Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт автоматики и процессов управления
Дальневосточного отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Луценко Николай Анатольевич

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ ОБЪЕКТЫ С ОЧАГАМИ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
Левин Владимир Алексеевич,
доктор физ.-мат. наук, академик

Владивосток – 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ 5

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ ОБЪЕКТЫ С ОЧАГАМИ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ 29

1.1. Математическая модель течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты 29

1.2. Математическая модель гетерогенного горения твердых пористых сред 40

ГЛАВА 2. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ ПОРИСТЫХ САМОРАЗОГРЕВАЮЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ДАВЛЕНИИ ГАЗА НА ИХ ВХОДЕ 49

2.1. Численный метод для расчета одномерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа 49

2.2. Охлаждение пористых саморазогревающихся объектов при резкой смене давления газа на их входе 55

2.3. О возможности неограниченного разогрева и разрушения пористого саморазогревающегося объекта при условиях, удовлетворяющих стационарному режиму 66

2.4. Неоднозначное влияние теплопроводности при движении газа через пористые среды с очагами энерговыделения 75

ГЛАВА 3. ДВИЖЕНИЕ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ СРЕДЫ С РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ГРАНИЦ И ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ САМОРАЗОГРЕВА 82

3.1. Численный метод для расчета двумерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа 82

3.2. Охлаждение плавно сужающихся и ступенчато сужающихся плоских и осесимметричных пористых саморазогревающихся объектов 91

3.3. Движение газа через двумерные пористые объекты с неравномерным локальным распределением внутренних источников тепловыделения 108

3.4. Охлаждение пористых объектов с очагами энерговыделения при частичном перекрытии верхнего выходного отверстия объекта 119

3.5. Нестационарные течения газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов при пренебрежении химическими превращениями 133

ГЛАВА 4. ОСОБЕННОСТИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ САМОРАЗОГРЕВАЮЩИЕСЯ ОБЪЕКТЫ 145

4.1. Численный метод для расчета трехмерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа 145

4.2. Некоторые особенности трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения 153

4.3. Охлаждение трехмерных пористых саморазогревающихся объектов при боковом вдуве газа 173

ГЛАВА 5. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СПУТНЫХ И ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН ГЕТЕРОГЕННОГО ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ СРЕД 191

5.1. Численный метод для расчета одномерных нестационарных процессов гетерогенного горения пористых сред при саморегуляции притока окислителя 191

5.2. Горение твердых пористых сред при естественной конвекции: распространение спутных и встречных волн, отражение встречной волны 198

5.3. Тление пенополиуретана: сравнение расчетов с экспериментальными данными..... 214

5.4. Влияние поля силы тяжести и перепада давления на границах пористого объекта на его горение..... 225

ГЛАВА 6. ДИНАМИКА ДВУМЕРНЫХ ВОЛН ГЕТЕРОГЕННОГО ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ СРЕД ПРИ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И ПРИНУДИТЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ..... 238

6.1. Численный метод для расчета двумерных нестационарных процессов гетерогенного горения пористых сред при саморегуляции притока окислителя 238

6.2. Распространение двумерных волн горения твердых пористых сред при принудительной фильтрации 246

6.3. Возникновение вихревых течений газа и динамика развития гетерогенного горения пористых сред в условиях естественной конвекции..... 257

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 270

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... 278

Введение

Настоящая работа обязана своим появлением аварии на Чернобыльской АЭС 26 апреля 1986 года. В тот день взрывом был полностью разрушен реактор четвертого энергоблока ЧАЭС и в окружающую среду выброшено огромное количество радиоактивных веществ. С самого момента этой катастрофы встал вопрос о стратегии борьбы с ее последствиями. Раскаленные обломки тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ) оставались в аварийном энергоблоке, и для локализации и ликвидации катастрофы требовалось понимание процессов, происходящих в активной зоне этого энергоблока. Сброс больших объемов песка, глины, доломита и свинца в реакторную шахту аварийного блока, который продолжался с 27 апреля по 2 мая 1986 года, привел к повышению радиационных выбросов в период с 3 по 5 мая 1986 года. Это продемонстрировало ошибочность первоначальных предположений о происходящих в разрушенном энергоблоке процессах. Поэтому при разработке математической модели процесса эволюции активной зоны аварийного блока Чернобыльской АЭС были проанализированы несколько различных механизмов, и адекватной реальной ситуации оказалась модель фильтрационного охлаждения [1]. С общей точки зрения это математическая модель течения газа в поле силы тяжести через саморазогревающуюся пористую среду, открытую в атмосферу сверху и снизу. Условие открытости пористой среды в атмосферу приводит к самосогласованному расходу газа через объект – расход газа заранее не известен и зависит не только от давления на открытых границах и свойств твердого пористого скелета, но и от разогрева объекта. И хотя уравнения математической модели являются классическими и использованы в той или иной модификации во многих работах по теории фильтрации, новый тип краевой задачи для них, возникший при анализе конкретных условий охлаждения аварийного блока Чернобыльской АЭС, привел к открытию новых физических эффектов, которые позволили последовательно объяснить важные особенности в поведении аварийного реактора.

Результаты исследований большой группы ученых в области математического моделирования охлаждения разрушенного энергоблока Чернобыльской АЭС легли в основу монографии В.П. Маслова, В.П. Мясникова, В.Г. Данилова [1]. В этой работе основное внимание уделено исследованию стационарного режима охлаждения аварийного реактора, который установился на четвертом энергоблоке ЧАЭС после произошедших в период с 3 по 5 мая 1986 года выбросов. При определенных упрощениях получены стационарные решения как для одномерного случая – аналитически, так и для общего трехмерного случая – численно. Одним из важнейших результатов этой монографии является доказательство существования критического значения параметра подобия задачи, определяющего возможность существования стационарного решения. Оказалось, что при превышении этого критического значения стационарного режима охлаждения не существует. Для некоторых частных случаев критическое значение параметра подобия было вычислено точно. Для случая нарушения стационарного режима охлаждения исследованы возможные сценарии поведения завала аварийного энергоблока на основе уравнений движения упругосыпучей среды.

Исследование режимов фильтрационного охлаждения пористых саморазогревающихся сред, моделирующих аварийный реактор, было продолжено В.П. Масловым [2], получившим некоторые соотношения при различных значениях определяющего параметра подобия задачи: как докритических, так и закритических. Спустя два десятилетия после публикации монографии [1] появился ряд работ В.П. Маслова и И.А. Молоткова [3–8], в которых был проведен аналитический анализ стационарных режимов охлаждения открытых в атмосферу пористых слабопроводящих сред с источниками энерговыделения и получены оценки критериев, определяющих условия перехода системы от стационарного режима к локальному перегреву и условия глобального перегрева.

Однако оставалось много вопросов об эволюции активной зоны аварийного энергоблока при нарушении условий стационарности. Эти актуальные вопросы

стали мотивацией для исследований нестационарных режимов течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты, результаты которых вошли в настоящую диссертационную работу.

Изучающая движения жидкости и газа через пористые среды теория фильтрации имеет более чем полуторавековую историю. С точки зрения механики сплошных сред [9–11] между жидкостью и газом немного отличий, поэтому одни и те же законы теории фильтрации справедливы как для жидкости, так и для газа. Начало развитию теории фильтрации было положено французским инженером А. Дарси [12], который в 1856 году выпустил книгу, содержащую описание опытов по фильтрации воды через песок в цилиндре. А. Дарси сформулировал обнаруженный им экспериментально и названный в дальнейшем его именем закон, согласно которому скорость фильтрации прямо пропорциональна градиенту давления.

Развитие теории фильтрации связано с именами Ж. Дюпюи [13] и Ж. Буссинеска [14]. Ж. Дюпюи сделал обобщение закона Дарси на случай больших чисел Рейнольдса, основанное на опытных данных, и сформулировал двучленный закон фильтрации [15], носящий имя австрийского исследователя Ф. Форхгеймера, независимо установившего его несколько позднее [16]. Согласно этому закону, называемому сейчас законом Форхгеймера или Дарси-Форхгеймера, градиент давления равен сумме двух слагаемых, первое из которых определяет сопротивление движению вследствие вязкости текучей среды (как в законе Дарси), а второе слагаемое отвечает за инерционную составляющую сопротивления движению жидкости или газа и включает в себя квадрат скорости.

Большое влияние на развитие теории фильтрации оказали работы Н.Е. Жуковского [17–19], Л.С. Лейбензона [20], Н.Н. Павловского [21, 22], А.А. Краснопольского [23]. Для конкретизации проницаемости – параметра, входящего в уравнение Дарси и определяемого свойствами твердого пористого скелета, – Ж. Козени предложил одно из самых первых выражений для зависимости проницаемости от пористости при плотной упаковке частиц [24], названное в дальнейшем его именем. С. Эргун предложил формулу, которая

позволяет конкретизировать двучленный закон Дарси-Форхгеймера при плотной упаковке частиц [25]. Эта формула по сути является расширением уравнения Козени на случай нелинейной фильтрации, она получила широкую популярность и названа в честь автора уравнением Эргуна.

В СССР теория движения жидкости и газа через пористую среду получила бурное развитие с 30-х годов 20 века. Потребность в развитии теории фильтрации диктовалась в первую очередь задачами нефтедобычи. Результаты исследований широко использовались не только в нефтяной и газовой промышленности, но и в сельском хозяйстве, и в гидроэнергетике. Среди многих ученых, внесших вклад в развитие теории фильтрации, хотелось бы выделить имена П.Я. Полубариновой-Кочиной [26], И.А. Чарного [27, 28], Г.И. Баренблатта [29, 30], В.М. Ентова [29, 30], С.А. Христиановича [31, 32], В.Н. Николаевского [33–35], К.С. Басниева [15, 33, 36].

Насыщенные жидкостью или газом пористые среды являются частным случаем сплошных гетерогенных сред. Общая теория таких сред изложена в фундаментальных работах Р.И. Нигматулина [37–39], в которых рассмотрен как феноменологический метод, так и более глубокий метод осреднения, и выписаны уравнения применительно к различным частным случаям сплошных гетерогенных сред. Новые подходы к моделированию многокомпонентных сред предложил В.Ф. Куропатенко [40, 41].

Развитие вычислительной техники позволило при решении задач фильтрации активно применять не только аналитические и экспериментальные, но и численные методы. В некоторых работах, как, например, в работах В.Н. Монахова и Б.Т. Жумагулова [42, 43], используется сочетание аналитических и численных методов для исследования задач фильтрации.

В последние десятилетия появилось довольно много работ, посвященных исследованию процессов теплообмена в пористых средах. Среди множества работ в этой области следует выделить монографию В.М. Поляева и др. [44], в которой рассмотрены физические процессы в пористых теплообменных элементах, применяющихся в летательных аппаратах.

Однако, несмотря на множество существующих работ по различным областям теории фильтрации, крайне мало проводилось исследований течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева. Кроме упомянутых выше монографии [1] и работ [2–8], изучением пористых саморазогревающихся сред занимались в ИТМО НАН Беларуси Ю.С. Теплицкий, В.И. Ковенский и др. [45–52]. Ими рассматривались в основном одномерные стационарные процессы: как обычного фильтрационного охлаждения [45–49], так и фильтрационного испарительного охлаждения [50, 51] тепловыделяющего (саморазогревающегося) зернистого слоя. Заметим, что задача, аналогичная рассмотренной в [45], решена ранее в [53]. Нестационарные одномерные режимы газового охлаждения тепловыделяющего зернистого слоя с учетом температурной зависимости вязкости газа исследовались в работе [52].

Таким образом, течения газа через пористые саморазогревающиеся среды, а в особенности нестационарные процессы в таких объектах, остаются недостаточно изученными. Поэтому проводимое в настоящей диссертационной работе моделирование нестационарных газодинамических и теплофизических процессов в пористых саморазогревающихся объектах является актуальной задачей.

Энерговыделение в пористой среде может происходить в результате экзотермических химических реакций между содержащимся в твердой фазе горючим веществом и окислителем из газовой фазы. Такие процессы являются одним из видов фильтрационного горения [54]. Под фильтрационным горением понимается распространение волн экзотермического превращения в пористой среде при фильтрации газа, когда горючим может служить как твердая пористая среда, так и фильтрующиеся через нее жидкость или газ. Принципы фильтрационного горения используются в различных технологических процессах (обжиг и агломерация руд [55], интенсификация добычи нефти с помощью внутрипластового горения [56, 57], регенерация катализаторов [58], самораспространяющийся высокотемпературный синтез [59], фильтрационное горение газов [60], фильтрационное горение твердого топлива [61], подземная

газификация угля [62]). Фильтрационное горение имеет место при некоторых природных и техногенных пожарах (самовозгорание торфяников, угольных отвалов, полигонов твердых бытовых отходов, элеваторов). Ввиду значительного распространения фильтрационного горения в нашей жизни исследованию этого процесса посвящено огромное количество работ.

Из всех видов фильтрационного горения наиболее близким к процессам течения газа через пористые объекты с очагами энерговыделения радиоактивного типа (как в аварийном энергоблоке ЧАЭС) является гетерогенное горение твердых пористых сред. При гетерогенном горении пористых сред реакция между кислородом и твердым топливом происходит непосредственно на поверхности пор, то есть топливо и окислитель находятся в разных фазах. Распространенным видом гетерогенного горения в пористых средах является тление, которое характеризуется беспламенной экзотермической поверхностной реакцией, движущейся с малой скоростью [63]. Тление торфяников приводит к крупнейшим пожарам на Земле [64]. Обширные пожары в Индонезии в 1997 году и в России в 2010 году показали, что тление торфяников может в значительной степени увеличивать глобальную эмиссию парниковых газов [65] и приводит к разрушению экосистем, непоправимому экологическому ущербу и огромным экономическим потерям. Наблюдающееся в октябре 1997 года облако задымленности протяженностью около 10 тысяч километров, возникшее из-за тлеющих торфяных пожаров в Индонезии [64], продемонстрировало гигантские масштабы катастроф, связанных с гетерогенным горением пористых сред. Для предотвращения и ликвидации пожаров в пористых объектах необходимо изучить динамику протекающего через них газа, так как это позволит понять, каким образом можно ограничить поступление окислителя (воздуха) в очаги горения и, таким образом, затушить возгорание. Актуальность задачи детального описания газодинамических процессов в таких объектах стала мотивацией для исследований гетерогенного горения пористых сред, результаты которых вошли в настоящую диссертационную работу.

Изучение фильтрационного горения твердых пористых сред проводилось как в нашей стране, так и за рубежом. В СССР одним из основных центров по данной тематике стал г. Черноголовка Московской области, где в этом направлении проводились исследования в ИХФ АН СССР, а затем в возникших на его основе ИПХФ РАН и ИСМАН. Большой вклад в понимание процессов горения пористых сред внесли А.П. Алдушин [54, 66–79], А.Г. Мержанов [54, 59, 66, 67, 80–83], Б.С. Сеплярский [67–71], К.Г. Шкадинский [71, 82–84], Г.Б. Манелис с учениками [61, 85–89] (Черноголовка), О.С. Рабинович [90–92] (Минск). Проводились в нашей стране теоретические и экспериментальные исследования горения торфа, здесь следует выделить работы А.М. Гришина [93–98], А.Н. Субботина [99, 100], А.С. Якимова [94–97, 101] (Томск). Задачами, близкими к фильтрационному горению твердых пористых сред, занимались В.С. Бабкин с учениками [102–105], В.К. Баев [106–108], А.В. Федоров [106, 109] (Новосибирск), А.Г. Князева [110, 111], А.И. Кирдяшкин [108, 112], Р.С. Буркина [113, 114] (Томск), К.В. Добрего [60, 115], С.А. Жданок [60, 116] (Минск).

Среди зарубежных ученых, занимавшихся исследованием горения различных твердых пористых сред, хотелось бы особо выделить А.К. Фернандез-Пелло [117–130], Дж.Л. Тореро [119, 121, 123, 126, 127, 131, 132], Т.Дж. Охлемиллера [63, 133–135], К. Ди Бласи [136–140], Б.Дж. Матковски [74, 76–79, 120, 122], Г. Рейна [64, 65, 95, 126–128, 131, 132, 141–143]. Следует заметить, что приведенный список фамилий отражает только малую часть исследователей, занимавшихся фильтрационным горением.

Основы теории фильтрационного горения твердых пористых сред изложены в обзорной работе А.П. Алдушина и А.Г. Мержанова [54], а также в работе А.П. Алдушина [75]. Показано, что как при естественной, так и при вынужденной фильтрации могут распространяться как спутные волны горения, в которых направление движения волны горения и потока фильтрующегося газа совпадают, так и встречные волны горения, в которых волна горения и поток газа движутся в противоположных направлениях. При встречном горении подвод газа в зону реакции осуществляется через непрореагировавшее вещество, а при спутном

горении – через продукты реакции. Распространение спутных волн горения может происходить в кинетическом или фильтрационном режимах: при кинетическом режиме горения фильтрация не ограничивает процесс и в зону реакции поступает достаточно газа, скорость волны горения определяется кинетикой процесса; при фильтрационном режиме горения фильтрация ограничивает процесс и в зону реакции поступает мало газа, скорость волны горения определяется расходом газа. Встречное горение может сопровождаться полным или неполным выгоранием твердого горючего. Показана возможность инверсии структуры спутной волны горения в пористой среде, когда выделяющееся в зоне горения тепло расходуется на расширение высокотемпературной зоны, располагающейся перед волной горения, а не позади нее, как это происходит при нормальной волне горения. В инверсной волне возможно неполное выгорание твердого горючего, в отличие от нормальной спутной волны. Описан эффект «сверхадиабатического разогрева», когда накопление тепла в относительно узкой зоне горения может быть столь значительным, что температура во фронте волны горения может многократно превышать адиабатическую температуру горения смеси, рассчитанную в предположении, что исходная температура реагентов равна температуре окружающей среды, а тепловой эффект окисления всего горючего распределяется по всему рассматриваемому объему. Следует заметить, что благодаря эффекту «сверхадиабатического разогрева» в фильтрационном режиме можно сжигать низкокалорийное и влажное топливо, которое не может самостоятельно гореть в обычных топках (со слоевым сжиганием, сжиганием в кипящем слое или факельном сжиганием).

Но так как настоящая диссертационная работа направлена в первую очередь на решение задач, связанных с катастрофами (разрушение АЭС, природные и техногенные пожары), а при пожарах в пористых объектах (то есть при горении торфяников, угольных отвалов, полигонов твердых бытовых отходов и элеваторов) мы имеем дело с горением в условиях свободной конвекции, то следует упомянуть некоторые важные работы в области горения пористых сред при естественной конвекции.

Аналитические исследования горения твердых пористых сред при свободной конвекции проводились А.П. Алдушиным с соавторами для встречной волны горения, когда газ и волна горения в пористом объекте движутся в противоположных направлениях [74] и для спутной волны горения, когда газ движется в том же направлении, что и волна горения в пористом объекте [76]. В этих работах посредством анализа упрощенных математических моделей проанализированы различные режимы распространения волн горения при естественной фильтрации.

Экспериментальные исследования тления некоторых пористых материалов (целлюлоза и полиуретановая пена) проводились в [117, 119, 121, 123], в этих работах получены интересные экспериментальные результаты в том числе по тлению в условиях свободной конвекции. Проведенные на борту NASA Space Shuttle и описанные в [124, 126, 127] эксперименты по тлению в условиях микрогравитации дали новую интересную информацию о горении пористых сред и показали значительное влияние гравитации на тление. В качестве объектов экспериментального исследования гетерогенного горения пористых сред могут выбираться различные материалы. В частности, в [144] экспериментально исследовались характеристики тления четырех видов порошкообразной биомассы (из кукурузных стеблей, сосновых стволов и двух видов продуктов пиролиза кукурузных стеблей) в условиях естественной конвекции для различной влажности и разных размеров частиц. Экспериментальные исследования тления гранул древесного угля при свободной конвекции в поле силы тяжести, проведенные в [145], показали, что на распространяющиеся вверх волны тления влияют многие факторы, и условия эксперимента должны жестко контролироваться для достижения повторяемости, тогда как распространяющиеся вниз волны тления гораздо более стабильны.

Многообещающим инструментом для исследования гетерогенного горения в пористых средах является вычислительное моделирование. Численные исследования фильтрационного горения при свободной конвекции проводились для различных пористых материалов, в частности, для пенополиуретана [133],

целлюлозы [137] и лигноцеллюлозы [138]. В [128] была разработана численная модель для описания тления пористых сред, способная предсказывать распространение как встречных, так и спутных волн горения. В [129] была представлена обобщенная модель пиролиза для моделирования газификации различных горючих твердых сред, встречающихся при пожарах; позднее эта модель была расширена на двумерный [130] и трехмерный [146] случаи. Одномерные спутные и встречные волны горения при тлении порошкообразного древесного угля в условиях естественной конвекции были исследованы с использованием метода объемной реакции (volume reaction method) в [147]. Вычислительное моделирование активно используется для исследования особенностей тления торфа, при этом решаются как одномерные [142, 143], так и двумерные задачи [148].

Несмотря на упомянутые выше исследования, некоторые важные аспекты горения пористых объектов, возникающих в результате природных или техногенных катастроф, остаются неизученными. В частности, неизвестна детальная динамика газа в таких объектах, ввиду сложности ее моделирования – на открытых границах исследуемого объекта неизвестен не только расход газа, но даже и направления потоков газа. В то же время знание направления и интенсивности течений газа в пористых объектах при естественной конвекции позволит понять, каким образом можно ограничить поступление окислителя (воздуха) в очаги горения и, таким образом, затушить возгорание. Поэтому проводимое в настоящей диссертационной работе моделирование детальных газодинамических процессов в пористых объектах с очагами гетерогенного горения при свободной конвекции является актуальной задачей.

Таким образом, **актуальность темы исследования** настоящей диссертационной работы определяется следующими обстоятельствами: во-первых, слабой изученностью нестационарных процессов в пористых объектах с очагами гетерогенного горения и иного энерговыделения, недостатком знаний о детальной динамике газа в таких объектах; во-вторых, необходимостью исследований указанных процессов с целью предотвращения и ликвидации

катастроф, связанных с авариями на АЭС, природными и техногенными пожарами.

Цель диссертационной работы заключается в:

1. разработке и развитии математических моделей и численных методов для исследования совокупности гидродинамических, термодинамических и химических процессов в пористых объектах с источниками энерговыделения различного типа, в том числе с очагами гетерогенного горения, при естественной и вынужденной фильтрации газа;

2. использовании данных моделей и методов для исследования динамических процессов в пористых объектах с источниками саморазогрева и с очагами гетерогенного горения при естественной и вынужденной фильтрации газа, выявлении основных закономерностей и важных особенностей изучаемых процессов.

Для достижения поставленной цели в настоящей работе ставились и решались следующие **задачи**:

1. Разработка адекватной математической модели, эффективных вычислительных алгоритмов и программных комплексов для исследования нестационарных одномерных, двумерных и трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева при заданном давлении на границах объекта и неизвестном расходе входящего газа.

2. Проведение численных исследований газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов и выявление влияния на процесс охлаждения различных факторов: геометрии границ объектов, интенсивности и пространственной неоднородности внутренних источников энерговыделения, изменения давления газа на открытых границах объектов, некоторых свойств твердой среды и газа.

3. Разработка адекватной математической модели, эффективных вычислительных алгоритмов и программных комплексов для исследования динамических процессов гетерогенного горения пористых одномерных и

двумерных объектов с очагами воспламенения в твердой фазе в условиях как принудительной фильтрации, так и естественной конвекции.

4. Проведение численных исследований распространения одномерных и двумерных волн гетерогенного горения пористых объектов при естественной и вынужденной фильтрации газа, изучение динамики газа в таких объектах, выявление влияния на процесс горения различных факторов: расположения зоны зажигания, перепада давления на открытых границах и поля силы тяжести.

Научная новизна диссертационной работы состоит в том, что в ней:

1. Предложена усовершенствованная математическая модель, построены оригинальные конечно-разностные схемы и разработаны программные комплексы для исследования нестационарных одномерных, двумерных и трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева при естественной и вынужденной фильтрации, которые учитывают некоторые качественно важные эффекты (в частности, зависимость вязкости газа от температуры) и специфические граничные условия (на открытых границах моделируемого объекта неизвестен не только расход газа, но и направления потоков газа, а известно только давление).

2. Обнаружены режимы газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов, при которых, несмотря на выполнение условий, удовлетворяющих критерию стационарности, не устанавливается устойчивый режим охлаждения, а происходит неограниченный разогрев объекта, приводящий к его перегреву и разрушению.

3. Обнаружены режимы течения газа через пористые объекты с внутренними источниками энерговыделения, при которых с ростом коэффициента теплопроводности твердой среды происходит аномальное повышение её общего разогрева и увеличение максимальной температуры. Этим опровергнуто устойчивое мнение, что при пренебрежении теплопроводностью твердой фазы всегда можно получить оценку сверху для реальных температур.

4. Обнаружен эффект уменьшения разогрева пористого объекта при удалении расположенного внутри него очага энерговыделения от входной части

объекта, в которую подается холодный воздух. Выявлена неоднозначная зависимость разогрева пористого объекта от ширины очага энерговыделения: при росте ширины очага тепловыделения разогрев объекта может как увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от удаленности очага выделения тепла от входа в объект. Проведенные исследования позволяют определять наиболее эффективное направление обдува очага энерговыделения в пористом объекте при газовом охлаждении в случае, если направления вдувания воздуха могут быть различны.

5. Исследована динамика газа в пористых объектах с внутренними источниками энерговыделения и показано, что при принудительной фильтрации газ, двигаясь по объекту, стремится огибать нагретые зоны и течь по более холодным областям, а при свободной конвекции в очаге выделения тепла и в его окрестности могут возникать вихревые течения газа, которые ухудшают теплоотвод из пористого объекта.

6. Исследовано газовое охлаждение пористых саморазогревающихся объектов различной конфигурации и с различной геометрией границ, в том числе ступенчато или плавно сужающихся, с частичным перекрытием выходного отверстия верхней крышкой, с застойными зонами, с боковым вдувом газа, и показано влияние конфигурации границ на процесс охлаждения.

7. Предложена усовершенствованная математическая модель, построены оригинальные конечно-разностные схемы и разработаны программные комплексы для исследования совокупности гидродинамических, термодинамических и химических процессов в пористых одномерных и двумерных объектах с очагами гетерогенного горения в твердой фазе при естественной и вынужденной фильтрации газа, которые позволяют детально моделировать динамику газа в таких объектах.

8. Исследовано распространение одномерных спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред при свободной конвекции и численно рассчитано отражение от границы объекта встречной волны горения, не

полностью выжигающей твердое горючее вещество, и ее переход в спутную волну горения.

9. Обнаружено, что при гетерогенном горении пористых сред гравитационное поле внутри объекта и перепад давления на его границах, вызванный действием силы тяжести на окружающий воздух, приводят к противоположным конкурирующим эффектам: направления или режимы распространения вызванных ими волн горения различаются. При одновременном воздействии этих факторов, которое происходит в реальном вертикальном пористом объекте, определяющим при нормальных условиях является перепад давления на границах объекта, а влияние гравитационного поля внутри пористой среды приводит к снижению скорости волны горения.

10. Обнаружено, что при горении твердых пористых сред в условиях принудительной фильтрации газ стремится огибать нагретую часть пористого объекта и течь по холодным областям, а размер выгоревшей части пористого объекта зависит от расположения и размеров зоны зажигания и от давления газа на входе в объект.

11. Обнаружено, что при горении твердых пористых сред в условиях естественной конвекции в окрестности очага горения возникают вихревые течения газа, которые могут существовать достаточно долго и сильно влияют на приток окислителя в зону реакции. При этом направления газовых потоков на проницаемых поверхностях пористого объекта могут изменяться с течением времени, из-за чего воздух попадает в очаг горения через различные участки открытых границ объекта. Выявлено, что при свободной конвекции волна горения может проходить через все части объекта независимо от того, где расположена зона зажигания.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы определяется тем, что ее результаты вносят вклад в теорию фильтрации газа и позволяют лучше понимать нестационарные процессы, происходящие в пористых средах с различными очагами энерговыделения, в том числе с очагами горения. Предложенные математические модели и разработанные оригинальные

вычислительные алгоритмы могут эффективно применяться для решения большого числа прикладных задач, возникающих в экологии, энергетике, металлургии, химической и добывающей промышленности. Проведенные исследования позволяют выработать рекомендации по оптимизации процесса газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов и могут стать научной основой новых технологий ликвидации последствий катастроф, связанных с возникновением очагов энерговыделения в пористых средах. Результаты исследований могут оказаться полезными для развития технологий прогнозирования, предотвращения и ликвидации последствий торфяных и иных природных и техногенных пожаров, а также для проектирования невоспламеняющихся пожароопасных пористых объектов (в частности, полигонов твердых бытовых отходов).

Значимость диссертационной работы подтверждается также тем, что разработанные в ней математические модели и вычислительные алгоритмы в настоящее время модифицируются для исследования иных процессов в пористых средах. В частности, на основе результатов настоящей работы разработана и верифицирована численная модель для описания нестационарных течений газа через гранулированные теплоаккумулирующие материалы с фазовыми переходами [149], разработана и проходит апробацию численная модель газификации твердого горючего в комбинированном заряде низкотемпературного газогенератора летательного аппарата.

Методология и методы исследования настоящей диссертационной работы основываются на методах механики сплошных гетерогенных сред, теории фильтрационного горения и вычислительной математики. Математическая модель нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева базируется на классических подходах механики сплошных гетерогенных сред. Математическая модель, описывающая динамические процессы гетерогенного горения пористых объектов, базируется на классических подходах механики сплошных гетерогенных сред и теории фильтрационного горения. Эти модели основаны на идее взаимодействующих взаимопроникающих

континуумов и включают в себя уравнения неразрывности, движения и энергии для каждого компонента (твердого и газообразного). При этом для описания динамики газа используется уравнение сохранения импульса для пористых сред, которое можно считать обобщением классического уравнения Дарси. Разработанные вычислительные алгоритмы основаны на методе конечных разностей. При их создании используется оригинальная идея комбинирования явных и неявных конечно-разностных схем. При этом для уменьшения дисперсионной ошибки используются демпфирующие члены, не уменьшающие формальную точность метода.

Положения, выносимые на защиту:

1. Математическая модель и конечно-разностные методы для исследования нестационарных одномерных, двумерных и трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева при естественной и вынужденной фильтрации, которые учитывают некоторые качественно важные эффекты (в частности, зависимость вязкости газа от температуры) и специфические граничные условия (на открытых границах моделируемого объекта неизвестен не только расход газа, но и направления потоков газа, а известно только давление).

2. Результаты численного исследования газового охлаждения одномерных пористых саморазогревающихся объектов при переменном давлении газа на их входе; результаты анализа влияния на процесс охлаждения некоторых свойств твердой среды и газа.

3. Результаты численного исследования газового охлаждения двумерных и трехмерных пористых саморазогревающихся объектов; результаты моделирования динамики газа в таких объектах; результаты анализа влияния на процесс охлаждения различных факторов: конфигурации объектов, геометрии их границ, интенсивности и пространственной неоднородности внутренних источников энерговыделения.

4. Математическая модель и конечно-разностные методы для исследования нестационарных процессов гетерогенного горения пористых

одномерных и двумерных объектов с очагами воспламенения в твердой фазе при естественной и вынужденной фильтрации газа, которые позволяют детально моделировать динамику газа в таких объектах.

5. Результаты численного исследования распространения одномерных спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред при свободной конвекции; результаты моделирования отражения встречных волн горения; результаты анализа влияния на горение перепада давления на открытых границах и поля силы тяжести.

6. Результаты численного исследования распространения двумерных волн гетерогенного горения пористых объектов при естественной и вынужденной фильтрации газа; результаты моделирования динамики газа в таких объектах; результаты анализа влияния на процесс горения расположения зоны зажигания.

Достоверность результатов диссертационной работы обусловлена:

1. использованием классических подходов механики сплошных гетерогенных сред и теории фильтрационного горения при построении математических моделей;

2. проверкой корректности результатов численных расчетов различными способами: тестированием сходимости численных решений на последовательности сгущающихся сеток, сравнением численных решений для частных случаев с существующими известными решениями и известными экспериментальными данными;

3. опубликованием результатов исследований в ведущих зарубежных и отечественных журналах и обсуждением результатов на многочисленных международных и всероссийских конференциях.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих семинарах, конференциях, симпозиумах и конгрессах:

Зарубежных международных:

- 23rd, 24th International Congresses of Theoretical and Applied Mechanics ICTAM (Beijing, China, 2012; Montreal, Canada, 2016);

- 34th International Symposium on Combustion (Warsaw, Poland, 2012);
- 24th, 25th International Colloquiums on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems ICDERS (Taipei, Taiwan, 2013; Leeds, UK, 2015);
- 9th, 10th Asia-Pacific Conferences on Combustion ASPACC (Gyeongju, Korea, 2013; Beijing, China, 2015);
- Минские международные форумы по тепло- и массообмену MIF (Минск, Беларусь, 2008, 2016);
- 6th, 8th Asian Computational Fluid Dynamics Conferences ACFD (Taipei, Taiwan, 2005; Hong Kong, China, 2010);
- 4th Asian Symposium on Computational Heat Transfer and Fluid Flow ASCHT'13 (Hong Kong, China, 2013);
- 6th, 7th, 9th, 10th, 11th, 12th International Conferences on Flow Dynamics ICFD (Sendai, Japan, 2009, 2010, 2012, 2013, 2014, 2015);

Отечественных международных:

- XIII, XIV, XVIII International Conferences on the Methods of Aerophysical Research ICMAR (Новосибирск, 2007, 2008; Пермь, 2016);
- VI, VII, VIII Международные конференции «Лаврентьевские чтения по математике, механике и физике» (Новосибирск, 2005, 2010, 2015);
- XXXII, XXXIII, XL, XLI Summer School–Conferences «Advanced Problems in Mechanics» (Санкт-Петербург, 2004, 2005, 2012, 2013);
- Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам ВМСППС (Алушта, 2009);
- International scientific conference «Science of the Future» (Санкт-Петербург, 2014);
- 1st Russia and Pacific Conference on Computer Technology and Applications RPC2010 (Владивосток, 2010);
- 2nd International Conference «Dynamics and Structure of Combustion Waves» (Владивосток, 2014);

Отечественных всероссийских:

- IX, X, XI Всероссийские съезды по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006, 2011; Казань, 2015);
- Первая, третья конференции по фильтрационному горению (Черноголовка, 2007, 2013);
- Всероссийская конференция «Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2007);
- Российская конференция, посвященная 50-летию ИМ СО РАН «Математика в современном мире» (Новосибирск, 2007);
- Всероссийские конференции «Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение» (Новосибирск, 2009, 2014);
- IX Всероссийская конференция с международным участием «Горение топлива: теория, эксперимент, приложения» (Новосибирск, 2015);
- Всероссийская конференция «XXXII Сибирский теплофизический семинар» (Новосибирск, 2015);
- Всероссийская конференция с международным участием «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2017);
- Всероссийская молодежная конференция «Успехи химической физики» (Черноголовка, 2011);
- Конференция-семинар «Актуальные направления в механике сплошных сред» (Санкт-Петербург, 2012);
- Всероссийская конференции, посвященная 70-летию акад. В.П. Мясникова «Фундаментальные и прикладные вопросы механики» (Владивосток, 2006);
- Всероссийские конференции «Успехи механики сплошных сред», приуроченные к 70-летию акад. В.А. Левина (Владивосток, 2009) и 75-летию акад. В.А. Левина (Владивосток, 2014);

- Всероссийская научная конференция «Фундаментальные и прикладные вопросы механики и процессов управления», посвященная 75-летию акад. В.П. Мясникова (Владивосток, 2011);

Отечественных региональных:

- XXVI, XXVIII, XXIX, XXX, XXXI, XXXII, XXXIII, XXXV Дальневосточные математические школы-семинары имени акад. Е.В. Золотова (Владивосток, 2001, 2003, 2004, 2006, 2007, 2008, 2010; Хабаровск, 2005);
- Дальневосточная междисциплинарная молодежная научная конференция «Современные методы научных исследований» (Владивосток, 2011).

Проведенные в настоящей диссертационной работе исследования были частично поддержаны грантами Президента Российской Федерации (№ МК-6493.2006.1, 2006-2007 гг.; № МК-3651.2008.1, 2008-2009 гг.; № МК-2198.2011.1, 2011-2012 гг.), РФФИ (№ 12-01-31064-мол_а, 2012-2013 гг.; № 16-01-00103-а, 2016-2018 гг.), ДВО РАН (№ 05-III-Г-03-072, 2005 г.; № 06-III-В-03-079, 2006-2008 гг.; № 09-III-В-01-015, 2009 г.; № 10-III-В-01И-011, 2010 г.; № 11-III-В-01И-011, 2011 г.; № 12-III-А-03-036, 2012-2014 гг., № 15-I-4-021, 2015-2017 гг.), Фонда содействия отечественной науке (2008-2009 гг.). В перечисленных здесь грантах их руководителем являлся автор настоящей диссертационной работы.

Некоторые результаты диссертационной работы были отмечены присуждением автору Премии РАН и РАО «ЕЭС России» в области энергетики и смежных наук «Новая генерация» (2006 г.) и Премии ДВО РАН им. академика В.П. Мясникова за работы в области математики и механики (2007 г.).

Публикации. Всего автором настоящей диссертационной работы опубликовано 130 научных трудов, из них: 76 публикаций без учета тезисов, 27 индексируемых в WoS и/или Scopus статей. По теме диссертации опубликовано 102 научные работы, из них: 19 статей в рецензируемых научных изданиях из перечня ВАК [150–168], 6 статей в рецензируемых научных изданиях, не входящих в перечень ВАК, но индексируемых в WoS и/или Scopus [169–174], 7 статей в сборниках научных трудов и иных журналах [175–181]. Кроме этого, по теме диссертации зарегистрировано 6 программ для ЭВМ [182–187].

Личный вклад автора. Все включенные в диссертацию результаты исследований получены автором лично, либо при участии научного консультанта в постановке задач и обсуждении полученных результатов. Из работ в соавторстве на защиту выносятся результаты, которые получены непосредственно автором. Все положения, выносимые на защиту, получены автором лично.

Структура диссертационной работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы составляет 298 страниц, в работе содержится 157 рисунков и 207 библиографических ссылок.

Во **введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, аргументирована ее новизна, показана теоретическая и практическая значимость, описаны методы исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту, обоснована достоверность и описана апробация результатов, приведен краткий обзор литературы по теме исследования.

Первая глава посвящена построению математических моделей динамических процессов в пористых объектах с источниками энерговыделения различного типа при саморегуляции проходящего через объект газа, то есть когда расход и скорость фильтрации газа на входе в пористый объект неизвестны и должны определяться при решении задачи, а известно давление газа на открытых границах объекта. В первом параграфе этой главы формулируется математическая модель движения газа через пористые объекты с источниками саморазогрева (здесь химические превращения не рассматриваются), во втором параграфе строится модель движения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения. При этом производится обезразмеривание уравнений, и построенные модели выписываются в безразмерном виде.

Вторая глава посвящена исследованию влияния изменения давления газа на входе в пористые саморазогревающиеся объекты на процесс их охлаждения. В главе рассматриваются одномерные течения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. В первом параграфе этой главы

описывается предложенный численный метод для исследования рассматриваемых процессов, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем [150, 175, 176]. Во втором параграфе рассматриваются задача о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе [151] и задача о нарушении установившегося режима охлаждения пористого тепловыделяющего объекта посредством резкого сброса давления газа на входе в объект [150]. В третьем параграфе демонстрируется, что учет температурной зависимости динамической вязкости при моделировании движения газа через пористую тепловыделяющую среду приводит к неоднозначности стационарного решения [151], и описываются процессы, в результате которых при условиях, удовлетворяющих критерию стационарности, не устанавливается устойчивый режим охлаждения пористого саморазогревающегося объекта, а происходит неограниченный разогрев этого объекта, приводящий к его перегреву и разрушению [175]. В четвертом параграфе описываются режимы охлаждения пористых саморазогревающихся сред, при которых с ростом коэффициента теплопроводности твердой среды происходит аномальное повышение ее общего разогрева и увеличение максимальной температуры [161].

Третья глава посвящена исследованию влияния геометрии пористых объектов и внутренних очагов саморазогрева на процесс их охлаждения. В главе рассматриваются двумерные течения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. В первом параграфе этой главы описывается предложенный численный метод для исследования рассматриваемых процессов [152, 154, 176]. Во втором параграфе рассматривается охлаждение плавно сужающихся и ступенчато сужающихся плоских и осесимметричных пористых саморазогревающихся объектов [152, 154]. В третьем параграфе исследуется движение газа через пористые объекты с неравномерным распределением источников энерговыделения и анализируется влияние различных параметров тепловыделяющей зоны (высоты, ширины, удаленности от входа в объект) на процесс охлаждения таких объектов [153, 177, 178]. В четвертом параграфе

рассматривается движение газа через пористые саморазогревающиеся объекты с частично закрытым выходным отверстием и анализируется влияние частичного перекрытия выхода из объекта на процесс охлаждения, в том числе при неравномерном распределении источников энерговыделения [158, 159, 173]. Также в этом параграфе исследуется охлаждение пористых саморазогревающихся объектов с застойными зонами [156, 169]. В пятом параграфе исследуются течения газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов (ТБО) без учета происходящих в них химических превращений [155]. Такой полигон ТБО моделируется пористым объектом цилиндрической формы с внутренними источниками саморазогрева, который открыт в атмосферу всюду, кроме нижнего основания, то есть в котором нижняя горизонтальная граница непроницаема, а все остальные границы – проницаемы.

Четвертая глава посвящена исследованию особенностей пространственных (трехмерных) течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. В первом параграфе этой главы описывается предложенный численный метод для исследования рассматриваемых процессов [164]. Во втором параграфе рассматривается охлаждение пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии [164, 165]. В третьем параграфе исследуется охлаждение трехмерных пористых саморазогревающихся объектов при боковом вдуве газа, то есть когда принудительно нагнетаемый газ поступает через отверстие в боковой непроницаемой стенке объекта и выходит в атмосферу через верхнюю открытую поверхность объекта, а остальные поверхности объекта (нижняя и боковые) являются непроницаемыми.

Пятая глава посвящена исследованию распространения спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред. В главе рассматриваются одномерные течения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения при саморегуляции проходящего через объект газа. В первом параграфе этой главы описывается предложенный численный метод для исследования

рассматриваемых процессов, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем [172]. Во втором параграфе рассматривается распространение спутных и встречных волн гетерогенного горения в пористых объектах, состоящих из твердых бытовых отходов и подобных им материалов, в условиях естественной конвекции как с постоянной [157], так и с переменной проницаемостью [162]; описывается отражение встречной волны горения, не полностью выжигающей твердое горючее вещество, от границы объекта и переход ее в спутную волну горения. В третьем параграфе проводится подробное сравнение известных экспериментальных данных о тлении пенополиуретана в условиях естественной конвекции с результатами численных расчетов, проведенных с использованием разработанных моделей и метода [167]. В четвертом параграфе исследуется влияние гравитационного поля внутри объекта и перепада давления на его границах, вызванного действием силы тяжести на окружающий воздух, на распространение самоподдерживающихся волн гетерогенного горения твердых пористых сред [160].

Шестая глава посвящена исследованию динамики двумерных волн гетерогенного горения пористых сред. В главе рассматриваются двумерные течения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения при саморегуляции проходящего через объект газа. В первом параграфе этой главы описывается предложенный численный метод для исследования рассматриваемых процессов [168]. Во втором параграфе рассматривается распространение двумерных волн гетерогенного горения пористых сред при принудительном нагнетании воздуха в пористый объект [166, 168]. В третьем параграфе исследуется распространение двумерных волн гетерогенного горения в пористых объектах при естественной конвекции, описывается динамика газа в таких объектах при различном расположении зоны зажигания [166, 168, 174].

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы и перспективы дальнейшего развития проведенных исследований. В конце работы приводится **список литературы**.

Глава 1. Математические модели течения газа через пористые объекты с очагами энерговыделения

1.1. Математическая модель течения газа через пористые саморазогревающиеся объекты

Рассмотрим математическую модель движения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа, то есть когда расход и скорость фильтрации газа на входе в объект неизвестны и должны определяться при решении задачи, а известно давление газа на открытых границах объекта. Такие объекты являются примером сплошных гетерогенных (или, в более общем смысле, многокомпонентных) сред, поэтому вначале рассмотрим общие идеи и подходы механики сплошных гетерогенных сред.

Если в рассматриваемом объеме перемешаны несколько веществ и при этом справедлива гипотеза сплошности [9–11], то мы имеем дело со сплошной многокомпонентной средой. В такой среде вещества (компоненты) могут быть перемешаны на молекулярном уровне, когда их нельзя отделить друг от друга механическим путем – в этом случае смесь называется гомогенной. Если вещества (компоненты) в смеси имеют поверхности раздела, и их можно отделить друг от друга механическими методами, то такую смесь называют гетерогенной (или многофазной), а сами компоненты при этом называют фазами. Часто отдельно выделяют коллоидные смеси, или коллоиды, которые при этом рассматривают как промежуточное положение между гомогенными и гетерогенными смесями. Пористые среды являются типичным примером гетерогенных сред [37–39].

Описание методами механики сплошной среды различного рода многокомпонентных (в том числе гетерогенных) сред связано с введением понятия многоскоростного континуума и определением взаимопроникающего движения компонент [37–39]. Многоскоростной континуум представляет собой совокупность нескольких (количество равно числу компонент) континуумов, каждый из которых относится к своему компоненту и заполняет один и тот же

объем, занятый всей средой. Для каждого из этих составляющих континуумов в каждой точке определяются обычным образом плотность (приведенная или эффективная) $\overset{o}{\rho}_m$, равная массе m-ого компонента в единице объема среды, скорость $\boldsymbol{v}_m$, а затем и другие параметры, относящиеся к своему компоненту.

Следуя изложенным в работах Р.И. Нигматулина [37–39] подходам, рассмотрим движение двухкомпонентной гетерогенной сплошной среды, состоящей из твердой и газовой фаз, в рамках модели взаимопроникающего движения двух взаимодействующих континуумов. Обозначим через a – относительный объем газовой фазы в двухфазной смеси (в теории пористых сред эта величина носит название пористости). Тогда относительный объем, занятый конденсированной фазой, будет равен $1 - a$. Помимо приведенных плотностей газа $\overset{o}{\rho}_g$ и твердой фазы $\overset{o}{\rho}_c$, о которых сказано выше, определим в каждой точке истинные плотности газа ρ_g и твердой фазы ρ_c следующим образом:

$$\rho_g = \frac{\overset{o}{\rho}_g}{a}, \qquad \rho_c = \frac{\overset{o}{\rho}_c}{1-a}. \tag{1.1}$$

Из данного определения следует, что истинная плотность компонента (газа или твердой среды) есть масса данного компонента в единице объема соответствующего компонента. Таким образом, истинная плотность является характеристикой данного компонента и прямо не связана с занимаемым им объемом в общем объеме многофазной среды, тогда как приведенная плотность компонента прямо пропорциональна его относительному объему в многофазной смеси.

Механика сплошных гетерогенных сред строится на основе физических законов сохранения массы, импульса и энергии, поэтому для построения математической модели нужно записать балансовые соотношения массы, импульса и энергии для каждой фазы в некотором фиксированном в пространстве объеме среды V, ограниченном поверхностью S, учитывая при этом обмен (взаимодействие) не только с внешней (по отношению к выделенному объему V)

средой, но и соответствующий обмен (взаимодействие) между фазами внутри объема V. Так как процедура вывода законов сохранения в интегральной форме и переход к дифференциальной форме широко применяются в литературе по механике сплошной среды и хорошо известны [9–11, 188], будем в дальнейшем сразу записывать дифференциальную форму законов сохранения.

Перейдем к построению математической модели движения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения. Будем считать, что твердая фаза – жесткая и неподвижная, сквозь нее может проходить газ, в результате протекания некоторых процессов в твердой среде происходит выделение энергии, но при этом объем и масса конденсированной фазы изменяются незначительно и этими изменениями можно пренебречь, и фазовые переходы не происходят. Тогда закон сохранения массы для газа имеет вид:

$$\frac{\partial\left(a\rho_g\right)}{\partial t}+\nabla\left(a\rho_g\boldsymbol{v}_g\right)=0\,. \tag{1.2}$$

Здесь и далее ∇ – оператор набла, $\boldsymbol{v}_g$ – скорость движения газа. Для твердой фазы в силу принятых допущений законы сохранения массы и импульса вырождаются. Если, кроме этого, конденсированная фаза однородна, то справедливы следующие соотношения:

$$a=\text{const},\qquad \rho_c=\text{const},\qquad \boldsymbol{v}_c=0, \tag{1.3}$$

где $\boldsymbol{v}_c$ – скорость движения твердой среды.

