полученных по результатам расчетов в ПК ANSYS на первых 5 мм контактного взаимодействия армирующего элемента и матрицы связующего, является следствием того, что на данном участке, согласно принятым допущениям, отсутствуют адгезионные связи.



Рисунок 9 – Напряжения в матрице: касательные τ_{zy} (а); нормальные σ_{y} (б)

Точка пересечения нормальных напряжений, полученных в ПК ANSYS, на рисунке 96 соответствует длине зоны краевого эффекта (соответствует координате 49 мм). Длина зоны краевого эффекта с учетом принятых допущений составляет 44 мм, разница с экспериментом составляет 9%.

Длина зоны краевого эффекта определяется из условия равенства продольных деформаций в стержне и матрице образца (точка пересечения кривых деформаций на рисунке 10а).





При сопоставлении продольных деформаций в стержне, определенных с помощью ПК ANSYS и численно-аналитическим методом, с экспериментальными данными выявлена хорошая согласованность результатов (рисунок 10б). Отличие результатов численного моделирования от результатов аналитического расчета выявлено в районе опор, где реализуется сложное напряженное состояние, которое не описывается в математической модели.

Длина зоны краевого эффекта для опытного образца №1 составляет: 40 мм по результатам экспериментального исследования; 50÷60 мм по данным, полученным с использованием модели типа Аутвотера; 40÷50 мм по результатам численного моделирования ПК ANSYS.

В параграфе 4.2 приведено исследование напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов из однородного ячеистого материала, армированных полосами дюралюминия (описание приведено в параграфе 3.2). При создании расчетной модели приняты следующие допущения: сосредоточенная нагрузка и опорные реакции заменены распределенными; местное сжатие от нагрузки *F* не учитывается.

Определенная численно-аналитическим методом высота сжатой зоны хорошо согласуется с результатами численного моделирования (рисунок 11). Расхождения наблюдаются в районе опорных участков, на которых реализуется сложное напряженное состояние, которое не учитывается в численно-аналитическом методе. Вычисления показали, что высота сжатой зоны существенно изменяется вдоль балки. Постоянное значение высота сжатой зоны имеет только в зоне чистого изгиба (рисунок 11б).

18



Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными показало, что предложенный численно-аналитический метод позволяет адекватно моделировать напряженно-деформированное состояние в железобетонных балках до момента образования трещины и в предельном состоянии предразрушения.

В параграфе 4.3 проведено численное исследование напряженнодеформируемого состояния в балках с заранее организованными трещинами. Геометрические размеры и физические характеристики материалов образцов с одной и тремя трещинами приведены в параграфе 3.4. Основная сложность при создании геометрической модели и сетки конечно-элементного разбиения в данной задаче связана с моделированием трещины, обусловленная малым размером ширины трещины 0,2 мм по сравнению с остальными размерами образцов (рисунок 12а). Данная особенность требует сгущения сетки минимум до 0,2 мм для более точной аппроксимации геометрии в окрестности трещины, что в свою очередь повлияет на увеличение времени вычислений.



Рисунок 12 – Расчетная схема фрагмента балки в окрестности трещины: без использования контактов (а); с использованием контактов типа «bonded» (б)

Для упрощения геометрической модели предлагается следующий способ моделирования балок с заранее организованными трещинами: с помощью жесткого

19

контакта типа «bonded» (рисунок 12б), который не допускает проскальзывания и разделения связанных между собой поверхностей, балка разделяется на два отдельных тела, зазор между которыми соответствует ширине трещины 0,2 мм. Совместная работа данных тел обеспечивается за счет жестких контактов «bonded» над трещиной и между армирующим элементом. Контакт по высоте трещины не предусмотрен. Достоинством данного способа моделирования является возможность создания однотипной структурированной сетки по всей длине образца, как в двухмерной, так и трехмерной постановке.

Результаты расчетов для балок с заранее организованными трещинами, полученные с помощью численного моделирования в ПК ANSYS, продемонстрировали хорошую согласованность с экспериментальными данными (рисунок 13).

Данные численного моделирования подтвердили экспериментально полученный результат о независимости длины зоны краевого эффекта от прикладываемой нагрузки. Отличие от эксперимента не превышает 8%. По результатам эксперимента и численного моделирования в образце с тремя заранее организованными трещинами высота сжатой зоны находится ниже вершины трещины, это позволяет сделать вывод, что трещина оказывает незначительное влияние из-за высокого процента армирования сечения $\mu \approx 5\%$.