Далее будем считать, что тензор вязких напряжений в газе пренебрежимо мал, и вязкость будет учитываться только в силе межфазового взаимодействия, как это обычно делается при моделировании пористых сред. Таким образом, тензор напряжений в газе является шаровым и полностью определяется давлением газа p. Закон сохранения импульса для газа имеет следующий вид [37]:

$$\rho_g a\frac{d\boldsymbol{v}_g}{dt}=-a\nabla p+a\rho_g\boldsymbol{g}-\boldsymbol{F}_\mu-\boldsymbol{F}_\chi\,. \tag{1.4}$$

Первое и второе слагаемые в правой части соответствуют воздействию внешних поверхностных и массовых сил соответственно, $\boldsymbol{g}$ – ускорение силы

тяжести, $\boldsymbol{F}_\mu$ – сила трения, обусловленная действием вязких сил при взаимодействии между фазами, $\boldsymbol{F}_\chi$ – сила, связанная с воздействием «присоединенных масс» и возникающая из-за ускоренного движения фаз друг относительно друга. В силу принятых допущений, эти силы определяются следующим образом [37]:

$$\boldsymbol{F}_\mu = a^2 \frac{\mu}{k_1} \boldsymbol{v}_g, \qquad \boldsymbol{F}_\chi = \rho_g \chi a (1-a) \frac{d\boldsymbol{v}_g}{dt}. \tag{1.5}$$

Здесь и далее μ – динамическая вязкость газа, k_1 – коэффициент проницаемости конденсированной фазы, χ – коэффициент, учитывающий инерционное взаимодействие фаз при их ускоренном относительном движении. Коэффициент проницаемости полностью определяется свойствами твердой фазы; везде, где это не оговорено особо, будем полагать k_1 = const. Динамическая вязкость газа в общем случае зависит от температуры газа T_g и определяется формулой Сазерленда [188, 189]:

$$\mu = c_{s1} \frac{T_g^{1,5}}{c_{s2} + T_g}, \tag{1.6}$$

где c_{s1} и c_{s2} – некоторые константы.

Подставив (1.5) в (1.4), поделив на a, расписав полную индивидуальную производную как сумму локальной и конвективной производных [9–11] и сгруппировав слагаемые, получим окончательное выражение для уравнения сохранения импульса газа:

$$\rho_g \left(1 + \chi(1-a)\right) \left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_g}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right) \boldsymbol{v}_g \right) = -\nabla p + \rho_g \boldsymbol{g} - a \frac{\mu}{k_1} \boldsymbol{v}_g. \tag{1.7}$$

Обратим внимание, что если левая часть (1.7) равна нулю, то данное выражение превращается в классическое уравнение теории фильтрации – закон Дарси [12]. Таким образом, (1.7) можно считать обобщением классического закона Дарси. Также заметим, что рассматриваемую модель можно легко расширять путем учета иных выражений для силы $\boldsymbol{F}_\mu$, и, в частности, можно

добавлять в эту силу член с квадратом скорости, как в законе фильтрации Дарси-Форхгеймера [15, 16].

Закон сохранения энергии для твердой фазы и газа удобнее записать в виде уравнений притока тепла [37]:

$$(1-a)\rho_c \frac{dU_c}{dt} = (1-a)\rho_c A_c + (1-a)\rho_c Q_c, \tag{1.8}$$

$$a\rho_g \frac{dU_g}{dt} = a\rho_g A_g + a\rho_g Q_g. \tag{1.9}$$

Здесь и далее U_c – внутренняя энергия единицы массы твердой среды, A_c и Q_c определяют изменение в единицу времени внутренней энергии за счет работы внутренних сил и притока тепла в твердой фазе, U_g, A_g, Q_g – аналогично внутренняя энергия, мощность сил и приток тепла в газе (также отнесенные к единице массы). Для внутренней энергии будем использовать приближение постоянной теплоемкости:

$$U_c = c_c T_c, \qquad U_g = c_v T_g. \tag{1.10}$$

Здесь и далее T_c, c_c – температура и удельная теплоемкость конденсированной фазы, c_v – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

В твердой фазе работа внутренних сил равна нулю в силу допущений о неподвижности твердой фазы. В газе работа внутренних сил определяется обычной обратимой работой сжатия газа, которая связана с изменением его плотности, и работой вязкой межфазной силы, которая связана с диссипацией энергии из-за внутренних вязких сил. Отсюда следует справедливость следующих соотношений [37]:

$$A_c = 0, \qquad a\rho_g A_g = \frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} + \boldsymbol{F}_\mu \cdot \boldsymbol{v}_g. \tag{1.11}$$

Газ будем полагать диатермичным [190], то есть пропускающим всю энергию излучения, поэтому приток тепла в газе представляет собой сумму

притока тепла за счет теплопроводности в газе и контактного притока тепла от твердой фазы к газу Q_Σ:

$$a\rho_g Q_g = \nabla \cdot \left(a\lambda_g \nabla T_g\right) + Q_\Sigma, \tag{1.12}$$

где λ_g – теплопроводность газа. Приток тепла в конденсированной фазе складывается, вообще говоря, из притоков тепла за счет теплопроводности, излучения, контактного теплообмена с газом и энерговыделения (саморазогрева) твердой фазы *E*. Не будем детально учитывать радиационный теплообмен в твердой фазе, а, следуя диффузионному приближению [60], учтем излучение как добавку к коэффициенту теплопроводности конденсированной фазы λ_c, тогда для притока тепла в твердой среде можно записать следующее соотношение:

$$(1-a)\rho_c Q_c = \nabla \cdot \left((1-a)\lambda_c \nabla T_c\right) - Q_\Sigma + E. \tag{1.13}$$

Заметим, что в рассматриваемую модель можно легко добавить детальный учет излучения в случае такой необходимости.

Конвективный (контактный) теплообмен между фазами положим пропорциональным разнице фазовых температур в рассматриваемой точке среды, а тепловыделение в твердой фазе положим прямо пропорциональным концентрации реагирующего вещества *C*:

$$Q_\Sigma = \alpha\left(T_c - T_g\right), \qquad E = Q_0(1-a)C. \tag{1.14}$$

Здесь и далее α – константа, определяющая интенсивность межфазного теплообмена, Q_0 – константа, определяющая интенсивность тепловыделения. Предположим, что скорость убывания концентрации реагирующего вещества прямо пропорциональна этой концентрации:

$$\frac{dC}{dt} = -k_2 C, \tag{1.15}$$

где k_2 – коэффициент, определяющий уменьшение тепловыделения. Используя данные допущения, можно моделировать, например, источники энерговыделения радиоактивного типа, такие как в аварийном энергоблоке Чернобыльской АЭС.

Подставив (1.10) – (1.14) в (1.8) и (1.9), а также учитывая (1.5), получим следующие уравнения притока тепла:

$$(1-a)\rho_c c_c \frac{dT_c}{dt} = -\alpha\left(T_c - T_g\right) + Q_0(1-a)C + \nabla\cdot\left((1-a)\lambda_c \nabla T_c\right), \qquad (1.16)$$

$$a\rho_g c_v \frac{dT_g}{dt} = \alpha\left(T_c - T_g\right) + \frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} + a^2\frac{\mu}{k_1}\boldsymbol{v}_g^2 + \nabla\cdot\left(a\lambda_g \nabla T_g\right). \qquad (1.17)$$

Для замыкания системы уравнений (1.2), (1.6), (1.7), (1.15), (1.16), (1.17) добавим уравнение состояния совершенного газа:

$$p = \rho_g R T_g, \qquad (1.18)$$

где R – газовая постоянная, равная отношению универсальной газовой постоянной к молярной массе M.

Преобразуем полученную систему уравнений. Обратим внимание, что в газе в общем случае теплопроводность пропорциональна динамической вязкости и зависит, таким образом, от температуры:

$$\lambda_g = \frac{c_g}{\mathrm{Pr}}\mu, \qquad (1.19)$$

где Pr – число Прандтля, c_g – теплоемкость газа при постоянном давлении. Однако в исследуемых процессах теплопроводностью газа часто можно пренебрегать в силу ее малости, поэтому включение в модель соотношения (1.19) можно считать избыточным, и далее будем при учете теплопроводности газа полагать ее постоянной.

Так как коэффициент теплопроводности конденсированной фазы в рассматриваемой модели включает в себя кондуктивную и радиационную составляющие, то он в общем случае зависит от температуры сложным образом. Данную температурную зависимость можно учесть в модели, однако в исследуемых процессах влияние таких уточнений на решение пренебрежимо мало, поэтому далее для простоты будем полагать, что в твердой фазе теплопроводность постоянна.

Распишем второе слагаемое в правой части (1.17) с учетом (1.18):

$$\frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} = \frac{ap}{\rho_g}\left(\frac{1}{RT_g}\frac{dp}{dt} - \frac{p}{RT_g^2}\frac{dT_g}{dt}\right) = \frac{ap}{\rho_g}\left(\frac{\rho_g}{p}\frac{dp}{dt} - \frac{\rho_g}{T_g}\frac{dT_g}{dt}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} = a\frac{dp}{dt} - a\rho_g R\frac{dT_g}{dt}. \qquad (1.20)$$

Затем вычтем из выражения в левой части (1.17) второе слагаемое в правой части (1.17), подставим вместо этого слагаемого получившееся в (1.20) выражение и преобразуем, используя формулу Майера [9–11]:

$$a\rho_g c_v \frac{dT_g}{dt} - \frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} = a\rho_g c_v \frac{dT_g}{dt} + a\rho_g R\frac{dT_g}{dt} - a\frac{dp}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a\rho_g c_v \frac{dT_g}{dt} - \frac{ap}{\rho_g}\frac{d\rho_g}{dt} = a\rho_g c_g \frac{dT_g}{dt} - a\frac{dp}{dt}. \qquad (1.21)$$

Подставив в (1.17) вместо левой части и второго слагаемого в правой части выражение, полученное в (1.21), расписав полную индивидуальную производную как сумму локальной и конвективной производных [9–11] и полагая постоянство коэффициента теплопроводности газа, получим окончательное уравнение притока тепла для газа:

$$a\rho_g c_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla)T_g\right) = \alpha(T_c - T_g) + a\left(\frac{\partial p}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla)p\right) +$$

$$+ a^2\frac{\mu}{k_1}\boldsymbol{v}_g^2 + a\lambda_g \Delta T_g, \qquad (1.22)$$

где Δ – оператор Лапласа.

Расписав в (1.15) полную производную с учетом неподвижности твердой фазы и решив получившееся уравнение с учетом естественного условия $C|_{t=0} = 1$, найдем выражение для концентрации реагирующего вещества:

$$C = \exp(-k_2 t). \qquad (1.23)$$

Подставив (1.23) в (1.16), расписав полную производную с учетом неподвижности твердой среды и полагая постоянство коэффициента теплопроводности конденсированной фазы, получим окончательное уравнение притока тепла для твердой фазы:

$$(1-a)\rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = -\alpha(T_c - T_g) + Q_0(1-a)\exp(-k_2 t) + (1-a)\lambda_c \Delta T_c. \qquad (1.24)$$

Уравнения (1.2), (1.6), (1.7), (1.18), (1.22), (1.24) образуют замкнутую систему уравнений, описывающую движение газа через твердую пористую саморазогревающуюся среду без учета химических превращений. Для удобства перепишем эту систему уравнений снова, собрав все уравнения вместе:

$$(1-a)\rho_c c_c \frac{\partial T_c}{\partial t} = -\alpha\left(T_c - T_g\right) + Q_0(1-a)\exp\left(-k_2 t\right) + (1-a)\lambda_c \Delta T_c,$$

$$a\rho_g c_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right)T_g\right) = \alpha\left(T_c - T_g\right) + a\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right)p\right) +$$

$$+ a^2 \frac{\mu}{k_1}\boldsymbol{v}_g^2 + a\lambda_g \Delta T_g,$$

$$\rho_g\left(1+\chi(1-a)\right)\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_g}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right)\boldsymbol{v}_g\right) = -\nabla p + \rho_g \boldsymbol{g} - a\frac{\mu}{k_1}\boldsymbol{v}_g, \qquad (1.25)$$

$$\frac{\partial\left(a\rho_g\right)}{\partial t} + \nabla\left(a\rho_g \boldsymbol{v}_g\right) = 0,$$

$$p = \rho_g R T_g, \qquad \mu = c_{s1}\frac{T_g^{1,5}}{c_{s2} + T_g}.$$

Далее, как это принято в классической теории фильтрации, вместо скорости газа будем использовать скорость фильтрации газа $\boldsymbol{u} = a\boldsymbol{v}_g$. Моделирование обычно удобнее проводить с использованием безразмерных величин и безразмерных параметров подобия [191], поэтому введем безразмерные переменные следующим образом: $\widetilde{x} = x/H$, $\widetilde{t} = t/t_*$, $\widetilde{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{u}/u_*$, где H – характерный размер моделируемого объекта (если не оговорено особо, то это его высота), t_* и u_* – характерные значения времени и скорости фильтрации газа, x – эйлерова координата; $\widetilde{p} = p/p_*$, $\widetilde{\rho} = \rho_g/\rho_*$, $\widetilde{T}_c = T_c/T_*$, $\widetilde{T}_g = T_g/T_*$, где p_*, ρ_*, T_* – давление, плотность, температура газа при «нормальных» условиях. Будем использовать следующие параметры подобия:

число Струхаля $\mathrm{Sh} = \dfrac{u_* t_*}{H}$, числа Стентона $\mathrm{St}_1 = \dfrac{\alpha H}{\rho_c c_c u_*}$ и $\mathrm{St}_2 = \dfrac{\alpha H}{\rho_* c_g u_*}$,

$$\text{число Эйлера } \mathrm{Eu} = \frac{p_*}{\rho_* u_*^2},\ \text{число Эккерта } \mathrm{Ec} = \frac{u_*^2}{c_p T_*},$$

$$\text{аналог числа Рейнольдса } \mathrm{Re} = \frac{\rho_* u_* H}{c_{s1}\sqrt{T_*}},\ \text{число Фруда } \mathrm{Fr} = \frac{u_*^2}{gH}, \qquad (1.26)$$

$$\text{числа Пекле } \mathrm{Pe}_1 = \frac{u_* \rho_c c_c H}{\lambda_c} \text{ и } \mathrm{Pe}_2 = \frac{u_* \rho_* c_g H}{\lambda_g},$$

$$\pi = \frac{k_1}{H^2}, \quad \widetilde{Q}_0 = \frac{Q_0 t_*}{\rho_c c_c T_*}, \quad \varepsilon = k_2 t_*, \quad \widehat{c}_{s2} = \frac{c_{s2}}{T_*}.$$

Перепишем систему уравнений (1.25) в безразмерных переменных, опуская тильду:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1}{1-a}\left(T_c - T_g\right) + Q_0 \exp(-\varepsilon t) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\Delta T_c,$$

$$\rho\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)T_g\right) = \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2}{a}\left(T_c - T_g\right) + \mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)p\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{Ec}}{a\mathrm{Re}\,\pi}\boldsymbol{u}^2\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T_g} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}\Delta T_g, \qquad (1.27)$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\nabla p + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho\frac{\boldsymbol{g}}{|\boldsymbol{g}|} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}\boldsymbol{u}\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T_g},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}\nabla(\rho\boldsymbol{u}) = 0, \qquad p = \rho T_g.$$

Заметим, что, так как теплопроводность газа мала, то слагаемым, его содержащим, часто можно пренебречь. В настоящей работе при исследовании течения газа через пористые среды с источниками саморазогрева (энерговыделения радиоактивного типа) будем, как правило, пренебрегать теплопроводностью газа, то есть последнее слагаемое во втором уравнении системы (1.27) будем приравнивать нулю. Обратим внимание, что некоторые расчеты в настоящей работе проводились с учетом конечного Pe_2, и они показали ничтожное влияние теплопроводности газа на результаты. Также заметим, что во втором уравнении системы (1.27) второе и третье слагаемые в третьей части

влияют на решение, как правило, очень незначительно, поэтому во многих задачах ими можно пренебрегать без заметной потери точности.

Рассмотрим граничные условия для системы (1.27). Будем полагать, что исследуемые пористые объекты с очагами энерговыделения имеют как непроницаемые границы, так и открытые, через которые может проходить газ. Настоящая работа посвящена исследованию течения газа через пористые объекты при саморегуляции расхода проходящего через объект газа, то есть когда расход и скорость фильтрации газа на входе в пористый объект неизвестны и должны определяться при решении задачи. В этом случае можно считать, что на открытых границах объекта, через которые газ втекает в объект, известны давление и температура газа, а также условия теплообмена. На открытых границах объекта, через которые газ вытекает из объекта, известны давление газа, условия теплообмена и условия для температуры газа. Известны также условия теплообмена на непроницаемых границах пористого объекта. Таким образом, краевые условия для системы (1.27) в общем виде можно записать следующим образом:

$$
\begin{gathered}
p\big|_{x\in G_1} = p_0(x), \quad \partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_1} = \mathrm{Bi}\left(T_g\Big|_{x\in G_1} - T_c\Big|_{x\in G_1} \right), \\
T_g\Big|_{x\in G_1} = T_{g0}, \ \text{если} \ \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} \le 0, \\
\partial T_g/\partial n\Big|_{x\in G_1} = 0, \ \text{если} \ \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} > 0, \qquad (1.28) \\
\partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_2}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_2} = 0.
\end{gathered}
$$

Здесь G_1 – поверхности объекта, открытые в атмосферу, G_2 – непроницаемые поверхности объекта, $\boldsymbol{n}$ – нормаль к поверхности G_1 или G_2, $\mathrm{Bi} = \beta H/\lambda_c$ – число Био, где β – коэффициент теплоотдачи, p_0 и T_{g0} – соответственно давление и температура газа в окрестности объекта.

Заметим, что граничные условия (1.28) могут соответствовать как принудительной (вынужденной) фильтрации, когда газ нагнетается в объект, так и свободной (естественной) конвекции, когда принудительное нагнетание газа

отсутствует. Также обратим внимание, что адиабатичность непроницаемых стенок не является обязательным условием, и при необходимости можно легко учесть теплопередачу через эти стенки.

Таким образом, для исследования движения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа получена математическая модель, состоящая из системы безразмерных уравнений (1.27) и краевых условий (1.28). Для решения системы (1.27) необходимо также задать значения искомых величин в начальный момент времени.

1.2. Математическая модель гетерогенного горения твердых пористых сред

Теперь рассмотрим движение газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения, то есть когда энерговыделение в пористой среде происходит в результате экзотермических химических реакций между содержащимся в твердой фазе горючим веществом и окислителем из газовой фазы. Математическая модель такого процесса довольно близка к рассмотренной в предыдущем параграфе модели, она также строится в предположении взаимодействующих взаимопроникающих континуумов [37–39], но при этом используются классические подходы теории фильтрационного горения [54, 75].

Предположим, что твердое пористое вещество – жесткое и неподвижное, состоит из горючего компонента, инертного компонента и твердых продуктов реакции, при этом твердый горючий материал превращается в газовые и твердые продукты реакции в результате взаимодействия с газообразным окислителем. Этот процесс можно описать следующим образом:

$$(1)\text{Твердое горючее} + (\mu_g)\text{Окислитель} \rightarrow$$

$$\rightarrow (1+\mu_g-\mu_p)\text{Газообразные продукты} + (\mu_p)\text{Твердые продукты}, \qquad (1.29)$$

где μ_g и μ_p – массовые стехиометрические коэффициенты для окислителя и твердых продуктов реакции соответственно.

В данной модели удобно использовать не истинные плотности (которые определяются как масса *m*-ой фазы в единице объема *m*-ой фазы), а приведенные (масса *m*-ой фазы в единице объема среды). Поэтому в настоящем параграфе под ρ_g будем понимать приведенную плотность газа. Кроме этого, некоторые параметры подобия в настоящем параграфе будут отличаться от параметров подобия предыдущего параграфа, поэтому для удобства будем далее расшифровывать все обозначения – не только новые, но и прежние.

Будем полагать, что внутренняя энергия конденсированной фазы может меняться за счет теплопроводности (включающей в общем случае как кондуктивную, так и радиационную составляющие), контактного теплообмена с газом и энерговыделения в результате горения твердой фазы. В этом случае, учитывая неподвижность твердой среды, уравнение притока тепла для твердой среды можно записать в следующем виде:

$$\left(\rho_{cf}c_{cf}+\rho_{ci}c_{ci}+\rho_{cp}c_{cp}\right)\frac{\partial T_c}{\partial t}=-\alpha\left(T_c-T_g\right)+Q\rho_{cf0}W+\left(1-a_g\right)\lambda_c\Delta T_c. \qquad (1.30)$$

Здесь и далее ρ_{cf}, ρ_{ci}, ρ_{cp} – приведенные плотности твердого горючего материала, твердого инерта и твердых продуктов реакции соответственно, c_{cf}, c_{ci}, c_{cp} – удельные теплоемкости твердого горючего материала, твердого инерта и твердых продуктов реакции соответственно, T_c и T_g – температуры твердой среды и газа соответственно, α – константа, определяющая интенсивность межфазного теплообмена, Q и ρ_{cf0} – тепловыделение в результате сгорания единицы массы и приведенная плотность в начальный момент времени твердого горючего материала соответственно, W – скорость химической реакции, a_g – объемная концентрация газа в среде, или, другими словами, пористость, λ_c – теплопроводность конденсированной фазы.

Обратим внимание, что индексы "*c*" и "*g*" означают, как и ранее, конденсированная фазу (condensed) и газ (gas) соответственно, "*f*" – горючий

компонент (fuel), "*i*" – инертный компонент (inert), "*p*" – продукты реакции (product), "0" – начальный момент.

В уравнении энергии для газа будем учитывать теплопроводность и контактный теплообмен с твердой средой:

$$\rho_g c_g \left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla \right) T_g \right) = \alpha \left(T_c - T_g \right) + a_g \lambda_g \Delta T_g \,. \tag{1.31}$$

Здесь и далее ρ_g, c_g, $\boldsymbol{v}_g$, λ_g – соответственно приведенная плотность, удельная теплоемкость при постоянном давлении, скорость и теплопроводность газа. Как и в предыдущем параграфе, коэффициенты теплопроводности твердой среды и газа будем полагать постоянными. Однако, при необходимости, в модель можно легко добавить учет температурной зависимости теплопроводностей, а также детальный учет излучения и работу внутренних сил в газе.

Газ будем полагать совершенным:

$$p = \frac{\rho_g R T_g}{a_g M} \,, \tag{1.32}$$

где p – давление газа, M – его молярная масса, R – универсальная газовая постоянная.

В уравнении неразрывности для газа будем учитывать изменение массы газа в результате химических реакций:

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho_g \boldsymbol{v}_g \right) = \left(1 - \mu_p \right) \rho_{cf\,0} W \,. \tag{1.33}$$

Уравнение сохранения импульса газа отличается от полученного в предыдущем параграфе выражения (1.7) тем, что в нем дополнительно учитывается изменение импульса за счет фазовых превращений (горения):

$$\rho_g \left(1 + \chi \left(1 - a_g \right) \right) \left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_g}{\partial t} + \left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla \right) \boldsymbol{v}_g \right) = -a_g \nabla p + \rho_g \boldsymbol{g} - a_g^2 \frac{\mu}{k_1} \boldsymbol{v}_g -$$

$$- \left(1 - \mu_p \right) \rho_{cf\,0} W \boldsymbol{v}_g \,. \tag{1.34}$$

Здесь и далее μ – динамическая вязкость газа, k_1 – коэффициент проницаемости конденсированной фазы, χ – коэффициент, учитывающий

инерционное взаимодействие фаз при их ускоренном относительном движении, $\boldsymbol{g}$ – ускорение силы тяжести. Заметим, что уравнение (1.34) можно модифицировать путем добавления члена с квадратом скорости, как в законе фильтрации Дарси-Форхгеймера [15, 16].

Динамическую вязкость газа будем полагать зависящей от температуры по формуле Сазерленда [188, 189]:

$$\mu = c_{s1}\frac{T_g^{1,5}}{c_{s2}+T_g}. \tag{1.35}$$

В модель необходимо добавить уравнение для массовой концентрации окислителя C, в котором будем учитывать диффузию окислителя и его изменение за счет фазовых превращений:

$$\frac{\partial \rho_g C}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho_g C\boldsymbol{v}_g\right)=\nabla\cdot\left(\rho_g D_g\nabla C\right)-\mu_g\rho_{cf0}W. \tag{1.36}$$

Распишем левую часть (1.36):

$$\frac{\partial \rho_g C}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho_g C\boldsymbol{v}_g\right)=\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\left(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla\right)C\right)+C\left(\frac{\partial \rho_g}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho_g\boldsymbol{v}_g\right)\right). \tag{1.37}$$

Подставив получившееся выражение в (1.36) с учетом (1.33), получим окончательное уравнение для массовой концентрации окислителя:

$$\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\left(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla\right)C\right)=\nabla\cdot\left(\rho_g D_g\nabla C\right)-\mu_g\rho_{cf0}W-\left(1-\mu_p\right)\rho_{cf0}WC. \tag{1.38}$$

При очень медленных течениях газа диффузия окислителя может играть заметную роль, поэтому в модели учитывается зависимость коэффициента диффузии D_g от температуры:

$$D_g = D_{g0}\left(T_g/273\right)^b. \tag{1.39}$$

Процессы горения будем описывать одностадийной химической реакцией первого порядка по отношению к каждому компоненту – твердому и газообразному, при этом скорость реакции W будем полагать зависящей от температуры согласно уравнению Аррениуса [192]:

$$W = (1-\eta)\, C\, k\, \exp\left(-E/(R\, T_c)\right), \qquad \frac{\partial \eta}{\partial t} = W\,, \tag{1.40}$$

где η – степень превращения (выгорания) твердого горючего компонента, E – энергия активации, k – предэкспоненциальный множитель.

Такое простое описание химической кинетики может показаться недостаточно точным. Однако обратим внимание на следующие два фактора. Во-первых, данная модель нацелена на исследования в первую очередь очагов тления торфа и полигонов твердых бытовых отходов (ТБО), свойства которых существенно непостоянны, поэтому определить точную кинетику можно только в малых локальных масштабах, а в целом объекте она может существенно варьироваться. Поэтому для таких сред повышение точности за счет выбора более сложных кинетических уравнений будет нивелироваться увеличением общей погрешности при определении констант реакций в связи с ростом количества этих констант. Во-вторых, при необходимости в модель можно достаточно легко ввести учет более сложной химической кинетики.

В модели будем учитывать изменение плотности твердого горючего материала ρ_{cf} и твердых продуктов реакции ρ_{cp}:

$$\rho_{cf} = (1-\eta)\rho_{cf\,0}\,, \qquad \rho_{cp} = \mu_p \rho_{cf\,0}\eta\,. \tag{1.41}$$

Также будем учитывать изменение пористости (объемной концентрации газа) по следующей формуле:

$$a_g = a_{g0} + \left(a_{cf\,0} - a_{cpEnd}\right)\eta\,, \tag{1.42}$$

где a_{g0} – начальная пористость, $a_{cf\,0}$ – начальная объемная концентрация твердого горючего вещества, a_{cpEnd} – конечная объемная концентрация твердых продуктов реакции.

При моделировании горения пористых сред коэффициент проницаемости часто полагается постоянным. Проницаемость продуктов горения может совпадать с проницаемостью исходного пористого вещества, так как проницаемость определяется как пористостью, так и структурой пористой среды. Также возможны случаи, когда после прохождения волны горения проницаемость

среды уменьшается. Но чаще после прогорания пористой среды ее проницаемость увеличивается. В настоящей работе, если не оговорено особо, коэффициент проницаемости будет полагаться постоянным. Однако ряд задач будет рассмотрен с переменной проницаемостью, когда при прохождении волны горения она изменяется, при этом будут использоваться различные зависимости для коэффициента проницаемости.

Уравнения (1.30) – (1.35) и (1.38) – (1.42) образуют замкнутую систему уравнений движения газа через твердую пористую среду с очагами гетерогенного горения. Для удобства перепишем эту систему уравнений снова, собрав все уравнения вместе:

$$\left(\rho_{cf}c_{cf}+\rho_{ci}c_{ci}+\rho_{cp}c_{cp}\right)\frac{\partial T_c}{\partial t}=-\alpha\left(T_c-T_g\right)+Q\rho_{cf0}W+\left(1-a_g\right)\lambda_c\Delta T_c,$$

$$\rho_g c_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t}+\left(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla\right)T_g\right)=\alpha\left(T_c-T_g\right)+a_g\lambda_g\Delta T_g,$$

$$\rho_g\left(1+\chi\left(1-a_g\right)\right)\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_g}{\partial t}+\left(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla\right)\boldsymbol{v}_g\right)=-a_g\nabla p+\rho_g\boldsymbol{g}-a_g^2\frac{\mu}{k_1}\boldsymbol{v}_g-$$

$$-\left(1-\mu_p\right)\rho_{cf0}W\boldsymbol{v}_g,$$

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial t}+\nabla\cdot\left(\rho_g\boldsymbol{v}_g\right)=\left(1-\mu_p\right)\rho_{cf0}W,\qquad p=\frac{\rho_g RT_g}{a_g M},\tag{1.43}$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\left(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla\right)C\right)=\nabla\cdot\left(\rho_g D_g\nabla C\right)-\mu_g\rho_{cf0}W-\left(1-\mu_p\right)\rho_{cf0}WC,$$

$$W=\left(1-\eta\right)C\,k\,\exp\left(-E/\left(R\,T_c\right)\right),\qquad\frac{\partial\eta}{\partial t}=W,$$

$$\rho_{cf}=\left(1-\eta\right)\rho_{cf0},\qquad\rho_{cp}=\mu_p\rho_{cf0}\eta,\qquad a_g=a_{g0}+\left(a_{cf0}-a_{cpEnd}\right)\eta,$$

$$D_g=D_{g0}\left(T_g/273\right)^b,\qquad\mu=c_{s1}\frac{T_g^{1.5}}{c_{s2}+T_g}.$$

По аналогии с предыдущим параграфом при моделировании будем использовать безразмерные величины и безразмерные параметры подобия, поэтому введем безразмерные переменные следующим образом: $\widetilde{x}=x/H$,

$\widetilde{t} = t/t_*$, $\widetilde{\boldsymbol{v}}_g = \boldsymbol{v}_g / v_*$, где H – характерный размер моделируемого объекта (если не оговорено особо, то это его высота), t_* и v_* – характерные значения времени и скорости газа, x – эйлерова координата; $\widetilde{p} = p/p_*$, $\widetilde{\rho}_g = \rho_g/\rho_*$, $\widetilde{T}_c = T_c/T_*$, $\widetilde{T}_g = T_g/T_*$, где p_*, ρ_*, T_* – давление, плотность, температура газа при «нормальных» условиях, $\widetilde{\rho}_{cf} = \rho_{cf}/\rho_{cf0}$; $\widetilde{\rho}_{cp} = \rho_{cp}/\rho_{cf0}$; $\widetilde{W} = W/k$; $\widetilde{D}_g = (T_*/273)^{-b} D_g / D_{g0}$. Будем использовать следующие параметры подобия:

$$\text{число Струхаля } \mathrm{Sh} = \frac{v_* t_*}{H}, \text{ числа Стентона } \mathrm{St}_1 = \frac{\alpha H}{\rho_{cf0} c_{cf} v_*} \text{ и } \mathrm{St}_2 = \frac{\alpha H}{\rho_* c_g v_*},$$

$$\text{число Эйлера } \mathrm{Eu} = \frac{p_*}{\rho_* v_*^2}, \text{ аналог числа Рейнольдса } \mathrm{Re} = \frac{\rho_* v_* H}{c_{s1}\sqrt{T_*}},$$

$$\text{число Фруда } \mathrm{Fr} = \frac{v_*^2}{gH}, \text{ числа Пекле } \mathrm{Pe}_1 = \frac{v_* \rho_{cf0} c_{cf} H}{\lambda_c} \text{ и } \mathrm{Pe}_2 = \frac{v_* \rho_* c_g H}{\lambda_g},$$

$$\text{аналог числа Шмидта } \mathrm{Sc} = \frac{c_{s1}\sqrt{T_*}}{\rho_* D_{g0} (T_*/273)^b}, \tag{1.44}$$

$$\widetilde{Q} = \frac{Q}{c_{cf} T_*}, \quad \widetilde{E} = \frac{E}{R T_*}, \quad \pi = \frac{k_1}{H^2}, \quad \pi_1 = \frac{\rho_{ci} c_{ci}}{\rho_{cf0} c_{cf}},$$

$$\pi_2 = k\, t_*, \quad \pi_3 = \frac{\rho_{cf0}}{\rho_*}, \quad \pi_4 = \frac{c_{cp}}{c_{cf}}, \quad \widehat{c}_{s2} = \frac{c_{s2}}{T_*}.$$

Перепишем систему уравнений (1.43) в безразмерных переменных, опуская тильду:

$$\left(\rho_{cf} + \pi_1 + \pi_4 \rho_{cp}\right)\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\left(T_c - T_g\right) + Q\pi_2 W + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(1 - a_g\right)\Delta T_c,$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \mathrm{Sh}\left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right) T_g\right) = \mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\left(T_c - T_g\right) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2} a_g \Delta T_g,$$

$$\rho_g\left(1 + \chi\left(1 - a_g\right)\right)\left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_g}{\partial t} + \mathrm{Sh}\left(\boldsymbol{v}_g \cdot \nabla\right)\boldsymbol{v}_g\right) = -a_g\,\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\nabla p - \frac{a_g^2 \mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}\boldsymbol{v}_g \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g} -$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho_g\frac{\boldsymbol{g}}{|\boldsymbol{g}|}-(1-\mu_p)\pi_2\pi_3 W\boldsymbol{v}_g,$$

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,\nabla\cdot(\rho_g\boldsymbol{v}_g)=(1-\mu_p)\pi_2\pi_3 W,\qquad p=\frac{\rho_g T_g}{a_g},\tag{1.45}$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,(\boldsymbol{v}_g\cdot\nabla)C\right)=\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re\,Sc}}\nabla\cdot(\rho_g D_g\nabla C)-\mu_g\pi_2\pi_3 W-(1-\mu_p)\pi_2\pi_3 WC,$$

$$W=(1-\eta)C\exp(-E/T_c),\qquad\frac{\partial\eta}{\partial t}=\pi_2 W,$$

$$\rho_{cf}=1-\eta,\qquad\rho_{cp}=\mu_p\eta,$$

$$a_g=a_{g0}+(a_{cf0}-a_{cpEnd})\eta,\qquad D_g=T_g^b.$$

Граничные условия для системы (1.45) записываются по аналогии с (1.28). Будем полагать, что исследуемые пористые объекты с очагами гетерогенного горения имеют как непроницаемые границы, так и открытые, через которые может проходить газ. Так как настоящая работа посвящена исследованию течения газа через пористые объекты при саморегуляции расхода проходящего через объект газа, то на входе в пористый объект расход и скорость фильтрации газа не задаются, а определяются при решении задачи. Будем считать, что на открытых границах объекта, через которые газ втекает в объект, известны давление и температура газа, массовая концентрация окислителя и условия теплообмена. На открытых границах объекта, через которые газ вытекает из объекта, известны давление газа, условия теплообмена и условия для температуры газа и массовой концентрации окислителя. Известны также условия теплообмена на непроницаемых границах пористого объекта. Таким образом, краевые условия для системы (1.45) в общем виде можно записать следующим образом:

$$p\big|_{x\in G_1}=p_0(x),\quad\partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_1}=\mathrm{Bi}\left(T_g\Big|_{x\in G_1}-T_c\Big|_{x\in G_1}\right),$$

$$T_g\Big|_{x\in G_1}=T_{g0}\quad\text{и}\quad C\big|_{x\in G_1}=C_0,\ \text{если}\quad\boldsymbol{v}_{\mathrm{g}}\Big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}\le 0,$$

$$\partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_1}=0\quad\text{и}\quad\partial C/\partial n\big|_{x\in G_1}=0,\ \text{если}\quad\boldsymbol{v}_{\mathrm{g}}\Big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}>0,\tag{1.46}$$

$$\partial T_c / \partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \partial T_g / \partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \boldsymbol{v}_{\mathrm{g}}\big|_{x\in G_2} \cdot \boldsymbol{n}\big|_{x\in G_2} = 0.$$

Здесь G_1 – поверхности объекта, открытые в атмосферу, G_2 – непроницаемые поверхности объекта, $\boldsymbol{n}$ – нормаль к поверхности G_1 или G_2, $\mathrm{Bi} = \beta H / \lambda_c$ – число Био, где β – коэффициент теплоотдачи, p_0, T_{g0} и C_0 – соответственно давление, температура газа и массовая концентрация окислителя в окрестности объекта. Как и (1.28), граничные условия (1.46) могут соответствовать как принудительной (вынужденной) фильтрации, когда газ нагнетается в объект, так и свободной (естественной) конвекции. Адиабатичность непроницаемых стенок здесь также не является обязательным условием, и при необходимости можно легко учесть теплопередачу через эти стенки.

Таким образом, для исследования движения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения при саморегуляции проходящего через объект газа получена математическая модель, состоящая из системы безразмерных уравнений (1.45) и краевых условий (1.46). Для решения системы (1.45) необходимо также задать значения искомых величин в начальный момент времени.

Глава 2. Нестационарные режимы охлаждения пористых саморазогревающихся объектов при переменном давлении газа на их входе

2.1. Численный метод для расчета одномерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа

Изучение стационарных режимов воздушного охлаждения пористых тепловыделяющих объектов крайне важно, так как знания о таких режимах позволяют организовать безопасное устойчивое охлаждение объектов с очагами энерговыделения радиоактивного типа. Однако большой интерес представляет также изучение сценариев развития событий, когда нарушаются условия существования стационарности. В настоящей главе рассматриваются процессы в пористых саморазогревающихся объектах, когда стационарность нарушается в связи с изменением давления газа на входе в объект. Глава посвящена исследованию влияния изменения давления на входе в объект, а также некоторых свойств твердой среды и газа на процесс охлаждения пористых саморазогревающихся объектов. В главе рассматриваются одномерные течения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. То есть процессы, общая модель которых описана в параграфе 1.1, здесь изучаются в одномерном случае.

Будем рассматривать пористый тепловыделяющий объект высотой H, ограниченный с боков непроницаемыми нетеплопроводными стенками, а сверху и снизу открытый (рисунок 2.1). В его нижнюю часть подается холодный газ с заданным давлением (атмосферным или повышенным), который, двигаясь снизу вверх через пористую среду, вытекает из пористого объекта через верхнюю границу в свободное пространство с атмосферным давлением.

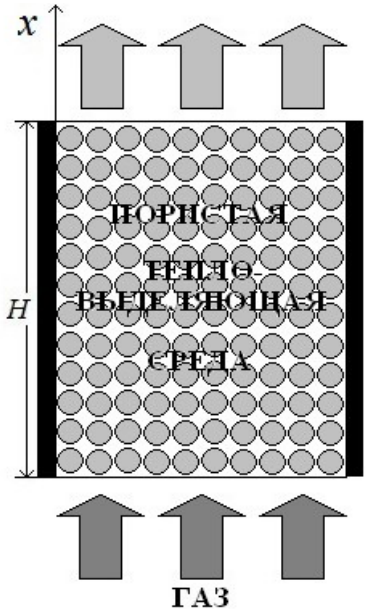

Рисунок 2.1 – Схема пористого саморазогревающегося объекта

Если особенностями течений у боковых стенок можно пренебречь, то все параметры будут зависеть только от высоты, и процессы в пористом объекте можно полагать одномерными. В этом случае безразмерная система уравнений (1.27) примет следующий вид:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1}{1-a}\left(T_c - T_g\right) + Q_0 \exp\left(-\varepsilon t\right) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2},$$

$$\rho\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}u\frac{\partial T_g}{\partial x}\right) = \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2}{a}\left(T_c - T_g\right) + \mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}u\frac{\partial p}{\partial x}\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{Ec}}{a\mathrm{Re}\,\pi}u^2\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}\frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2}, \qquad (2.1)$$

$$\frac{1+\chi\left(1-a\right)}{a}\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}u\frac{\partial u}{\partial x}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}u\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}\frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0\ , \qquad p = \rho T_g\ .$$

Все обозначения приведены в параграфе 1.1. Безразмерные граничные условия (1.28) в рассматриваемом одномерном случае можно записать следующим образом:

$$p\big|_{x=0} = p_0, \quad T_g\big|_{x=0} = T_{g0},$$

$$\partial T_c/\partial x\big|_{x=0} = -\mathrm{Bi}\left(T_g\big|_{x=0} - T_c\big|_{x=0}\right), \quad p\big|_{x=1} = p_h, \tag{2.2}$$

$$\partial T_g/\partial x\big|_{x=1} = 0, \quad \partial T_c/\partial x\big|_{x=1} = -\mathrm{Bi}\left(T_g\big|_{x=1} - T_c\big|_{x=1}\right).$$

Система уравнений (2.1) является нелинейной смешанной гиперболически-параболической системой уравнений и в общем случае не может быть решена аналитически. Поэтому для решения этой системы уравнений необходимо применять численные методы решения.

Одним из наиболее развитых и широко известных численных методов решения систем уравнений в частных производных является метод конечных разностей. Его суть заключается в том, что непрерывные области заменяются совокупностью дискретных точек (сеткой), и решение уравнений ищется лишь в этих точках (узлах сетки): производные аппроксимируются конечными разностями, и решение уравнений в частных производных сводится к решению системы алгебраических уравнений. Существует большое количество литературы, посвященной методу конечных разностей, как отечественных авторов [193–199], так и зарубежных [200–204]. И хотя для решения многих систем уравнений в частных производных разработаны удачные конечно-разностные схемы, существуют задачи, которые в силу различных особенностей не могут эффективно решаться с помощью известных схем, а требуют разработки новых методов. Рассматриваемые в настоящей диссертационной работе задачи относятся к числу таких задач.

Для решения системы уравнений (2.1) с краевыми условиями (2.2) разработан оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Уравнения энергии и сохранения импульса преобразовываются в явные конечно-разностные уравнения, из которых определяются температура газа, температура твердой среды и скорость фильтрации газа. Уравнение неразрывности преобразовывается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого с учетом уравнения состояния

совершенного газа методом прогонки определяется давление газа. Плотность газа определяется из уравнения состояния совершенного газа. Далее подробно опишем предлагаемый численный метод, пренебрегая теплопроводностью газа (то есть последнее слагаемое во втором уравнении системы (2.1) приравняем нулю).

Рассмотрим равномерную сетку с шагом h по пространству и шагом по времени τ, равным rh^2, где $r = \text{const}$. Нижний индекс l при искомых сеточных функциях будет обозначать продвижение по пространству; верхний индекс n – продвижение по времени. Тогда можно записать следующую систему конечно-разностных уравнений, аппроксимирующую исходную систему (2.1):

$$T_{cl}^{n+1} = T_{cl}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}T_{gl}^{n} + \tau Q_0 \exp\left(-\varepsilon n\tau\right) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1} r\left(T_{cl+1}^{n} - 2T_{cl}^{n} + T_{cl-1}^{n}\right),$$

$$T_{gl}^{n+1} = T_{gl}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_l^n}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_l^n}T_{cl}^{n} - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_l^n\left(\pm 3T_{gl}^{n} \mp 4T_{gl\mp 1,}^{n} \pm T_{gl\mp 2}^{n}\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho_l^n}\left[\left(p_l^n - p_l^{n-1}\right) + \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_l^n\left(p_{l+1}^n - p_{l-1}^n\right)\right] + \frac{\left(T_{gl}^n\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gl}^n} \cdot \frac{\mathrm{Ec}\,\mathrm{Sh}\tau}{a\mathrm{Re}\pi\,\rho_l^n}\left(u_l^n\right)^2, \quad (2.3)$$

$$u_l^{n+1} = u_l^n\left[1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(u_{l+1}^n - u_{l-1}^n\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\,\tau}{\left(1+\chi\left(1-a\right)\right)\mathrm{Re}\,\pi\,\rho_l^n} \cdot \frac{\left(T_{gl}^n\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gl}^n}\right] -$$

$$- \frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2\left(1+\chi\left(1-a\right)\right)\rho_l^n}\left(p_{l+1}^n - p_{l-1}^n\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\tau}{\left(1+\chi\left(1-a\right)\right)\mathrm{Fr}} - \omega_2,$$

$$p_{l-1}^{n+1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gl-1}^{n+1}}u_{l-1}^{n+1}\right) + \frac{p_l^{n+1}}{T_{gl}^{n+1}} + p_{l+1}^{n+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gl+1}^{n+1}}u_{l+1}^{n+1}\right) = \rho_l^n - \omega_1,$$

$$\rho_l^{n+1} = p_l^{n+1} \Big/ T_{gl}^{n+1}.$$

Система конечно-разностных уравнений (2.3) аппроксимирует исходную систему (2.1) с краевыми условиями (2.2) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. Во втором уравнении системы (2.3) знак $\pm$ обусловлен возможным изменением направления движения газа: в скобке верхнее значение знака выбирается при положительной скорости фильтрации

газа, умножаемой на данную скобку, а нижнее значение знака – при отрицательной скорости фильтрации. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [203], которая в данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования такой ошибки в систему (2.3) введены демпфирующие члены ω_1 и ω_2, которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\omega_1 = \frac{1}{\omega_1^*}\left(p_{l+2}^n - 4p_{l+1}^n + 6p_l^n - 4p_{l-1}^n + p_{l-2}^n\right), \quad \omega_1^* = \text{const},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\omega_2^*}\left(u_{l+2}^n - 4u_{l+1}^n + 6u_l^n - 4u_{l-1}^n + u_{l-2}^n\right), \quad \omega_2^* = \text{const}. \qquad (2.4)$$

Краевые условия для сеточных функций задаются с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. На открытых границах объекта давление и температура фаз получаются из (2.2), при этом используется следующая трехточечная конечно-разностная аппроксимация первой производной:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_l^n = \frac{\pm 3f_l^n \mp 4f_{l\mp1}^n \pm f_{l\mp2}^n}{2h}, \qquad (2.5)$$

где вместо *f* подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении индекса *l* в граничном узле сетки (то есть на верхней границе объекта), нижнее значение знака – при наименьшем *l* на границе (то есть на нижней границе объекта).

Краевые условия для компонент скорости фильтрации газа на открытых границах задаются из условия равенства нулю их первых производных, записанных в виде (2.5). Заметим, что добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости фильтрации и расхода газа на открытых границах неизвестны априори.

Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и в них задать значения давления, температуры и скорости фильтрации газа. При этом для нахождения температуры и скорости газа в фиктивной точке нулю приравниваются их первые производные, записанные в виде (2.5), а для определения давления газа приравнивается нулю его вторая производная на границе, записанная следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}\right)_l^n = \frac{p_{l+1}^n - 2p_l^n + p_{l-1}^n}{h^2}. \qquad (2.6)$$

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий. Решаем первое – третье уравнения системы (2.3), последовательно меняя пространственный индекс l, затем рассчитываем краевые условия для найденных функций температур фаз и скорости фильтрации, после этого решаем методом прогонки [193] четвертое уравнение и далее тривиально решаем пятое уравнение системы (2.3), рассчитывая также краевые условия для давления и плотности. На этом расчет на данном временном слое закончен, можно при необходимости вывести данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость системы (2.3) к (2.1) не представляется возможным. Экспериментальное исследование сходимости системы конечно-разностных уравнений (2.3) к системе (2.1), проведенное на ряде модельных задач, показало, что сходимость имеет место при некотором ограничении на r, причем с уменьшением шага h допустимое значение r, как правило, увеличивается. Полученное экспериментально ограничение на шаг по времени оказывается более жестким, чем ограничение, полученное аналитически из анализа устойчивости уравнений системы (2.3), проведенного по спектральному методу Неймана [203] с учетом принципа замороженных коэффициентов [193].

Исследование точности предлагаемого метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов с известными тестовыми решениями. В частности, выбирались параметры и начально-краевые условия, которые приводили к установлению стационарного режима, после этого результаты расчетов по предлагаемому методу сравнивались с решением стационарной задачи, полученным численно-аналитическим способом [53] с использованием метода Рунге–Кутты. Такое сравнение показало хорошее совпадение решений даже на сетке с шагом h=0.05. Вычислительный эксперимент показал, что многие одномерные нестационарные задачи можно рассчитывать на сетке с шагом h=0.025, так как такая сетка дает достаточно малую погрешность.

2.2. Охлаждение пористых саморазогревающихся объектов при резкой смене давления газа на их входе

Изучение влияния изменения давления газа на входе в пористые саморазогревающиеся объекты на процесс их охлаждения начнем с исследования процессов при резкой смене давления газа на входе в объекты, находящиеся перед этим в стационарном состоянии.

Вначале рассмотрим задачу о включении принудительной фильтрации в пористом объекте в момент начала тепловыделения в твердой фазе. Пусть до начального момента времени энерговыделение в твердой среде не происходит, давление газа на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени в твердой фазе начинается равномерно распределенное тепловыделение и одновременно давление газа на входе в объект очень быстро растет до определенного значения и, достигая его, потом остается неизменным. Для решения данной задачи используется описанный в параграфе 2.1 алгоритм.

Расчеты показывают, что в рассматриваемой задаче возможно два различных варианта развития процесса в зависимости от выбранных параметров.

Кроме интенсивности энерговыделения определяющим фактором здесь также является перепад давления газа на входе и выходе из объекта. Заметим, что из анализа стационарных одномерных задач известно [53], что для каждого заданного набора характеристик тепловыделяющего объекта существует критическое значение давления газа на входе в объект, ниже которого не существует стационарного режима охлаждения. Анализ рассматриваемой нестационарной задачи о переходе от состояния покоя к режиму принудительной фильтрации показывает, что если установившееся на входе в объект давление газа превышает критическое (то есть при нем возможно стационарное решение), то происходит установление стационарного режима охлаждения (точнее – квазистационарного, так как энерговыделение со временем очень медленно убывает из-за «выгорания» реагирующего вещества, что приводит к медленному изменению всех искомых величин). Если установившееся на входе в объект давление газа ниже критического (то есть при нем невозможно стационарное решение), то происходит неограниченный разогрев пористого объекта, который приводит к расплавлению твердой фазы и нарушению описанного процесса охлаждения. Различие между режимами установления стационарности и неограниченного разогрева наглядно демонстрирует рисунок 2.2, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды на выходе из тепловыделяющего объекта для случаев установления стационарности (сплошная линия) и неограниченного разогрева (штриховая линия).

При выборе параметров для расчета полагалось, что саморазогревающийся объект имеет достаточно высокую проницаемость и среднюю пористость, свойства твердой среды выбирались близкими к свойствам бетона, а под газом понимался воздух.

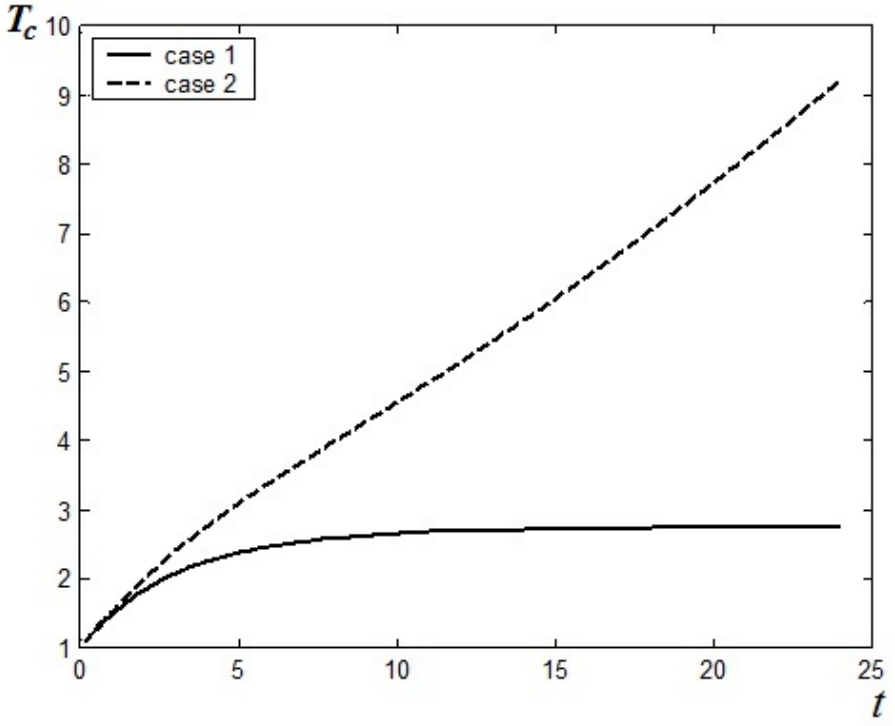

Рисунок 2.2 – Изменение со временем температуры твердой среды на выходе из объекта для случаев установления стационарности (case 1) и неограниченного разогрева (case 2)

Если не оговорено особо, то приведенные в настоящей главе рисунки соответствуют следующим безразмерным параметрам:

$$\mathrm{Sh} = 3.6\cdot 10^{2},\quad \mathrm{St}_1 = 4.94\cdot 10^{-3},\quad \mathrm{St}_2 = 8.33,\quad \mathrm{Eu} = 8.33\cdot 10^{4},\quad \mathrm{Ec} = 3.33\cdot 10^{-6},$$

$$\mathrm{Re} = 4.75\cdot 10^{5},\quad \mathrm{Pe}_1 = 1.687\cdot 10^{7},\quad \mathrm{Fr} = 1.02\cdot 10^{-2},\quad \mathrm{Bi} = 83.33,\quad \pi = 10^{-10},\quad (2.7)$$

$$Q_0 = 0.5929,\quad \varepsilon = 3.6\cdot 10^{-4},\quad \hat{c}_{s2} = 0.368,\quad a = 0.3,\quad \chi = 0.5.$$

Эти данные соответствуют следующим размерным величинам:

$$H = 10\ \text{м},\quad t_* = 3.6\cdot 10^{3}\ \text{с},\quad u_* = 1\ \text{м/с},\quad T_* = 3\cdot 10^{2}\ \text{К},\quad p_* = 10^{5}\ \text{Па},$$

$$\rho_* = 1.2\ \text{кг/м}^3,\quad \rho_c = 2.2\cdot 10^{3}\ \text{кг/м}^3,\quad c_c = 9.2\cdot 10^{2}\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},$$

$$\alpha = 10^{3}\ \text{Вт/(м}^3\cdot\text{К)},\quad c_g = 10^{3}\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad c_{s1} = 1.458\cdot 10^{-6}\ \text{кг/(м}\cdot\text{с}\cdot\sqrt{\text{К}}\text{)},\quad (2.8)$$

$$c_{s2} = 1.104\cdot 10^{2}\ \text{К},\quad k_1 = 10^{-8}\ \text{м}^2,\quad Q_0 = 10^{5}\ \text{Вт/м}^3,\quad \lambda_c = 1.2\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)},$$

$$g = 9.8\ \text{м/с}^2,\quad k_2 = 10^{-7}\ 1/\text{с},\quad \beta = 10\ \text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Для рассмотренного случая установления стационарности краевые условия получались из (2.2) с учетом (2.5) – (2.6) при следующих значениях:

$$p_0 = 1.5, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1, \tag{2.9}$$

а для случая неограниченного разогрева – при следующих значениях:

$$p_0 = 1.4, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1. \tag{2.10}$$

Процессы, происходящие в пористом объекте при включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения, можно разделить на два этапа вне зависимости от того, приводят ли они к стационарному режиму или к неограниченному разогреву. На первом этапе происходит быстрое и сильное изменение давления, плотности, скорости фильтрации и расхода газа. Это изменение значительно затормаживается через короткое время (порядка одной секунды для приведенных здесь параметров) после установления постоянным давления газа на входе в объект. Начинается второй этап процесса: происходит медленный нагрев объекта, который вызывает медленное изменение всех остальных искомых величин.

Введем понятие коэффициента охлаждения: θ – отношение количества теплоты, покидающей объект в единицу времени, к количеству теплоты, выделяемой в объекте в результате реакции в единицу времени. Для рассматриваемой задачи этот коэффициент приближенно можно найти по следующей формуле:

$$\theta \approx \frac{c_p q|_{x=1} \left(T_g \big|_{x=1} - T_{g0} \right)}{(1-a) Q_0 H}, \tag{2.11}$$

где $q = \rho u$ – расход газа.

На рисунке 2.3 показано изменение со временем коэффициента охлаждения, рассчитанного по формуле (2.11) для обоих случаев рассмотренной задачи: случая установления стационарности (сплошная линия) и случая неограниченного разогрева (штриховая линия). Наглядно видно различие этих процессов.

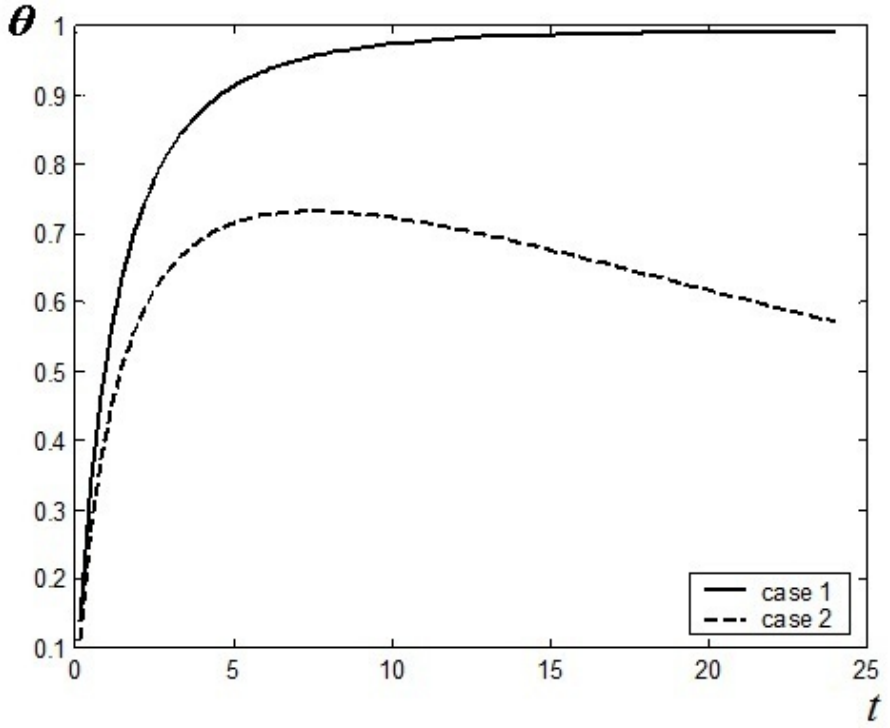

Рисунок 2.3 – Изменение со временем коэффициента охлаждения для случаев установления стационарности (case 1) и неограниченного разогрева (case 2)

В случае установления стационарности коэффициент охлаждения возрастает, асимптотически устремляясь к единице. Это означает, что при общем разогреве объекта процесс охлаждения со временем улучшается, и идет стремление к прекращению роста температуры твердой среды и установлению ее стабильной. В случае неограниченного разогрева сначала наблюдается рост коэффициента охлаждения, но потом происходит его стремительное падение, то есть процесс охлаждения сначала улучшается, а затем ухудшается со временем все сильнее и сильнее.

Далее рассмотрим задачу о нарушении установившегося режима охлаждения пористого тепловыделяющего объекта посредством резкого сброса давления газа на входе в объект. Пусть до начального момента времени в пористом объекте с равномерно распределенным энерговыделением установился стационарный (или квазистационарный) режим охлаждения, при этом на входе в объект газ принудительно нагнетается с повышенным давлением, а на выходе из объекта давление газа соответствует атмосферному давлению на заданной высоте.

В начальный момент времени давление газа на входе в объект резко падает до определенного значения и потом остается неизменным. Для решения данной задачи аналогично используется описанный в параграфе 2.1 алгоритм.

Расчеты показывают, что в данной задаче также возможно два сценария развития событий. Если давление газа на входе в объект после падения установилось выше критического (то есть при нем возможно стационарное решение), то происходит установление нового стационарного режима охлаждения (точнее – квазистационарного, так как реагирующее вещество со временем очень медленно «выгорает», о чем упоминалось выше). Если давление газа на входе в объект установилось ниже критического (то есть при нем невозможно стационарное решение), то происходит неограниченный разогрев пористого объекта, который приводит к расплавлению твердой фазы и нарушению описанного процесса охлаждения. Различие между режимами установления стационарности и неограниченного разогрева наглядно демонстрирует рисунок 2.4, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды на выходе из тепловыделяющего объекта для случаев установления стационарности (сплошная линия) и неограниченного разогрева (штриховая линия).

Расчеты проводились с параметрами (2.7), в качестве начальных условий выбиралось стационарное решение с этими параметрами и краевыми условиями, полученными из (2.2) при следующих значениях:

$$p_0 = 1.7, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1. \tag{2.12}$$

Для случая установления новой стационарности краевые условия соответствовали (2.9), а для случая неограниченного разогрева – (2.10).

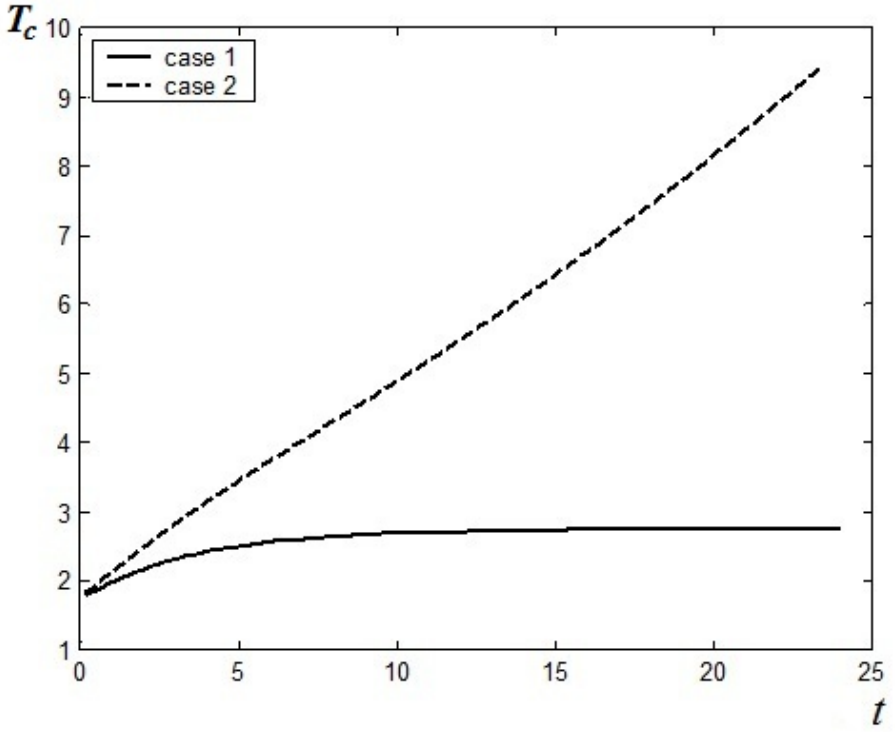

Рисунок 2.4 – Изменение со временем температуры твердой среды на выходе из объекта для случаев установления стационарности (case 1) и неограниченного разогрева (case 2)

Происходящие в пористом объекте процессы можно также разделить на два этапа вне зависимости от того, приводят ли они к стационарному режиму или к неограниченному разогреву. На первом этапе по пористому объекту проходит волна разрежения, и вслед за этим происходит быстрое и сильное изменение давления, плотности, скорости фильтрации и расхода газа. Это изменение значительно затормаживается через короткое время (порядка одной секунды для приведенных здесь параметров) после падения давления газа на входе в объект. Начинается второй этап процесса: происходит медленный нагрев объекта, который вызывает медленное изменение всех остальных искомых величин. Это демонстрируют рисунки 2.5 – 2.9, на которых приведено распределение по объекту в разные моменты времени температур твердой среды и газа, давления и плотности газа, а также скорости фильтрации для случая установления новой стационарности, то есть когда краевые условия соответствовали (2.9).

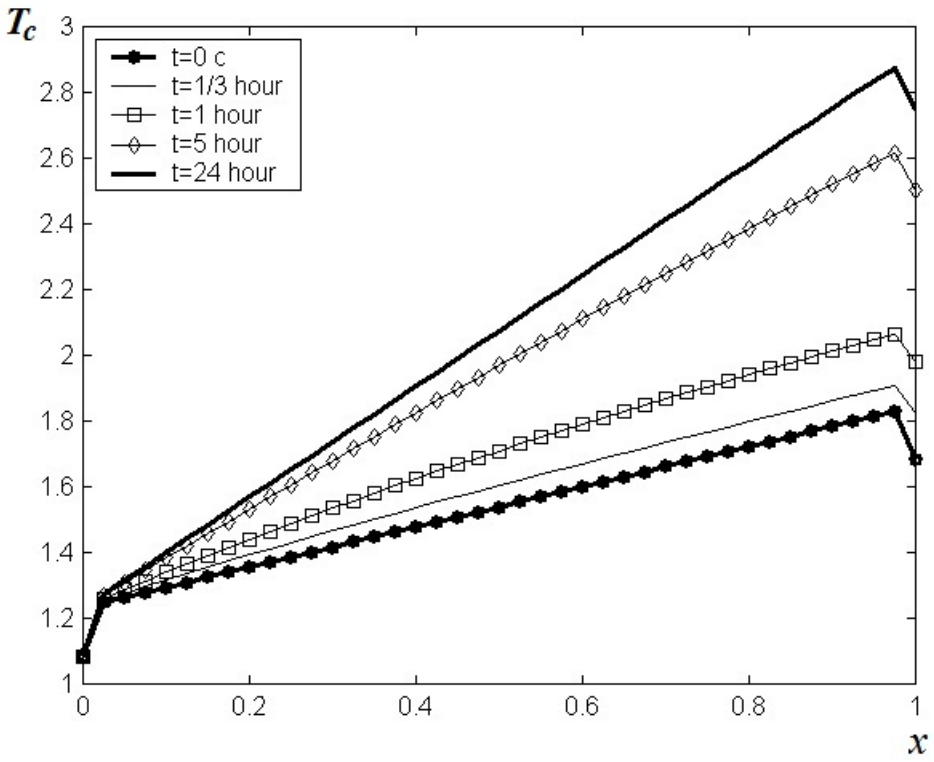

Рисунок 2.5 – Температура твердой среды

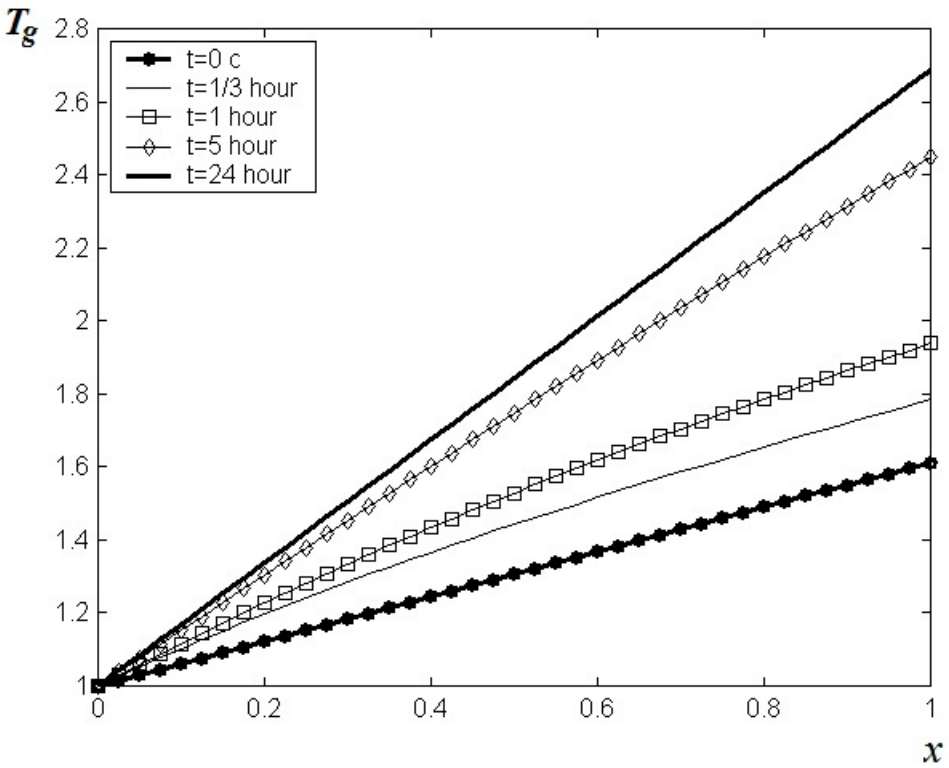

Рисунок 2.6 – Температура газа

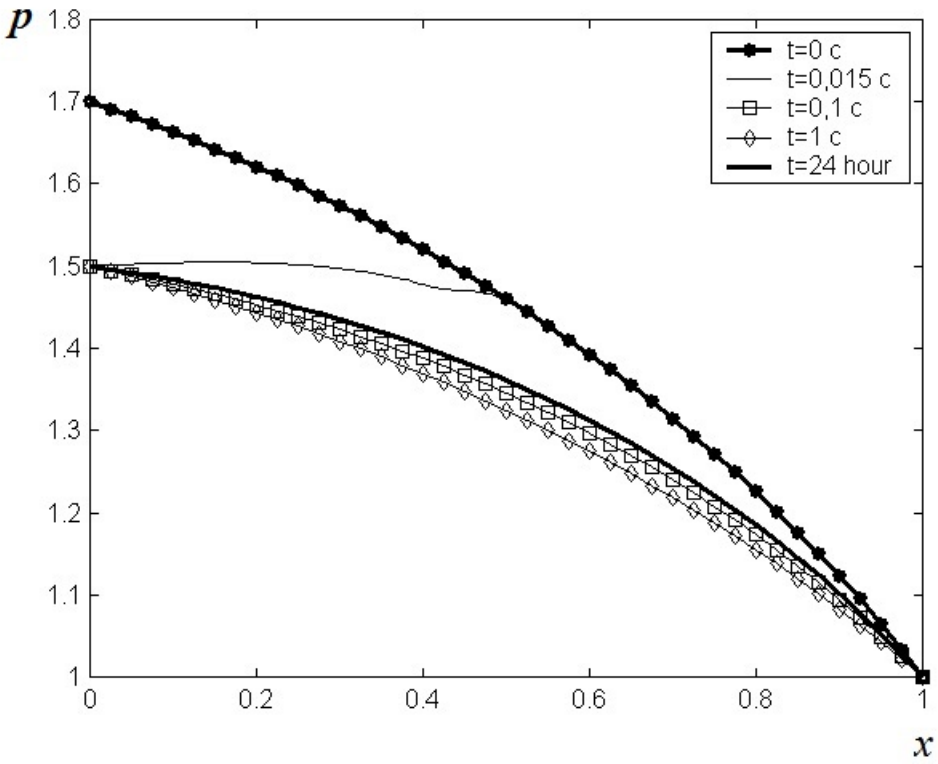

Рисунок 2.7 – Давление газа

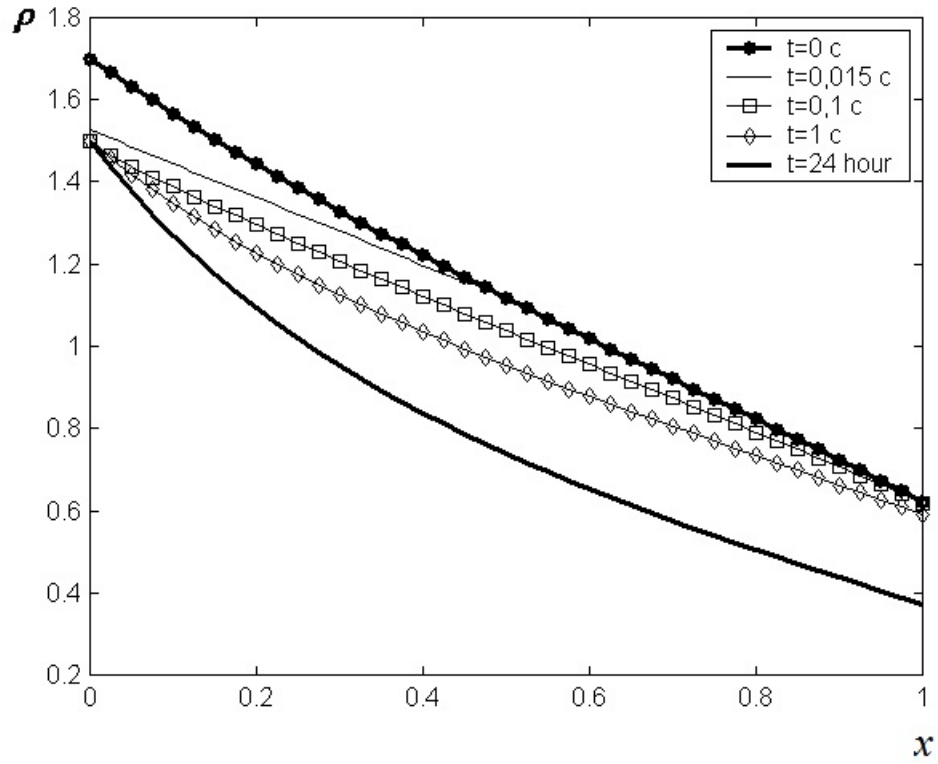

Рисунок 2.8 – Плотность газа

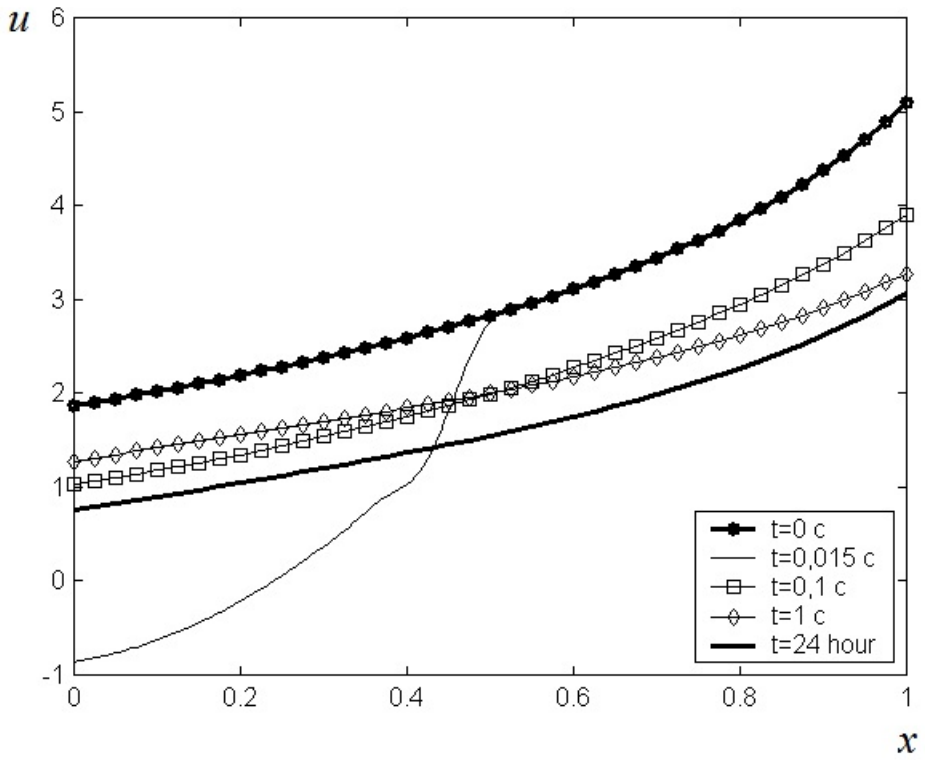

Рисунок 2.9 – Скорость фильтрации газа

На рисунке 2.10 показан коэффициент охлаждения, рассчитанный по формуле (2.11) для обоих случаев рассмотренной задачи: случая установления стационарности (сплошная линия) и случая неограниченного разогрева (штриховая линия). Можно заметить сильное сходство с рисунком 2.3, на котором показан коэффициент охлаждения для задачи о переходе от состояния покоя к режиму принудительной фильтрации. Аналогично в случае установления стационарности коэффициент охлаждения возрастает, асимптотически устремляясь к единице, то есть при общем разогреве объекта процесс охлаждения со временем улучшается до значения, соответствующего стационарному режиму. В случае неограниченного разогрева сначала наблюдается рост коэффициента охлаждения, но потом происходит его стремительное падение, то есть процесс охлаждения сначала улучшается, а затем ухудшается со временем все сильнее и сильнее.

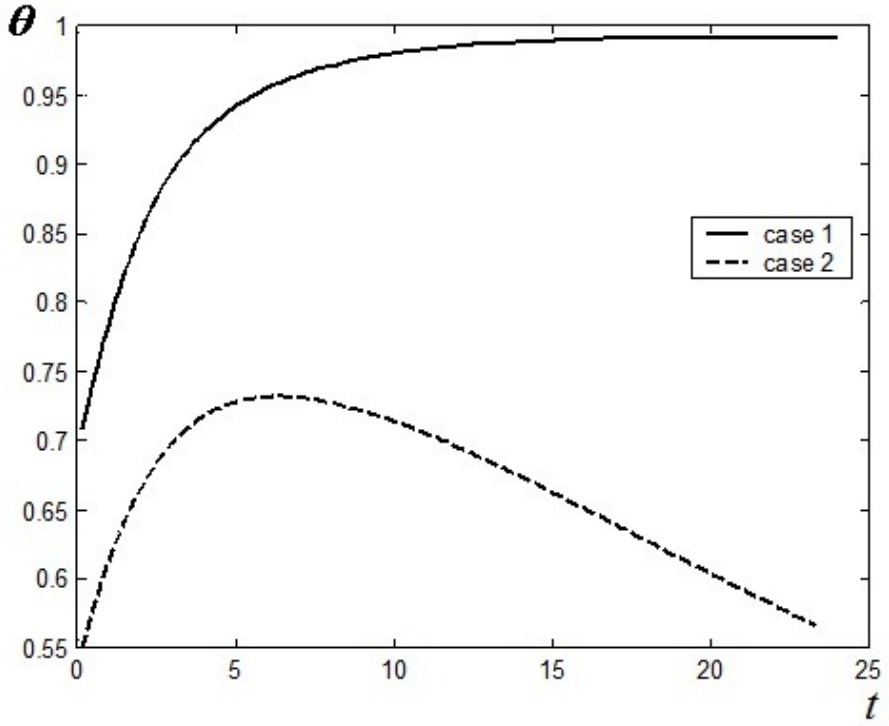

Рисунок 2.10 – Изменение со временем коэффициента охлаждения для случаев установления стационарности (case 1) и неограниченного разогрева (case 2)

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Как при нарушении стационарного режима охлаждения пористого саморазогревающегося объекта, произошедшего из-за падения давления нагнетаемого воздуха на входе в объект, так и при включении принудительной фильтрации в пористом объекте в момент начала тепловыделения в твердой фазе, в зависимости от установившегося на входе в объект давления воздуха либо устанавливается новый стационарный режим охлаждения, либо происходит неограниченный разогрев объекта, ведущий к плавлению твердой фазы и нарушению процесса охлаждения. Нагрев объекта до температуры плавления твердой фазы (то есть переход к катастрофическому режиму) требует определенного времени, поэтому если реальный объект имеет параметры, при которых технически возможно осуществление стационарного режима охлаждения, то можно избежать катастрофы, если успеть поднять давление воздуха на входе в объект до значения, при котором установится стационарный режим охлаждения.

2.3. О возможности неограниченного разогрева и разрушения пористого саморазогревающегося объекта при условиях, удовлетворяющих стационарному режиму

При моделировании неизотермической фильтрации газа вязкость часто принимается постоянной. Однако, если сравнить решение системы уравнений (2.1) с решением аналогичной системы, но с постоянной вязкостью, то можно увидеть существенные отличия. В случае, когда вязкость газа зависит от температуры, наблюдается более сильный разогрев, скорость фильтрации существенно ниже, расход газа $q = \rho u$ намного меньше, чем в случае постоянной вязкости. Это можно объяснить тем, что при учете зависимости вязкости газа от температуры ее среднее значение оказывается выше, поэтому возрастает суммарная сила трения и вследствие этого падает скорость газа.

Как было сказано выше, из анализа стационарных одномерных задач известно [53], что для заданного набора характеристик пористого тепловыделяющего объекта существует критическое значение давления газа на входе в объект, ниже которого стационарного режима охлаждения не существует. Для случая постоянной динамической вязкости это значение достигается при нулевом расходе газа. А при учете зависимости вязкости газа от температуры по формуле Сазерленда критическое значение давления газа на входе в объект достигается при расходе газа существенно отличном от нуля. Кроме этого, существуют два стационарных режима охлаждения: одному и тому же значению давления газа на входе в объект соответствует два значения расхода газа. Это наглядно демонстрирует рисунок 2.11, на котором показана зависимость расхода газа при стационарном режиме от давления газа на входе в тепловыделяющий объект для случая как переменной вязкости газа (сплошная линия), так и постоянной (штриховая линия). Как видно из рисунка, при учете зависимости вязкости газа от температуры критическое значение давления газа на входе в объект достигается не при нулевом расходе газа, а в точке перегиба графика зависимости q от p_0.

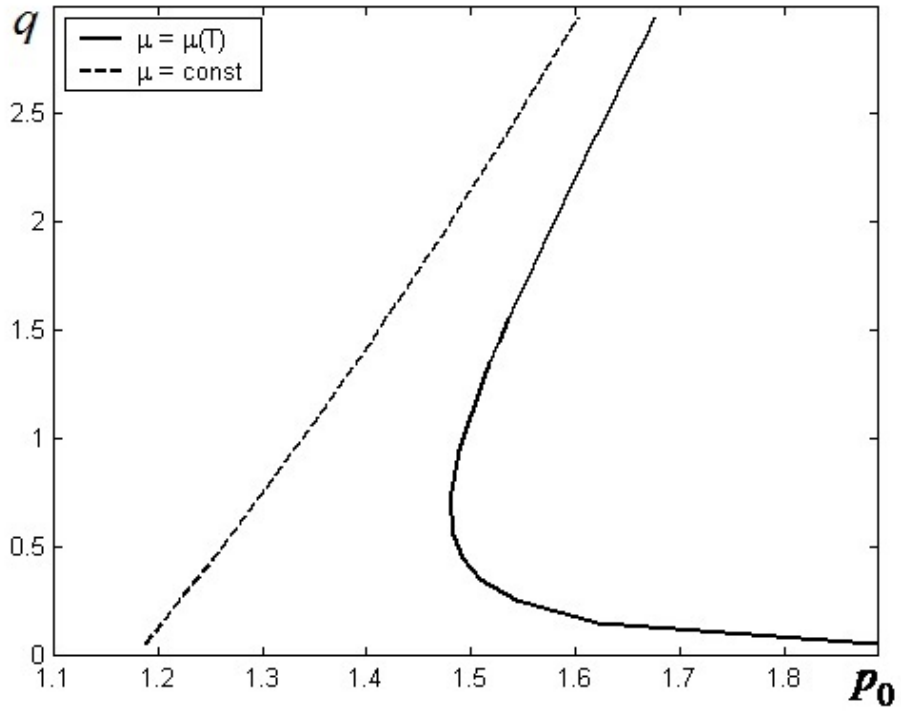

Рисунок 2.11 – Зависимость расхода газа от его давления на входе в объект

Для получения указанной зависимости в системе (2.1) пренебрегалось производными по времени, то есть задача сводилась к стационарной, и далее решалась численно-аналитическим способом [53] с использованием метода Рунге–Кутты [193]. Для случая переменной вязкости газа выбирались параметры (2.7), за исключением ε, которое принималось равным нулю (чтобы энерговыделение было постоянным и мог установиться стационарный режим). Для случая постоянной вязкости газа с этими же параметрами решалась аналогичная (2.1) система уравнений, но при вязкости $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ кг/м · с.

Для анализа устойчивости стационарных режимов система (2.1) с краевыми условиями (2.2) решается методом конечных разностей (2.3) при условии постоянства давления и температуры газа на входе в объект. Расчеты показывают, что стационарный режим охлаждения, соответствующий меньшему расходу газа при заданном давлении газа на входе в объект, является неустойчивым, а стационарный режим, соответствующий большему расходу газа при заданном давлении газа на входе в объект, является устойчивым. Из неустойчивого

стационарного режима охлаждения система либо медленно переходит к устойчивому стационарному режиму, либо неограниченно разогревается. Это наглядно демонстрирует рисунок 2.12, на котором показано изменение со временем расхода газа, когда все параметры в начальный момент времени соответствуют неустойчивому стационарному режиму.

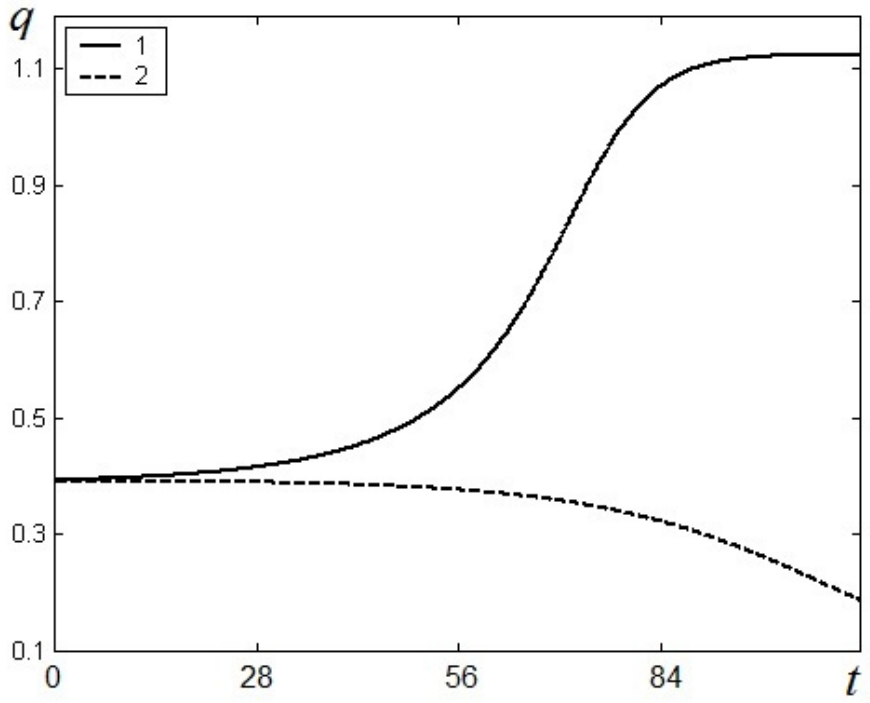

Рисунок 2.12 – Изменение со временем расхода газа при переходе из неустойчивого стационарного режима: 1 – к устойчивому стационарному режиму, 2 – к неограниченному разогреву

Выбор поведения системы при неустойчивом стационарном режиме зависит от малейшего изменения давления газа на входе в объект: если давление незначительно уменьшается – происходит неограниченный разогрев, а если незначительно возрастает – переход к устойчивой стационарности.

Таким образом, учет температурной зависимости динамической вязкости при моделировании движения газа через пористую тепловыделяющую среду приводит к неоднозначности стационарного решения. Но возникает закономерный вопрос – а возможно ли осуществление такого процесса, чтобы при

условиях, удовлетворяющих стационарному режиму (а именно, давление газа на входе в объект выше критического), произошел неограниченный разогрев пористого саморазогревающегося объекта, или же обнаруженные режимы практически не реализуемы?

Оказывается, такие процессы возможны, и для демонстрации этого рассмотрим следующую задачу. Пусть начальные данные для системы (2.1) определяются стационарным режимом охлаждения тепловыделяющего объекта. В начальный момент времени происходит мгновенное понижение давления газа на входе в объект до закритического значения, при котором не существует стационарного режима охлаждения. После этого через время t_1 устанавливается докритическое давление газа на входе в пористый объект p_{02}, при котором стационарный режим охлаждения существует. С физической точки зрения это соответствует случаю, когда один или несколько вентиляторов, нагнетающих воздух в нижнюю часть тепловыделяющего объекта, выходят из строя на некоторое время, а затем снова включаются. Данная задача решается посредством описанного в параграфе 2.1 алгоритма.

Расчеты показывают, что в зависимости от времени t_1 и давления p_{02} либо устанавливается новый стационарный режим охлаждения, либо продолжается неограниченный разогрев, который приводит к расплавлению твердой фазы и разрушению объекта, несмотря на то, что при давлении на входе p_{02} существует стационарный режим охлаждения. Чтобы это наглядно продемонстрировать, решим рассматриваемую задачу с параметрами (2.7), начальные данные пусть определяются стационарным режимом охлаждения тепловыделяющего объекта при условиях (2.12). До момента времени $t_1 = 15$ (что соответствует 15 часам реального времени) краевые условия пусть соответствуют (2.10), а после этого они заменяются или на следующие:

$$p_{02} = 1.53, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1, \tag{2.13}$$

или на следующие:

$$p_{02} = 1.52, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1. \tag{2.14}$$

В первом случае, то есть когда через $t_1 = 15$ после начала процесса устанавливаются условия (2.13), система переходит к стационарному режиму охлаждения. На рисунках 2.13 – 2.14 показано изменение со временем температуры конденсированной фазы и расхода газа на выходе из объекта (сплошная линия), а также значения температуры и расхода, соответствующие неустойчивому стационарному режиму охлаждения при краевых условиях (2.13) (штриховая линия). Как видно из рисунков, процесс установления стационарного режима охлаждения после поднятия давления газа на входе в объект можно разделить на три этапа. На первом этапе происходит быстрое и сильное изменение давления, плотности, скорости фильтрации и расхода газа. Очень скоро это изменение значительно затормаживается, начинается второй этап установления стационарности: происходит медленный нагрев объекта, сопровождаемый медленным изменением всех остальных искомых величин.

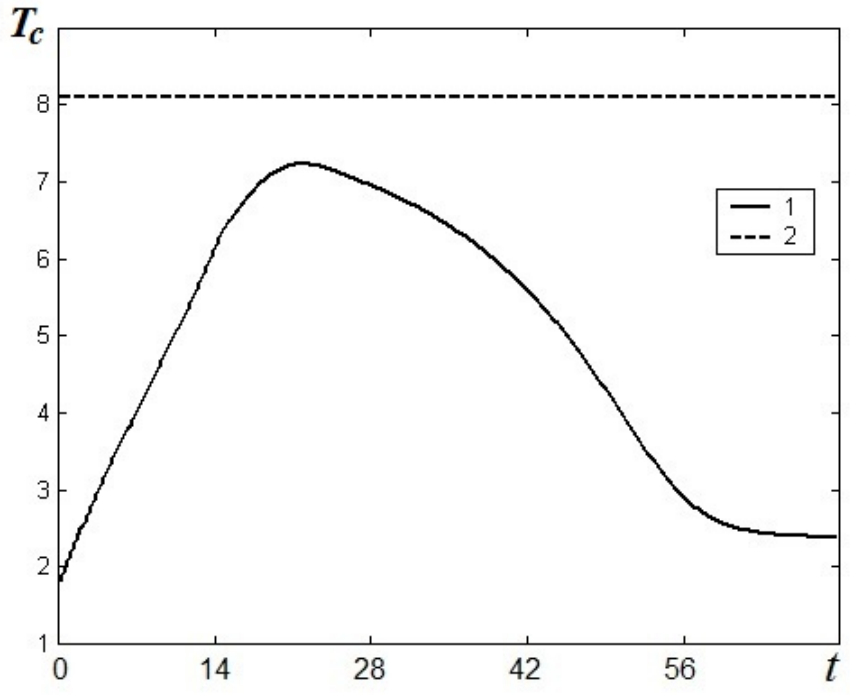

Рисунок 2.13 – Изменение со временем температуры твердой среды на выходе из объекта при переходе к устойчивому режиму охлаждения (1) и при соответствующих данным параметрам неустойчивом стационарном режиме (2)

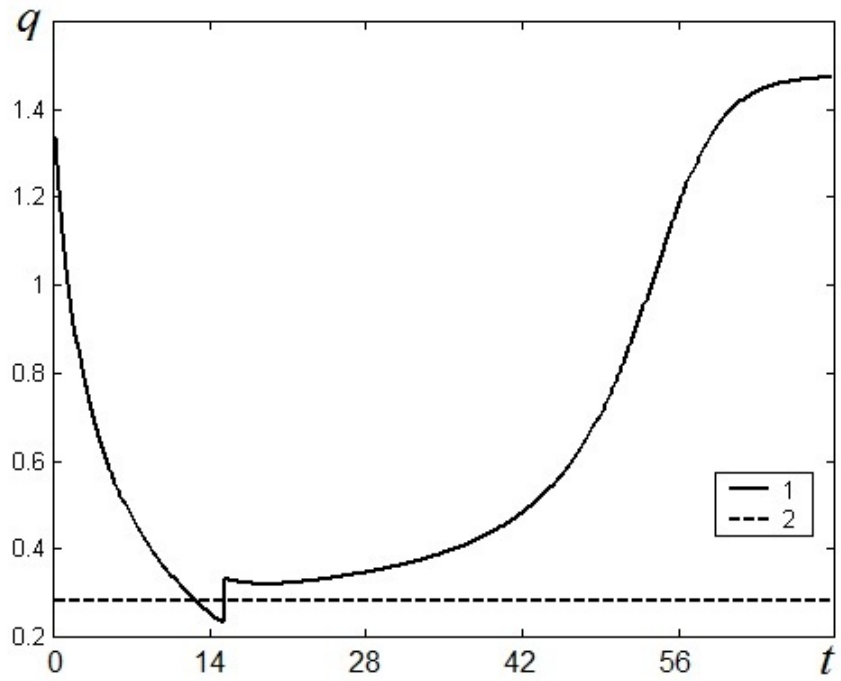

Рисунок 2.14 – Изменение со временем расхода газа на выходе из объекта при переходе к устойчивому режиму охлаждения (1) и при соответствующих данным параметрам неустойчивом стационарном режиме (2)

Обратим внимание, что объект продолжает разогреваться несмотря на улучшение условий охлаждения (расход газа увеличился после поднятия давления на входе в объект). Только через некоторое время после поднятия давления газа на входе разогрев объекта сменяется медленным охлаждением – начинается третий этап установления стационарности. Понижение температуры пористого объекта сопровождается изменением остальных искомых величин. Новое стационарное решение является асимптотикой, к которой стремится решение системы. Однако, продолжительность второго этапа установления стационарности уменьшается при увеличении значения давления газа на входе в объект в условии (2.13), а при значительных давлениях второй этап практически отсутствует.

Если же через $t_1 = 15$ после начала процесса устанавливаются условия (2.14), то события разворачиваются совсем по другому сценарию. Несмотря на то, что при таком давлении газа на входе в объект также существует стационарный

режим охлаждения, как это видно из рисунка 2.11, пористый объект продолжает неограниченно разогреваться. На рисунках 2.15 – 2.16 приведены графики температуры конденсированной фазы и расхода газа на выходе из объекта (сплошная линия), а также значения температуры и расхода, соответствующие неустойчивому стационарному режиму охлаждения при краевых условиях (2.14) (штриховая линия). Как видно из рисунков, процесс неограниченного разогрева после поднятия давления газа на входе в объект также можно разделить на три этапа. Первые два этапа аналогичны рассмотренным выше двум этапам установления стационарности. На первом этапе также происходит быстрое и сильное изменение давления, плотности, скорости фильтрации и расхода газа, которое вскоре значительно затормаживается – начинается второй этап неограниченного разогрева, соответствующий медленному нагреву объекта и сопровождающему это изменению всех остальных искомых величин.

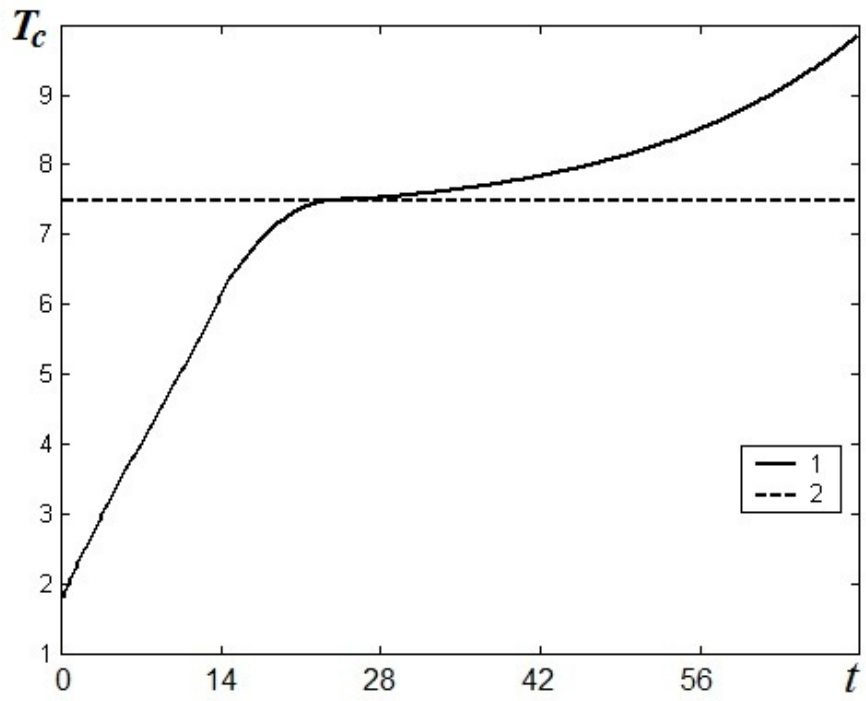

Рисунок 2.15 – Изменение со временем температуры твердой среды на выходе из объекта при переходе к неограниченному разогреву (1) и при соответствующих данным параметрам неустойчивом стационарном режиме (2)

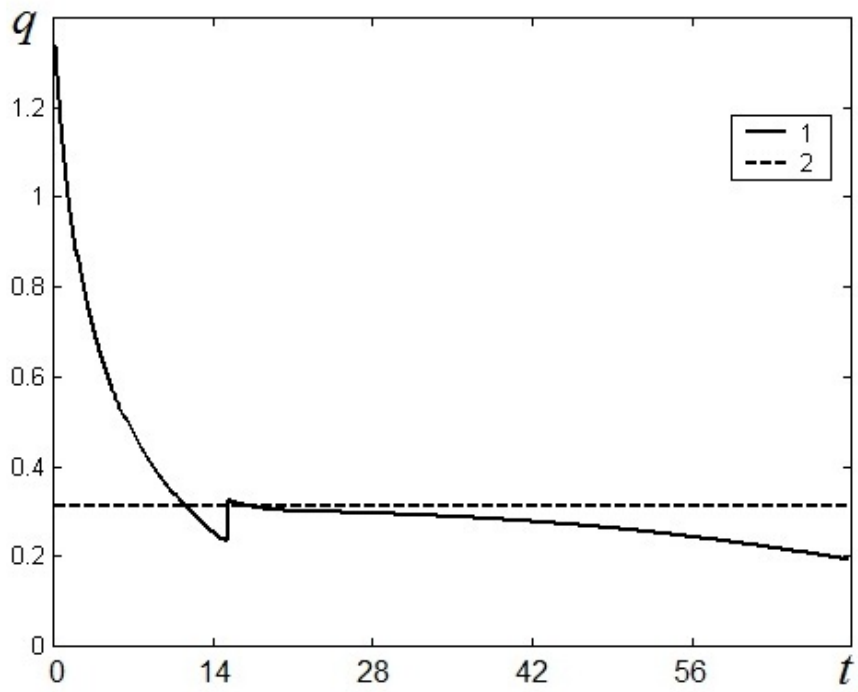

Рисунок 2.16 – Изменение со временем расхода газа на выходе из объекта при переходе к неограниченному разогреву (1) и при соответствующих данным параметрам неустойчивом стационарном режиме (2)

При достижении температуры твердой среды значения, соответствующего неустойчивому стационарному режиму охлаждения, разогрев объекта значительно затормаживается. Однако перехода к охлаждению объекта не происходит, а наоборот, через некоторое время рост температуры конденсированной фазы становится все быстрее – это третий этап неограниченного разогрева объекта, который приводит к расплавлению твердой фазы и разрушению пористого объекта.