Проведено дополнительное численное исследование деформированного состояния изгибаемого армированного элемента в условиях чистого изгиба на трех балках (образцах) с заранее организованными трещинами высотой 5 мм: образец №1 – одна трещина; образец №2 – три трещины с шагом 20 мм; образец №3 – пять трещин с шагом 10 мм. Численные эксперименты выполняются для следующих коэффициентов армирования $\mu = 0,1; 0,5; 1; 2; 3\%$. Остальные геометрические характеристики приняты в соответствии с рисунком 7. Сосредоточенная нагрузка F = 75 H.



Рисунок 13 – Распределение напряжений в продольном направлении σ_x по высоте сечения балки с одной трещиной в сечениях: 1-1 (а); 2-2 (б)

На рисунке 14а изображены распределения продольных деформаций ε_x в сечении с трещиной для балки с одной трещиной. Для балок с тремя и пятью трещинами распределения деформаций по высоте сечения балки имеют аналогичный характер. Горизонтальная линия «Трещина» является координатой вершины трещины по высоте сечения балки (по оси *у* на рисунке 7а).

На основании наличия точки пересечения линий на графике распределения

продольных деформаций ε_x по высоте сечения (y = 6,9 мм на рисунке 14а) для разных плотностей армирования предложена и подтверждена гипотеза о существовании плоскости в продольном направлении балки, в котором распределение продольных деформаций не зависит от изменения плотности армирования на всех участках по длине балки кроме области в окрестности трещин (рисунок 14б).



Рисунок 14 – Распределение продольных деформаций є_х при разных плотностях армирования в балке с одной трещиной: в сечении над трещиной (а); в плоскости – *y* = 6,9 мм (б)

Расхождение деформаций (рисунок 14б) наблюдается слева и справа от крайней трещины на расстоянии, соответствующем высоте поперечного сечения балки *h* для балок с одной и тремя трещинами и 1,25 *h* для балки с пятью трещинами.

В заключении приведены основные выводы о проделанной работе:

1. Анализ литературных данных показал, что на данный момент не существует методик, позволяющих проводить «сквозной» расчет железобетонных элементов от начала нагружения до потери несущей способности. Показана возможность использования численно-аналитических алгоритмов для «сквозного» расчета «аналитических суперэлементов».

2. Разработан и программно реализован алгоритм численно-аналитического метода определения прогибов железобетонной балки с применением нелинейных диаграмм деформирования бетона до момента трещинообразования. Метод реализован на конкретном примере расчета шарнирно опертой железобетонной балки с применением диаграмм деформирования стали и бетона, аппроксимированных сплайнфункциями, а также с аппроксимациями диаграмм деформирования бетона, рекомендованных СП 63.13330. Результаты расчетов, полученные с помощью аппроксимаций, рекомендованных СП 63.13330, показали завышение прогибов на ~15% по сравнению со сплайн-аппроксимацией.

3. Разработан и программно реализован алгоритм численно-аналитического метода определения зоны краевого эффекта при вытягивании арматурного стержня, замоноличенного в матрицу. Проведены экспериментальные исследования с использованием поляризационно-оптического метода, а также численное моделирование в ПК ANSYS для определения зоны краевого эффекта при вытягивании армирующего элемента из матрицы связующего. Показано, что в первом приближении можно

определять зону краевого эффекта по предложенной модели типа Аутвотера с 20÷30% погрешностью. Максимальный разброс результатов численного моделирования по сравнению с экспериментальными данными составляют 20%.

4. Проведена экспериментальная апробация предложенного численноаналитического метода определения прогибов изгибаемого железобетонного элемента. Вычисления показали, что высота сжатой зоны существенно изменяется вдоль балки. Постоянное значение высота сжатой зоны имеет только в зоне чистого изгиба. Определенная численно-аналитическим методом высота сжатой зоны хорошо согласуется с результатами численного моделирования в ПК ANSYS. Расхождения наблюдаются только в районе опорных участков, на которых реализуется сложное напряженное состояние, которое не учитывается в численно-аналитическом методе.

5. Проведено экспериментальное исследование балок с заранее организованными трещинами с использованием поляризационно-оптического метода. Предложен и апробирован оригинальный способ численного моделирования напряженнодеформированного состояния в окрестности трещины с помощью жесткого контакта типа «bonded». Данные численного моделирования хорошо согласуются с экспериментально полученными результатами, демонстрирующими независимость длины зоны краевого эффекта от прикладываемой нагрузки, отличие от эксперимента не превышает 8%. Выявлено, что на длину зоны краевого эффекта оказывает влияние плотность армирования, но не оказывает влияние количество трещин в балке.