На рисунке 2.17 показан коэффициент охлаждения, рассчитанный по формуле (2.11) для обоих случаев рассмотренной задачи: случая установления стационарности (сплошная линия) и случая неограниченного разогрева (штриховая линия). Из рисунка видно, что первые два этапа рассмотренных процессов похожи: коэффициент охлаждения объекта возрастает на первом этапе очень быстро, на втором – медленно.

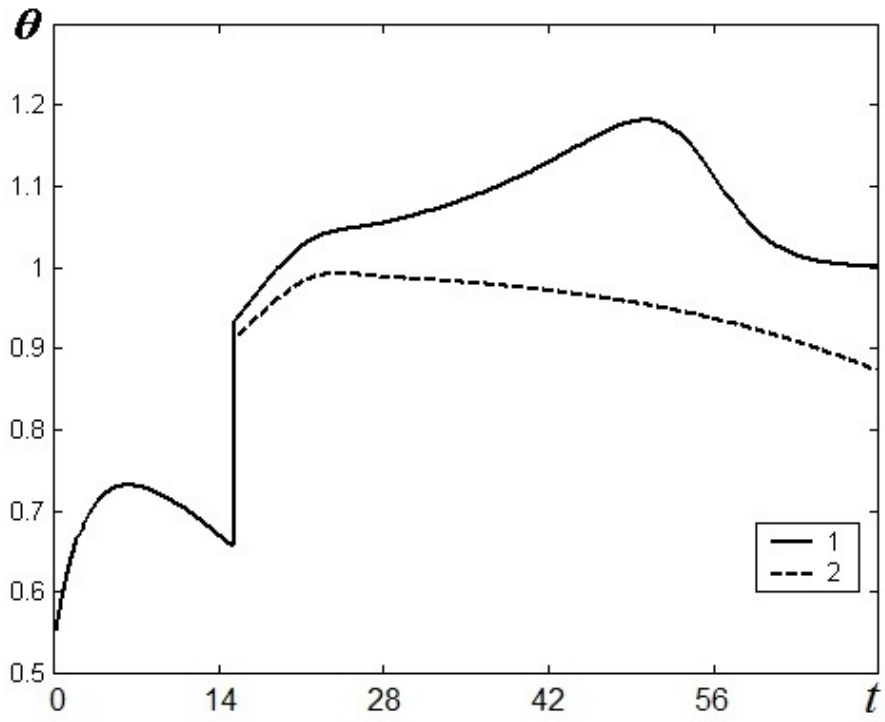

Рисунок 2.17 – Изменение со временем коэффициента охлаждения объекта: 1 – случай установления стационарности, 2 – случай неограниченного разогрева

Третьи этапы рассмотренных процессов существенно различаются: в случае неограниченного разогрева коэффициент охлаждения, не достигая единицы, начинает уменьшаться, а в случае установления стационарности коэффициент охлаждения, превышая единицу, сначала продолжает возрастать, а потом уменьшается до единичного значения, соответствующего стационарному режиму охлаждения объекта.

Таким образом, можно сделать следующий вывод: существуют такие режимы газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов, при которых, несмотря на выполнение условий, удовлетворяющих критерию стационарности, не устанавливается устойчивый режим охлаждения, а происходит неограниченный разогрев объекта, приводящий к его перегреву и разрушению. Ввиду этого, выполнение условия существования стационарного режима не гарантирует того, что этот устойчивый режим установится, то есть критерий стационарности является необходимым условием, но не достаточным.

2.4. Неоднозначное влияние теплопроводности при движении газа через пористые среды с очагами энерговыделения

В некоторых исследованиях пористых саморазогревающихся сред (например, в [1]) для упрощения модели пренебрегают не только теплопроводностью газа, но и теплопроводностью твердой среды. При это предполагается, что пренебрежение теплопроводностью твердой фазы приводит к получению оценки сверху для реальных температур. Но может возникнуть вопрос: действительно ли это так? Интуиция подсказывает, что данное утверждение верно: так как теплопроводность способствует дополнительному оттоку тепла от наиболее горячих областей, ее учет при моделировании всегда приводит к уменьшению максимальных температур в системе. Однако в настоящем параграфе показано, что это верно не всегда. При определенных условиях, о которых будет сказано ниже, в пористом саморазогревающемся объекте с ростом коэффициента теплопроводности твердой среды происходит повышение ее общего разогрева и увеличение максимальной температуры. Таким образом, при пренебрежении теплопроводностью твердой фазы мы не всегда получим оценку сверху для реальных температур.

Неоднозначное влияние теплопроводности при моделировании движения газа через пористые среды с источниками энерговыделения покажем на примере одномерной стационарной задачи. В системе (2.1) будем пренебрегать производными по времени, таким образом, сводя задачу к стационарной, и далее решать ее численно-аналитическим способом [53] с использованием метода Рунге–Кутты [193]. Расчеты показывают, что, как правило, рост коэффициента теплопроводности приводит к существенному падению общего разогрева объекта. При этом максимальная температура твердой среды, в одномерном случае всегда фиксируемая у выхода из объекта, значительно уменьшается. При высокой теплопроводности распределение температуры по высоте стремится к константе. Это наглядно демонстрирует рисунок 2.18, на котором приведены распределения температуры твердой среды по высоте пористого объекта.

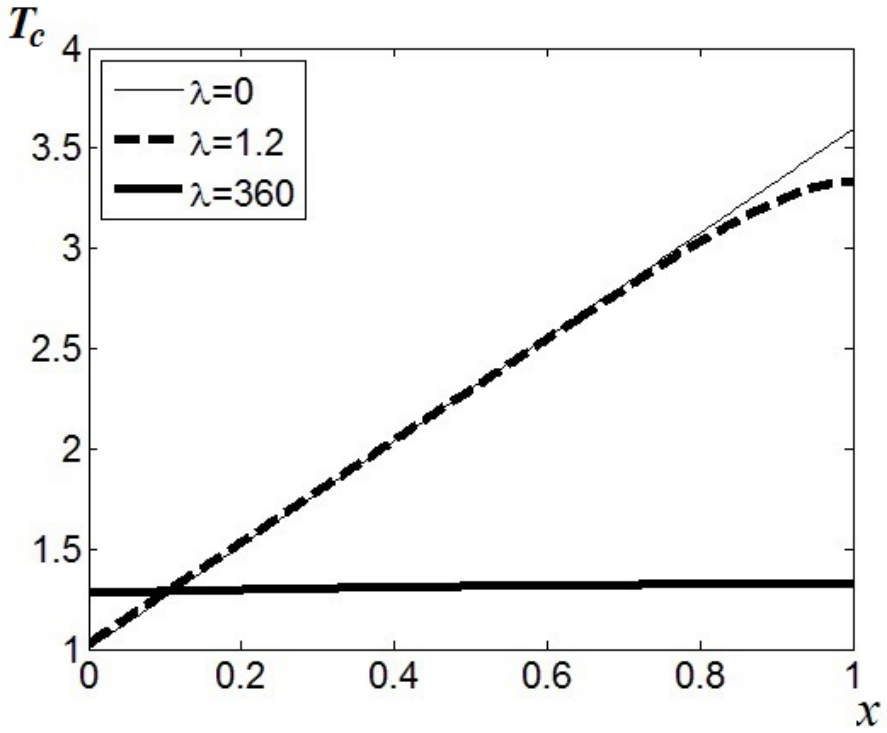

Рисунок 2.18 – Распределение температуры твердой среды по высоте объекта при различных коэффициентах теплопроводности конденсированной фазы

Для данного расчета выбирались параметры (2.7), за исключением Q_0, которое было следующим: $Q_0 = 5.92910^{-4}$ (что соответствует размерной интенсивности тепловыделения $Q_0 = 10^2$ Вт/м^3). Краевые условия соответствовали случаю естественной конвекции, то есть получались из (2.2) при следующих значениях:

$$p_0 = 1.001177, \quad T_{g0} = 1, \quad p_h = 1. \tag{2.15}$$

Обратим внимание, что коэффициент теплопроводности $\lambda_c = 1.2$ Вт/(м · К) соответствует теплопроводности бетона, а $\lambda_c = 360$ Вт/(м · К) – теплопроводности меди при T ~ 900 K [205].

Таким образом, в подобных случаях пренебрежение эффектом теплопроводности дает оценку сверху для реальных температур. Однако, если рассмотреть ту же самую стационарную задачу, но со всеми параметрами (2.7) и при принудительной фильтрации с краевыми условиями, соответствующими (2.9), то график распределения температуры твердой среды по высоте пористого

объекта при различных коэффициентах теплопроводности конденсированной фазы будет иметь совсем другой вид, что показано на рисунке 2.19.

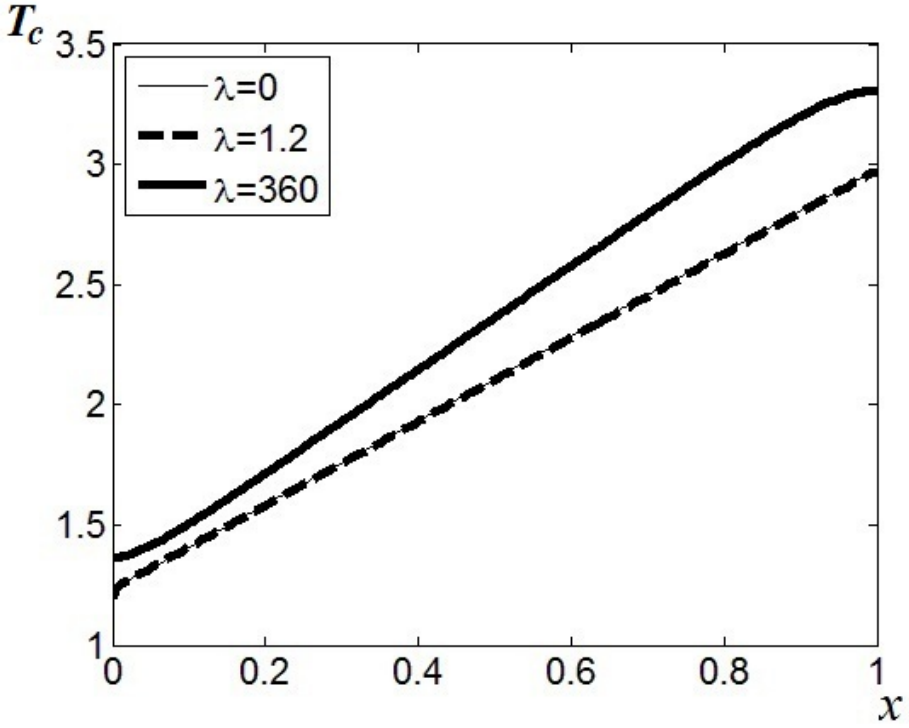

Рисунок 2.19 – Распределение температуры твердой среды по высоте объекта при различных коэффициентах теплопроводности конденсированной фазы (графики при $\lambda = 0$ и $\lambda = 1.2$ сливаются)

Из рисунка видно, что при малой и нулевой теплопроводности решения почти совпадают, а при большой теплопроводности температура оказывается существенно выше. В этом случае наблюдается качественно новый эффект: рост коэффициента теплопроводности приводит к дополнительному разогреву объекта. Этому можно дать следующее физическое объяснение: с увеличением теплопроводности происходит отток тепла от верхней части пористого объекта к нижней, при этом повышение разогрева в нижней части объекта приводит к такому существенному росту динамической вязкости газа, что возросшая из-за этого сила сопротивления заметно затрудняет прохождение газа через пористую среду. А так как в пористом объекте происходит саморегуляция расхода проходящего через него газа, то в результате вышеописанных процессов уменьшается расход газа, что ведет к дополнительному разогреву объекта и росту

его максимальной температуры. Таким образом, в данном случае пренебрежение эффектом теплопроводности не позволяет получить оценку сверху для реальных температур.

На рисунке 2.20 показана зависимость расхода воздуха $q = \rho_g u$ от его давления на входе в пористый саморазогревающийся объект при нулевой и очень высокой теплопроводности и остальных параметрах, соответствующих (2.7).

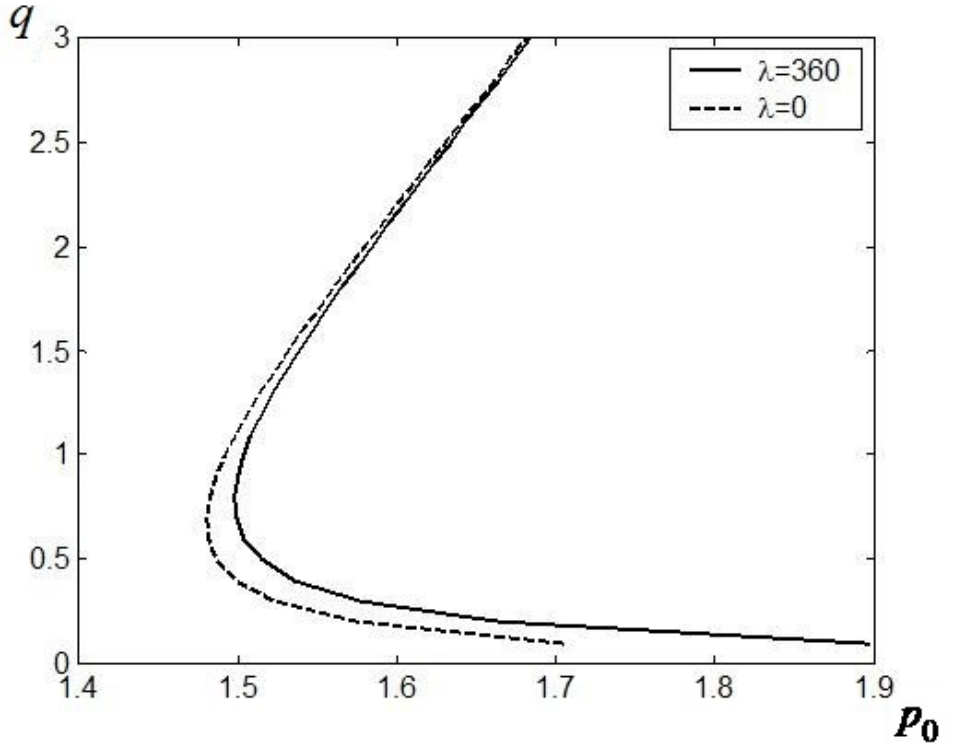

Рисунок 2.20 – Зависимость расхода газа от его давления на входе в объект

Как видно из рисунка, учет или пренебрежение теплопроводностью не меняют качественно вид исследуемой зависимости – в обоих случаях существует два стационарных режима охлаждения: одному и тому же значению давления газа на входе в объект могут соответствовать два значения расхода газа. Проведенный анализ устойчивости показывает, что, как и следовало ожидать, в обоих случаях стационарный режим охлаждения, соответствующий меньшему расходу газа при заданном давлении на входе в объект, является неустойчивым, а стационарный режим, соответствующий большему расходу газа при заданном давлении на входе в объект, является устойчивым. Давление, соответствующее точке перегиба

графика зависимости q от p_0, является критическим давлением газа на входе в объект, так как при понижении давления ниже этого значения не существует стационарного режима охлаждения – объект неограниченно разогревается. Из рисунка 2.20 видно, что рост коэффициента теплопроводности приводит к возрастанию критического давления газа на входе в объект и, соответственно, к сужению области существования устойчивого стационарного режима охлаждения саморазогревающегося объекта.

Дальнейший анализ задачи показывает, что обнаруженный эффект дополнительного разогрева объекта при росте коэффициента теплопроводности наблюдается в пористых саморазогревающихся объектах с саморегуляцией расхода газа при давлениях на входе близких к критическому. Это наглядно демонстрирует рисунок 2.21, на котором приведена зависимость максимальной температуры твердой среды от ее коэффициента теплопроводности при различных давлениях газа на входе в пористый объект: околокритическом (рисунок 2.21а), достаточно близком к критическому (рисунок 2.21б) и достаточно далеком от критического (рисунок 2.21в). Остальные параметры для данного расчета выбирались соответствующими (2.7).

Как видно из рисунка, при достаточно далеком от критического давлении газа на входе в пористый объект наблюдается «классическая» ситуация: рост коэффициента теплопроводности приводит к уменьшению максимальной температуры среды (рисунок 2.21в). С уменьшением давления газа на входе в объект и приближением к критическому значению, ниже которого стационарного режима охлаждения не существует, появляется область значений коэффициента теплопроводности, в которой его рост вызывает увеличение максимальной температуры среды (рисунок 2.21б). Дальнейшее уменьшение давления газа на входе в объект к критическому значению приводит к тому, что увеличение максимальной температуры среды с ростом коэффициента теплопроводности происходит при всех допустимых значениях этого коэффициента (рисунок 2.21а).

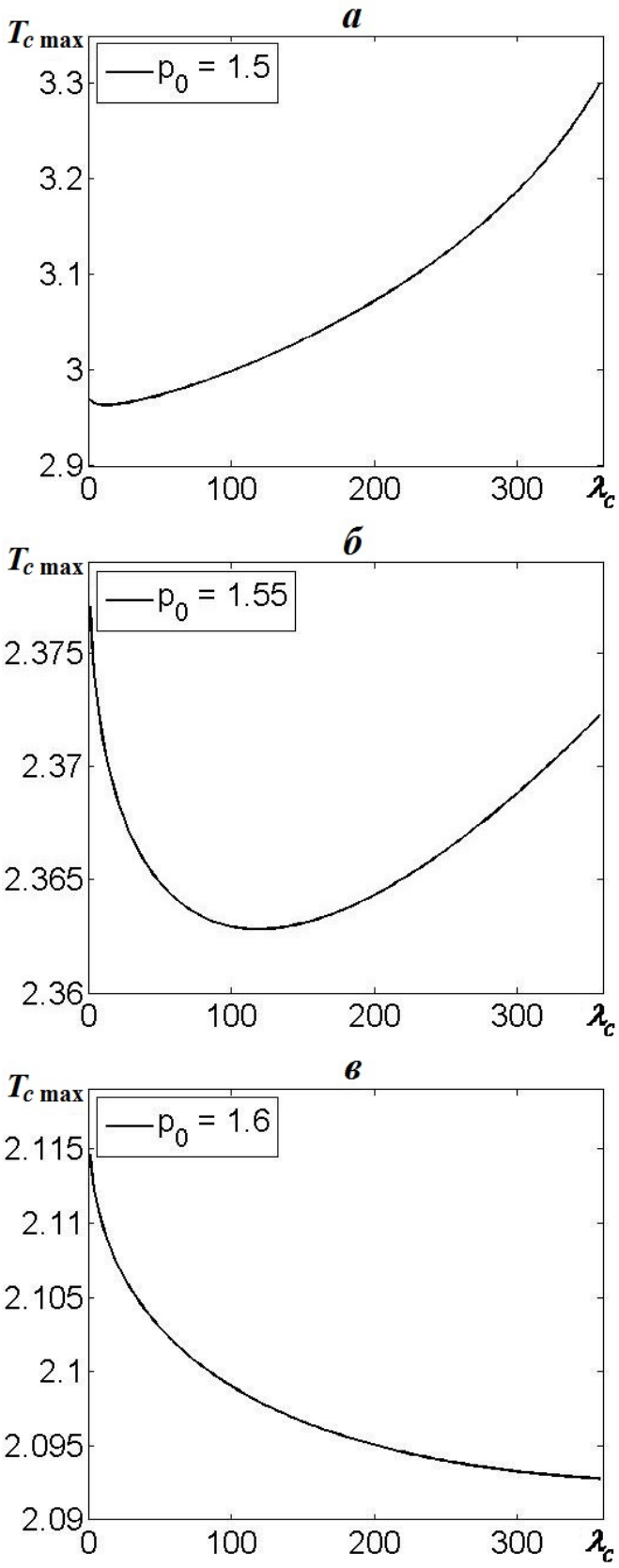

Рисунок 2.21 – Зависимость максимальной температуры твердой среды от ее коэффициента теплопроводности при различном давлении газа на входе в объект

Таким образом, можно сделать следующий вывод. В пористых саморазогревающихся средах с саморегуляцией расхода проходящего через них газа при давлениях на входе в объект близких к критическому, ниже которого стационарного режима охлаждения не существует, с ростом коэффициента теплопроводности твердой среды происходит аномальное повышение ее общего разогрева и увеличение максимальной температуры. В этом случае при пренебрежении теплопроводностью твердой фазы невозможно получить оценку сверху для реальных температур.

Глава 3. Движение газа через пористые среды с различной геометрией границ и внутренних источников саморазогрева

3.1. Численный метод для расчета двумерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа

Настоящая глава посвящена исследованию влияния геометрии пористых объектов и внутренних очагов саморазогрева на процесс их охлаждения. В главе рассматриваются двумерные течения газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. То есть процессы, общая модель которых описана в параграфе 1.1, здесь изучаются в двумерном (плоском или осесимметричном) случае.

Будем рассматривать пористые тепловыделяющие объекты высотой H, которые имеют как непроницаемые нетеплопроводные стенки, так и проницаемые (открытые) границы. Если не оговорено особо, то будем полагать, что открытые границы объекта расположены сверху и снизу, при этом в нижнюю часть подается холодный газ с заданным давлением (атмосферным или повышенным), который, двигаясь снизу вверх через пористую среду, вытекает из пористого объекта через верхнюю границу в свободное пространство с атмосферным давлением. Однако, в отличие от предыдущей главы, будем считать, что форма объекта, неравномерность энерговыделения в нем или иные причины приводят к тому, что все искомые функции зависят не только от высоты, но и от горизонтальной координаты, то есть процессы в объекте можно полагать двумерными.

При исследовании плоских двумерных задач в декартовой системе координат условимся обозначать индексом 1 горизонтальную компоненту, а индексом 2 – вертикальную компоненту векторных величин. В случае осевой симметрии будем рассматривать цилиндрическую систему координат, обозначая индексом 1 радиальную компоненту, а индексом 2 — аксиальную (осевую).

Таким образом, запишем безразмерную систему уравнений (1.27) в плоском двумерном случае, суммируя по повторяющимся индексам до 2:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1}{1-a}\left(T_c - T_g\right) + Q_0 \exp\left(-\varepsilon t\right) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\sum_i \frac{\partial^2 T_c}{\partial x_i^2},$$

$$\rho\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial T_g}{\partial x_i}\right) = \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2}{a}\left(T_c - T_g\right) + \mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i}\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{Ec}}{a\mathrm{Re}\,\pi}\sum_i u_i^2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}\sum_i \frac{\partial^2 T_g}{\partial x_i^2},$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_1 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g}, \qquad (3.1)$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0\ , \qquad p = \rho T_g\ .$$

Для осесимметричного случая безразмерная система уравнений (1.27) примет в цилиндрической системе координат следующий вид:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1}{1-a}\left(T_c - T_g\right) + Q_0 \exp\left(-\varepsilon t\right) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(\frac{\partial^2 T_c}{\partial x_1^2} + \frac{1}{x_1}\frac{\partial T_c}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 T_c}{\partial x_2^2}\right),$$

$$\rho\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial T_g}{\partial x_i}\right) = \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2}{a}\left(T_c - T_g\right) + \mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i}\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{Ec}}{a\mathrm{Re}\,\pi}\sum_i u_i^2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}\left(\frac{\partial^2 T_g}{\partial x_1^2} + \frac{1}{x_1}\frac{\partial T_g}{\partial x_1} + \frac{\partial^2 T_g}{\partial x_2^2}\right),$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_1 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g}, \qquad (3.2)$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}\left(\frac{\partial \rho u_1}{\partial x_1} + \frac{\rho u_1}{x_1} + \frac{\partial \rho u_2}{\partial x_2} \right) = 0 \ , \qquad p = \rho T_g \, .$$

Все обозначения приведены в параграфе 1.1. Граничные условия для систем (3.1) и (3.2) можно записать в аналогичном (1.28) виде:

$$p\big|_{x\in G_1} = p_0(x), \quad \partial T_c / \partial n\big|_{x\in G_1} = \mathrm{Bi}\left(T_g\Big|_{x\in G_1} - T_c\Big|_{x\in G_1} \right),$$

$$T_g\Big|_{x\in G_1} = T_{g0}, \ \text{ если } \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1} \cdot \boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} \le 0 \, ,$$

$$\partial T_g / \partial n\Big|_{x\in G_1} = 0, \ \text{ если } \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1} \cdot \boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} > 0 \, , \qquad (3.3)$$

$$\partial T_c / \partial n\big|_{x\in G_2} = 0 \, , \quad \partial T_g / \partial n\Big|_{x\in G_2} = 0 \, , \quad \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_2} \cdot \boldsymbol{n}\big|_{x\in G_2} = 0 \, .$$

Для решения систем уравнений (3.1) и (3.2) с краевыми условиями (3.3) разработан оригинальный численный метод, который является развитием описанного в предыдущей главе метода и также основан на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Уравнения энергии и сохранения импульса преобразовываются в явные конечно-разностные уравнения, из которых определяются температура газа, температура твердой среды и компоненты скорости фильтрации газа. Уравнение неразрывности преобразовывается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого с учетом уравнения состояния совершенного газа методом прогонки определяется давление газа. Плотность газа определяется из уравнения состояния совершенного газа. Далее подробно опишем предлагаемый численный метод для решения систем (3.1) и (3.2), пренебрегая теплопроводностью газа.

Рассмотрим равномерную сетку с шагом h по пространству и шагом по времени τ, равным rh^2, где $r = \mathrm{const}$. Нижние индексы при искомых сеточных функциях будут обозначать продвижение по пространству: m – вдоль x_1, l – вдоль x_2; верхний индекс n – продвижение по времени. Систему конечно-разностных уравнений, аппроксимирующую систему (3.1), можно записать следующим образом:

$$T_{cm,l}^{n+1} = T_{cm,l}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}T_{gm,l}^{n} + \tau Q_0 \exp(-\varepsilon n\tau) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1} r\left(T_{cm+1,l}^{n} - 4T_{cm,l}^{n} + T_{cm-1,l}^{n} + T_{cm,l+1}^{n} + T_{cm,l-1}^{n}\right),$$

$$T_{gm,l}^{n+1} = T_{gm,l}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_{m,l}^{n}}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_{m,l}^{n}}T_{cm,l}^{n} -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u_{1m,l}^{n}\left(\pm 3T_{gm,l}^{n} \mp 4T_{gm\mp1,l}^{n} \pm T_{gm\mp2,l}^{n}\right) + u_{2m,l}^{n}\left(\pm 3T_{gm,l}^{n} \mp 4T_{gm,l\mp1}^{n} \pm T_{gm,l\mp2}^{n}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m,l}^{n} - p_{m,l}^{n-1}\right) + \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho_{m,l}^{n}}\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u_{1m,l}^{n}\left(p_{m+1,l}^{n} - p_{m-1,l}^{n}\right) + u_{2m,l}^{n}\left(p_{m,l+1}^{n} - p_{m,l-1}^{n}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}} \cdot \frac{\mathrm{Ec}\,\mathrm{Sh}\tau}{a\mathrm{Re}\pi\,\rho_{m,l}^{n}}\left[\left(u_{1m,k,l}^{n}\right)^2 + \left(u_{2m,k,l}^{n}\right)^2\right], \qquad (3.4)$$

$$u_{1m,l}^{n+1} = u_{1m,l}^{n}\left[1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(u_{1m+1,l}^{n} - u_{1m-1,l}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\,\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Re}\,\pi\,\rho_{m,l}^{n}} \cdot \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}}\right] -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_{2m,l}^{n}\left(u_{1m,l+1}^{n} - u_{1m,l-1}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2(1+\chi(1-a))\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m+1,l}^{n} - p_{m-1,l}^{n}\right) - \omega_3 - \omega_4,$$

$$u_{2m,l}^{n+1} = u_{2m,l}^{n}\left[1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(u_{2m,l+1}^{n} - u_{2m,l-1}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Re}\,\pi\,\rho_{m,l}^{n}} \cdot \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}}\right] -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_{1m,l}^{n}\left(u_{2m+1,l}^{n} - u_{2m-1,l}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2(1+\chi(1-a))\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m,l+1}^{n} - p_{m,l-1}^{n}\right) -$$

$$- \frac{a\mathrm{Sh}\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Fr}} - \omega_5 - \omega_5,$$

$$p_{m,l-1}^{n+1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gm,l-1}^{n+1}}u_{2m,l-1}^{n+1}\right) + \frac{p_{m,l}^{n+1}}{T_{gm,l}^{n+1}} + p_{m,l+1}^{n+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gm,l+1}^{n+1}}u_{2m,l+1}^{n+1}\right) = \rho_{m,l}^{n} -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(\rho_{m+1,l}^{n}u_{1m+1,l}^{n} - \rho_{m-1,l}^{n}u_{1m-1,l}^{n}\right) - \omega_1 - \omega_2,$$

$$\rho_{m,l}^{n+1} = p_{m,l}^{n+1} \Big/ T_{gm,l}^{n+1}.$$

Систему (3.2) будет аппроксимировать следующая система конечно-разностных уравнений:

$$T_{cm,l}^{n+1} = T_{cm,l}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}T_{gm,l}^{n} + \tau Q_0 \exp\left(-\varepsilon n\tau\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1} r\left(T_{cm+1,l}^{n} - 4T_{cm,l}^{n} + T_{cm-1,l}^{n} + T_{cm,l+1}^{n} + T_{cm,l-1}^{n} + \frac{T_{cm+1,l}^{n} - T_{cm-1,l}^{n}}{2(m-1)}\right),$$

$$T_{gm,l}^{n+1} = T_{gm,l}^{n}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_{m,l}^{n}}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho_{m,l}^{n}}T_{cm,l}^{n} -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u_{1m,l}^{n}\left(\pm 3T_{gm,l}^{n} \mp 4T_{gm\mp1,l}^{n} \pm T_{gm\mp2,l}^{n}\right) + u_{2m,l}^{n}\left(\pm 3T_{gm,l}^{n} \mp 4T_{gm,l\mp1}^{n} \pm T_{gm,l\mp2}^{n}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m,l}^{n} - p_{m,l}^{n-1}\right) + \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho_{m,l}^{n}}\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u_{1m,l}^{n}\left(p_{m+1,l}^{n} - p_{m-1,l}^{n}\right) + u_{2m,l}^{n}\left(p_{m,l+1}^{n} - p_{m,l-1}^{n}\right)\right] +$$

$$+ \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}} \cdot \frac{\mathrm{Ec}\,\mathrm{Sh}\tau}{a\mathrm{Re}\pi\,\rho_{m,l}^{n}}\left[\left(u_{1m,k,l}^{n}\right)^2 + \left(u_{2m,k,l}^{n}\right)^2\right], \qquad (3.5)$$

$$u_{1m,l}^{n+1} = u_{1m,l}^{n}\left[1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(u_{1m+1,l}^{n} - u_{1m-1,l}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\,\tau}{\left(1+\chi(1-a)\right)\mathrm{Re}\,\pi\,\rho_{m,l}^{n}} \cdot \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}}\right] -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_{2m,l}^{n}\left(u_{1m,l+1}^{n} - u_{1m,l-1}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2\left(1+\chi(1-a)\right)\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m+1,l}^{n} - p_{m-1,l}^{n}\right) - \omega_3 - \omega_4,$$

$$u_{2m,l}^{n+1} = u_{2m,l}^{n}\left[1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(u_{2m,l+1}^{n} - u_{2m,l-1}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Sh}\tau}{\left(1+\chi(1-a)\right)\mathrm{Re}\,\pi\,\rho_{m,l}^{n}} \cdot \frac{\left(T_{gm,l}^{n}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_{gm,l}^{n}}\right] -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u_{1m,l}^{n}\left(u_{2m+1,l}^{n} - u_{2m-1,l}^{n}\right) - \frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2\left(1+\chi(1-a)\right)\rho_{m,l}^{n}}\left(p_{m,l+1}^{n} - p_{m,l-1}^{n}\right) -$$

$$- \frac{a\mathrm{Sh}\tau}{\left(1+\chi(1-a)\right)\mathrm{Fr}} - \omega_5 - \omega_6,$$

$$p_{m,l-1}^{n+1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gm,l-1}^{n+1}}u_{2m,l-1}^{n+1}\right) + \frac{p_{m,l}^{n+1}}{T_{gm,l}^{n+1}} + p_{m,l+1}^{n+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT_{gm,l+1}^{n+1}}u_{2m,l+1}^{n+1}\right) = \rho_{m,l}^{n} -$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(\rho^n_{m+1,l}u^n_{1m+1,l}-\rho^n_{m-1,l}u^n_{1m-1,l}+\frac{2\rho^n_{m,l}u^n_{1m,l}}{m-1}\right)-\omega_1-\omega_2,$$

$$\rho^{n+1}_{m,l}=\ p^{n+1}_{m,l}\Big/T^{n+1}_{gm,l}\,.$$

Системы конечно-разностных уравнений (3.4) и (3.5) аппроксимируют соответственно исходные системы (3.1) и (3.2) с краевыми условиями (3.3) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. Во втором уравнении систем (3.4) и (3.5) знак $\pm$ обусловлен возможным изменением направления движения газа: в каждой скобке верхнее значение знака выбирается при положительной компоненте скорости фильтрации газа, умножаемой на данную скобку, а нижнее значение знака – при отрицательном значении указанной компоненты скорости фильтрации. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [203], которая в данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования такой ошибки в системы (3.4) и (3.5) введены демпфирующие члены ω_1, ..., ω_6, которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\omega_1=\frac{1}{\omega_1^*}\left(p^n_{m+2,l}-4p^n_{m+1,l}+6p^n_{m,l}-4p^n_{m-1,l}+p^n_{m-2,l}\right),\quad \omega_1^*=\mathrm{const},$$

$$\omega_2=\frac{1}{\omega_2^*}\left(p^n_{m,l+2}-4p^n_{m,l+1}+6p^n_{m,l}-4p^n_{m,l-1}+p^n_{m,l-2}\right),\quad \omega_2^*=\mathrm{const},$$

$$\omega_3=\frac{1}{\omega_3^*}\left(u^n_{1m+2,l}-4u^n_{1m+1,l}+6u^n_{1m,l}-4u^n_{1m-1,l}+u^n_{1m-2,l}\right),\quad \omega_3^*=\ \mathrm{const},$$

$$\omega_4=\frac{1}{\omega_4^*}\left(u^n_{1m,l+2}-4u^n_{1m,l+1}+6u^n_{1m,l}-4u^n_{1m,l-1}+u^n_{1m,l-2}\right),\quad \omega_4^*=\ \mathrm{const},\qquad (3.6)$$

$$\omega_5=\frac{1}{\omega_5^*}\left(u^n_{2m+2,l}-4u^n_{2m+1,l}+6u^n_{2m,l}-4u^n_{2m-1,l}+u^n_{2m-2,l}\right),\quad \omega_5^*=\ \mathrm{const},$$

$$\omega_6=\frac{1}{\omega_6^*}\left(u^n_{2m,l+2}-4u^n_{2m,l+1}+6u^n_{2m,l}-4u^n_{2m,l-1}+u^n_{2m,l-2}\right),\quad \omega_6^*=\ \mathrm{const}.$$

Краевые условия для сеточных функций задаются с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. Для сокращения записей здесь будем полагать, что открытые границы объекта являются только горизонтальными, а непроницаемые границы – только вертикальными (в других случаях краевые условия следует записать по аналогии с этим случаем). На открытых границах объекта давление и температура фаз получаются из (3.3), при этом используется следующая трехточечная конечно-разностная аппроксимация первой производной:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^n_{m,l} = \frac{\pm 3 f^n_{m,l} \mp 4 f^n_{m,l\mp 1} \pm f^n_{m,l\mp 2}}{2h}, \tag{3.7}$$

где вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении индекса l в граничном узле сетки (то есть на верхней границе объекта), нижнее значение знака – при наименьшем l на границе (то есть на нижней границе объекта).

Краевые условия для компонент скорости фильтрации газа на открытых границах задаются из условия равенства нулю их первых производных, записанных в виде (3.7). Добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости фильтрации и расхода газа на открытых границах неизвестны априори.

Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и в них задать значения давления, температуры и скорости фильтрации газа. При этом для нахождения температуры и скорости газа в фиктивной точке нулю приравниваются их первые производные, записанные в виде (3.7), а для определения давления газа приравнивается нулю его вторая производная на границе, записанная следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2}\right)^n_{m,l} = \frac{p^n_{m,l+1} - 2p^n_{m,l} + p^n_{m,l-1}}{h^2}. \tag{3.8}$$

На непроницаемых границах объекта температуры фаз, давление, плотность и компоненты скорости фильтрации газа, за исключением нормальной компоненты, задаются исходя из равенства нулю их первых производных по нормали, записанных в виде:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^n_{m,l} = \frac{\pm 3 f^n_{m,l} \mp 4 f^n_{m\mp 1,l} \pm f^n_{m\mp 2,l}}{2h}, \tag{3.9}$$

где, как и в (3.7), вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, при этом верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении соответствующего индекса в граничном узле сетки, нижнее значение знака – при наименьшем. Нормальная компонента скорости фильтрации на непроницаемой стенке приравнивается нулю в силу (3.3). В добавляемых фиктивных точках, расположенных за пределами непроницаемой границы, давление, температура газа и компоненты скорости фильтрации определяются согласно условию отражения [203] из их значений в приграничных узлах сетки.

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий. Организуем цикл по «горизонтальному» индексу m. Внутри этого цикла: решаем первое – четвертое уравнения системы (3.4) или (3.5), последовательно меняя «вертикальный» индекс l, затем рассчитываем краевые условия вдоль индекса l для найденных функций температур фаз и компонент скорости фильтрации, после этого решаем методом прогонки [193] пятое уравнение и далее тривиально решаем шестое уравнение соответствующей системы, рассчитывая также краевые условия вдоль индекса l для давления и плотности. После завершения цикла по индексу m рассчитываем краевые условия вдоль этого индекса. На этом расчет на данном временном слое закончен, можно при необходимости вывести данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость систем (3.4) и (3.5) соответственно к (3.1) и (3.2) не представляется возможным. Экспериментальное исследование сходимости указанных систем, проведенное на ряде модельных задач, показало, что сходимость имеет место при некотором ограничении на r, причем с уменьшением шага h допустимое значение r, как правило, увеличивается. Полученное экспериментально ограничение на шаг по времени оказывается более жестким, чем ограничение, полученное аналитически из анализа устойчивости уравнений систем (3.4) и (3.5), проведенного по спектральному методу Неймана [203] с учетом принципа замороженных коэффициентов [193].

Исследование точности предлагаемого метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов с известными тестовыми решениями. В случае, когда конфигурация пористого объекта позволяла свести задачу к одномерной, выбирались параметры и начально-краевые условия, которые приводили к установлению стационарного режима. После этого результаты расчетов по предлагаемому методу сравнивались с решением стационарной задачи, полученным численно-аналитическим способом [53] с использованием метода Рунге–Кутты. Такое сравнение показало хорошее совпадение решений даже на сетке с шагом h=0.05. Для пористых объектов, имеющих существенно двумерную конфигурацию, исследование точности проводилось на последовательности сгущающихся сеток. Вычислительный эксперимент показал, что точность предлагаемого метода зависит от геометрии пористого объекта. Для различных конфигураций расчет на сетке с шагом h=0.025 дает погрешность в основном не превышающую нескольких процентов, но исключение составляет точность нахождения локальных экстремумов скорости фильтрации, которые могут возникать, например, при огибании движущимся вверх газом горизонтальных препятствий. Погрешность вычисления таких пиковых значений скорости на сетке с шагом h=0.025 может составлять несколько десятков процентов. Это естественно – достаточно грубая сетка не в состоянии точно уловить экстремум при быстром изменении искомой величины. Однако, если первоочередной интерес вызывает

нахождение температур фаз, давления и плотности газа, то достаточно грубые сетки также можно использовать для пористых объектов различных конфигураций, так как все искомые параметры, за исключением пиковых значений скорости, определяются в этом случае с малой погрешностью.

3.2. Охлаждение плавно сужающихся и ступенчато сужающихся плоских и осесимметричных пористых саморазогревающихся объектов

Изучение течений газа через пористые саморазогревающиеся объекты с различной конфигурацией границ начнем с исследования плавно и ступенчато сужающихся пористых объектов.

Рассмотрим вначале охлаждение плавно сужающихся пористых саморазогревающихся объектов. Будем рассматривать два типа таких объектов: плоский и осесимметричный. Плоский плавно сужающийся объект представляет собой объект высотой H, у которого боковые стенки непроницаемы, две из них – вертикальны и параллельны, а другие две – им ортогональны, в нижней части вертикальны, а в верхней части плавно сужаются (рисунок 3.1а). Осесимметричный плавно сужающийся объект высотой H имеет вертикальную ось симметрии, его боковые стенки непроницаемы, в нижней части вертикальны, а в верхней части плавно сужаются (рисунок 3.1б). Горизонтальные стенки у всех объектов являются проницаемыми.

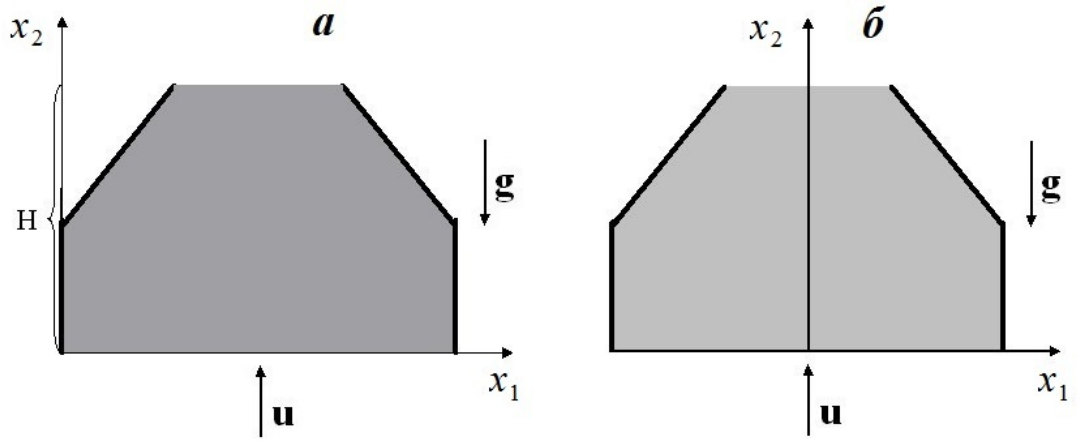

Рисунок 3.1 – Схема плоского (а) и осесимметричного (б) плавно сужающегося саморазогревающегося объекта

Как видно из рисунка, в сечении плоский и осесимметричный объект одинаковы. Движение газа через такие объекты описывается системой уравнений (3.1) или (3.2) с краевыми условиями (3.3). Для простоты положим, что сужающиеся стенки имеют угол $\pi/4$ к горизонтальной плоскости. В этом случае при расчете можно использовать равномерную сетку, и при этом искомые значения на границах будут определяться тривиально.

Решим для таких объектов задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде. Тепловыделение в твердой фазе до начального момента времени отсутствует, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени начинается тепловыделение в твердой фазе и одновременно давление газа на входе в объект очень быстро растет до определенного значения и, достигая его, потом остается неизменным. Для решения данной задачи используется описанный в параграфе 3.1 алгоритм. Как и в предыдущей главе, если иное не оговорено особо, будем использовать безразмерные параметры (2.7). Краевые условия будут определяться из (3.3) при следующих значениях:

$$p_0\big|_{x_2=0}=1.5, \quad T_{g0}=1, \quad p_0\big|_{x_2=1}=1. \tag{3.10}$$

Рассмотрим плоский плавно сужающийся тепловыделяющий объект, ширина которого в верхней части L_h в два раза меньше, чем ширина L_0 в нижней. Пусть L_0=2 (то есть в два раза больше высоты H), плавное сужение объекта начинается с высоты x_2=0.5. В этом случае происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и нарушением описанного процесса охлаждения. На рисунке 3.2 приведены искомые величины через t = 10 после начала процесса (что соответствует 10 часам размерного времени). Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа развернуты на 180º. Приведенное распределение искомых величин является типичным для плоских плавно сужающихся тепловыделяющих объектов.

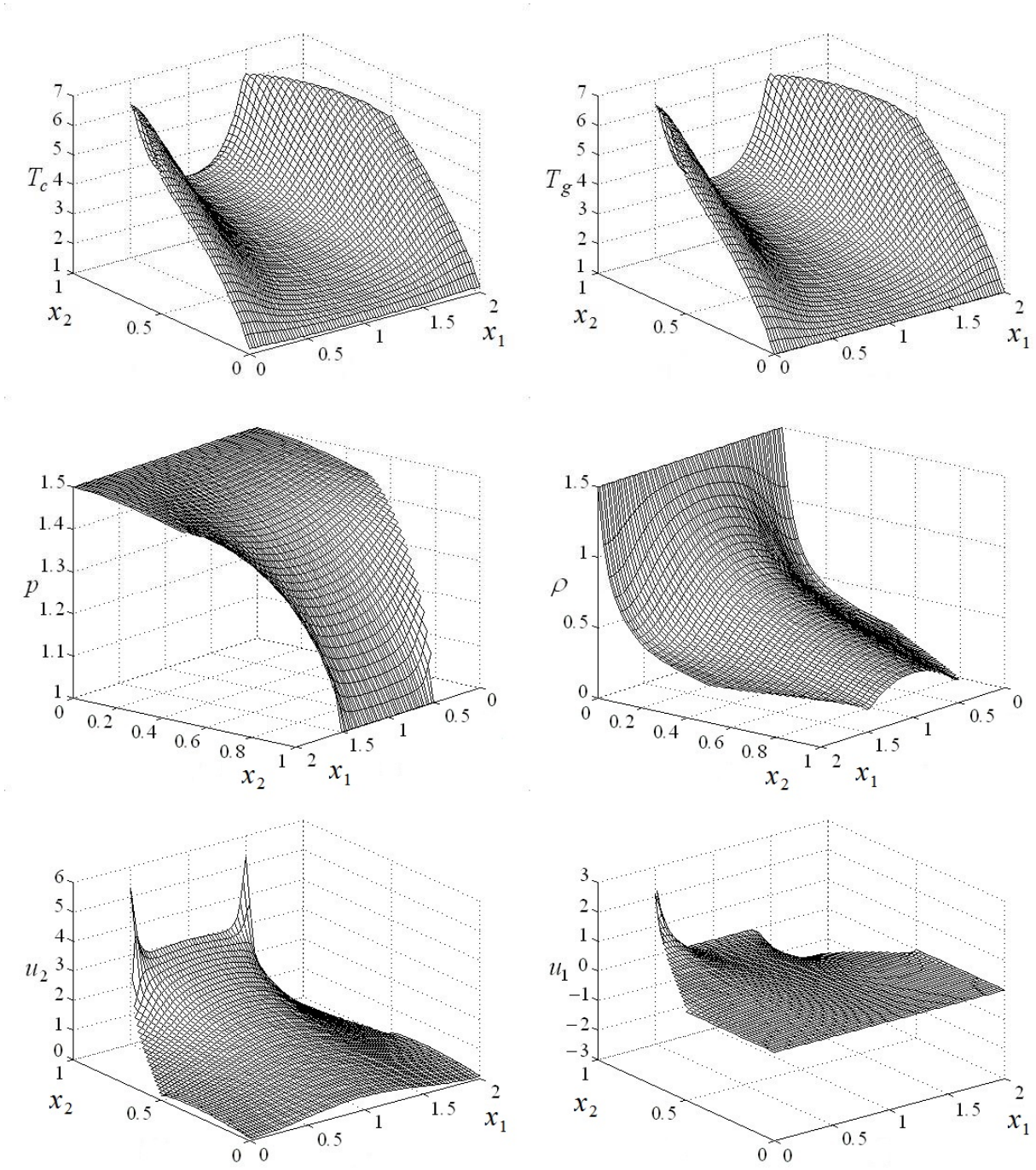

Рисунок 3.2 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому плавно сужающемуся пористому объекту

Как видно из рисунка, в средней части объекта проходящий воздух достаточно эффективно охлаждает конденсированную фазу, так как движется здесь более быстро. Возле боковых стенок, как наклонных, так и вертикальных, охлаждение не столь эффективное, и наблюдается более сильный разогрев

твердой среды – газ здесь более разреженный и движется вверх медленнее. Встречая на своем пути наклонные стенки, газ стремится их обогнуть, поэтому в этих местах наблюдаются повышенные давление и горизонтальная скорость фильтрации. Нагреваясь в результате движения по объекту, газ начинает хуже охлаждать твердую среду, поэтому температуры газа и конденсированной фазы возрастают по направлению к выходу из объекта, плотность и давление газа при этом убывают, а скорость фильтрации также увеличивается. Наибольший разогрев твердой среды происходит вблизи боковых стенок возле выхода из объекта. Также в этом месте наблюдаются пиковые значения скорости фильтрации газа: как вертикальной, так и горизонтальной – потоки газа, огибающие наклонные стенки, больше не встречают сопротивления, поэтому резко устремляются из объекта.

Рассмотрим осесимметричный плавно сужающийся тепловыделяющий объект, диаметр выхода которого L_h в два раза меньше, чем диаметр входа L_0. Пусть L_0=2, плавное сужение объекта начинается с высоты x_2=0.5. В этом случае также происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и разрушением объекта. На рисунке 3.3 приведены искомые величины через t = 9 (что соответствует 9 часам размерного времени) после начала процесса. Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа развернуты на 180º. Приведенное распределение искомых величин является типичным для осесимметричных плавно сужающихся тепловыделяющих объектов.

Сравнивая рисунки 3.2 и 3.3, можно сделать вывод, что при охлаждении осесимметричного плавно сужающегося пористого саморазогревающегося объекта вид графиков всех искомых величин принципиально не отличается от их распределения при течении газа через плоский плавно сужающийся объект. Также в средней части объекта проходящий воздух достаточно эффективно охлаждает конденсированную фазу, так как движется здесь более быстро, а возле боковых стенок охлаждение не столь эффективное, и наблюдается более сильный разогрев твердой среды – газ здесь более разреженный и движется вверх медленнее.

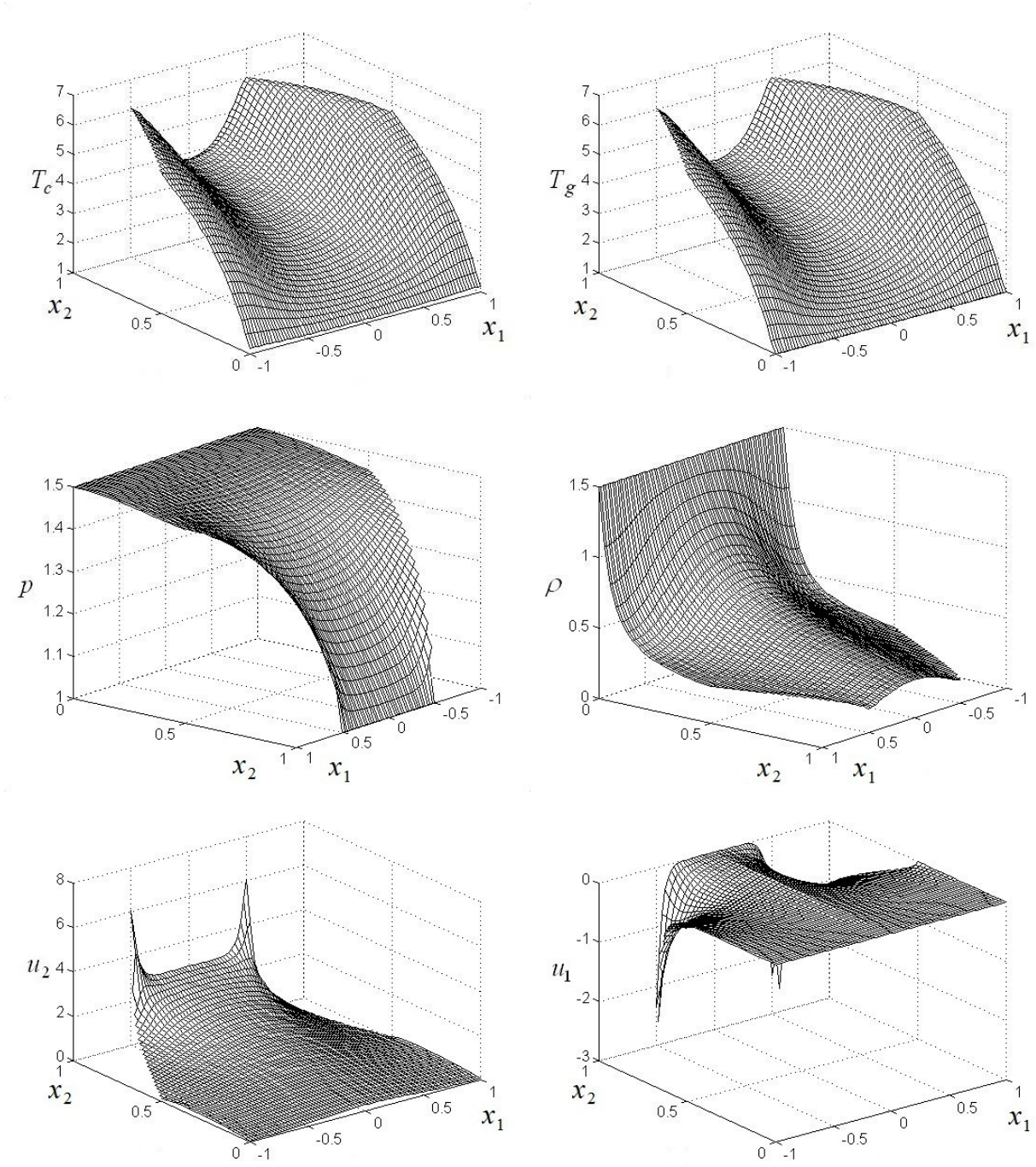

Рисунок 3.3 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, аксиальной и радиальной компонент скорости фильтрации газа по осесимметричному плавно сужающемуся пористому объекту

Наиболее горячая область также находится вблизи боковых стен возле выхода из объекта, и там же наблюдаются пиковые значения скорости фильтрации газа – потоки газа, огибающие наклонные стенки, больше не встречают сопротивления, поэтому резко устремляются из объекта.

При одинаковом сужении и при равных начально-краевых условиях и параметрах задачи в осесимметричном случае температуры оказываются немного выше, чем в плоском, причем особенно это отличие проявляется в центральной части объекта. Это наглядно демонстрирует рисунок 3.4, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума и на выходе из объекта для осесимметричного и плоского плавно сужающихся пористых объектов.

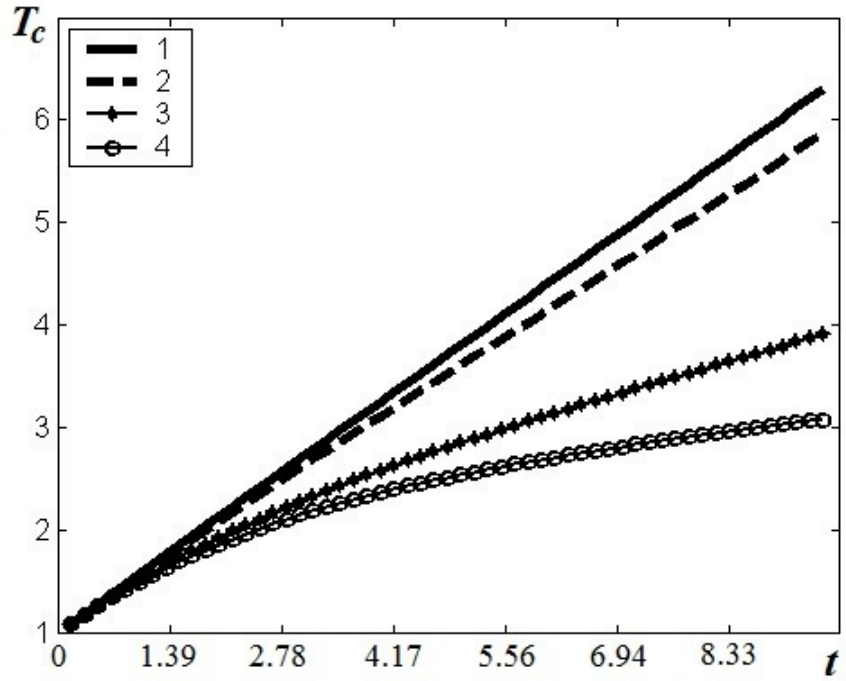

Рисунок 3.4 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для осесимметричного (1, 3) и плоского (2, 4) плавно сужающегося объекта при $L_h = 0.5L_0$ и $Q_0 = 0.5929$

Причина таких отличий объясняется тем, что при одинаковом сужении площадь выходного отверстия осесимметричного объекта уменьшается быстрее, чем плоского (зависимость квадратичная, а не линейная), из-за чего газу труднее проходить через объект и его расход при заданном давлении оказывается меньше, что ведет к уменьшению общего оттока тепла. По этой же причине на выходе из сужающегося объекта газ разгоняется быстрее при осесимметричном течении – пиковые значения обеих компонент скорости фильтрации в этом случае выше.

При более сильном сужении осесимметричного объекта, как и при сужении плоского объекта, уменьшается суммарный расход газа и происходит ухудшение охлаждения: температура твердой фазы и газа возрастает как в средней части объекта, так и у боковых стенок. На рисунке 3.5 показано изменение со временем температуры твердой среды в самых горячих точках и на выходе из объекта для осесимметричного и плоского плавно сужающихся пористых объектов, размер выходных отверстий которых L_h в четыре раза меньше, чем входных отверстий L_0. Как видно из рисунка, описанные выше отличия между плоским и осесимметричным течениями становятся еще более наглядными.

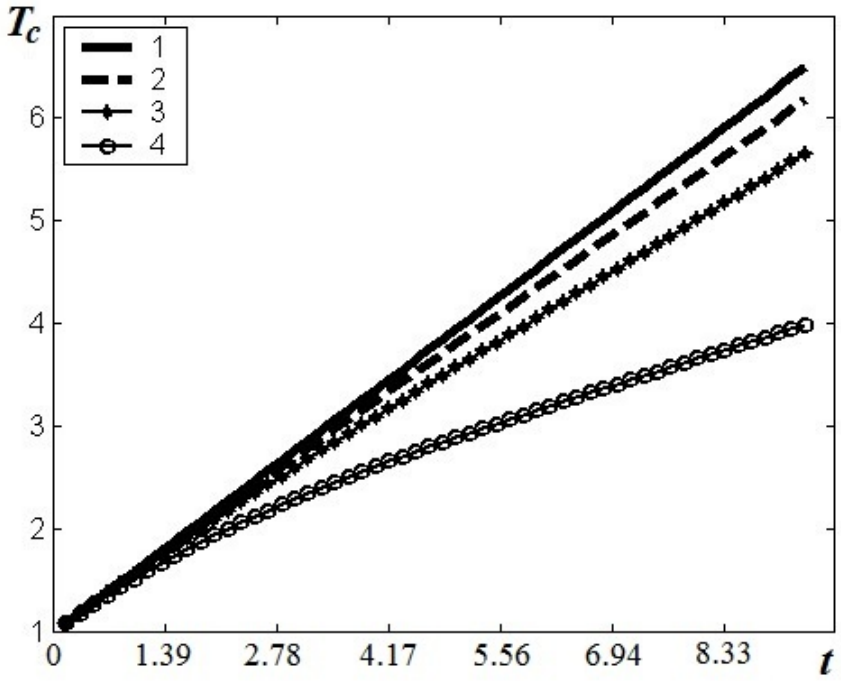

Рисунок 3.5 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для осесимметричного (1, 3) и плоского (2, 4) плавно сужающегося объекта при $L_h = 0.25L_0$ и $Q_0 = 0.5929$

Заметим, что в случае отсутствия сужения тепловыделяющего объекта, то есть когда все боковые стенки вертикальны, при рассматриваемых параметрах (2.7) и краевых условиях, полученных из (3.3) при значениях (3.10), имеет место установление стационарного режима охлаждения (точнее – установление

квазистационарного режима, так как интенсивность тепловыделения со временем медленно убывает из-за «выгорания» реагирущего вещества, что приводит к медленному изменению всех остальных параметров). Таким образом, сужение объекта в верхней части приводит к существенному ухудшению охлаждения, вплоть до нарушения стационарного режима и перехода к катастрофическому разогреву.

Очевидно, что для плавно сужающихся плоских и осесимметричных объектов возможно установление стационарных режимов охлаждения. На рисунке 3.6 показано изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума и на выходе из объекта для осесимметричного и плоского плавно сужающихся пористых объектов, размер выходных отверстий которых L_h в два раза меньше, чем входных отверстий L_0, при уменьшенной в 10 раз интенсивности начального тепловыделения Q_0 и остальных параметрах, соответствующих (2.7) и (3.10).

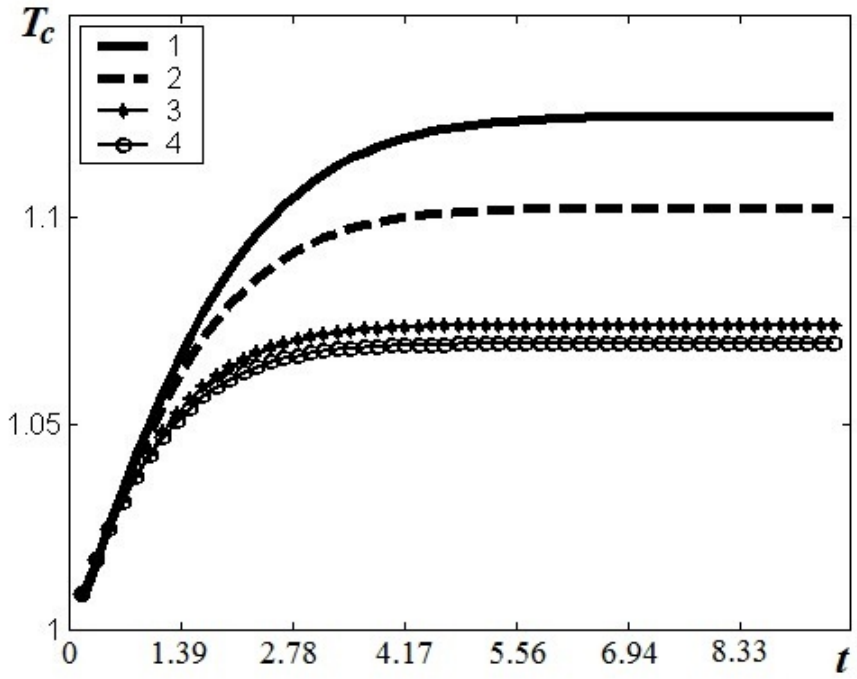

Рисунок 3.6 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для осесимметричного (1, 3) и плоского (2, 4) плавно сужающегося объекта при $L_h = 0.5L_0$ и $Q_0 = 0.05929$

Как видно из рисунка, процесс охлаждения в этом случае стабилизируется. Наибольшие различия между разогревом осесимметричного и плоского объектов наблюдаются в зонах с максимальными температурами. Графики распределения всех искомых величин по объекту в этом случае имеют вид, значительно схожий с рисунками 3.2 и 3.3, хотя значения самих величин существенно отличаются.

Таким образом, можно сделать вывод, что при охлаждении плавно сужающихся плоских и осесимметричных пористых тепловыделяющих объектов в зависимости от начально-краевых условий и параметров задачи возможны как установление стационарного режима, так и неограниченный разогрев, ведущий к расплавлению твердой фазы. При этом общее охлаждение осесимметричных плавно сужающихся объектов хуже, чем охлаждение плоских объектов с аналогичным сужением, что выражается в заметном увеличении температур и в уменьшении расхода газа.

Теперь рассмотрим охлаждение ступенчато сужающихся пористых саморазогревающихся объектов. Будем также рассматривать два типа таких объектов: плоский и осесимметричный. Плоский ступенчато сужающийся объект представляет собой объект высотой H, у которого боковые стенки непроницаемы, две из них – вертикальны и параллельны, а другие две – им ортогональны, но имеют более сложную форму: нижняя и верхняя части вертикальны, но различаются по ширине – нижняя часть более широкая, чем верхняя, эти части соединены между собой горизонтальной непроницаемой стенкой (рисунок 3.7а). Осесимметричный ступенчато сужающийся объект высотой H имеет вертикальную ось симметрии, его боковые стенки непроницаемы, нижняя и верхняя части боковых стенок вертикальны, но различаются по ширине – нижняя часть более широкая, чем верхняя, эти части соединены между собой горизонтальной непроницаемой стенкой (рисунок 3.7б). Остальные горизонтальные стенки у всех объектов являются проницаемыми. Как видно из рисунка, в сечении плоский и осесимметричный объект одинаковы. Движение газа через такие объекты описывается системой уравнений (3.1) или (3.2) с краевыми условиями (3.3).

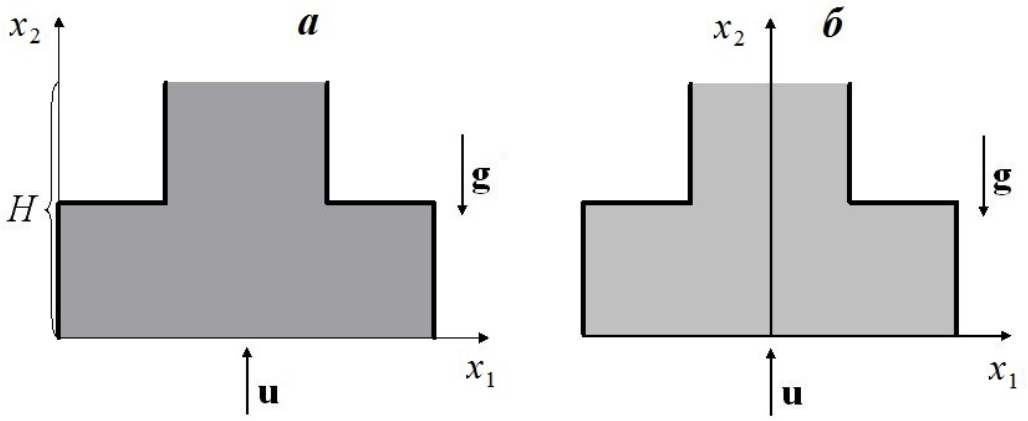

Рисунок 3.7 – Схема плоского (а) и осесимметричного (б) ступенчато сужающегося саморазогревающегося объекта

Решим для таких объектов рассмотренную выше задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе. Для решения данной задачи также используется описанный в параграфе 3.1 алгоритм. Будем вновь использовать безразмерные параметры (2.7), а краевые условия определять из (3.3) при значениях (3.10).

Рассмотрим плоский ступенчато сужающийся тепловыделяющий объект, ширина которого в верхней части L_h в два раза меньше, чем ширина L_0 в нижней. Пусть L_0=1 (то есть равна высоте H), объект сужается на высоте x_2=0.5. В этом случае происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и нарушением описанного процесса охлаждения. На рисунке 3.8 приведены искомые величины через t = 10 после начала процесса (что соответствует 10 часам размерного времени). Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа развернуты на 180º. Приведенное распределение искомых величин является типичным для плоских ступенчато сужающихся тепловыделяющих объектов. Как видно из рисунка, в средней части объекта проходящий воздух достаточно эффективно охлаждает конденсированную фазу, так как движется здесь более быстро. А возле боковых стенок охлаждение не столь эффективное, и наблюдается более сильный разогрев твердой среды – газ здесь более разреженный и движется вверх медленнее.

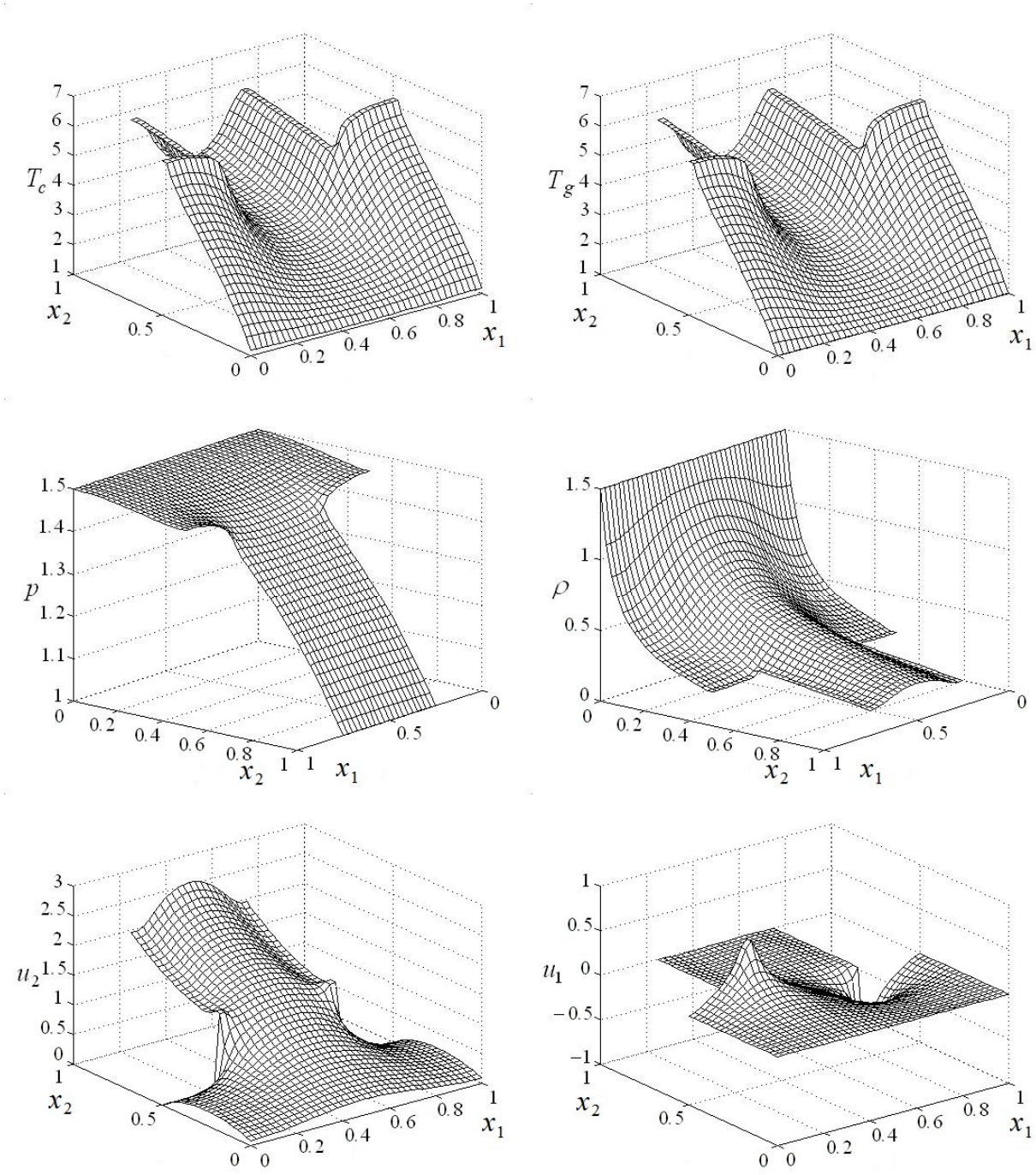

Рисунок 3.8 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому ступенчато сужающемуся пористому объекту

Нагреваясь в результате движения по объекту, газ начинает хуже охлаждать твердую среду, поэтому температуры газа и конденсированной фазы возрастают по направлению к выходу из объекта, плотность и давление газа при этом убывают. В средней части объекта вертикальная скорость фильтрации также

возрастает по направлению к выходу из объекта, в отличие от краев, где она сначала увеличивается, а потом падает до нуля – горизонтальные стенки не пропускают газ. Встречая на своем пути горизонтальные непроницаемые стенки, потоки газа стремятся обогнуть их, максимально усиливаясь у углов, образованных соединением этих стенок с верхними вертикальными стенками – в этом месте наблюдается пиковое значение горизонтальной скорости фильтрации газа. После того, как потоки газа огибают эти углы, вертикальная скорость фильтрации имеет локальный пик. Наиболее слабое охлаждение – в углах, образованных соединением нижних вертикальных стенок с горизонтальными непроницаемыми стенками: в этих местах температура растет наиболее интенсивно и наблюдается максимальный разогрев твердой среды. Слабый отвод тепла из этих углов объясняется очень малыми скоростями фильтрации газа. Также в этих местах давление повышено по сравнению со средней частью объекта.

Рассмотрим осесимметричный ступенчато сужающийся тепловыделяющий объект, диаметр выхода которого L_h в два раза меньше, чем диаметр входа L_0. Пусть L_0=1, объект сужается на высоте x_2=0.5. В этом случае также происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и разрушением объекта. На рисунке 3.9 приведены искомые величины через t = 9 (что соответствует 9 часам размерного времени) после начала процесса. Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа развернуты на 180º. Приведенное распределение искомых величин является типичным для осесимметричных ступенчато сужающихся тепловыделяющих объектов. Сравнивая рисунки 3.8 и 3.9, можно сделать вывод, что при охлаждении пористого осесимметричного ступенчато сужающегося объекта вид графиков всех искомых величин принципиально не отличается от их распределения при течении газа через плоский ступенчато сужающийся объект. Также в средней части объекта происходит более эффективное охлаждение конденсированной фазы, чем возле боковых стенок, так как газ здесь движется быстрее.

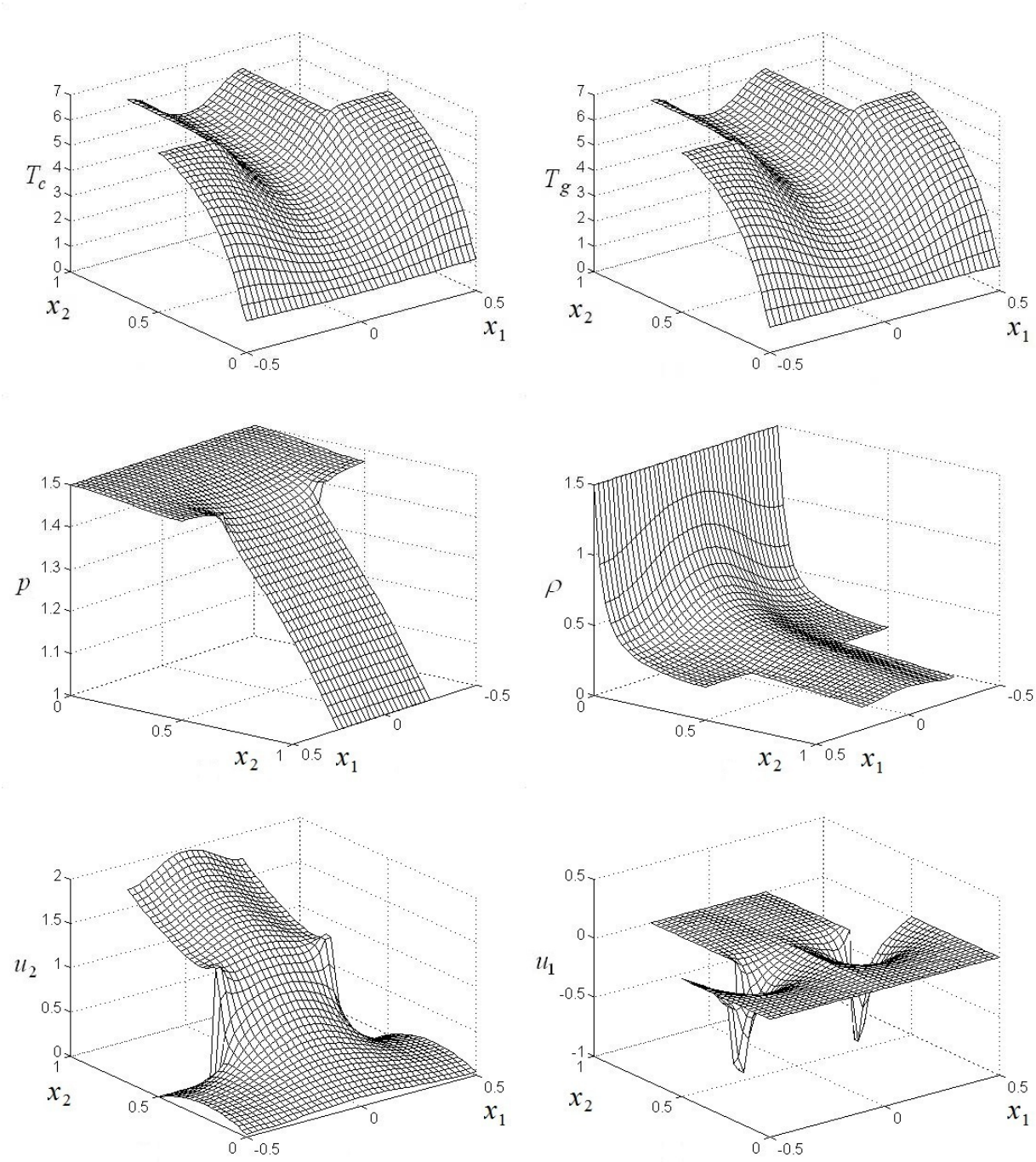

Рисунок 3.9 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, аксиальной и радиальной компонент скорости фильтрации по осесимметричному ступенчато сужающемуся пористому объекту

Наибольший разогрев также наблюдается в месте соединения нижних вертикальных стенок с горизонтальными непроницаемыми стенками: очень малые скорости фильтрации газа обеспечивают крайне слабый отвод тепла, поэтому температуры здесь максимальны. Потоки газа поднимаясь вверх и

встречая на своем пути горизонтальные непроницаемые стенки стремятся их обогнуть, в результате чего в месте соединения этих стенок с верхними вертикальными стенками наблюдаются пиковые значения радиальной скорости фильтрации газа. После того, как потоки газа огибают горизонтальные стенки, аксиальная скорость фильтрации имеет локальный пик.

По аналогии с процессом охлаждения плавно сужающегося объекта, одинаковое ступенчатое сужение при равных начально-краевых условиях и параметрах задачи приводит в осесимметричном случае к более высоким температурам, чем в плоском. Это демонстрирует рисунок 3.10, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума и на выходе из объекта для осесимметричного и плоского плавно сужающихся пористых объектов.

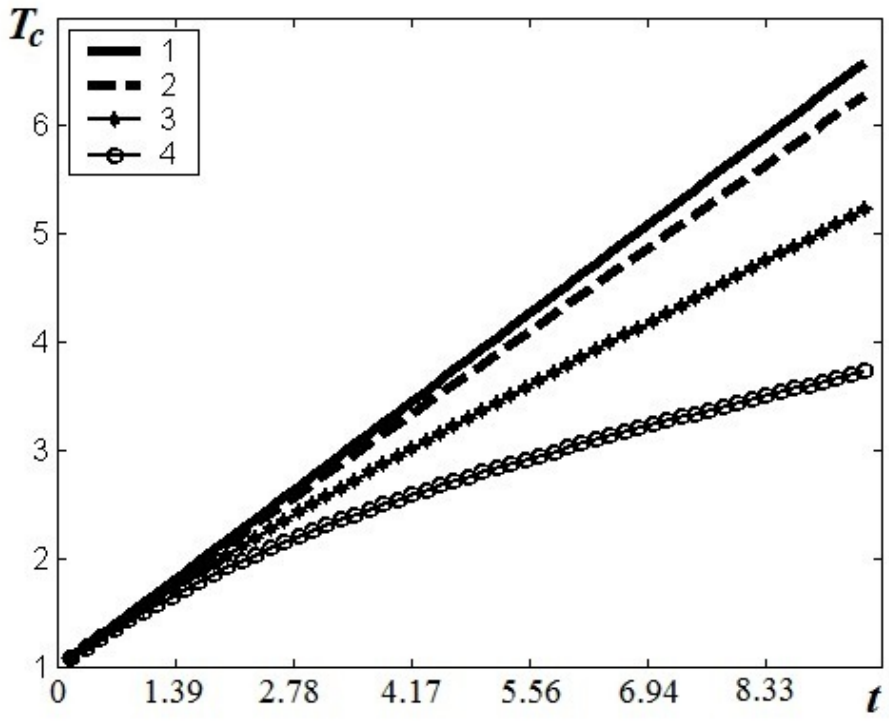

Рисунок 3.10 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для осесимметричного (1, 3) и плоского (2, 4) ступенчато сужающегося объекта при $L_h = 0.5L_0$ и $Q_0 = 0.5929$

Причина отличий также кроется в более быстром уменьшении площади выходного отверстия осесимметричного объекта, чем плоского при одинаковом с ним сужении, из-за чего газу труднее проходить через объект и его расход при заданном давлении оказывается меньше, что ведет к уменьшению общего оттока тепла. Отметим также, что увеличение сужения осесимметричного объекта, как и плоского, приводит к уменьшению суммарного расхода газа, к ухудшению общего охлаждения объекта, к росту температур и соответственному изменению других искомых величин.

Как отмечалось выше, в случае отсутствия сужения тепловыделяющего объекта, то есть когда все боковые стенки вертикальны, при параметрах (2.7) и краевых условиях, полученных из (3.3) при значениях (3.10), имеет место установление квазистационарного режима охлаждения. Таким образом, так же, как и плавное сужение объекта, ступенчатое сужение объекта приводит к существенному ухудшению охлаждения, вплоть до нарушения стационарного режима и перехода к катастрофическому разогреву.

Естественно, для ступенчато сужающихся осесимметричных объектов, как и для плоских, возможно установление стационарных режимов охлаждения. На рисунке 3.11 показано изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума и на выходе из объекта для осесимметричного и плоского ступенчато сужающихся пористых объектов, размер выходных отверстий которых L_h в два раза меньше, чем входных отверстий L_0, при уменьшенной в 10 раз интенсивности начального тепловыделения Q_0 и остальных параметрах, соответствующих (2.7) и (3.10). Как видно из рисунка, процесс охлаждения в этом случае стабилизируется, как и для плавно сужающихся объектов. В зонах с максимальными температурами наблюдаются наибольшие различия между разогревом осесимметричного и плоского объектов. Графики распределения всех искомых величин по объекту имеют вид, значительно схожий с рисунками 3.8 и 3.9, хотя значения самих величин существенно отличаются.

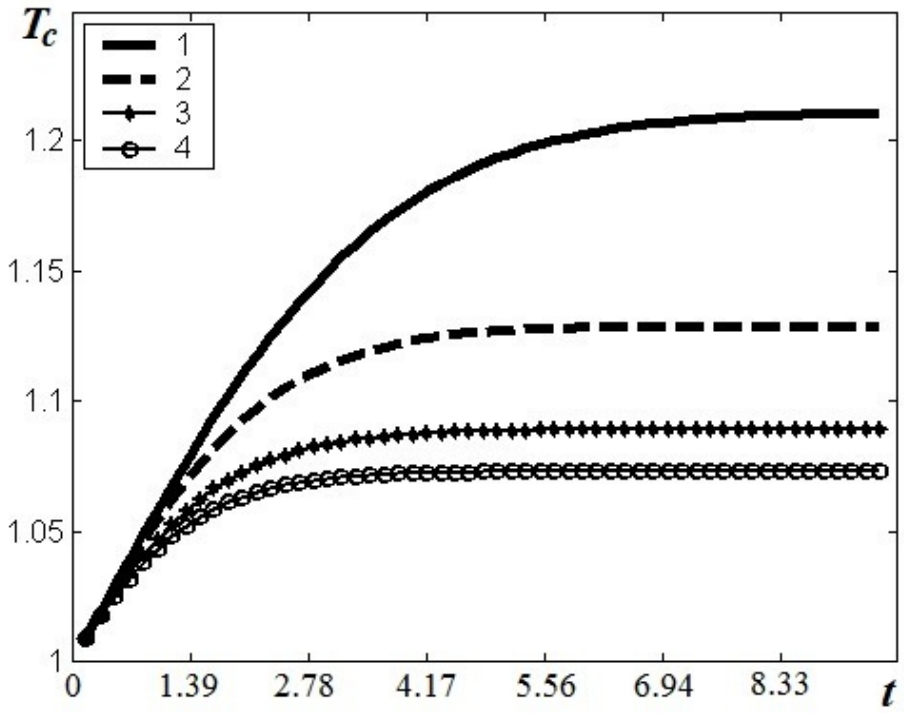

Рисунок 3.11 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для осесимметричного (1, 3) и плоского (2, 4) ступенчато сужающегося объекта при $L_h = 0.5L_0$ и $Q_0 = 0.05929$

Однако, возможно существенное отличие в режимах охлаждения осесимметричного объекта от плоского. На рисунке 3.12 показано изменение со временем температуры твердой среды в наиболее горячей зоне для осесимметричного и плоского ступенчато сужающихся пористых объектов, размер выходных отверстий которых L_h в четыре раза меньше, чем входных отверстий L_0, интенсивность тепловыделения $Q_0 = 0.08894$, остальные параметры соответствуют (2.7) и (3.10). Как видно из рисунка, при одинаковых начально-краевых условиях и параметрах задачи для плоского объекта устанавливается квазистационарный режим охлаждения, а температура осесимметричного объекта неограниченно возрастает.

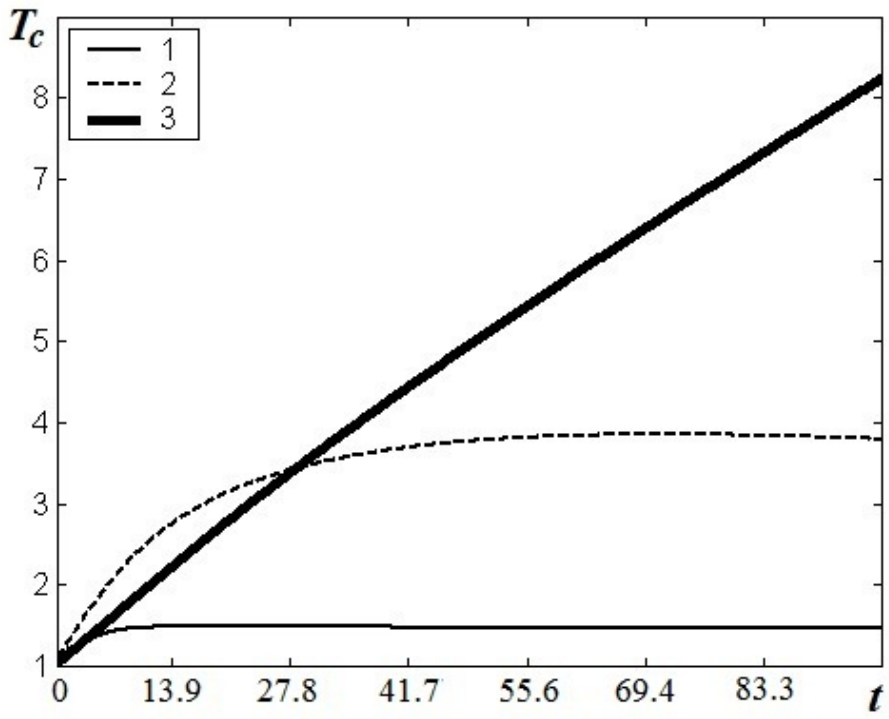

Рисунок 3.12 – Изменение со временем температуры твердой среды в точках максимума для плоского ступенчато сужающегося объекта при $Q_0 = 0.08893$ (1) и $Q_0 = 0.17787$ (2) и осесимметричного ступенчато сужающегося объекта при $Q_0 = 0.08893$ (3)

Для сравнения на этом же рисунке приведен график температуры твердой среды в наиболее горячей зоне плоского ступенчато сужающегося пористого объекта, интенсивность тепловыделения которого увеличилась в два раза, а остальные параметры остались неизменны. В этом случае процесс охлаждения также стабилизируется. Это объясняется следующим образом: из-за того, что охлаждение сужающихся осесимметричных объектов происходит хуже, чем аналогично сужающихся плоских объектов, возникает различие в значении критического давления газа на входе в эти объекты, которое определяет область существования стационарных режимов охлаждения. Поэтому может оказаться, что при определенных параметрах для плоских объектов возможно существование стационарного режима охлаждения, который в итоге и реализуется, а для осесимметричных объектов при данных параметрах

устойчивый режим невозможен, из-за чего происходит их неограниченный разогрев. Таким образом, только лишь изменение конфигурации объекта с плоской на осесимметричную может приводить к нарушению стационарного режима охлаждения, к перегреву и разрушению объекта.

Можно сделать вывод, что при охлаждении ступенчато сужающихся плоских и осесимметричных пористых тепловыделяющих объектов в зависимости от начально-краевых условий и параметров задачи возможны как установление стационарного режима, так и неограниченный разогрев, ведущий к разрушению объекта. Графики распределения всех искомых величин по осесимметричным и плоским объектам имеют схожий вид. По сравнению с плавно сужающимися объектами, ступенчато сужающиеся объекты охлаждаются хуже. Общее охлаждение осесимметричных ступенчато или плавно сужающихся объектов хуже, чем охлаждение плоских объектов с аналогичным сужением, что приводит к заметному увеличению температур и к уменьшению расхода газа. Возможны случаи, когда при одинаковых начально-краевых условиях и параметрах задачи процесс охлаждения плоского объекта стабилизируется, а аналогичный осесимметричный объект разогревается неограниченно.

3.3. Движение газа через двумерные пористые объекты с неравномерным локальным распределением внутренних источников тепловыделения

Рассмотрим движение газа в поле силы тяжести через пористые объекты с неравномерным распределением источников энерговыделения при саморегуляции проходящего через объект газа и проанализируем влияние различных параметров тепловыделяющей зоны на процесс охлаждения таких объектов.

Исследование влияния неравномерности тепловыделения в пористом объекте на процесс его охлаждения проводится следующим образом. Решаются двумерные (плоская и осесимметричная) нестационарные задачи о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе для объектов прямоугольной (цилиндрической для осесимметричного случая) формы, которые имеют непроницаемые вертикальные и проницаемые горизонтальные

стенки, у которых параметры тепловыделяющей зоны различны. В настоящем исследовании ограничимся рассмотрением объектов с одинаковыми высотой H и шириной (диаметром для осесимметричного случая) L, то есть при $H = L$, очаг тепловыделения в которых имеет прямоугольную (цилиндрическую для осесимметричного случая) форму и симметричен относительно вертикальной оси, проходящей через центр пористого объекта. При исследовании варьируется высота тепловыделяющей зоны H_1, ее ширина (диаметр) L_1 и расстояние от нее до входа в тепловыделяющий объект H_2 (то есть расстояние от центра зоны до нижней границы объекта). Начально-краевые условия и параметры задачи выбираются таким образом, чтобы процесс охлаждения со временем перешел в устойчивое стационарное состояние (точнее – в квазистационарное, т. к. интенсивность тепловыделения со временем медленно убывает из-за «выгорания» реагирующего вещества, что приводит к медленному изменению всех остальных параметров). Далее сравниваются температуры твердой среды в максимально горячей зоне и в середине выхода из объекта (то есть в середине верхней проницаемой границы) как для плоских объектов, так и для осесимметричных.

Рассмотрим задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде для описанных выше пористых объектов. Тепловыделение в твердой фазе до начального момента времени везде отсутствует, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени в области высотой H_1 и шириной (диаметром) L_1 начинается тепловыделение в твердой фазе и давление газа на входе в объект очень быстро возрастет до определенного значения. Для решения данной задачи также используется описанный в параграфе 3.1 алгоритм. Если иное не оговорено особо, будем использовать безразмерные параметры (2.7), а краевые условия определять из (3.3) при значениях (3.10).

На рисунке 3.13 представлен пример распределения температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и

горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому пористому объекту при ширине и высоте тепловыделяющей зоны $L_1 = H_1 = 0.25$ в случае, когда тепловыделяющая зона расположена в центре пористого объекта (т.е. при H_2=0.5), через t = 9 (что соответствует 9 часам размерного времени) после начала процесса.

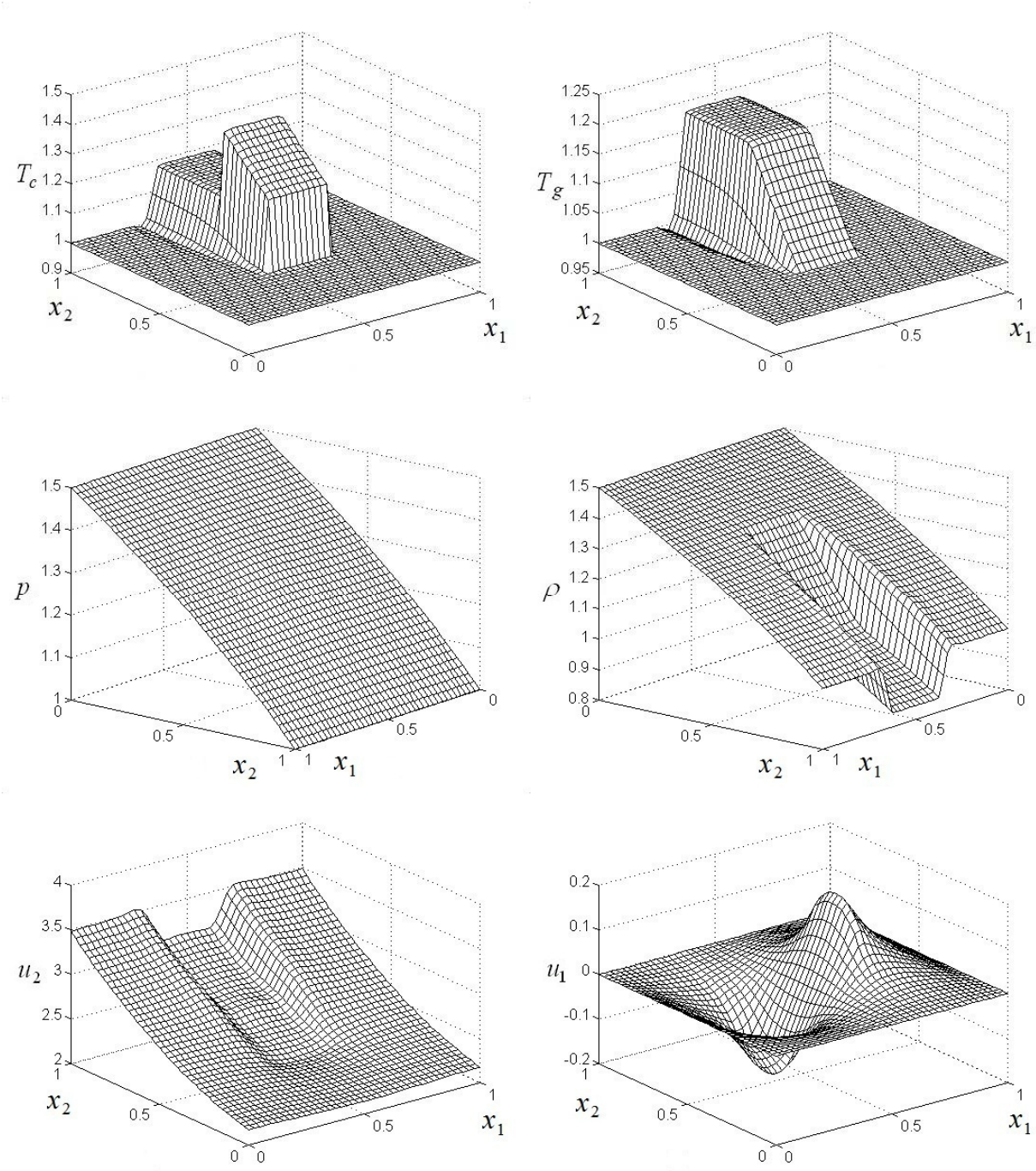

Рисунок 3.13 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому пористому объекту

К этому времени уже установился квазистационарный режим охлаждения. Все приведенные в дальнейшем в настоящем параграфе графики параметров соответствуют такому же моменту времени. Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа развернуты на 180º.

Как видно из рисунка, температура как твердой фазы, так и газообразной существенно изменяется только в зоне тепловыделения и выше нее, а ниже – остается неизменной. Максимально нагреваясь в самой верхней части очага тепловыделения, твердая фаза затем резко снижает свою температуру, которая после этого мало изменяется до выхода из объекта. Газ, проходя зону тепловыделения, нагревается и затем почти не меняет свою температуру, которая становится близкой к температуре твердой среды. Давление газа равномерно уменьшается с высотой, очаг выделения тепла не вносит заметных локальных изменений в график давления. Плотность газа уменьшается с высотой по всему объекту, при этом в зоне тепловыделения происходит ее значительное уменьшение. Вертикальная компонента скорости фильтрации газа равномерно растет с высотой по краям объекта. В центральной части объекта, встречая на своем пути очаг выделения тепла, часть потока газа стремится его обогнуть – из-за этого возникает горизонтальное движение газа, а вертикальная компонента скорости фильтрации в зоне тепловыделения и выше нее оказывается существенно меньше, чем по краям объекта на аналогичной высоте. Такой вид распределения по объекту искомых величин характерен для течения газа через пористый объект с произвольной прямоугольной зоной тепловыделения как в плоском, так и в осесимметричном случае.

Таким образом, интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в областях энерговыделения и выше их. В разогретых зонах наблюдается падение как плотности газа, так и скорости фильтрации, так как, двигаясь вверх по пористому объекту, газ стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям.

Далее исследуем влияние высоты тепловыделяющей зоны на процесс охлаждения пористого объекта. Для этого при решении рассмотренной выше

задачи о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде будем варьировать высоту очага выделения тепла. На рисунке 3.14 показана температура твердой среды в максимально горячей зоне (1, 2) и в середине выхода из объекта (3, 4) для разной высоты тепловыделяющей зоны, расположенной в центре плоского пористого объекта, при ширине тепловыделяющей зоны $L_1 = 0.25$ и $L_1 = 1$.