6. Доказано с помощью численного моделирования в ПК ANSYS предположение о существовании плоскости в продольном направлении балки с заранее организованными трещинами, в котором распределение продольных деформаций не зависит от изменения плотности армирования на всех участках по длине балки кроме области в окрестности трещин. Расхождение деформаций наблюдается слева и справа от крайней трещины на расстоянии соответствующем высоте поперечного сечения балки h для образцов с одной и тремя трещинами и 1,25 h для образца с пятью трещинами.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК:

1. Адищев В.В., Демешкин А.Г., Шульга В.К., Грачева М.С., Данилов М.Н., **Мальцев В.В.** Определение зоны анкеровки армирующего элемента при вытягивании из матрицы // Известия вузов. Строительство. 2014. №12 С. 67-79. (15%)

2. Адищев В.В., Карпов Е.В., Демешкин А.Г., Карпицкая Ю.Р., **Мальцев В.В.**, Иванов А.И. Применение оптической системы Correlated Solutions Vic 3D для построения диаграмм деформирования бетона // Известия вузов. Строительство. 2015. №8. С. 68-81. (15%)

3. Адищев В.В., **Мальцев В.В.** Численно-аналитический метод определения прогибов железобетонной балки с применением реальной нелинейной диаграммы деформирования бетона // Известия вузов. Строительство. 2016. №9. С. 5-17. (50%)

4. Адищев В.В., Мальцев В.В. Применением нелинейных диаграмм деформирования бетона для расчета напряженно-деформированного состояния в железобе-

тонной балке численно-аналитическим методом // Известия вузов. Строительство. 2017. №1. С. 5-17. (50%)

5. Адищев В.В., **Мальцев В.В.** Определение напряженно деформированного состояния в армированных балках из однородного ячеистого материала численноаналитическим методом // Известия вузов. Строительство. 2017. №4. С. 5-16. (50%)

6. Адищев В.В., **Мальцев В.В.**, Данилов М.Н. Верификация численноаналитического метода определения прогибов с помощью численного моделирования // Известия вузов. Строительство. 2017. №9. С. 15-24. (30%)

7. Адищев В.В., **Мальцев В.В.**, Шульга В.К. Исследование напряженнодеформированного состояния в балках с заранее организованными трещинами // Известия вузов. Строительство. 2018. №3. С. 95-108. (30%)

8. **Мальцев В.В.** Влияние плотности армирования на деформированное состояние в балках с заранее организованными трещинами // Известия вузов. Строительство. 2018. №5. С. 5-16. (100%)

9. Адищев В.В., Иванов А.И., Петрова О.В., **Мальцев В.В.** Применение нелинейных диаграмм деформирования бетона для расчета внецентренно сжатых железобетонных колонн // Известия вузов. Строительство. 2018. №9. С. 5-19. (25%)

Публикации, индексируемые в Scopus:

10. Adishchev V.V., **Maltsev V.V.** Investigation of stress-strain state in the beam with preformed cracks // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. pp. 1-6. (50%)

Публикации в других печатных изданиях

11. Демешкин А.Г., Карпицкая Ю.Р., **Мальцев В.В.**, Иванов А.И. Применение оптической системы Vic 3D для построения нечетких диаграмм деформирования бетона // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Казань, 20-24 августа 2015 г. Казань: КФУ, 2015. С. 1151-1154. (25%)

12. Адищев В.В., **Мальцев В.В.** Применение нелинейных диаграмм деформирования бетона для расчета напряженно-деформированного состояния в железобетонной балке численно-аналитическим методом // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 4-й Всероссийской конференции. Новосибирск, 11-13 апреля 2017 г. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2017. С. 16-28. (50%)

13. Адищев В.В., **Мальцев В.В.** Определение напряженно-деформированного состояния в армированных балках из однородного ячеистого материала численноаналитическим методом // Проблемы оптимального проектирования сооружений: доклады 4-й Всероссийской конференции. Новосибирск, 11-13 апреля 2017 г. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2017. С. 29-38. (50%)

14. Адищев В.В., Мальцев В.В. Исследование напряженно-деформированного состояния в балках с заранее организованными трещинами // VII международный симпозиум «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» (программа и тезисы докладов), 1-8 июля 2018 г., г. Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2018. С. 104. (50%)

Заказ № ____ Тираж 120 экз. 2019 г. Отпечатано в типографии НГАСУ (Сибстрин) (г. Новосибирск) 630008, г. Новосибирск, ул. Ленинградская, д. 113