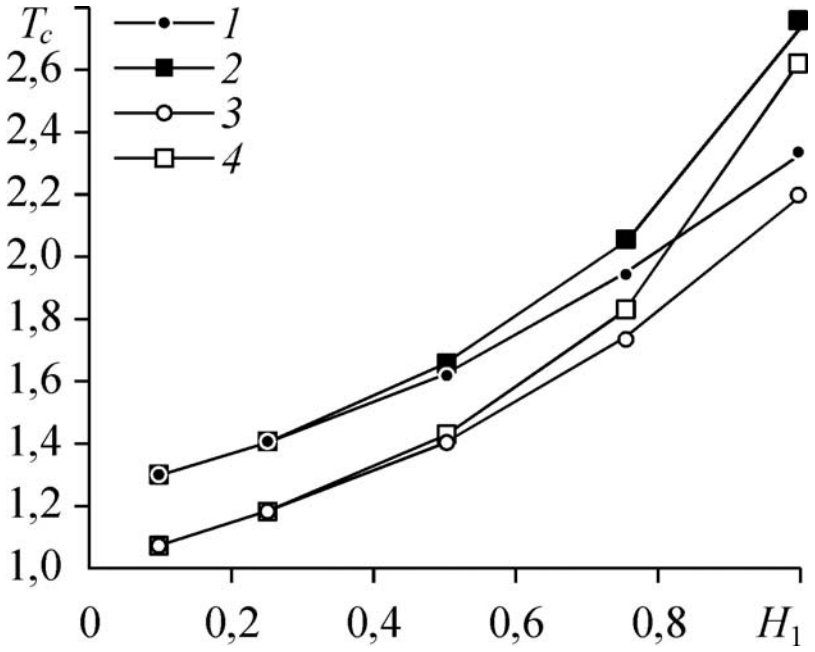

Рисунок 3.14 – Температура твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для разной высоты тепловыделяющей зоны H_1 при ее ширине $L_1 = 0.25$ (1, 3), $L_1 = 1$ (2, 4)

Как видно из рисунка, при увеличении высоты очага энерговыделения температура твердой среды нелинейно растет. Это объясняется тем, что при увеличении протяженности по вертикали зоны тепловыделения газ, проходящий через эту зону, нагревается сильнее и хуже охлаждает твердую среду. Разогрев пористого объекта при постоянном перепаде давления ведет к уменьшению скорости фильтрации и, соответственно, расхода газа, проходящего через очаг тепловыделения. Уменьшение газового потока, охлаждающего объект, приводит к тому, что рост температуры при увеличении высоты очага выделения тепла оказывается нелинейным. Из рисунка можно заметить, что увеличение ширины

зоны энерговыделения в четыре раза не приводит к значительному изменению разогрева объекта, а при высотах тепловыделяющей зоны менее 0.5 это изменение практически незаметно – более узкий очаг тепловыделения разогревается почти так же, как гораздо более широкий. Отсюда следует, что охлаждение узких сильно вытянутых по вертикали тепловыделяющих зон происходит неэффективно, так как большая часть газа, нагнетаемого в пористый объект, не участвует в теплообмене с тепловыделяющей твердой фазой.

Таким образом, при увеличении высоты очага выделения тепла разогрев твердой среды нелинейно растет, охлаждение узких сильно вытянутых по вертикали тепловыделяющих зон осуществляется неэффективно.

Проанализируем влияние расстояния от тепловыделяющей зоны до входа в объект на процесс охлаждения пористого объекта. Для этого при решении рассмотренной выше задачи о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде будем варьировать как удаленность очага выделения тепла от входа в объект, так и размеры очага. На рисунке 3.15 показана температура твердой среды в максимально горячей зоне (1, 2) и в середине выхода из объекта (3, 4) для разного расстояния от тепловыделяющей зоны до входа в плоский пористый объект при ширине тепловыделяющей зоны $L_1 = 0.1$ и $L_1 = 1$, высоте тепловыделяющей зоны $H_1 = 0.1$. Как видно из рисунка, при удалении очага выделения тепла от входа в пористый объект температура твердой среды очень незначительно уменьшается. Если же увеличить интенсивность тепловыделения в 5 раз, положив $Q_0 = 2.9645$, то уменьшение разогрева пористого объекта при увеличении расстояния от тепловыделяющей зоны до входа в объект становится намного более существенным, что наглядно демонстрирует рисунок 3.16. Это уменьшение разогрева можно объяснить тем, что модуль градиента давления с высотой увеличивается, а это ведет к улучшению «прокачки» газа через тепловыделяющую зону. Как следствие, выше оказывается расход газа и, соответственно, суммарный отвод тепла из пористого объекта.

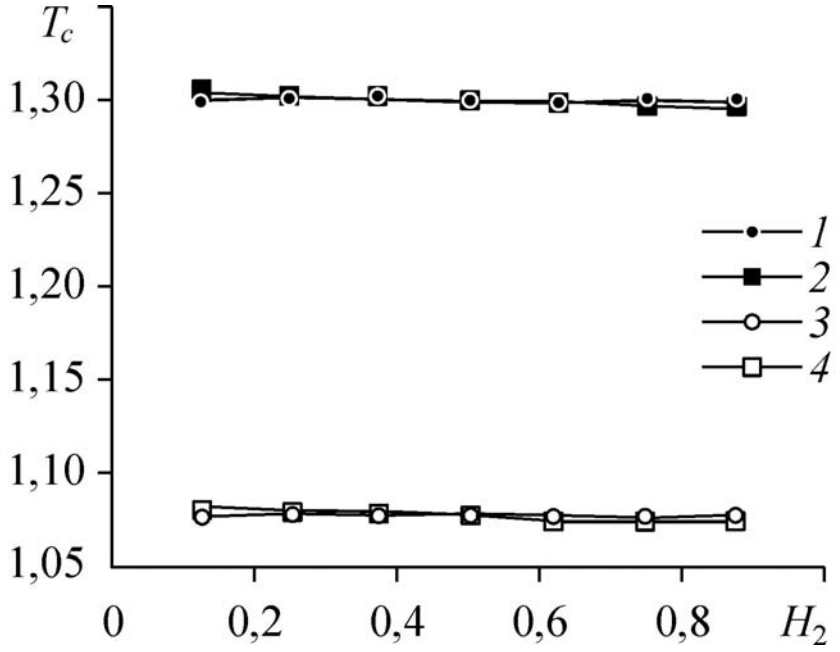

Рисунок 3.15 – Температура твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для разной удаленности тепловыделяющей зоны от входа в объект H_2 при ширине зоны $L_1 = 0.1$ (1, 3), $L_1 = 1$ (2, 4); $Q_0 = 0.5929$

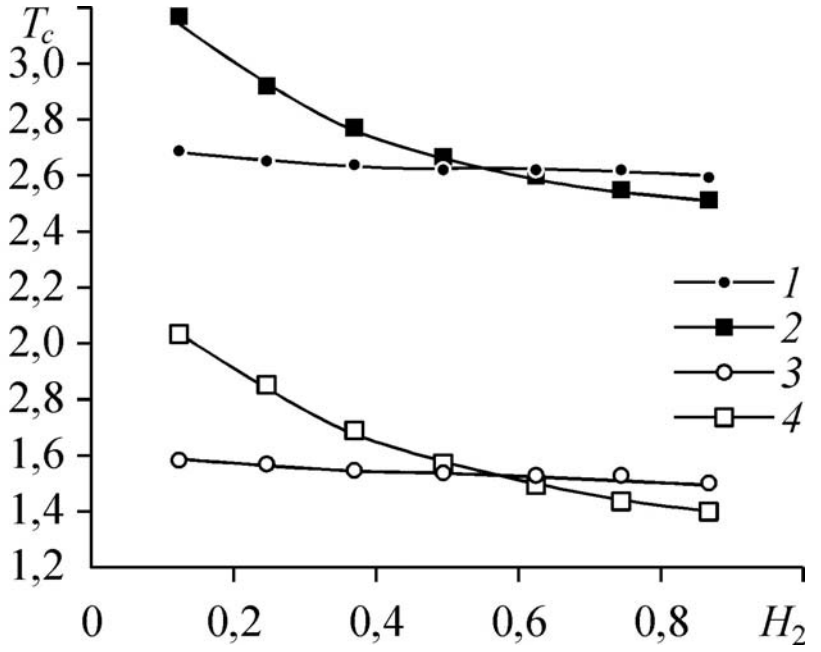

Рисунок 3.16 – Температура твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для разной удаленности тепловыделяющей зоны от входа в объект H_2 при ширине зоны $L_1 = 0.1$ (1, 3), $L_1 = 1$ (2, 4); $Q_0 = 2.9645$

Также из рисунка можно заметить, что влияние удаления очага энерговыделения от входа в пористый объект на процесс охлаждения увеличивается с шириной этого очага.

Таким образом, при увеличении расстояния от тепловыделяющей зоны до входа в пористый объект разогрев твердой среды уменьшается, поэтому эффективнее происходит охлаждение пористых объектов с источниками энерговыделения, расположенными ближе к выходу из объекта.

Далее исследуем влияние ширины тепловыделяющей зоны на процесс охлаждения пористого объекта. Для этого при решении рассмотренной выше задачи о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде будем варьировать ширину очага энерговыделения. На рисунке 3.17 показана температура твердой среды в максимально горячей зоне (1, 2) и в середине выхода из объекта (3, 4) для разной ширины тепловыделяющей зоны, расположенной в центре плоского пористого объекта, при высоте тепловыделяющей зоны $H_1 = 0.25$ и $H_1 = 1$.

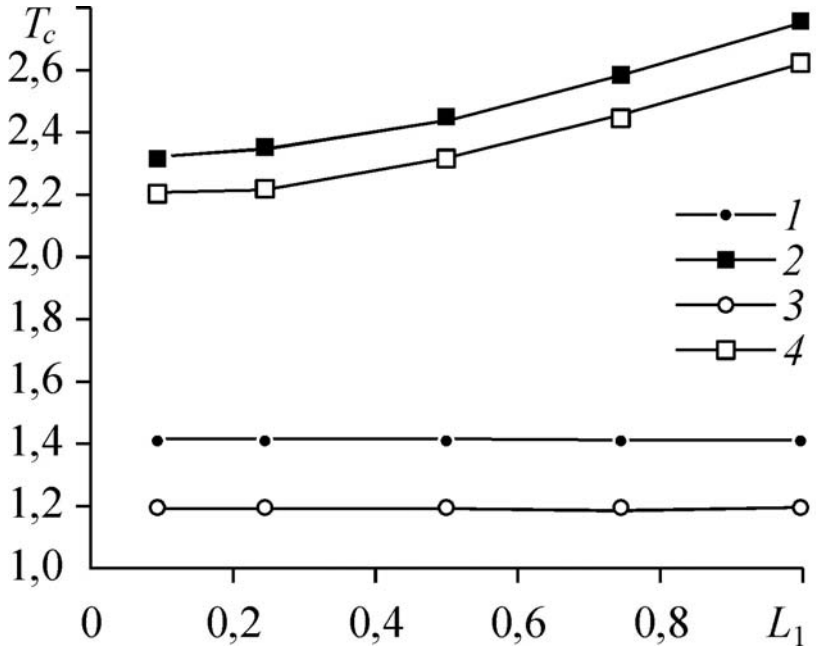

Рисунок 3.17 – Температура твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для разной ширины тепловыделяющей зоны L_1 при высоте тепловыделяющей зоны $H_1 = 0.25$ (1, 3), $H_1 = 1$ (2, 4)

Как видно из рисунка, разогрев пористого объекта при росте ширины очага тепловыделения может как увеличиваться, так и оставаться неизменным, в зависимости от высоты тепловыделяющей зоны. Для не очень протяженных по вертикали очагов тепловыделения рост их ширины не приводит к заметному изменению температуры. Это обусловлено тем, что при росте ширины тепловыделяющей зоны также увеличивается количество газа, проходящего через нее. Рост разогрева с увеличением ширины очага тепловыделения, наблюдаемый у протяженных по вертикали очагов, связан, очевидно, со значительным возрастанием суммарного тепловыделения в этом случае, что приводит к падению расхода газа, охлаждающего пористый объект. Таким образом, охлаждение узких сильно вытянутых по горизонтали тепловыделяющих зон происходит эффективно, так как большая часть газа, нагнетаемого в пористый объект, участвует в теплообмене с тепловыделяющей твердой фазой.

Теперь будем варьировать ширину очага выделения тепла при его разной удаленности от входа в пористый объект. На рисунке 3.18 показана температура твердой среды в максимально горячей зоне (1, 2) и в середине выхода из объекта (3, 4) для разной ширины тепловыделяющей зоны при высоте тепловыделяющей зоны $H_1 = 0.25$ и расстоянии от тепловыделяющей зоны до входа в плоский пористый объект $H_2 = 0.25$ и $H_2 = 0.75$. Как видно из рисунка, рост ширины очага тепловыделения при его расположении ближе к входу в объект ведет к повышению температуры. А при расположении зоны тепловыделения ближе к выходу из объекта можно наблюдать прямо противоположную картину – при увеличении ширины этой зоны температура падает. Этот интересный феномен объясняется просто. Когда очаг тепловыделения расположен ближе к выходу из объекта, то градиент давления здесь выше и охлаждение из-за этого лучше. Но в то же время из-за высоко градиента давления при уменьшении ширины тепловыделяющей зоны части газового потока, проходящего через нее, становится «выгоднее» ее обогнуть. В результате этого расход газа через очаг тепловыделения падает при уменьшении его ширины, и, следовательно, увеличивается его разогрев.

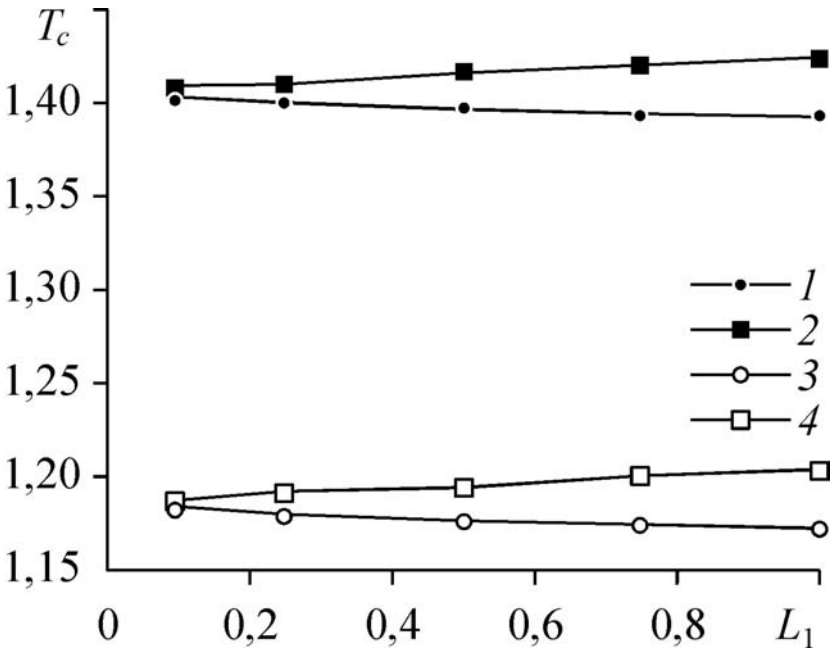

Рисунок 3.18 – Температура твердой среды в точках максимума (1, 2) и на выходе из объекта (3, 4) для разной ширины тепловыделяющей зоны L_1 при удаленности тепловыделяющей зоны от входа в объект $H_2 = 0.75$ (1, 3), $H_2 = 0.25$ (2, 4)

Таким образом, изменение ширины тепловыделяющей зоны влияет на разогрев пористого объекта незначительно, но неоднозначно: при росте ширины тепловыделяющей зоны разогрев объекта может как увеличиваться, так и уменьшаться. Охлаждение узких сильно вытянутых по горизонтали зон энерговыделения происходит эффективно, причем чем ближе к выходу из пористого объекта такая зона, тем эффективнее охлаждение.

Рассмотрим также влияние интенсивности энерговыделения и влияние давления газа на входе в объект на охлаждение пористых объектов с неравномерным распределением источников тепла при саморегуляции проходящего через объект газа. Анализ вычислительных экспериментов показывает, что при увеличении интенсивности тепловыделения очага нелинейно растут температуры в различных частях пористого объекта. Это объясняется тем, что повышение разогрева при постоянном перепаде давления ведет к уменьшению скорости фильтрации и, соответственно, расхода газа. Очевидно, что при постоянном газовом потоке, охлаждающем объект, увеличение

интенсивности тепловыделения приводило бы к прямо пропорциональному росту температур газа и твердой фазы в квазистационарном режиме охлаждения. Но так как при постоянном перепаде давления поток охлаждающего газа уменьшается при повышении разогрева объекта, то увеличение интенсивности тепловыделения приводит к нелинейному росту температур. Таким образом, при увеличении интенсивности тепловыделения очага разогрев твердой среды нелинейно возрастает со скоростью, увеличивающейся при росте тепловыделения.

Также вычислительные эксперименты показывают, что при увеличении перепада давления на входе и выходе из объекта температуры нелинейно уменьшаются, причем с ростом давления падение температур замедляется. Если в окрестности верхней открытой границы источники энерговыделения отсутствуют, то на выходе из объекта температура асимптотически стремится к температуре окружающей среды. Таким образом, чем выше давление газа на входе в пористый объект, тем меньше понижает разогрев очага дальнейшее повышение давления.

Приведенные в настоящем параграфе графики приведены для плоских пористых объектов, но вычислительные эксперименты показали, что результаты в осесимметричном и плоском случаях качественно совпадают. Таким образом, можно сделать следующие выводы. И в осесимметричном, и в плоском пористом объекте интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в областях энерговыделения и выше их по потоку. Газ, двигаясь вверх по объекту, стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям. При удалении очага выделения тепла от входа в пористый объект разогрев твердой среды уменьшается, а изменение ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны неоднозначно влияет на разогрев пористого объекта: при росте ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны разогрев объекта может как увеличиваться, так и уменьшаться, в зависимости от удаленности очага энерговыделения от входа в объект. При этом влияние ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны на разогрев достаточно мало, в отличие от влияния высоты очага выделения тепла, с увеличением которой температура твердой среды растет нелинейно. Увеличение интенсивности энерговыделения очага приводит к нелинейному росту разогрева

твердой среды; с уменьшением давления газа на входе в пористый объект разогрев очага нелинейно возрастает.

Проведенные в настоящем параграфе исследования позволяют определять наиболее эффективное направление обдува очага энерговыделения в пористом объекте при газовом охлаждении в случае, если направления вдувания воздуха могут быть различные.

3.4. Охлаждение пористых объектов с очагами энерговыделения при частичном перекрытии верхнего выходного отверстия объекта

Рассмотрим движение газа в поле силы тяжести через пористые саморазогревающиеся объекты с частично закрытым выходным отверстием (верхней крышкой) при саморегуляции проходящего через объект газа и проанализируем влияние частичного перекрытия выхода из объекта на процесс охлаждения, в том числе при неравномерном распределении источников энерговыделения.

Исследование влияния частичного закрытия выходного отверстия на процесс охлаждения пористых объектов проводится следующим образом. Решается нестационарная задача о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе для объектов цилиндрической формы, которые имеют непроницаемые вертикальные стенки, горизонтальные поверхности которых проницаемы за исключением расположенной сверху на оси симметрии круглой области, перекрываемой диском (рисунок 3.19). В настоящем исследовании ограничимся рассмотрением объектов с одинаковыми размерами высоты H и диаметра L (то есть при $L = H$), очаг тепловыделения в которых имеет цилиндрическую форму и симметричен относительно вертикальной оси, проходящей через центр пористого объекта. При исследовании будем менять диаметр верхней крышки L_2, диаметр тепловыделяющей зоны L_1 и ее высоту H_1, при этом расстояние от нижней границы тепловыделяющей зоны до входа в тепловыделяющий объект принимаем равным нулю.

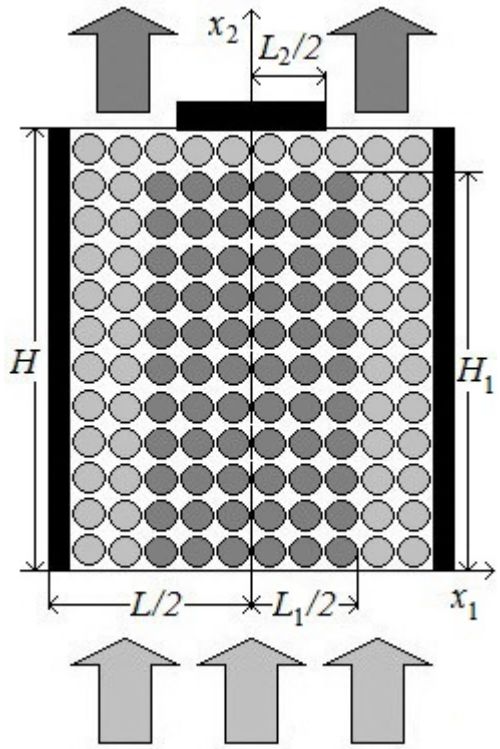

Рисунок 3.19 – Схема пористого тепловыделяющего объекта с верхней крышкой

Начально-краевые условия и параметры задачи выбираются таким образом, чтобы процесс охлаждения со временем перешел в устойчивое стационарное состояние (точнее – в квазистационарное, т. к. интенсивность тепловыделения со временем медленно убывает из-за “выгорания” реагирующего вещества, что приводит к медленному изменению всех остальных параметров). Далее проводится сравнение температуры твердой среды в максимально горячей зоне.

Рассмотрим задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде для описанных выше пористых объектов. Тепловыделение в твердой фазе до начального момента времени везде отсутствует, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени в области высотой H_1 и диаметром L_1 начинается тепловыделение в твердой фазе и одновременно давление газа на входе в объект очень быстро растет до определенного значения и, достигая его, потом остается неизменным. Для решения данной задачи также используется описанный в параграфе 3.1 алгоритм. Если иное не оговорено особо,

будем использовать безразмерные параметры (2.7), а краевые условия определять из (3.3) при значениях (3.10).

На рисунке 3.20 приведено поле скорости фильтрации газа, а на рисунке 3.21 – распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, аксиальной и радиальной компонент скорости фильтрации газа по осесимметричному пористому объекту при диаметре тепловыделяющей зоны L_1 = 0.5 и ее высоте H_1 = 1 в случае, когда диаметр верхней крышки L_2 = 0.5, через t = 24 (это соответствует 24 часам размерного времени) после начала процесса. К этому времени квазистационарный режим охлаждения уже установился. Все приведенные в дальнейшем в настоящем параграфе графики параметров соответствуют такому же моменту времени, если иное не оговорено особо. Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа на рисунке 3.21 развернуты на 180º.

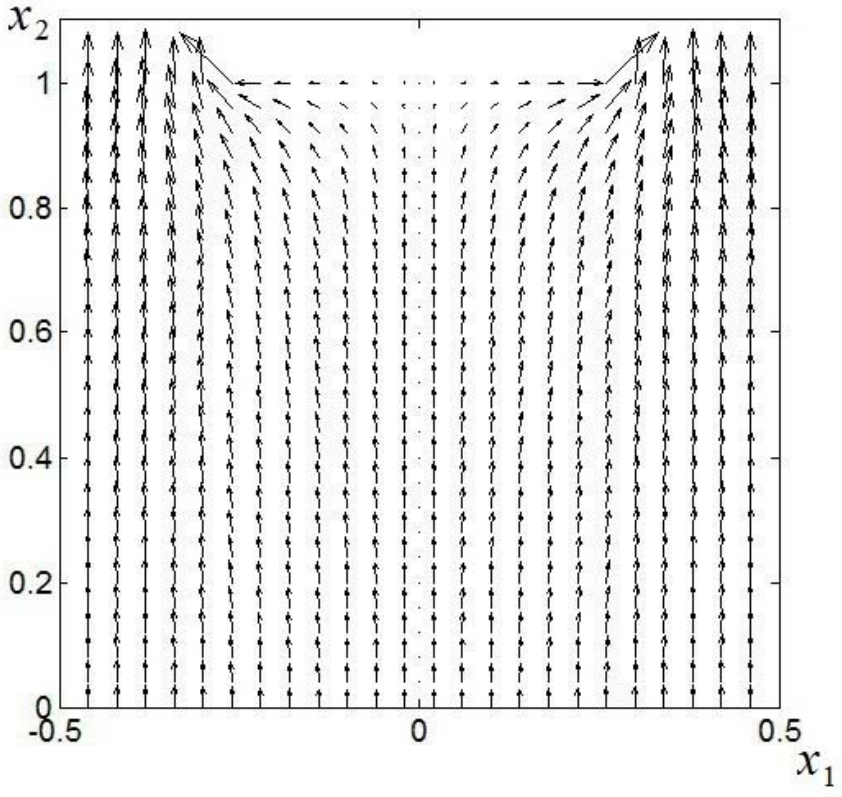

Рисунок 3.20 – Поле скорости фильтрации газа в осесимметричном пористом объекте с крышкой

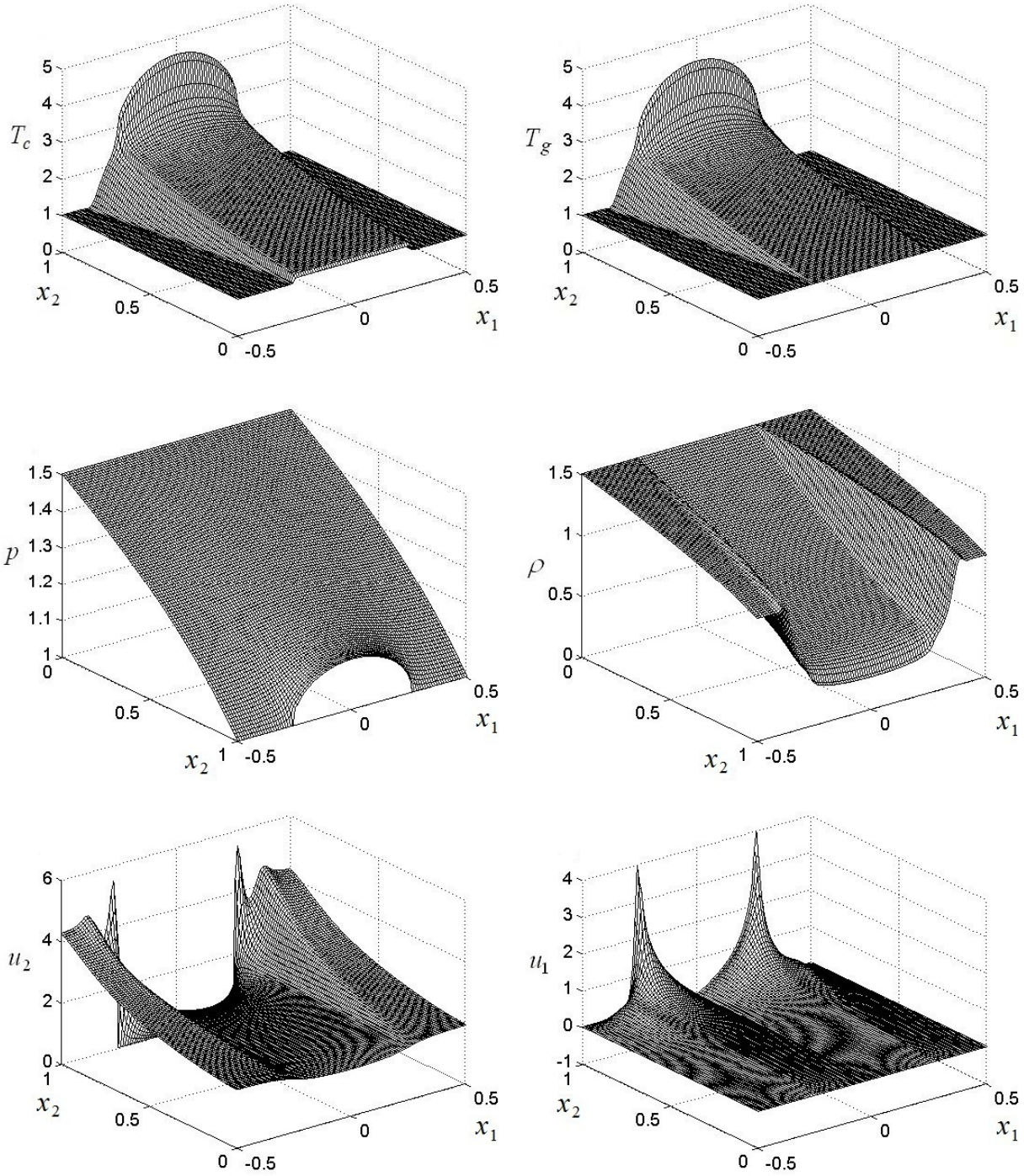

Рисунок 3.21 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления и плотности газа, аксиальной и радиальной компонент скорости фильтрации газа по осесимметричному пористому объекту с крышкой

Как видно из рисунков, температура как твердой фазы, так и газа значительно изменяются только в зоне тепловыделения и в ее окрестности. Температуры газа и конденсированной фазы растут с высотой, а плотность газа и

давление при этом снижаются. Газ, встречая верхнюю крышку на своем пути, стремится обогнуть ее, поэтому в этом месте увеличивается давление. Вблизи края верхней крышки наблюдаются пиковые значения радиальной и аксиальной компонент скорости фильтрации. Они обусловлены тем, что потоки газа, огибающие верхнюю крышку, не встречают сопротивления, поэтому ускоряются. Аксиальная скорость фильтрации имеет еще один небольшой локальный сглаженный пик, обусловленный влиянием нагревания объекта: в центральной части объекта часть потока газа, встречающая тепловыделяющую зону на своем пути, стремится обогнуть ее, в связи с чем аксиальная компонента скорости фильтрации в зоне тепловыделения оказывается ниже, чем по краям объекта на той же высоте, и на выходе из объекта недалеко от границы тепловыделяющей зоны возникает ее небольшой сглаженный пик.

Таким образом, течение газа внутри пористого объекта с верхней крышкой является довольно сложным. Наибольший нагрев происходит в непосредственной близости от крышки, так как в этом месте газ течет медленно.

Проведенные расчеты показали, что крышка на выходе из пористого объекта значительно снижает его охлаждение. Когда размер верхней крышки увеличивается, отток тепла от ее окрестности уменьшается, а температура в этой области значительно возрастает. Влияние размера верхней крышки на процесс охлаждения пористых саморазогревающихся объектов демонстрирует рисунок 3.22, на котором показана температура твердой среды в максимально разогретой области для разных диаметров зоны тепловыделения L_1, когда высота зона тепловыделения H_1 равна высоте пористого объекта H для случая, когда диаметр верхней крышки L_2 равен нулю и для случая, когда диаметр верхней крышки L_2 равен диаметру зоны тепловыделения L_1. Как видно из рисунка, нагрев пористого объекта увеличивается нелинейно с увеличением размеров верхней крышки и зоны тепловыделения. Медленное движение газа вблизи верхней крышки приводит к ухудшению охлаждения в этом месте.

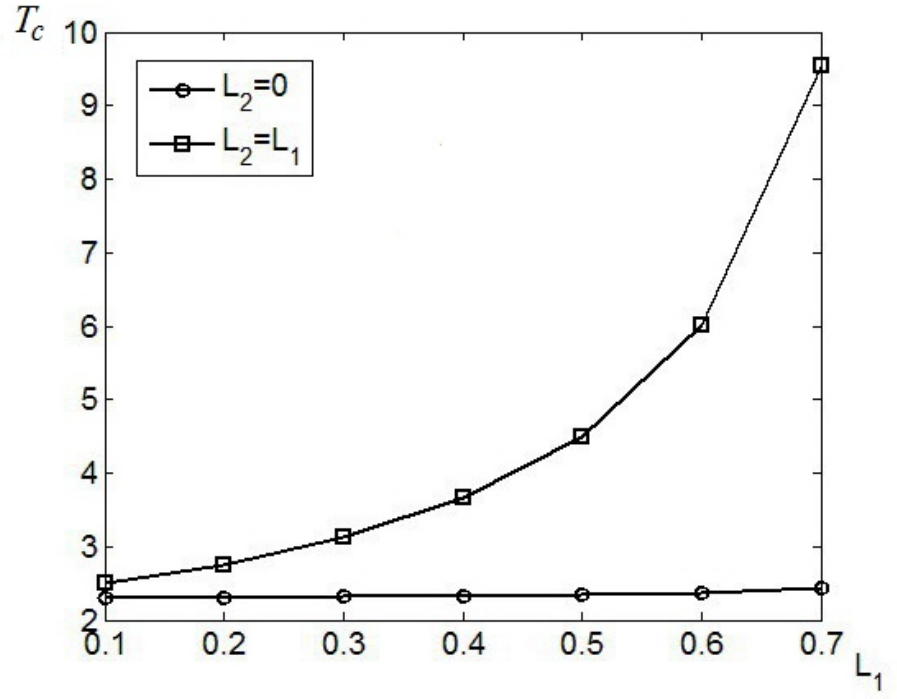

Рисунок 3.22 – Температура твердой среды в точках максимума для разного диаметра тепловыделяющей зоны L_1 при различном диаметре верхней крышки L_2 и при высоте зоны тепловыделения H_1=1

Плохое охлаждение в непосредственной близости от верхней крышки с увеличением ее размера может привести к локальному перегреву, локальному плавлению и разрушению объекта, в то время как температура в остальной части объекта остается невысокой. Следует отметить, что не существует стационарного режима с параметрами (2.7) и (3.10), когда диаметр верхней крышки L_2=0.8 и L_1=L_2. Поэтому, когда энерговыделение происходит вблизи выхода из объекта, закрытие зоны тепловыделения с помощью верхней крышки допускается только тогда, когда размер тепловыделяющей зоны не очень велик.

Когда высота зоны тепловыделения меньше высоты пористого объекта и энерговыделения вблизи выхода из объекта не происходит, разогрев объекта также нелинейно возрастает с увеличением размера верхней крышки, но этот рост оказывается не таким сильным. Это наглядно демонстрируют рисунки 3.23–3.25, на которых показана температура твердой среды в максимально разогретой области для разных диаметров зоны тепловыделения L_1, когда высота зона

тепловыделения H_1=0.9 (рисунок 3.23), H_1=0.8 (рисунок 3.24), H_1=0.7 (рисунок 3.25) для случая, когда диаметр верхней крышки L_2 равен нулю и для случая, когда диаметр верхней крышки L_2 равен диаметру зоны тепловыделения L_1 (при этом расстояние от нижней границы зоны тепловыделения до входа в пористый объект равно нулю во всех случаях). Как видно из рисунков, хотя нагрев пористого объекта увеличивается нелинейно с увеличением размера верхней крышки как и в предыдущем случае, но максимальная температура значительно уменьшается с уменьшением высоты зоны тепловыделения. Когда вблизи верхней крышки, где газ движется очень медленно, выделения тепла не происходит, общее охлаждение пористого объекта значительно улучшается. Поэтому в этом случае закрытие зоны тепловыделения с помощью верхней крышки допускается не только тогда, когда размер тепловыделяющей зоны мал, но и при достаточно большом диаметре зоны тепловыделения.

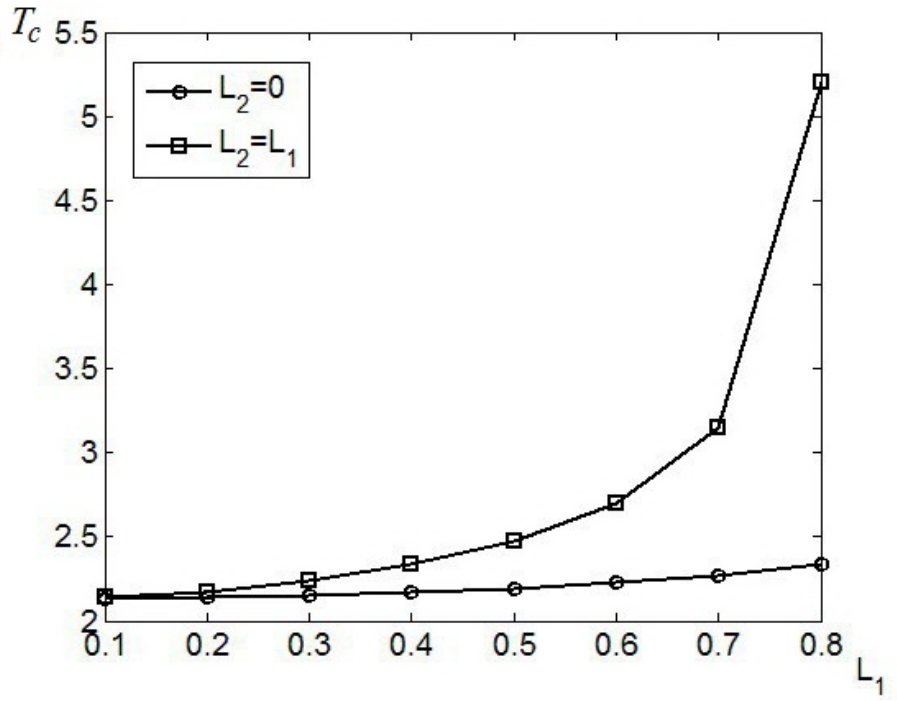

Рисунок 3.23 – Температура твердой среды в точках максимума для разного диаметра тепловыделяющей зоны L_1 при различных диаметрах верхней крышки L_2 и при высоте зоны тепловыделения H_1=0.9

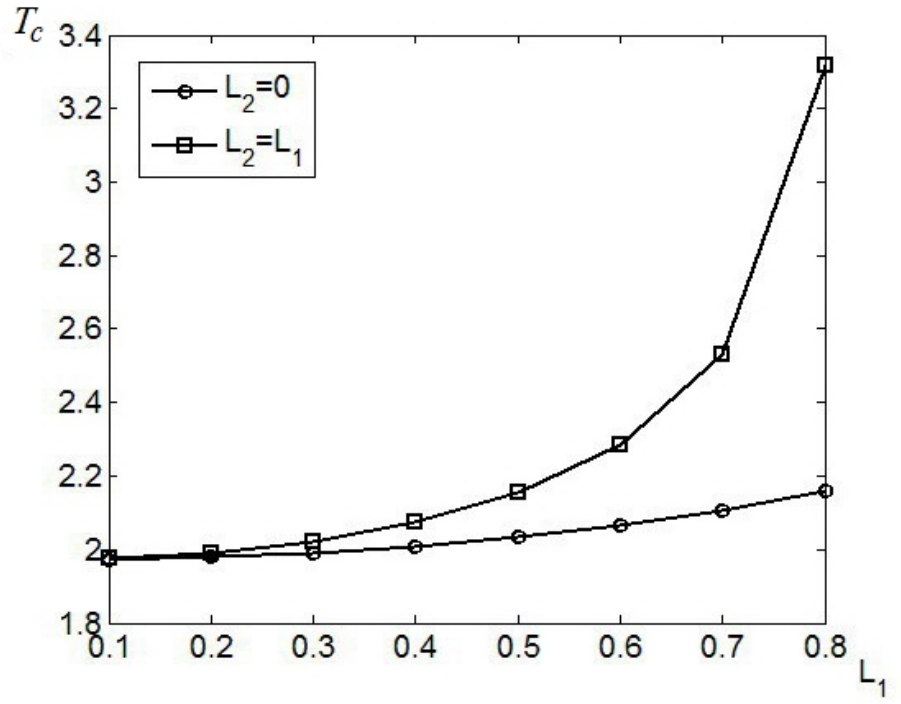

Рисунок 3.24 – Температура твердой среды в точках максимума для разного диаметра тепловыделяющей зоны L_1 при различных диаметрах верхней крышки L_2 и при высоте зоны тепловыделения H_1=0.8

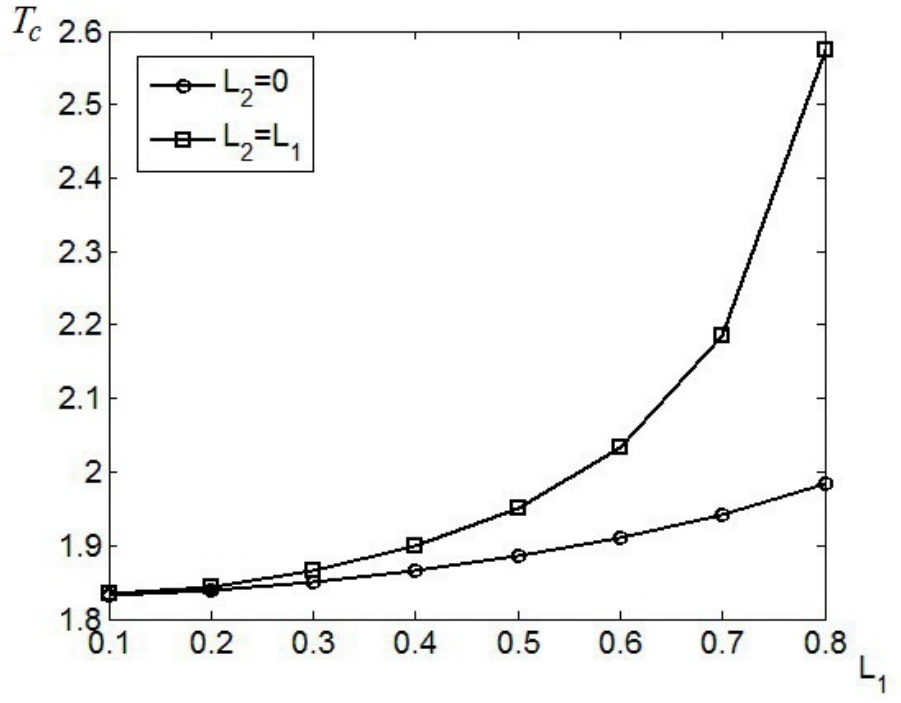

Рисунок 3.25 – Температура твердой среды в точках максимума для разного диаметра тепловыделяющей зоны L_1 при различных диаметрах верхней крышки L_2 и при высоте зоны тепловыделения H_1=0.7

Заметим, что если рассматривать пористые объекты не цилиндрической формы, а плоской, то влияние размера верхней крышки на процесс охлаждения пористого объекта будет качественно таким же. Однако количественные отличия будут существенны – в плоском пористом объекте частичное закрытие выходного отверстия ухудшает процесс охлаждения сильнее, чем в осесимметричном, так как при одинаковом линейном размере верхней крышки она имеет большую площадь в плоском объекте. Это наглядно демонстрирует рисунок 3.26, на котором показана температура твердой среды в максимально разогретой области в осесимметричном и плоском пористых объектах для разного размера верхней крышки L_2 при высоте зоны тепловыделения H_1=1, когда размер верхней крышки L_2 равен ширине (диаметру) зоны тепловыделения L_1.

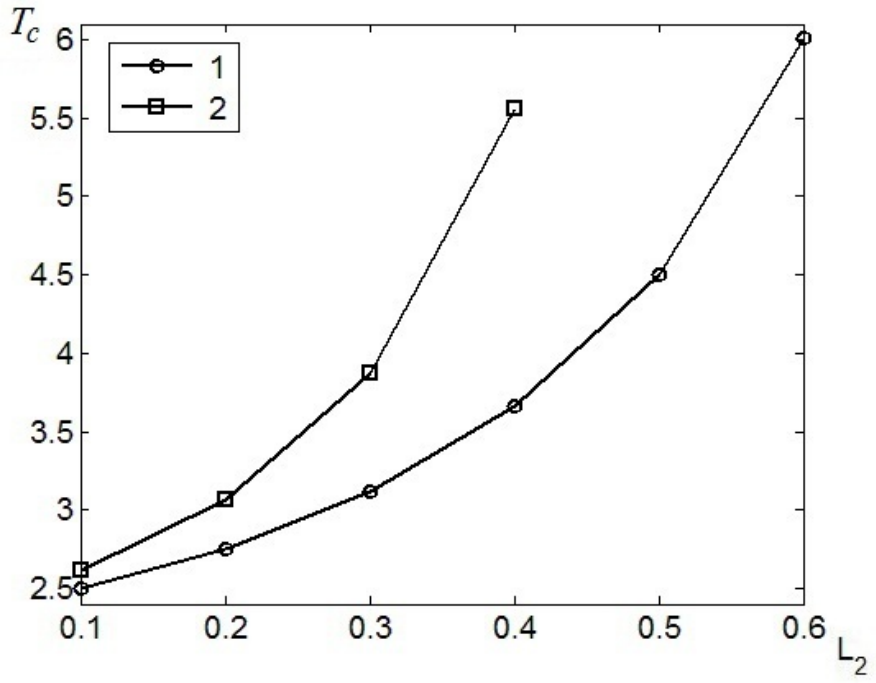

Рисунок 3.26 – Температура твердой среды в точках максимума в осесимметричном (1) и плоском (2) пористых объектах для разного размера верхней крышки L_2 при $L_1 = L_2$ и высоте зоны тепловыделения H_1=1

Таким образом, если диаметр зоны тепловыделения и верхней крышки совпадают, то при высоте тепловыделяющей зоны равной высоте пористого объекта закрытие зоны тепловыделения верхней крышкой допускается только

когда размер тепловыделяющей зоны не очень велик. При отсутствии энерговыделения вблизи выхода из объекта (при высоте зоны тепловыделения меньшей, чем высота пористого объекта) закрытие тепловыделяющей зоны верхней крышкой допускается при существенно большем диаметре этой зоны.

Также проведенные расчеты показали, что если диаметр верхней крышки не равен диаметру зоны тепловыделения, то разогрев пористого объекта слабо зависит от диаметра зоны тепловыделения при фиксированной верхней крышке. Кроме этого, можно видеть, что разогрев пористого объекта сильно возрастает с увеличением размера верхней крышки при фиксированном диаметре тепловыделяющей зоны. Это наглядно демонстрирует рисунок 3.27, на котором показана температура твердой среды в максимально разогретой области для разного диаметра верхней крышки L_2, когда высота зоны тепловыделения H_1=1 для случая, когда диаметр тепловыделенной зоны L_1=0.2 и для случая, когда диаметр зоны тепловыделения L_1=0.6.

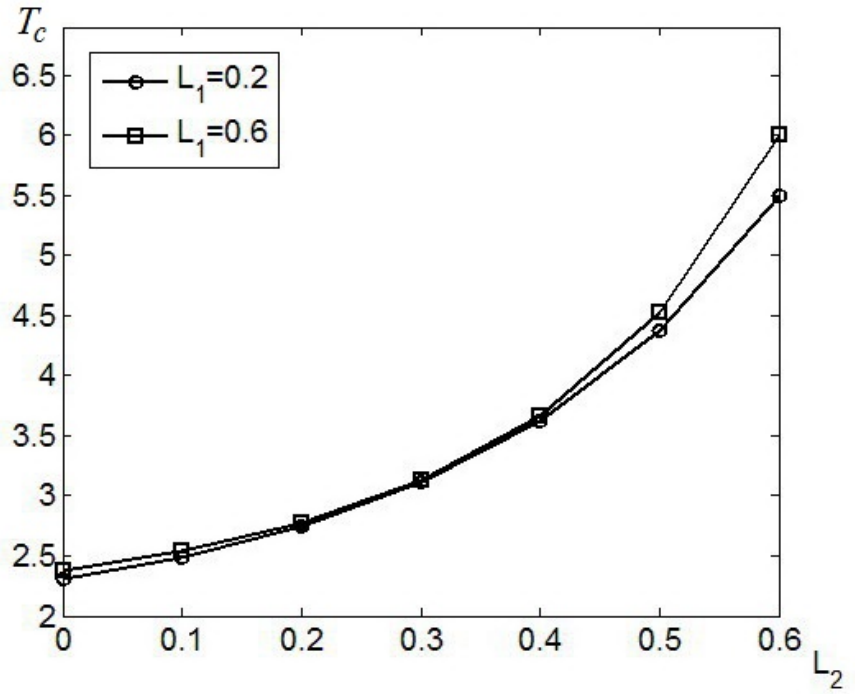

Рисунок 3.27 – Температура твердой среды в точках максимума для разного диаметра верхней крышки L_2 при различных диаметрах тепловыделяющей зоны L_1 и при высоте зоны тепловыделения H_1=1

Таким образом, частичное закрытие выходного отверстия крышкой большого размера не допускается даже при тепловыделяющей зоне малого диаметра, если энерговыделение происходит вблизи выхода из объекта. Нагрев пористого объекта сильно зависит от размера верхней крышки при фиксированном диаметре тепловыделяющей зоны и слабо зависит от диаметра зоны тепловыделения при фиксированной верхней крышке.

Заметим, что частичное перекрытие верхнего выходного отверстия пористого саморазогревающегося объекта может иметь сложный вид. Описанный в параграфе 3.1 алгоритм может применяться для исследования процессов в пористых объектах с различной геометрией верхней границы. Конфигурация проницаемых и непроницаемых границ пористых объектов с источниками энерговыделения, возникающих в результате катастроф, может быть самой разнообразной. Для примера рассмотрим движение газа в поле силы тяжести через плоский пористый объект с равномерным распределением источников тепловыделения, схематично изображенный на рисунке 3.28.

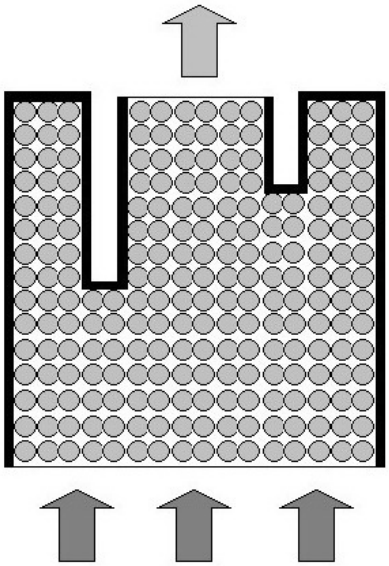

Рисунок 3.28 – Схема пористого тепловыделяющего объекта с застойными зонами (со ступенчато изменяющейся верхней частью)

В этом объекте не только перекрыто верхнее выходное отверстие близ обеих боковых вертикальных непроницаемых стенок, но также в верхней части

объекта имеются непроницаемые блоки, которые «вставлены» в объект сверху на определенное расстояние. Если моделируемый пористый объект является завалом, образовавшимся в результате разрушения некоторого объекта (в частности, энергоблока АЭС), то такие непроницаемые блоки физически могут соответствовать протяженным неразрушенным частям первоначального объекта (железобетонные плиты и т.д.). Изображенный на рисунке 3.28 пористый объект можно интерпретировать как объект со ступенчато изменяющейся верхней частью. Приведенная на данном рисунке конфигурация объекта представляет интерес для изучения потому, что в верхних боковых областях объекта из-за закрытия с трех сторон непроницаемыми стенками образуются застойные зоны, в которых движение газа существенно затруднено. Интуиция подсказывает, что в таких застойных зонах может возникать значительный локальный нагрев пористой среды даже при малой интенсивности энерговыделения. Проведенные расчеты показывают справедливость данного предположения.

Выберем параметры соответствующие (2.7) и (3.10), за исключением интенсивности энерговыделения, которое уменьшим в 20 раз, т.е. $Q_0 = 0.02964$. При указанных краевых условиях и параметрах задачи происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и разрушением объекта. На рисунке 3.29 приведено распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому пористому объекту со ступенчато изменяющейся верхней частью через t = 120 (это соответствует 5 суткам размерного времени) после одновременного начала принудительной фильтрации и тепловыделения. Для лучшей визуализации графики давления и плотности газа, как обычно, развернуты на 180º. Как видно из рисунка, пористый объект эффективно охлаждается проходящим через него газом везде, кроме двух застойных зон, расположенных по краям в верхней части объекта и закрытых с трех сторон непроницаемыми стенками. Только в застойных зонах происходит сильный разогрев, а в остальных частях объектах температура почти не поднимается.

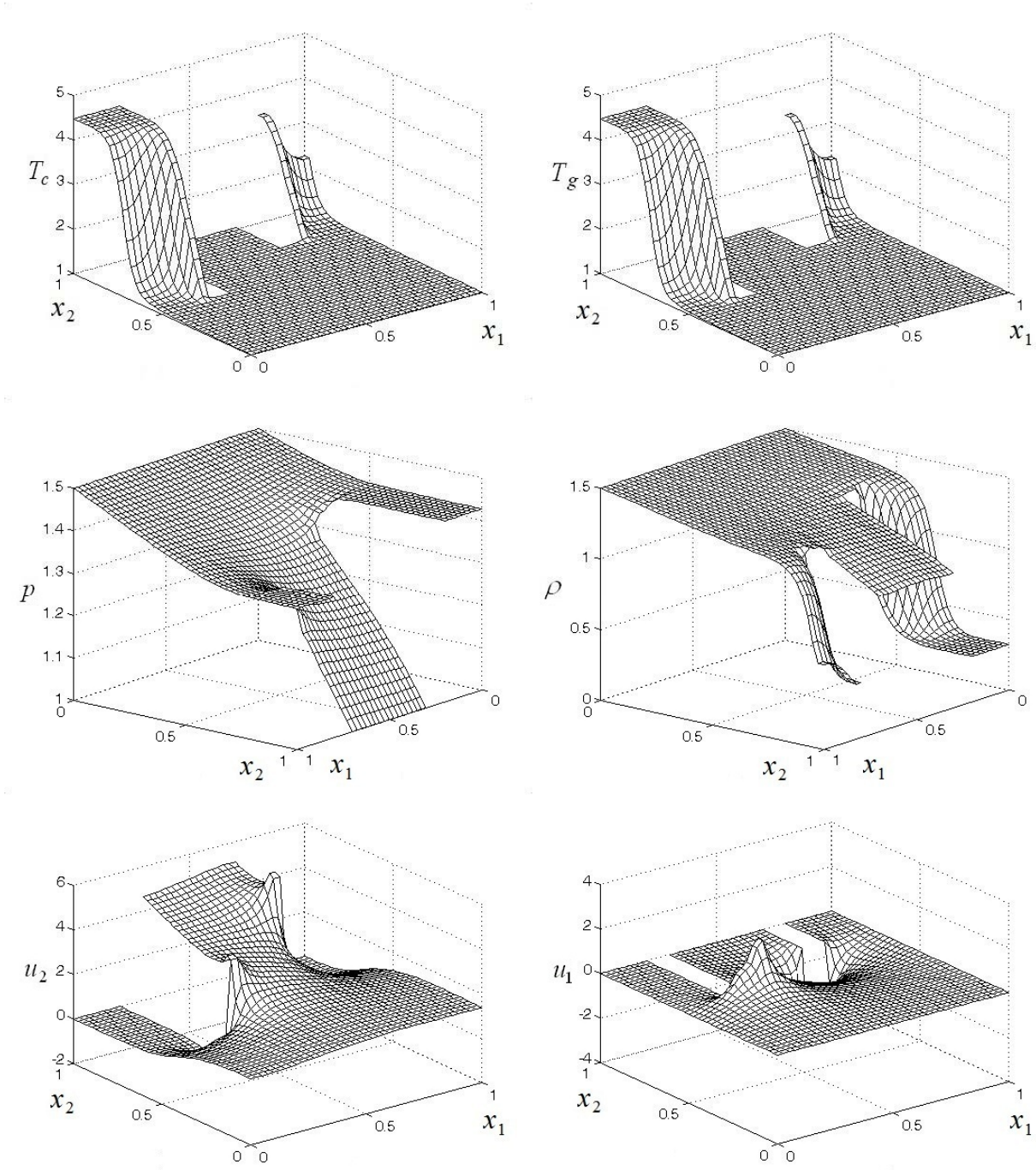

Рисунок 3.29 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа по плоскому пористому объекту с застойными зонами

Также в этих застойных зонах давление газа существенно выше, чем в средней части объекта, а плотность ниже. Левая застойная зона является более глубокой (то есть более протяженной по высоте), чем правая зона, поэтому теплоотвод из нее намного хуже, и, следовательно, температура в ней растет

быстрее. Максимальный нагрев наблюдается в самой верхней части левой застойной зоны близ ее правой стенки. Направления движения газа в пористом объекте наглядно демонстрирует рисунок 3.30, на котором показано поле скорости фильтрации газа в указанном случае.

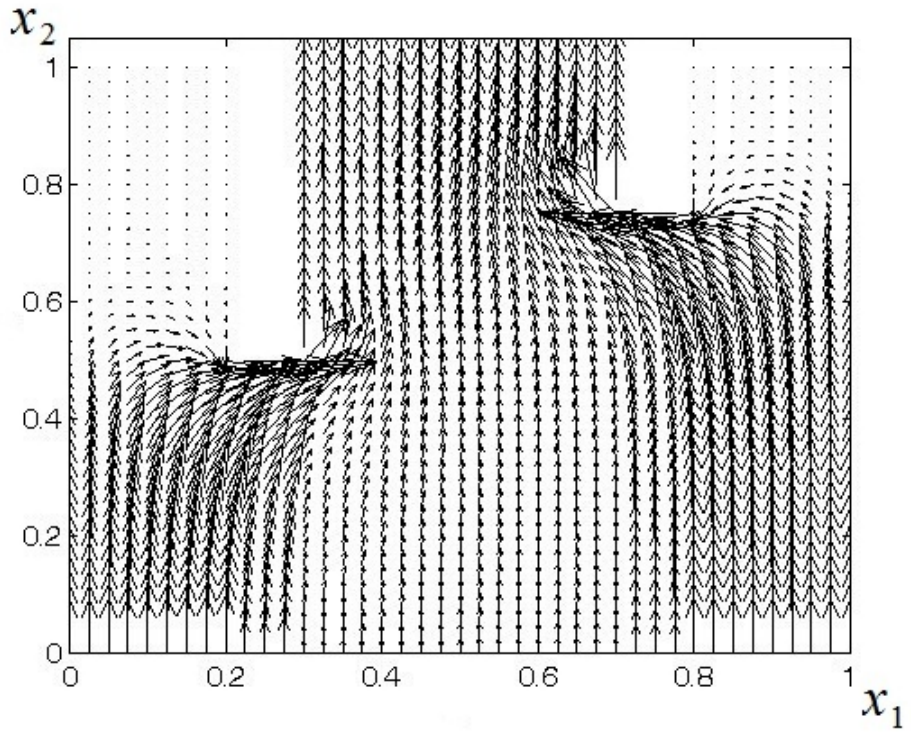

Рисунок 3.30 – Поле скорости фильтрации газа в плоском пористом объекте с застойными зонами

Потоки газа, поднимающиеся вдоль крайних вертикальных боковых стен, завихряются в нижних частях застойных зон и по мере продвижения к центральной сквозной части объекта значительно ускоряются. Это приводит к возмущениям потоков газа, проходящих по средней части объекта, при этом правая менее глубокая застойная зона оказывает большее влияние на движение газа в сквозной части.

Приведенные рисунки демонстрируют влияние на процесс охлаждения одного из возможных примеров сложного частичного перекрытия выхода из пористого саморазогревающегося объекта. Следует заметить, что в пористом тепловыделяющем объекте с застойными зонами, изображенном на рисунке 3.28, возможно установление устойчивого стационарного режима охлаждения, если

соответствующим образом изменить начально-краевые условия или параметры задачи.

Таким образом, проведенные в настоящем параграфе исследования позволяют сделать следующие выводы. Течение газа внутри пористых саморазогревающихся объектов с частично закрытым выходным отверстием (верхней крышкой) имеет сложный вид. Крышка на выходе из пористого саморазогревающегося объекта значительно снижает его охлаждение, особенно если в окрестности этой крышки происходит энерговыделение. В этом случае наибольший нагрев происходит в непосредственной близости от крышки, так как в этом месте газ течет медленно. Нагрев пористого объекта нелинейно возрастает с увеличением диаметра верхней крышки как в случае равенства размеров крышки и тепловыделяющей зоны, так и при фиксированном размере зоны тепловыделения. При фиксированной верхней крышке разогрев пористого объекта слабо зависит от диаметра зоны тепловыделения. Когда в окрестности верхней крышки не происходит выделения тепла, общее охлаждение пористого объекта ухудшается из-за наличия крышки не столь значительно, поэтому закрытие тепловыделяющей зоны верхней крышкой допускается при относительно большом диаметре очага энерговыделения. В случае возникновения в пористом саморазогревающемся объекте застойных зон, в них может возникать значительный локальный разогрев, приводящий к разрушению пористого объекта даже при малой интенсивности энерговыделения.

3.5. Нестационарные течения газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов при пренебрежении химическими превращениями

Настоящий параграф посвящен исследованию течений газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов (ТБО) без учета происходящих в них химических превращений. Заметим, что полигоны ТБО представляют из себя объекты сложного внутреннего состава, геометрия границ которых может быть достаточно разнообразной. В этих полигонах часто возникает биохимическое разложение некоторых твердых отходов, которое

вызывает повышение их температуры, что, в свою очередь, активизирует процессы химического окисления и ведет к дальнейшему росту температуры и к самовозгоранию полигона. Но в настоящем параграфе не будем рассматривать процессы горения в саморазогревающихся полигонах ТБО, а будем пренебрегать химическими превращениями, приводящими к выделению энергии в этих объектах. Исследуемый полигон ТБО будем полагать пористым объектом цилиндрической формы с внутренними источниками саморазогрева, который открыт в атмосферу всюду, кроме нижнего основания, то есть в котором нижняя горизонтальная граница непроницаема, а все остальные границы – проницаемы (рисунок 3.31).

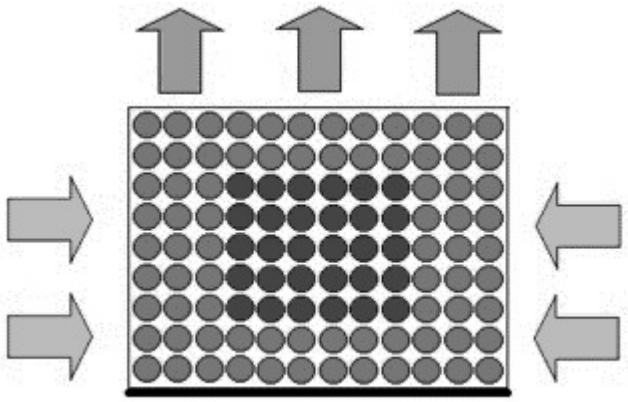

Рисунок 3.31 – Схема саморазогревающегося полигона ТБО

Для исследования процессов в таких объектах используются описанные в параграфе 3.1 математическая модель и численный метод для расчета двумерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа. Следует заметить, что предлагаемая модель вследствие пренебрежения химическими превращениями не позволяет учесть всю совокупность гидродинамических, термодинамических и химических процессов, присущих гетерогенному горению пористых сред, состоящих из твердых бытовых отходов. Тем не менее, она позволяет обнаружить ряд интересных закономерностей исследуемого явления.

Решим для описанных выше саморазогревающихся полигонов ТБО следующую задачу. Давление на боковой и верхней границах осесимметричного

объекта с диаметром L и высотой H соответствует атмосферному давлению на заданных высотах (определяется с помощью барометрической формулы [10]) и не меняется с течением времени. До начального момента времени тепловыделение в твердой фазе отсутствует, температура равна температуре окружающей среды, движения газа в объекте не происходит. В начальный момент времени в расположенной в центре объекта области саморазогрева, имеющей высоту H_1 и диаметр L_1, температура становится равной T_{c0}, и начинается тепловыделение. Горение реальных полигонов ТБО часто характеризуется большой длительностью и малой интенсивности процесса, поэтому далее концентрацию реагирующего вещества будем считать постоянной. Рассмотрим данную задачу как при фиксированных, так и при переменных размерах зоны тепловыделения. При этом геометрия изменяющегося со временем очага будет определяться следующим «условием саморазогрева»: тепловыделение в каждой точке дискретной области имеет место, если температура в этой точке больше или равна некоторой критической температуры, то есть:

$$\begin{aligned} T_c \geq T_{c\,кр} &\Rightarrow Q_0 \neq 0, \\ T_c < T_{c\,кр} &\Rightarrow Q_0 = 0. \end{aligned} \qquad (3.11)$$

Далее, если не оговорено особо, будем использовать следующие безразмерные параметры:

$$\mathrm{Sh} = 3.6 \cdot 10^2, \quad \mathrm{St}_1 = 4.94 \cdot 10^{-3}, \quad \mathrm{St}_2 = 8.33, \quad \mathrm{Eu} = 8.33 \cdot 10^4, \quad \mathrm{Ec} = 3.33 \cdot 10^{-6},$$

$$\mathrm{Re} = 4.75 \cdot 10^5, \quad \mathrm{Pe}_1 = 1.687 \cdot 10^7, \quad \mathrm{Fr} = 1.02 \cdot 10^{-2}, \quad \mathrm{Bi} = 83.33, \quad \pi = 10^{-10}, \quad (3.12)$$

$$Q_0 = 1.186 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon = 0, \quad \hat{c}_{s2} = 0.368, \quad a = 0.3, \quad \chi = 0.5.$$

Эти данные соответствуют следующим размерным величинам:

$$H = 10\ \text{м}, \quad t_* = 3.6 \cdot 10^3\ \text{с}, \quad u_* = 1\ \text{м/с}, \quad T_* = 3 \cdot 10^2\ \text{К}, \quad p_* = 10^5\ \text{Па},$$

$$\rho_* = 1.2\ \text{кг/м}^3, \quad \rho_c = 1.1 \cdot 10^3\ \text{кг/м}^3, \quad c_c = 1.84 \cdot 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)},$$

$$\alpha = 10^3\ \text{Вт/(м}^3 \cdot \text{К)}, \quad c_g = 10^3\ \text{Дж/(кг} \cdot \text{К)}, \quad c_{s1} = 1.458 \cdot 10^{-6}\ \text{кг/(м} \cdot \text{с} \cdot \sqrt{\text{К}}), \quad (3.13)$$

$$c_{s2} = 1.104 \cdot 10^2\ \text{К}, \quad k_1 = 10^{-8}\ \text{м}^2, \quad Q_0 = 2 \cdot 10^2\ \text{Вт/м}^3, \quad \lambda_c = 1.2\ \text{Вт/(м} \cdot \text{К)},$$

$$g = 9.8\ \text{м/с}^2, \quad k_2 = 0\ \ 1/\text{с}, \quad \beta = 10\ \text{Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

Пусть диаметр основания объекта в два раза больше его высоты, то есть L=2, а область, в которой начинается саморазогрев, имеет высоту H_1=0.25 и диаметр L_1=0.5. Давление на открытых границах объекта, как было сказано выше, соответствует атмосферному давлению на заданных высотах и определяется с помощью барометрической формулы, а также используются следующие безразмерные величины:

$$T_{g0} = 1, \qquad T_{c0} = 2, \qquad T_{c\,кр} = 1.8. \tag{3.14}$$

Расчеты показывают, что при данных начально-краевых условиях и параметрах задачи система очень медленно переходит к установившемуся режиму как при фиксированных, так и при переменных размерах очага тепловыделения. На рисунке 3.32 приведено распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления, плотности газа, вертикальной и горизонтальной компонент скорости фильтрации газа в рассматриваемом объекте через t = 1200 (что соответствует 50 суткам размерного времени) после начала процесса при фиксированных размерах области саморазогрева. Для лучшей визуализации график давления газа развернут на 180º.

Как видно из рисунка, температура газа в объекте очень близка к температуре твердой среды. Объект разогревается не только в очаге выделения тепла и его окрестности, но и над ними, а нижняя и боковые части объекта при этом остаются холодными. Давление газа равномерно уменьшается с высотой, очаг тепловыделения не вносит заметных локальных изменений в график давления. Плотность газа существенно уменьшается в очаге выделения тепла, незначительно падает над ним, а в остальной части объекта остается неизменной. Скорости фильтрации газа в объекте малы, при этом максимальное значение аксиальной компоненты почти на порядок превышает максимальное значение радиальной компоненты.

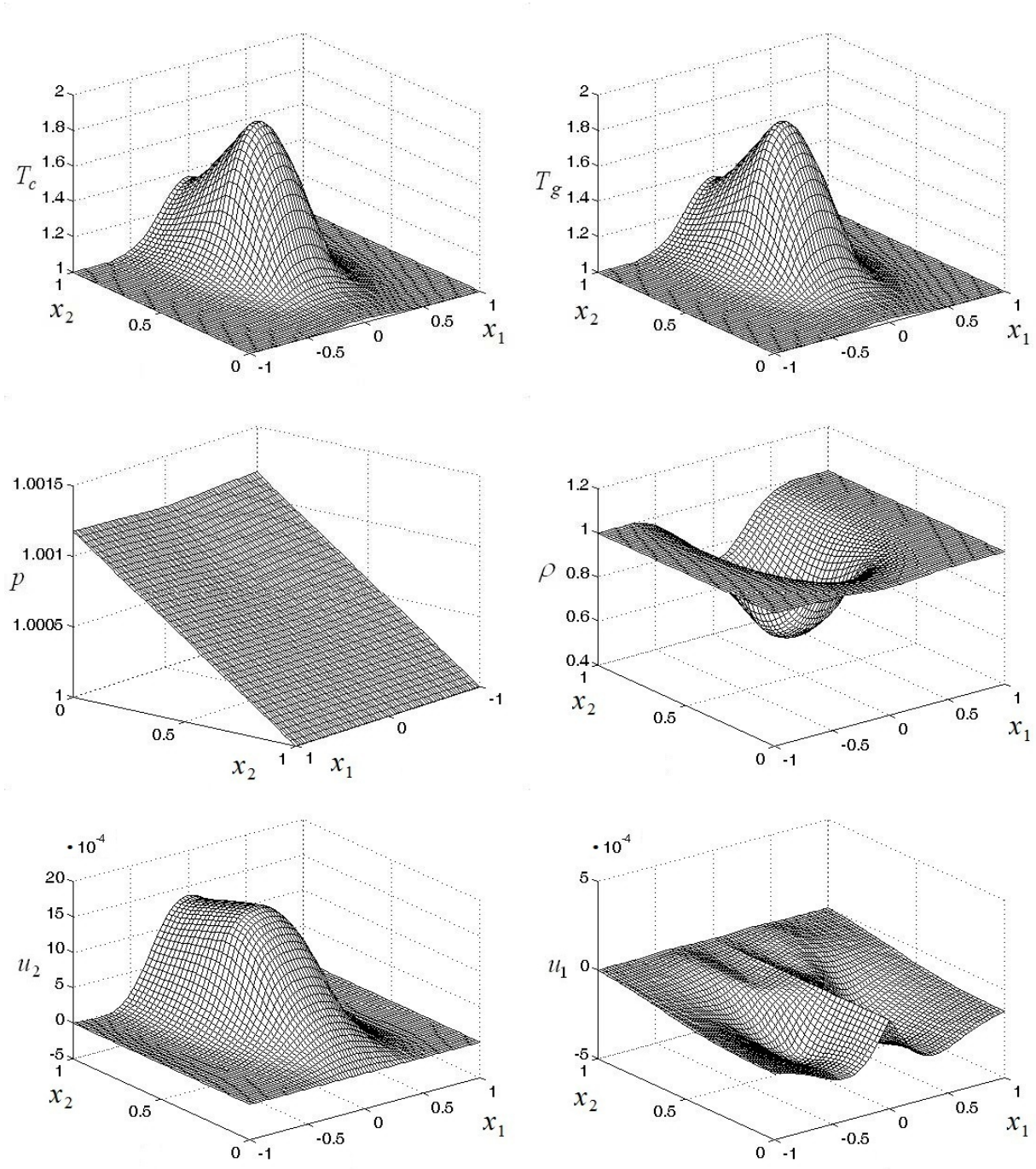

Рисунок 3.32 – Распределение температуры твердой среды, температуры газа, давления и плотности газа, аксиальной и радиальной компонент скорости фильтрации газа по осесимметричному саморазогревающемуся полигону ТБО

Можно заметить, что в очаге выделения тепла и его окрестности возникают вихревые течения газа. Это наглядно демонстрирует рисунок 3.33, на котором показано поле скорости фильтрации газа в рассматриваемом объекте при

фиксированных размерах области саморазогрева через разные промежутки времени после начала процесса.

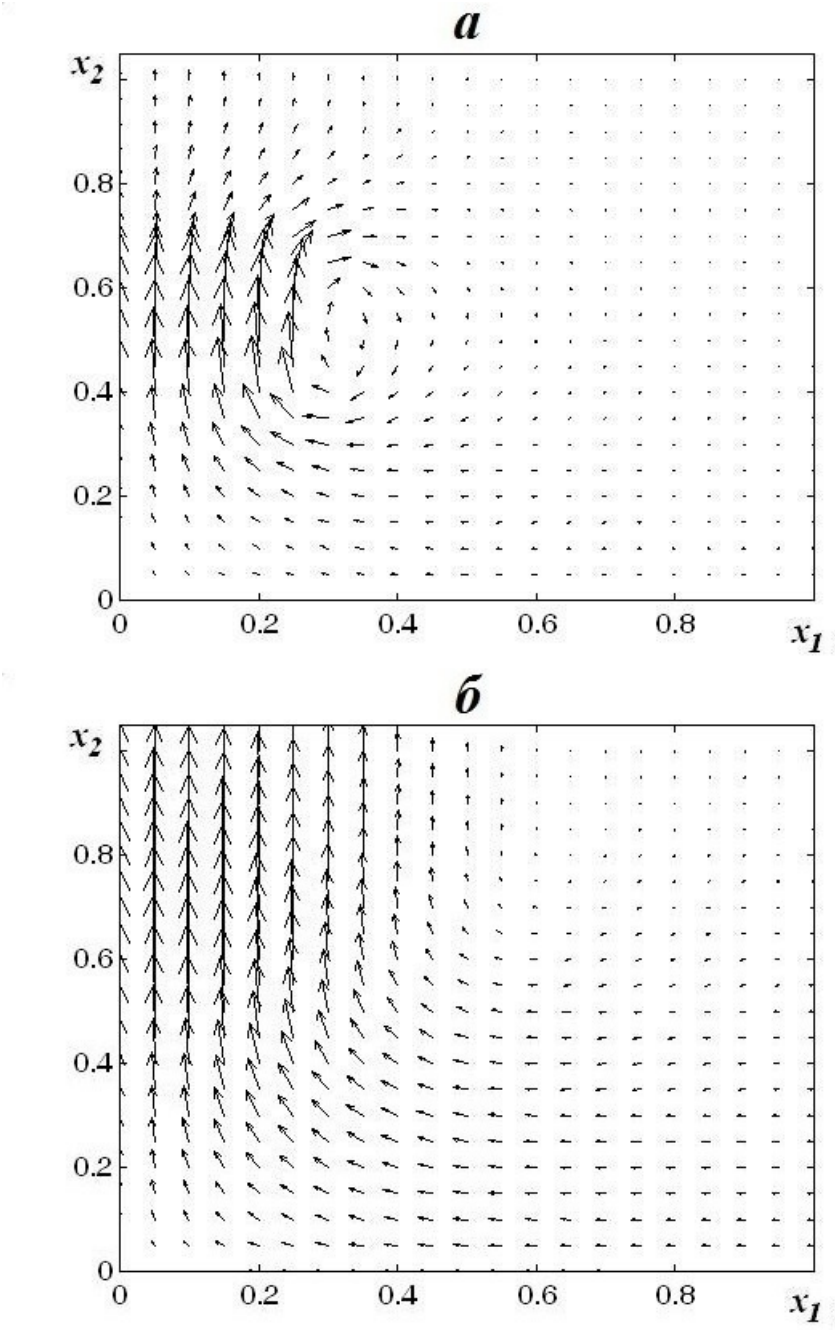

Рисунок 3.33 – Поле скорости фильтрации газа в различные моменты времени t после начала процесса: t = 24 (а), t = 1200 (б)

Из рисунка видно, что на начальной стадии вблизи очага саморазогрева образуется ярко выраженный вихрь (рисунок 3.33а). Очевидно, что наличие вихревых потоков ухудшает общее охлаждение объекта, так как в конвективный теплообмен вовлекаются не холодные, а уже нагретые массы воздуха. Развитие

процесса саморазогрева приводит с течением времени к смещению центра вихревого образования к верхней и боковой границам рассматриваемого объекта. Причиной такой миграции вихрей служит изменение во времени профилей температур, обусловленное сочетанием процессов тепловыделения, конвективного теплообмена и теплопроводности. В итоге при рассматриваемых параметрах центр вихря переместится ближе к границе объекта (рисунок 3.33б), поэтому завихрения потоков газа не будут вызывать заметного ухудшения процесса охлаждения.

Однако устойчивый режим возможен не всегда. Если параметры задачи лежат вне области значений, которую можно назвать областью существования стационарного решения, то переход к безопасному стационарному режиму неосуществим. В этом случае в объекте происходит неограниченный разогрев, приводящий к нарушению условий применимости рассматриваемой математической модели. Область существования стационарных режимов определяется совокупностью свойств компонент среды, геометрии объекта и характеристик энерговыделения. При фиксированных параметрах твердой и газовой фаз, а также при заданной конфигурации пористого объекта критерий существования стационарного решения зависит только от энерговыделения – существует критическое значение интенсивности тепловыделения, при превышении которого устойчивый режим невозможен. Возникающие при таких закритических режимах вихри также мигрируют при развитии процесса. Однако центры вихревых образований при этом остаются лежать далеко от границ объекта, поэтому завихрения потоков газа заметно ухудшают теплоотвод от очагов саморазогрева.

На рисунке 3.34 показано изменение во времени температуры твердой среды в разных точках рассматриваемого объекта при параметрах (3.12) и (3.14) для фиксированной и переменной области саморазогрева, определяемой условием (3.11).

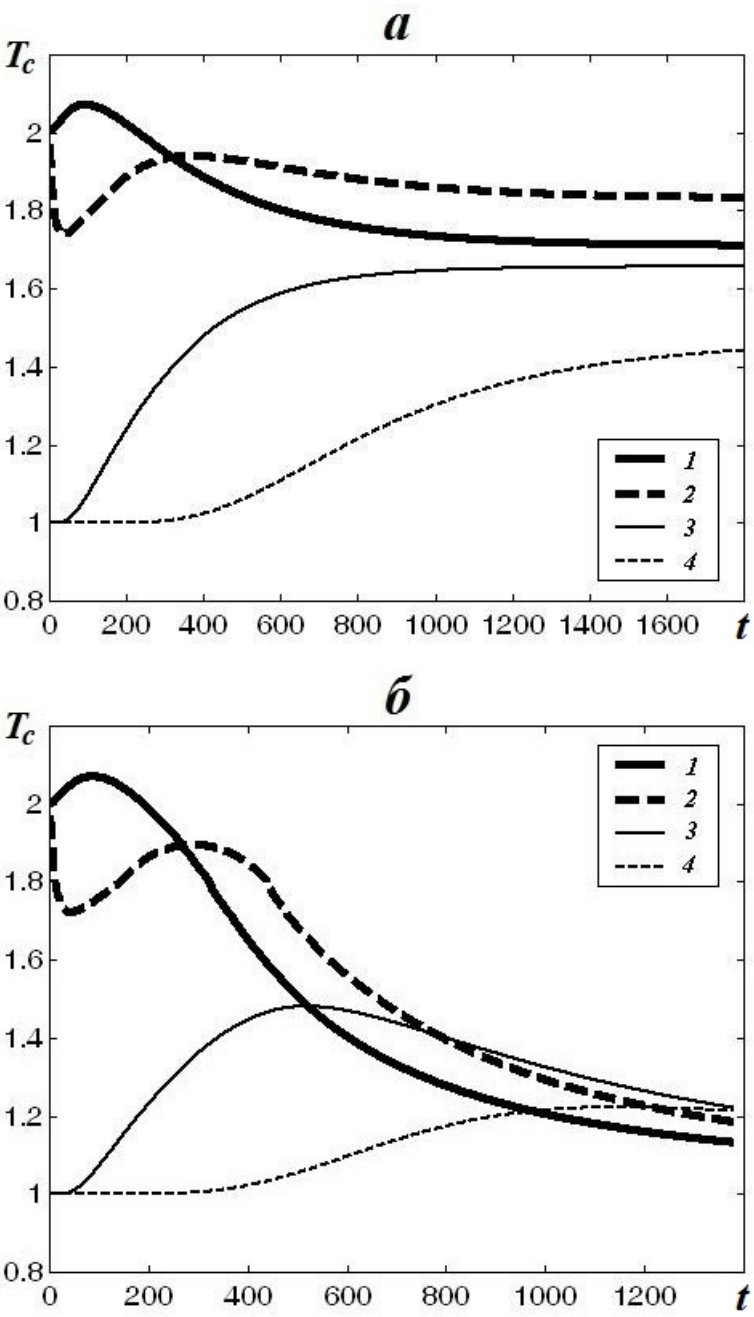

Рисунок 3.34 – Изменение со временем температуры твердой среды для фиксированной (а) и переменной (б) области саморазогрева в точках, расположенных на оси объекта и удаленных от его верхней границы на 0.5 (1), 0.375 (2), 0.25 (3), 0.0 (4)

Рисунок 3.34а наглядно демонстрирует переход системы к установившемуся стационарному режиму при фиксированной области саморазогрева. Рисунок 3.34б показывает, что в случае переменной области

саморазогрева малое тепловыделение приводит к затуханию очага разогрева и медленному полному остыванию объекта.

На рисунке 3.35 показано распределение температуры твердой среды вдоль оси рассматриваемого объекта в разные моменты времени при параметрах (3.12) и (3.14) для фиксированной и переменной области саморазогрева, определяемой условием (3.11).

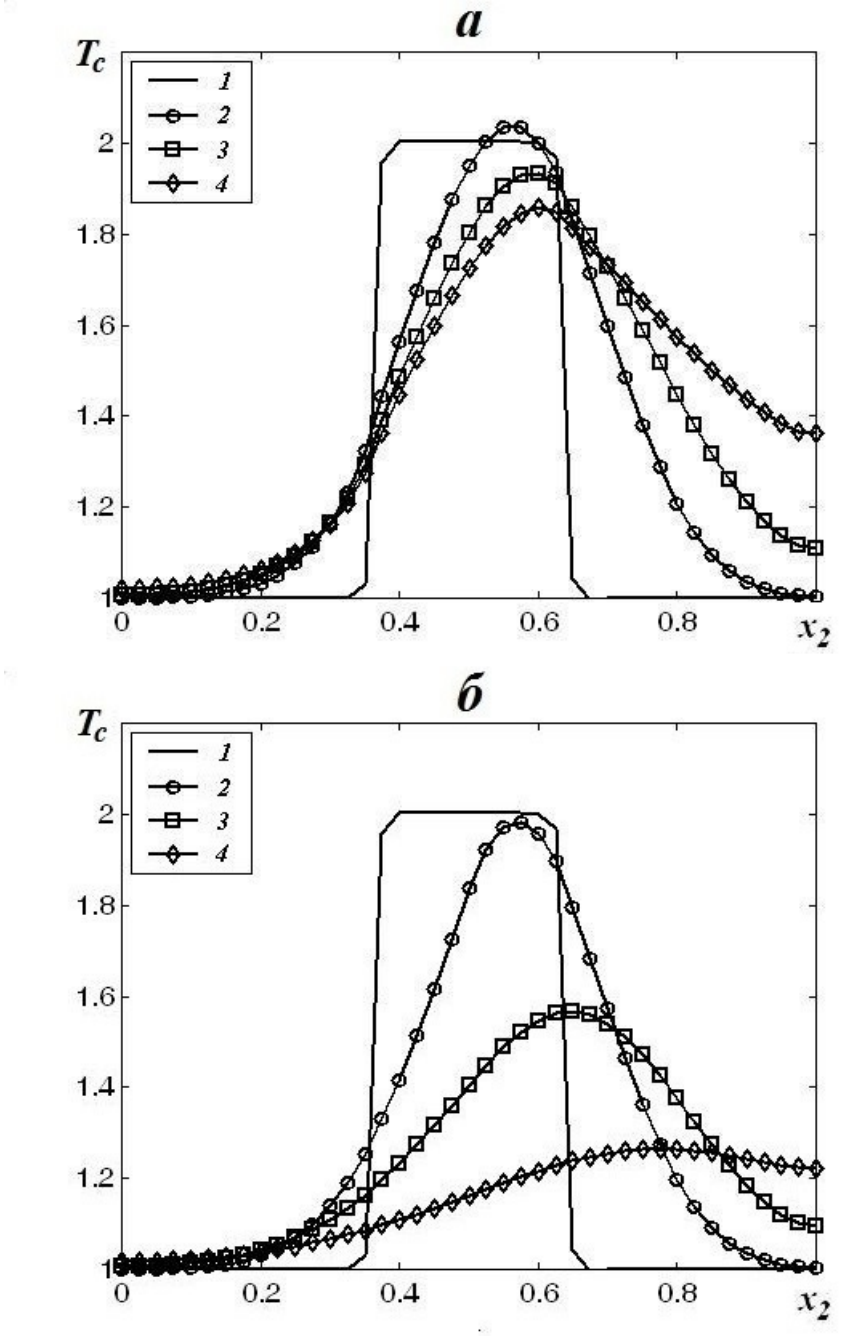

Рисунок 3.35 – Распределение температуры твердой среды вдоль оси объекта при фиксированной (а) и переменной (б) области саморазогрева в различные моменты времени t после начала процесса: t = 1 (1), t = 300 (2), t = 600 (3), t = 1200 (4)

Из рисунков 3.34 и 3.35 видно, что область с максимальной температурой изменяет свое местоположение. При фиксированной области саморазогрева в начале процесса температура максимальна в центре очага выделения тепла (линия 1, рисунок 3.34), а затем пиковая температура смещается к его верхней границе (линия 2, рисунок 3.34). Таким образом, при установлении устойчивого стационарного режима в рассматриваемом объекте наиболее горячая область располагается вблизи верхней части очага тепловыделения. Такое распределение температур обусловлено, что очевидно, восходящим направлением охлаждающих потоков воздуха в средней части объекта: верхние слои оказываются более горячими, чем нижние. Аналогичное расположение пиковой температуры характерно и для стационарных режимов охлаждения пористых объектов с источниками энерговыделения при известном перепаде давления на входе и на выходе из объекта.

Для переменной области саморазогрева, определяемой условием (3.11), размер очага выделения тепла при параметрах (3.12) и (3.14) уменьшается и приблизительно через $t = 440$ (что соответствует 440 часам размерного времени) тепловыделение в нем прекращается полностью, а температура асимптотически стремится к температуре окружающей среды. После прекращения тепловыделения область с максимальной температурой смещается выше границы первоначального очага саморазогрева, то есть в место, где тепловыделения не было никогда. Такое поведение также связано с охлаждением средней части объекта восходящими потоками воздуха, температура которых повышается при прохождении через более горячую пористую среду. В результате теплоотвод оказывается хуже в верхних слоях объекта, и при отсутствии энерговыделения они могут становиться более горячими, чем охлаждающаяся быстрее средняя часть.

Изменение во времени геометрии очага тепловыделения в рассматриваемом объекте при параметрах (3.12) и (3.14) и условии (3.11) показано на рисунке 3.36а.

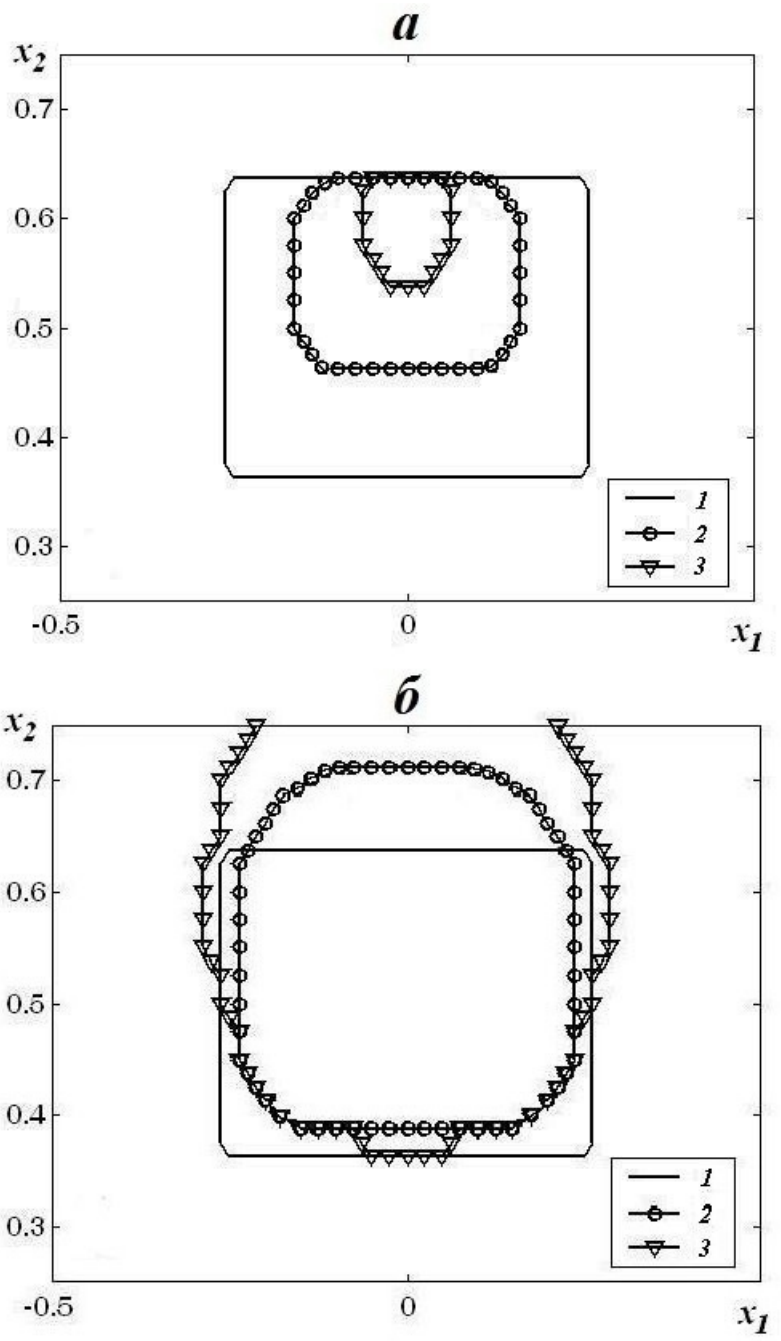

Рисунок 3.36 – Контур, ограничивающий очаг саморазогрева, при интенсивности тепловыделения $Q_0 = 1.186 \cdot 10^{-3}$ (а) и $Q_0 = 5.929 \cdot 10^{-3}$ (б) в различные моменты времени t после начала процесса: t = 1 (линия 1), t = 200 (2), t = 400 (3)

Из рисунка видно, что затухание очага происходит быстрее в его нижней части. Это опять-таки можно объяснить влиянием восходящих конвективных потоков газа в средней части объекта, из-за чего нижние слои очага выделения тепла охлаждаются с большей скоростью. В зависимости от интенсивности

тепловыделения учет «условия саморазогрева» (3.11) может приводить как к полному прекращению тепловыделения в объекте (показано выше), так и к росту очага выделения тепла. Последнее демонстрирует рисунок 3.36б, на котором приведено изменение с течением времени зоны саморазогрева в объекте при увеличенной в 5 раз интенсивности тепловыделения, т.е. $Q_0 = 5.929 \cdot 10^{-3}$, и остальных параметрах, соответствующих (3.12) и (3.14). Из рисунка видно, что в течение некоторого начального промежутка времени очаг выделения тепла в нижней части может даже незначительно уменьшиться, но в дальнейшем наблюдается его рост по всем направлениям. При данной интенсивности тепловыделения установление стационарного режима не происходит, объект неограниченно разогревается.

Таким образом, можно сделать следующие выводы. В пористых саморазогревающихся объектах открытых в атмосферу со всех сторон, кроме нижнего основания, в условиях естественной конвекции возможно как установление стационарного режима, так и неограниченный разогрев, в зависимости от начально-краевых условий и параметров задачи. В очаге выделения тепла и в его окрестности могут возникать вихревые течения газа, которые существенно ухудшают теплоотвод из пористого объекта. С течением времени образующиеся вихри смещаются. В случае, когда геометрия очага энерговыделения не фиксирована, а изменяется в зависимости от температуры нагрева пористой среды, очаг саморазогрева может как затухать, так и значительно увеличиваться в размерах, в зависимости от выбранных параметров задачи.

Глава 4. Особенности нестационарных пространственных течений газа через пористые саморазогревающиеся объекты

4.1. Численный метод для расчета трехмерных нестационарных процессов в пористых саморазогревающихся объектах при саморегуляции проходящего через них газа

При изучении пористых саморазогревающихся объектов достаточно много знаний о происходящих в них процессах можно получить в результате решения двумерных и даже одномерных задач. Однако, при моделировании реальных объектов часто не удается свести задачу к одномерной или двумерной – в этом случае приходится решать трехмерные задачи.

Настоящая глава посвящена исследованию особенностей пространственных (трехмерных) течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения без учета химических превращений при саморегуляции проходящего через объект газа. В главе изучаются трехмерные процессы, общая модель которых описана в параграфе 1.1.

Будем рассматривать пористые тепловыделяющие объекты высотой H, которые имеют как непроницаемые нетеплопроводные стенки, так и проницаемые (открытые) границы. Как и в предыдущих главах, будем полагать, что если не оговорено особо, то открытые границы объекта расположены сверху и снизу, при этом в нижнюю часть объекта подается холодный газ с заданным давлением (атмосферным или повышенным), который, двигаясь снизу вверх через пористую среду, вытекает из пористого объекта через верхнюю границу в свободное пространство с атмосферным давлением. Однако, в отличие от предыдущих глав, будем считать, что форма объекта и неравномерность энерговыделения в нем приводят к тому, что все искомые функции зависят от высоты и от двух горизонтальных координат, то есть происходящие в объекте процессы являются трехмерными.

При исследовании трехмерных задач в декартовой системе координат условимся обозначать индексами 1 и 2 горизонтальные компоненты, а индексом 3

– вертикальную компоненту векторных величин. Таким образом, запишем безразмерную систему уравнений (1.27) в трехмерном случае, суммируя по повторяющимся индексам до 3:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = -\frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1}{1-a}\left(T_c - T_g\right) + Q_0 \exp(-\varepsilon t) + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\sum_i \frac{\partial^2 T_c}{\partial x_i^2},$$

$$\rho\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial T_g}{\partial x_i}\right) = \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2}{a}\left(T_c - T_g\right) + \mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}\left(\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i}\right) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{Ec}}{a\mathrm{Re}\,\pi}\sum_i u_i^2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g} + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}\sum_i \frac{\partial^2 T_g}{\partial x_i^2},$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_1}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_1 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g}, \qquad (4.1)$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_2}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_2} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_2 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g},$$

$$\frac{1+\chi(1-a)}{a}\rho\left(\frac{\partial u_3}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a} u_i \frac{\partial u_3}{\partial x_i}\right) = -\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_3} - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho - \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi} u_3 \frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T_g},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\mathrm{Sh}}{a}\frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0\ , \qquad p = \rho T_g .$$

Все обозначения приведены в параграфе 1.1. Граничные условия для системы (4.1) можно записать в аналогичном (1.28) виде:

$$p\big|_{x\in G_1} = p_0(x), \quad \partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_1} = \mathrm{Bi}\left(T_g\big|_{x\in G_1} - T_c\big|_{x\in G_1}\right),$$

$$T_g\big|_{x\in G_1} = T_{g0}, \ \text{если} \ \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} \le 0,$$

$$\partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_1} = 0, \ \text{если} \ \ \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1} > 0, \qquad (4.2)$$

$$\partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_2} = 0, \quad \boldsymbol{u}\big|_{x\in G_2}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_2} = 0.$$

Для решения системы уравнений (4.1) с краевыми условиями (4.2) разработан оригинальный численный метод, который является развитием

описанного в предыдущих главах методов для одномерных и двумерных задач и также основан на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Уравнения энергии и сохранения импульса преобразовываются в явные конечно-разностные уравнения, из которых определяются температура газа, температура твердой среды и компоненты скорости фильтрации газа. Уравнение неразрывности преобразовывается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого с учетом уравнения состояния совершенного газа методом прогонки определяется давление газа. Плотность газа определяется из уравнения состояния совершенного газа. Далее подробно опишем предлагаемый численный метод для решения системы (4.1), пренебрегая теплопроводностью газа.

Рассмотрим равномерную сетку с шагом h по пространству и шагом по времени τ, равным rh^2, где $r = \text{const}$. Нижние индексы при искомых сеточных функциях будут обозначать продвижение по пространству: m – вдоль координаты x_1, k – вдоль координаты x_2, l – вдоль вертикальной оси x_3; верхний индекс n – продвижение по времени. Систему конечно-разностных уравнений, аппроксимирующую систему (4.1), можно записать следующим образом:

$$T^{n+1}_{cm,k,l} = T^n_{cm,k,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau}{1-a}T^n_{gm,k,l} + \tau Q_0 \exp(-\varepsilon n\tau) +$$

$$+\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}r\left(T^n_{cm+1,k,l} - 6T^n_{cm,k,l} + T^n_{cm-1,k,l} + T^n_{cm,k+1,l} + T^n_{cm,k-1,l} + T^n_{cm,k,l+1} + T^n_{cm,k,l-1}\right),$$

$$T^{n+1}_{gm,k,l} = T^n_{gm,k,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho^n_{m,k,l}}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{a\rho^n_{m,k,l}}T^n_{cm,k,l} -$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{1m,k,l}\left(\pm 3T^n_{gm,k,l} \mp 4T^n_{gm\mp1,k,l} \pm T^n_{gm\mp2,k,l}\right) -$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{2m,k,l}\left(\pm 3T^n_{gm,k,l} \mp 4T^n_{gm,k\mp1,l} \pm T^n_{gm,k\mp2,l}\right) -$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{3m,k,l}\left(\pm 3T^n_{gm,k,l} \mp 4T^n_{gm,k,l\mp1} \pm T^n_{gm,k,l\mp2}\right) +$$

$$+\frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho^n_{m,k,l}}\left(p^n_{m,k,l} - p^{n-1}_{m,k,l}\right) + \frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho^n_{m,k,l}}\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u^n_{1m,k,l}\left(p^n_{m+1,k,l} - p^n_{m-1,k,l}\right)\right] +$$

$$+\frac{\mathrm{Eu}\,\mathrm{Ec}}{\rho^n_{m,k,l}}\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u^n_{2m,k,l}\left(p^n_{m,k+1,l}-p^n_{m,k-1,l}\right)+u^n_{3m,k,l}\left(p^n_{m,k,l+1}-p^n_{m,k,l-1}\right)\right]+$$

$$+\frac{\left(T^n_{gm,k,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T^n_{gm,k,l}}\cdot\frac{\mathrm{Ec}\,\mathrm{Sh}\tau}{a\mathrm{Re}\pi\,\rho^n_{m,k,l}}\left[\left(u^n_{1m,k,l}\right)^2+\left(u^n_{2m,k,l}\right)^2+\left(u^n_{3m,k,l}\right)^2\right], \qquad (4.3)$$

$$u^{n+1}_{1m,k,l}=u^n_{1m,k,l}\left[1-\frac{a\mathrm{Sh}\,\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Re}\,\pi\,\rho^n_{m,k,l}}\cdot\frac{\left(T^n_{gm,k,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T^n_{gm,k,l}}\right]-$$

$$-\frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2(1+\chi(1-a))\rho^n_{m,k,l}}\left(p^n_{m+1,k,l}-p^n_{m-1,k,l}\right)-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{1m,k,l}\left(u^n_{1m+1,k,l}-u^n_{1m-1,k,l}\right)-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u^n_{2m,k,l}\left(u^n_{1m,k+1,l}-u^n_{1m,k-1,l}\right)+u^n_{3m,k,l}\left(u^n_{1m,k,l+1}-u^n_{1m,k,l-1}\right)\right]-\omega_4-\omega_5-\omega_6,$$

$$u^{n+1}_{2m,k,l}=u^n_{2m,k,l}\left[1-\frac{a\mathrm{Sh}\,\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Re}\,\pi\,\rho^n_{m,k,l}}\cdot\frac{\left(T^n_{gm,k,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T^n_{gm,k,l}}\right]-$$

$$-\frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2(1+\chi(1-a))\rho^n_{m,k,l}}\left(p^n_{m,k+1,l}-p^n_{m,k-1,l}\right)-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{2m,k,l}\left(u^n_{2m,k+1,l}-u^n_{2m,k-1,l}\right)-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u^n_{1m,k,l}\left(u^n_{2m+1,k,l}-u^n_{2m-1,k,l}\right)+u^n_{3m,k,l}\left(u^n_{2m,k,l+1}-u^n_{2m,k,l-1}\right)\right]-\omega_7-\omega_8-\omega_9,$$

$$u^{n+1}_{3m,k,l}=u^n_{3m,k,l}\left[1-\frac{a\mathrm{Sh}\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Re}\,\pi\,\rho^n_{m,k,l}}\cdot\frac{\left(T^n_{gm,k,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T^n_{gm,k,l}}\right]-$$

$$-\frac{a\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}rh}{2(1+\chi(1-a))\rho^n_{m,k,l}}\left(p^n_{m,k,l+1}-p^n_{m,k,l-1}\right)-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}u^n_{3m,k,l}\left(u^n_{3m,k,l+1}-u^n_{3m,k,l-1}\right)-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left[u^n_{1m,k,l}\left(u^n_{3m+1,k,l}-u^n_{3m-1,k,l}\right)+u^n_{2m,k,l}\left(u^n_{3m,k+1,l}-u^n_{3m,k-1,l}\right)\right]-$$

$$-\frac{a\mathrm{Sh}\tau}{(1+\chi(1-a))\mathrm{Fr}}-\omega_{10}-\omega_{11}-\omega_{12},$$

$$p^{n+1}_{m,k,l-1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT^{n+1}_{gm,k,l-1}}u^{n+1}_{3m,k,l-1}\right)+\frac{p^{n+1}_{m,k,l}}{T^{n+1}_{gm,k,l}}+p^{n+1}_{m,k,l+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rh}{2aT^{n+1}_{gm,k,l+1}}u^{n+1}_{3m,k,l+1}\right)=\rho^n_{m,k,l}-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2a}\left(\rho^n_{m+1,k,l}u^n_{1m+1,k,l}-\rho^n_{m-1,k,l}u^n_{1m-1,k,l}+\rho^n_{m,k+1,l}u^n_{2m,k+1,l}-\rho^n_{m,k-1,l}u^n_{2m,k-1,l}\right)-$$

$$-\omega_1-\omega_2-\omega_3,$$

$$\rho^{n+1}_{m,k,l}=\ p^{n+1}_{m,k,l}\Big/T^{n+1}_{gm,k,l}\,.$$

Система конечно-разностных уравнений (4.3) аппроксимирует исходную систему (4.1) с краевыми условиями (4.2) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. Во втором уравнении системы (4.3) знак $\pm$ обусловлен возможным изменением направления движения газа: в каждой скобке верхнее значение знака выбирается при положительной компоненте скорости фильтрации газа, умножаемой на данную скобку, а нижнее значение знака – при отрицательном значении указанной компоненты скорости фильтрации. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [203], которая в данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования такой ошибки в систему (4) введены демпфирующие члены ω_1, ..., ω_{12}, которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\omega_1=\frac{1}{\omega_1^*}\left(p^n_{m+2,k,l}-4p^n_{m+1,k,l}+6p^n_{m,k,l}-4p^n_{m-1,k,l}+p^n_{m-2,k,l}\right),\quad \omega_1^*=\mathrm{const},$$

$$\omega_2=\frac{1}{\omega_2^*}\left(p^n_{m,k+2,l}-4p^n_{m,k+1,l}+6p^n_{m,k,l}-4p^n_{m,k-1,l}+p^n_{m,k-2,l}\right),\quad \omega_2^*=\mathrm{const},$$

$$\omega_3=\frac{1}{\omega_3^*}\left(p^n_{m,k,l+2}-4p^n_{m,k,l+1}+6p^n_{m,k,l}-4p^n_{m,k,l-1}+p^n_{m,k,l-2}\right),\quad \omega_3^*=\mathrm{const},$$

$$\omega_4=\frac{1}{\omega_4^*}\left(u^n_{1m+2,k,l}-4u^n_{1m+1,k,l}+6u^n_{1m,k,l}-4u^n_{1m-1,k,l}+u^n_{1m-2,k,l}\right),\quad \omega_4^*=\ \mathrm{const},$$

$$\omega_5=\frac{1}{\omega_5^*}\left(u^n_{1m,k+2,l}-4u^n_{1m,k+1,l}+6u^n_{1m,k,l}-4u^n_{1m,k-1,l}+u^n_{1m,k-2,l}\right),\quad \omega_5^*=\ \mathrm{const},$$

$$\omega_6 = \frac{1}{\omega_6^*}\left(u^n_{1m,k,l+2} - 4u^n_{1m,k,l+1} + 6u^n_{1m,k,l} - 4u^n_{1m,k,l-1} + u^n_{1m,k,l-2}\right), \quad \omega_6^* = \text{const}, \quad (4.4)$$

$$\omega_7 = \frac{1}{\omega_7^*}\left(u^n_{2m+2,k,l} - 4u^n_{2m+1,k,l} + 6u^n_{2m,k,l} - 4u^n_{2m-1,k,l} + u^n_{2m-2,k,l}\right), \quad \omega_7^* = \text{const},$$

$$\omega_8 = \frac{1}{\omega_8^*}\left(u^n_{2m,k+2,l} - 4u^n_{2m,k+1,l} + 6u^n_{2m,k,l} - 4u^n_{2m,k-1,l} + u^n_{2m,k-2,l}\right), \quad \omega_8^* = \text{const},$$

$$\omega_9 = \frac{1}{\omega_9^*}\left(u^n_{2m,k,l+2} - 4u^n_{2m,k,l+1} + 6u^n_{2m,k,l} - 4u^n_{2m,k,l-1} + u^n_{2m,k,l-2}\right), \quad \omega_9^* = \text{const},$$

$$\omega_{10} = \frac{1}{\omega_{10}^*}\left(u^n_{3m+2,k,l} - 4u^n_{3m+1,k,l} + 6u^n_{3m,k,l} - 4u^n_{3m-1,k,l} + u^n_{3m-2,k,l}\right), \quad \omega_{10}^* = \text{const},$$

$$\omega_{11} = \frac{1}{\omega_{11}^*}\left(u^n_{3m,k+2,l} - 4u^n_{3m,k+1,l} + 6u^n_{3m,k,l} - 4u^n_{3m,k-1,l} + u^n_{3m,k-2,l}\right), \quad \omega_{11}^* = \text{const},$$

$$\omega_{12} = \frac{1}{\omega_{12}^*}\left(u^n_{3m,k,l+2} - 4u^n_{3m,k,l+1} + 6u^n_{3m,k,l} - 4u^n_{3m,k,l-1} + u^n_{3m,k,l-2}\right), \quad \omega_{12}^* = \text{const}.$$

Обратим внимание, что демпфирующие члены с компонентами скорости фильтрации, т.е. ω_4, ..., ω_{12}, могут полагаться нулю и не учитываться в численном расчете во многих задачах – достаточно часто в трехмерной численной модели оказывается вполне достаточным ограничиться демпфирующими членами ω_1, ω_2, ω_3.

Краевые условия для сеточных функций задаются с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. Для сокращения записей здесь будем полагать, что открытые границы объекта являются только горизонтальными, а непроницаемые границы – только вертикальными (в других случаях краевые условия следует записать по аналогии с этим случаем). На открытых границах объекта давление и температура фаз получаются из (4.2), при этом используется следующая трехточечная конечно-разностная аппроксимация первой производной:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_3}\right)^n_{m,k,l} = \frac{\pm 3 f^n_{m,k,l} \mp 4 f^n_{m,k,l\mp 1} \pm f^n_{m,k,l\mp 2}}{2h}, \quad (4.5)$$

где вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении индекса l в граничном узле сетки (то есть на верхней границе объекта), нижнее значение знака – при наименьшем l на границе (то есть на нижней границе объекта).

Краевые условия для компонент скорости фильтрации газа на открытых границах задаются из условия равенства нулю их первых производных, записанных в виде (4.5). Добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости фильтрации и расхода газа на открытых границах неизвестны априори.

Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и в них задать значения давления и температуры газа. В фиктивных точках необходимо также задавать скорость фильтрации газа в случае, если демпфирующие члены с компонентами скорости фильтрации ω_4, ..., ω_{12} полагаются в расчете ненулевыми. При этом для нахождения температуры и скорости газа в фиктивной точке нулю приравниваются их первые производные, записанные в виде (4.5), а для определения давления газа приравнивается нулю его вторая производная на границе, записанная следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2}\right)^n_{m,k,l} = \frac{p^n_{m,k,l+1} - 2p^n_{m,k,l} + p^n_{m,k,l-1}}{h^2}. \qquad (4.6)$$

На непроницаемых границах объекта температуры фаз, давление, плотность и компоненты скорости фильтрации газа, за исключением нормальной компоненты, задаются исходя из равенства нулю их первых производных по нормали, записанных в виде:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^n_{m,k,l} = \frac{\pm 3f^n_{m,k,l} \mp 4f^n_{m\mp1,k,l} \pm f^n_{m\mp2,k,l}}{2h},$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^n_{m,k,l} = \frac{\pm 3f^n_{m,k,l} \mp 4f^n_{m,k\mp1,l} \pm f^n_{m,k\mp2,l}}{2h}, \qquad (4.7)$$

где, как и в (4.5), вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении соответствующего индекса в граничном узле сетки, нижнее значение знака – при наименьшем. Нормальная компонента скорости фильтрации на непроницаемой стенке приравнивается нулю в силу (4.2). В добавляемых фиктивных точках, расположенных за пределами непроницаемой границы, давление и температура газа, а также (при необходимости) компоненты скорости фильтрации определяются согласно условию отражения [203] из их значений в приграничных узлах сетки.

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий. Организуем циклы по «горизонтальным» индексам m и k, один из которого вложен в другой. Внутри последнего вложенного цикла: решаем первое – пятое уравнения системы (4.3), последовательно меняя «вертикальный» индекс l, затем рассчитываем краевые условия вдоль индекса l для найденных функций температур фаз и компонент скорости фильтрации, после этого решаем методом прогонки [193] шестое уравнение и далее тривиально решаем седьмое уравнение системы (4.3), рассчитывая также краевые условия вдоль индекса l для давления и плотности газа. После завершения циклов по индексам m и k рассчитываем краевые условия вдоль этих индексов. На этом расчет на данном временном слое закончен, можно при необходимости вывести данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость системы (4.3) к (4.1) не представляется возможным. Экспериментальное исследование сходимости системы конечно-разностных уравнений (4.3) к системе (4.1), проведенное на ряде модельных задач, показало, что сходимость имеет место при некотором ограничении на r, причем с уменьшением шага h допустимое значение r, как правило, увеличивается. В частности, при проведении расчетов с шагом h=0.025 и h=0.0125 в настоящей работе использовалось r=0.2, при дальнейшем уменьшении шага в

два раза r в два раза увеличивалось. Полученное экспериментально ограничение на шаг по времени оказывается более жестким, чем ограничение, полученное аналитически из анализа устойчивости уравнений системы (4.3), проведенного по спектральному методу Неймана [203] с учетом принципа замороженных коэффициентов [193].

Исследование точности предлагаемого метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов с известными тестовыми решениями. В случае, когда конфигурация пористого объекта позволяла свести задачу к одномерной, выбирались параметры и начально-краевые условия, которые приводили к установлению стационарного режима. После этого результаты расчетов по предлагаемому методу сравнивались с решением стационарной задачи, полученным численно-аналитическим способом [53] с использованием метода Рунге–Кутты. Такое сравнение показало практически полное совпадение решений даже на сетке с шагом h=0.05. Для двумерных конфигураций пористого объекта сравнивались расчеты, проведенные с помощью предлагаемого метода и двумерного (плоского) численного метода, описанного в предыдущей главе; получено полное совпадение решений. Для пористых объектов, имеющих существенно трехмерную конфигурацию, исследование точности проводилось на последовательности сгущающихся сеток. Вычислительный эксперимент показал, что точность предлагаемого метода зависит от геометрии пористого объекта. При этом для различных конфигураций расчет на сетке с шагом h=0.025 дает погрешность в основном не превышающую нескольких процентов. Поэтому результаты расчетов, демонстрируемые в настоящей главе, в основном получены на сетке с шагом h=0.025.

4.2. Некоторые особенности трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения

Изучение пространственных (трехмерных) течений газа через пористые саморазогревающиеся объекты начнем с исследования процессов в трехмерных

пористых объектах с несколькими внутренними источниками энерговыделения при саморегуляции проходящего через объект газа.

Рассмотрим охлаждение пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии. Пусть пористые объекты имеют форму куба со стороной H, при этом верхние и нижние горизонтальные грани являются открытыми, а боковые стенки – непроницаемы. Рассмотрим вначале два пористых объектах, в каждом из которых по-разному располагаются четыре источника энерговыделения в форме прямоугольных параллелепипедов с высотой $H/2$ и остальными сторонами равными $H/4$ (рисунок 4.1). Пусть все эти источники имеют одинаковую интенсивность энерговыделения, тогда суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении обеих пористых объектов совпадает. Будем далее в настоящем параграфе называть пористым объектом «типа А1» объект, изображенный на рисунке 4.1а, и пористым объектом «типа А2» объект, изображенный на рисунке 4.1б.

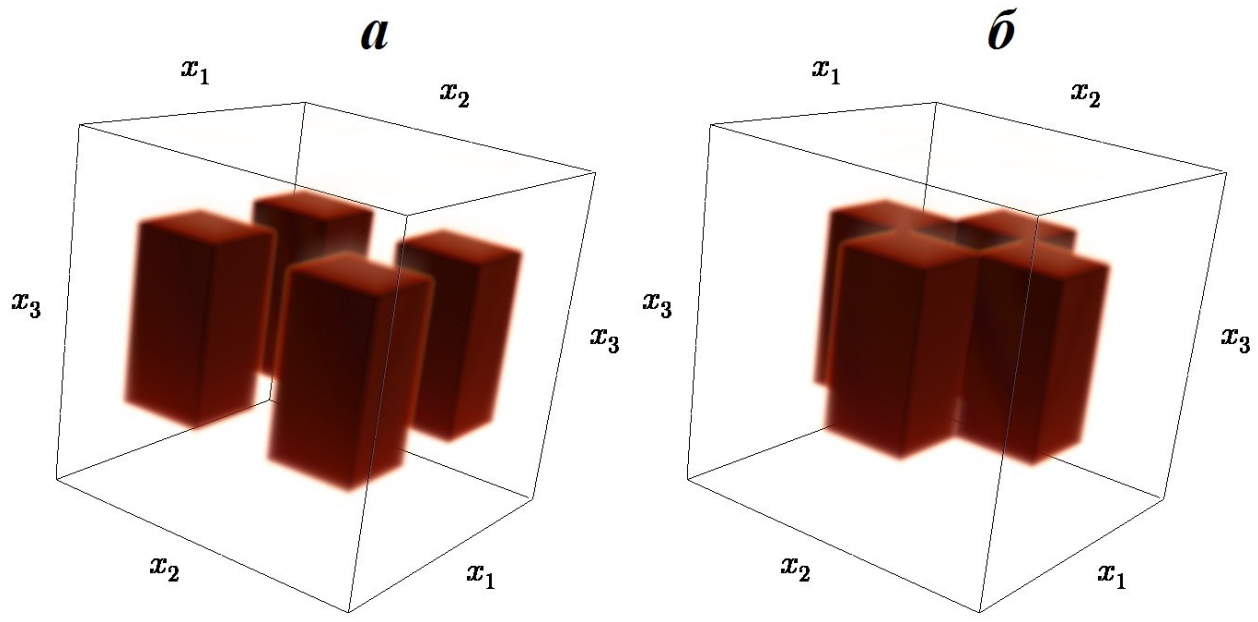

Рисунок 4.1 – Схемы пористых объектов с источниками энерговыделения «типа А1» (а) и «типа А2» (б)

Решим для таких объектов задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде. Пусть до начального момента времени энерговыделения не происходит, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени начинается тепловыделение в твердой фазе и одновременно давление газа на входе в объект (на его нижней проницаемой границе) очень быстро растет до определенного значения и, достигая его, остается неизменным.

Для решения данной задачи используется описанный в параграфе 4.1 алгоритм. Как и в предыдущей главе, если иное не оговорено особо, будем использовать безразмерные параметры (2.7). Краевые условия будут определяться из (4.2) при следующих значениях:

$$p_0\big|_{x_3=0} = 1.2, \quad T_{g0} = 1, \quad p_0\big|_{x_3=1} = 1. \tag{4.8}$$

При указанных параметрах и краевых условиях в пористых объектах как «типа А1», так и «типа А2» через определенное время ($t > 45$, то есть после 45 часов размерного времени) устанавливаются стационарные состояния (точнее – квазистационарные, так как энерговыделение со временем медленно убывает из-за «выгорания» реагирующего вещества, что приводит к медленному изменению всех искомых величин). Рассмотрим подробнее процессы в пористом объекте «типа А1». На рисунках 4.2 и 4.3 показана температура твердой среды соответственно через $t = 6$ и $t = 48$ (что соответствует 6 и 48 часам размерного времени) после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (рисунки 4.2а и 4.3а) и двух плоскостей сечений (рисунки 4.2б и 4.3б). Заметим, что визуализация трехмерных данных является сама по себе нетривиальной задачей, однако в настоящем исследовании удается провести анализ пространственных данных при отображении их посредством объемного рендеринга и двух плоскостей сечений. Здесь и далее в настоящей главе при построении объемных изображений использовалось программное средство ParaView.

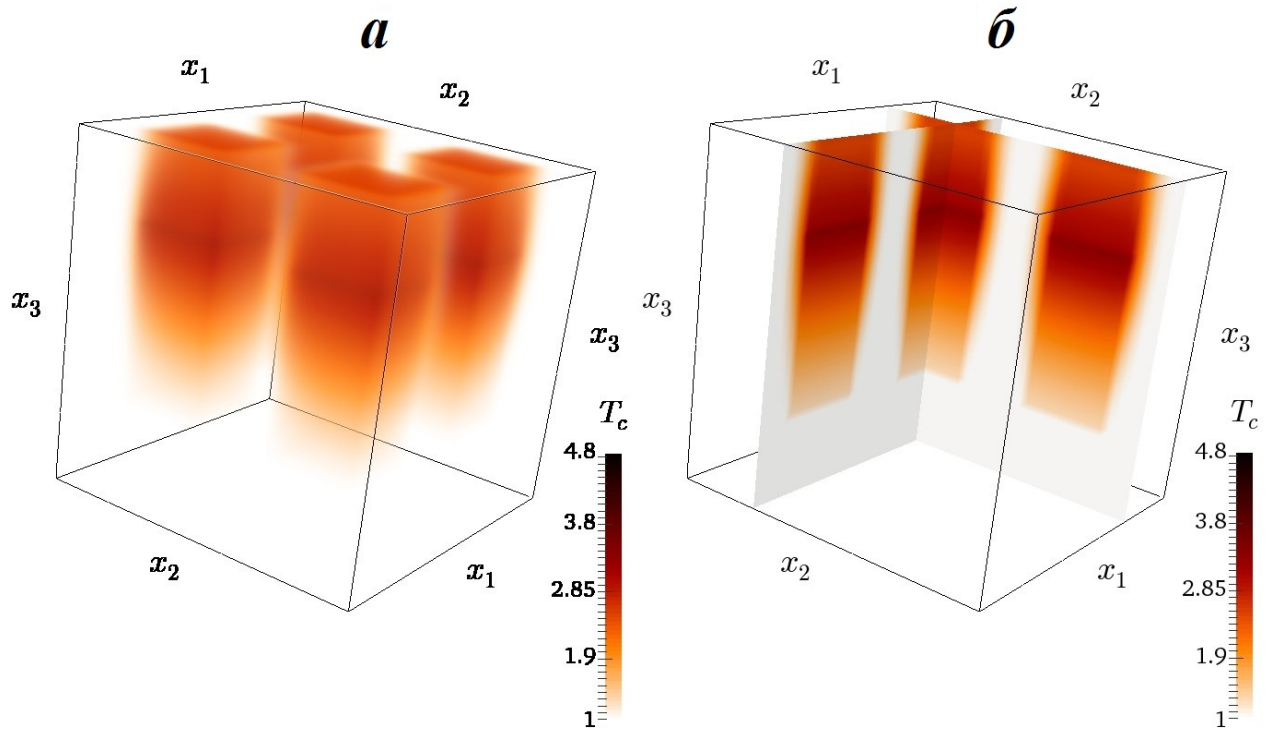

Рисунок 4.2 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа A1» через $t = 6$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

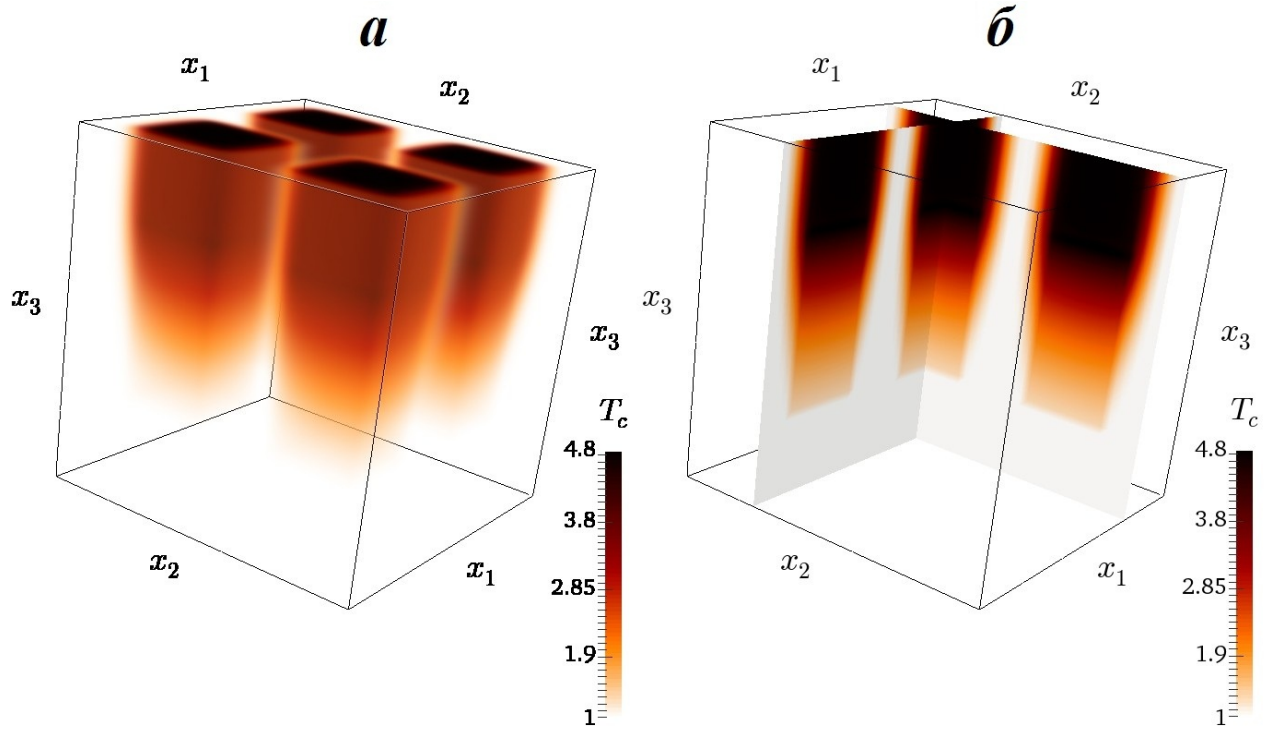

Рисунок 4.3 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа A1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Из рисунков видно, что интенсивный нагрев происходит только в областях энерговыделения и выше их, а ниже температура остается практически неизменной. Несмотря на отсутствие теплооттока через боковые стенки, в их окрестностях пористая среда также остается достаточно холодной. И даже в области между очагами тепловыделения значительного нагрева не происходит. Наибольший разогрев твердого пористого скелета наблюдается на верхних границах зон энерговыделения, температура здесь максимальна.

В очагах саморазогрева твердой фазы происходит сильный нагрев проходящего газа, за счет чего температура газа в этих областях и выше их оказывается немногим меньше температуры твердой среды, а ниже зон тепловыделения и с боков от них газ, как и твердая среда, не нагревается. Это наглядно демонстрирует рисунок 4.4, на котором показана температура газа в пористом объекте «типа А1» через $t = 48$ (что соответствует 48 часам размерного времени) после начала процесса.

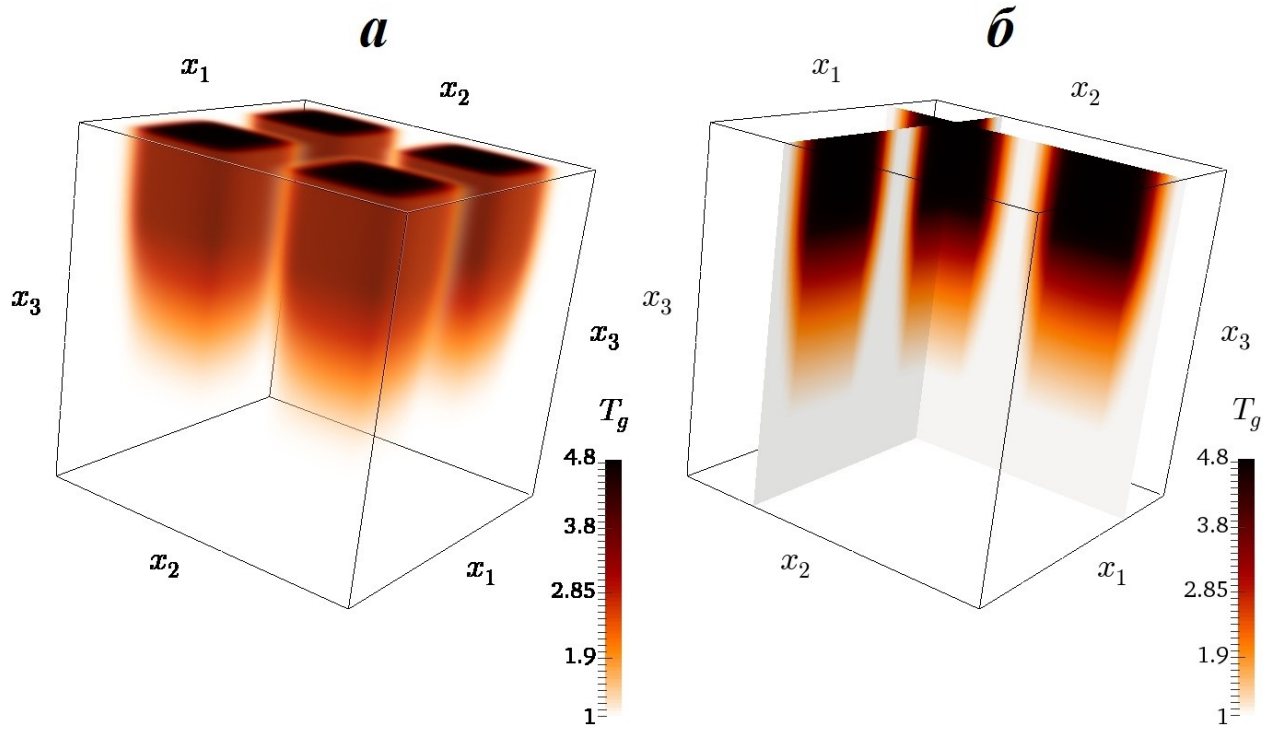

Рисунок 4.4 – Температура газа в пористом объекте «типа А1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Там, где газ разогрет, его плотность сильно падает (рисунок 4.5). Поэтому через зоны энерговыделения газ течет разреженным, что ухудшает теплоотвод от твердого пористого скелета.

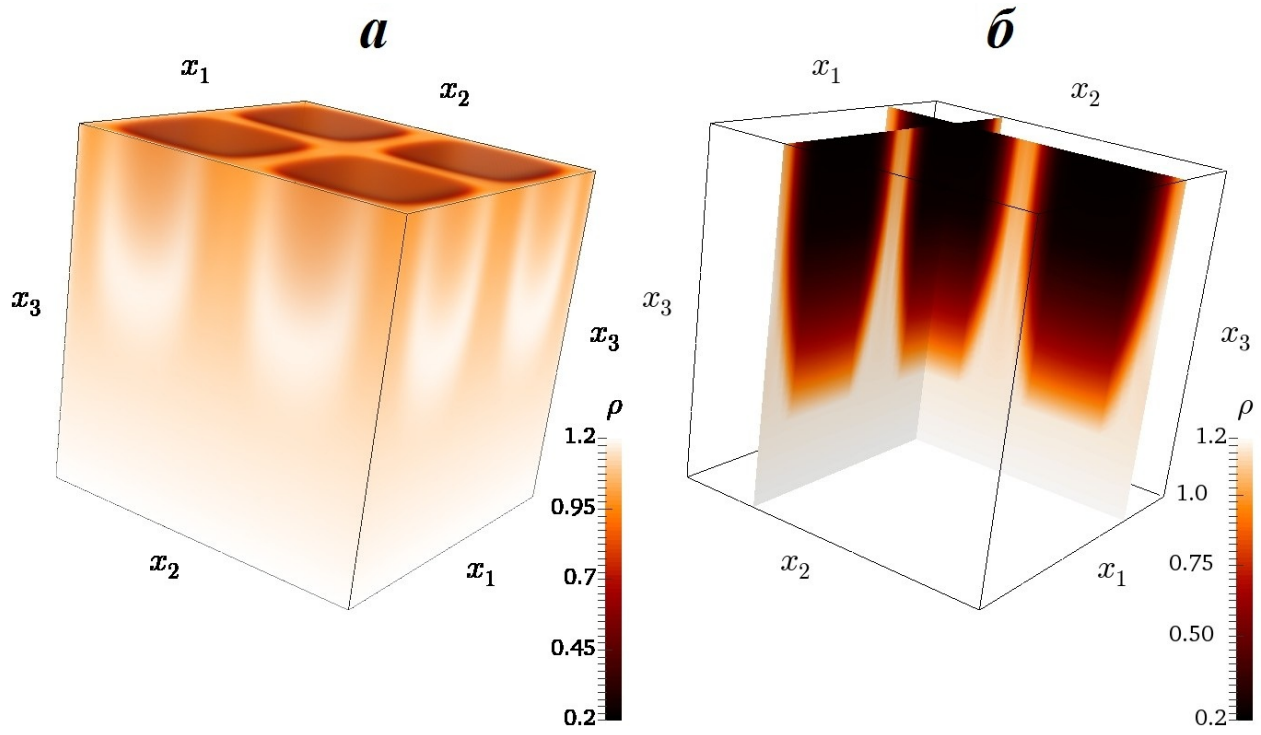

Рисунок 4.5 – Плотность газа в пористом объекте «типа А1» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Давление газа убывает с высотой монотонно (рисунок 4.6а), тепловыделение не привносит заметных локальных изменений в профили давления. В связи с этим степень падения плотности газа соответствует степени его нагрева.

На рисунке 4.6б показано поле скорости фильтрации газа через t = 48 после начала процесса. Однако в данном случае интерпретация такого векторного поля оказывается затруднительной, и более простым оказывается анализ изображений компонент вектора скорости фильтрации газа, которые показаны на рисунках 4.7 и 4.8.

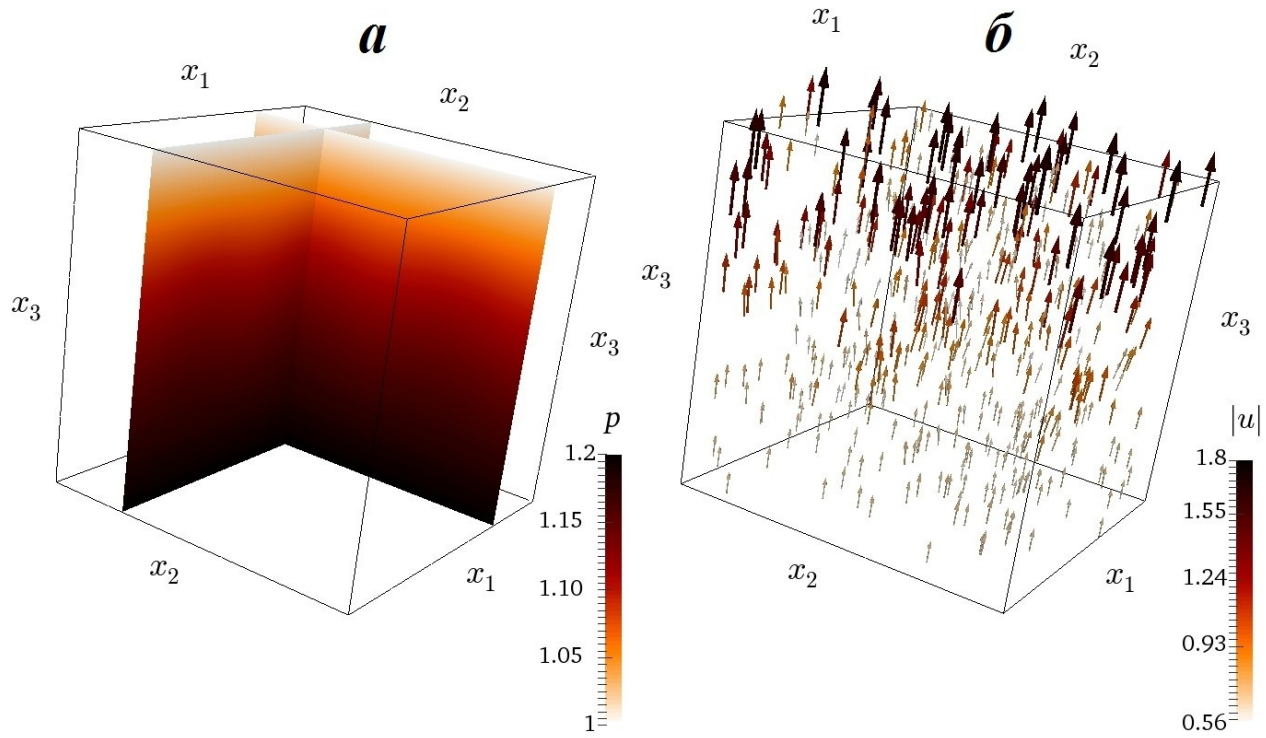

Рисунок 4.6 – Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа A1» через $t = 48$ после начала процесса

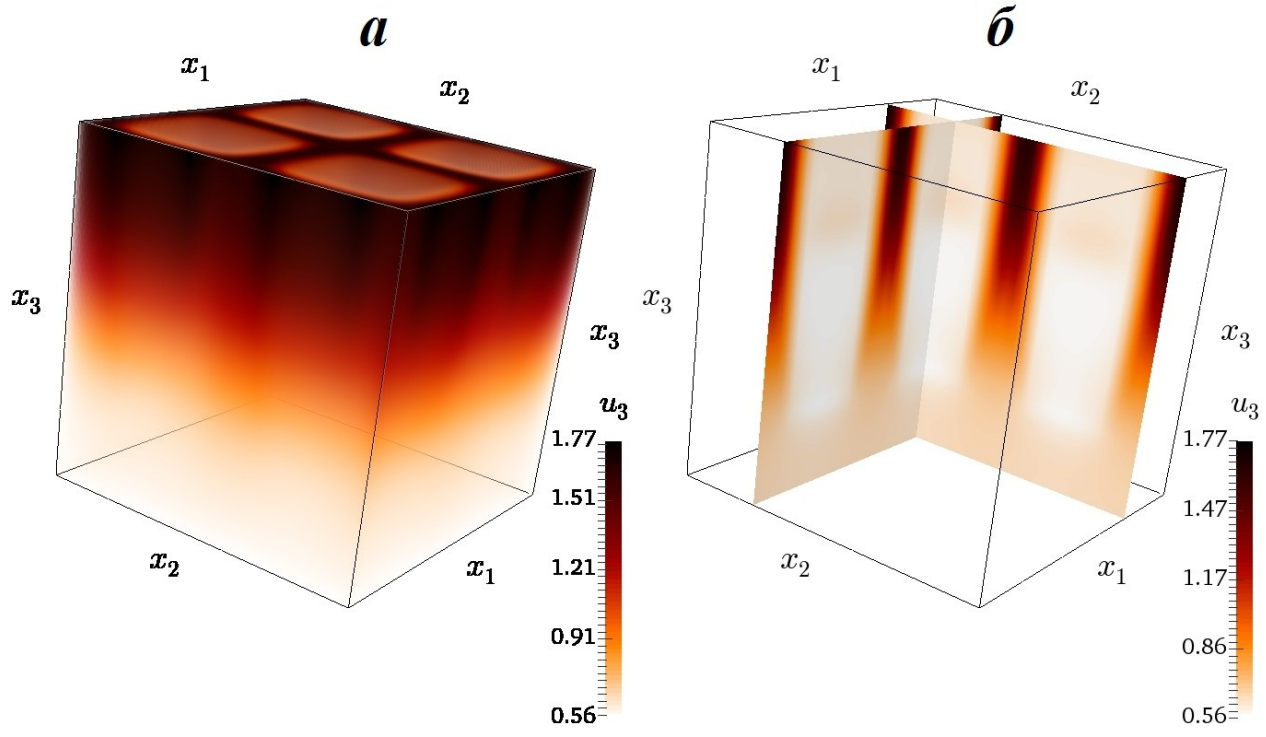

Рисунок 4.7 – Вертикальная компонента скорости фильтрации газа в пористом объекте «типа A1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

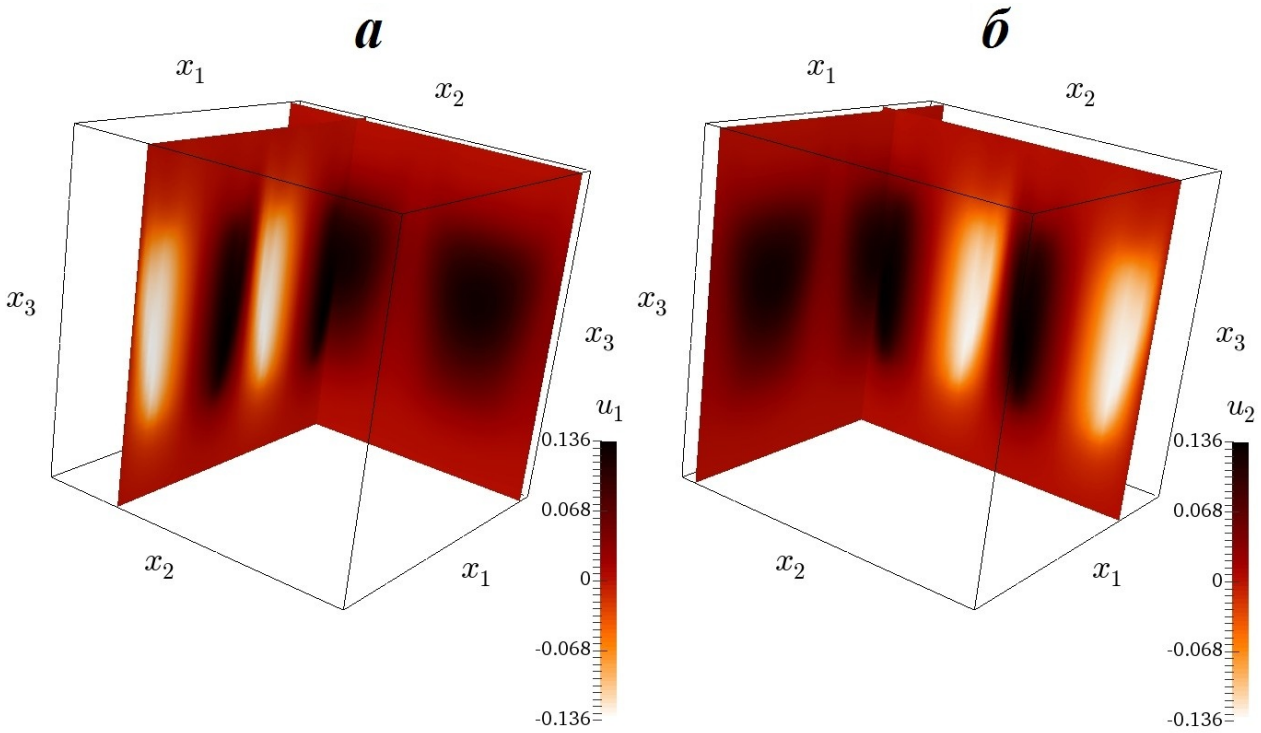

Рисунок 4.8 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа А1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Из данных рисунков видно, что газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям. Из-за этого в очагах энерговыделения и выше их скорость фильтрации значительно падает, а в окрестностях боковых стен и в области между зонами тепловыделения газ течет намного быстрее. Таким образом, газ движется через очаги энерговыделения не только более разреженным, но и более медленно, что еще более негативно влияет на теплоотвод от твердого пористого скелета.

Перейдем к рассмотрению пористого объекта «типа А2». На рисунке 4.9 показана температура твердой среды в таком объекте через $t = 48$ после начала процесса. Как и в рассмотренном выше случае, интенсивный нагрев происходит только в областях энерговыделения и выше их, а в окрестностях боковых стен и в области между зонами тепловыделения пористая среда остается достаточно холодной.

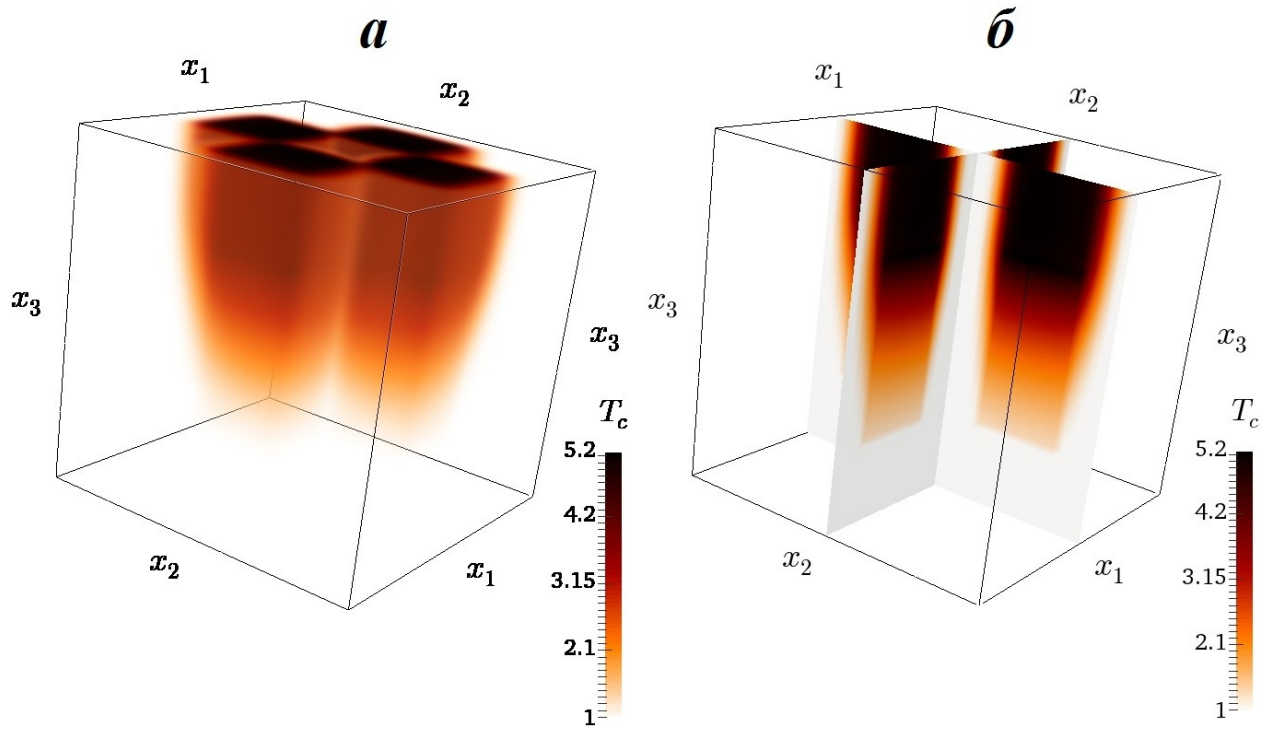

Рисунок 4.9 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа А2» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Проходящий через пористый объект газ разогревается в очагах энерговыделения до температур, близких к температурам твердого пористого скелета (рисунок 4.10). При этом ниже зон тепловыделения и с боков от них газ, как и твердая среда, не нагревается.

Как и в рассмотренном выше случае, в областях разогрева газа его плотность падает (рисунок 4.11). Причем степень падения плотности газа соответствует степени его нагрева, так как давление газа плавно убывает с высотой (рисунок 4.12а) и не имеет локальных экстремумов в местах выделения энергии. Из изображения поля скорости фильтрации газа (рисунок 4.12б) здесь также трудно сделать однозначные выводы, и более простым оказывается анализ изображений компонент вектора скорости фильтрации газа.

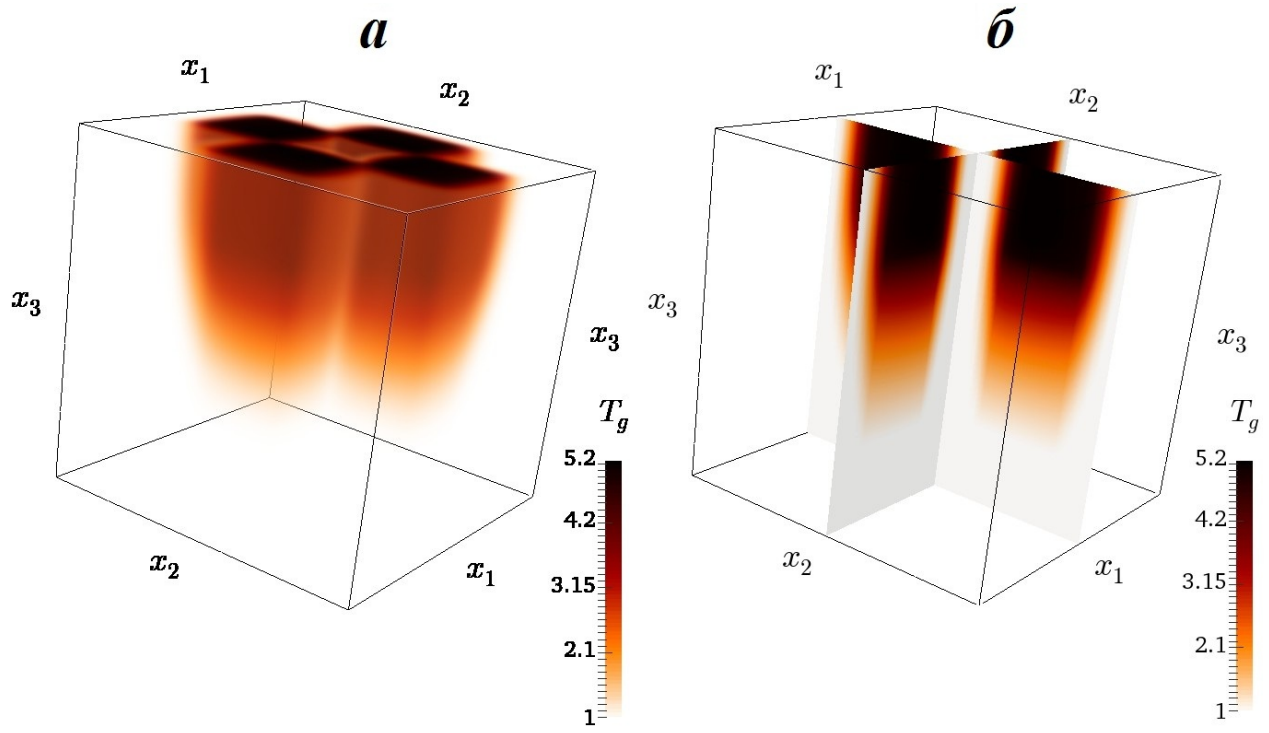

Рисунок 4.10 – Температура газа в пористом объекте «типа А2» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

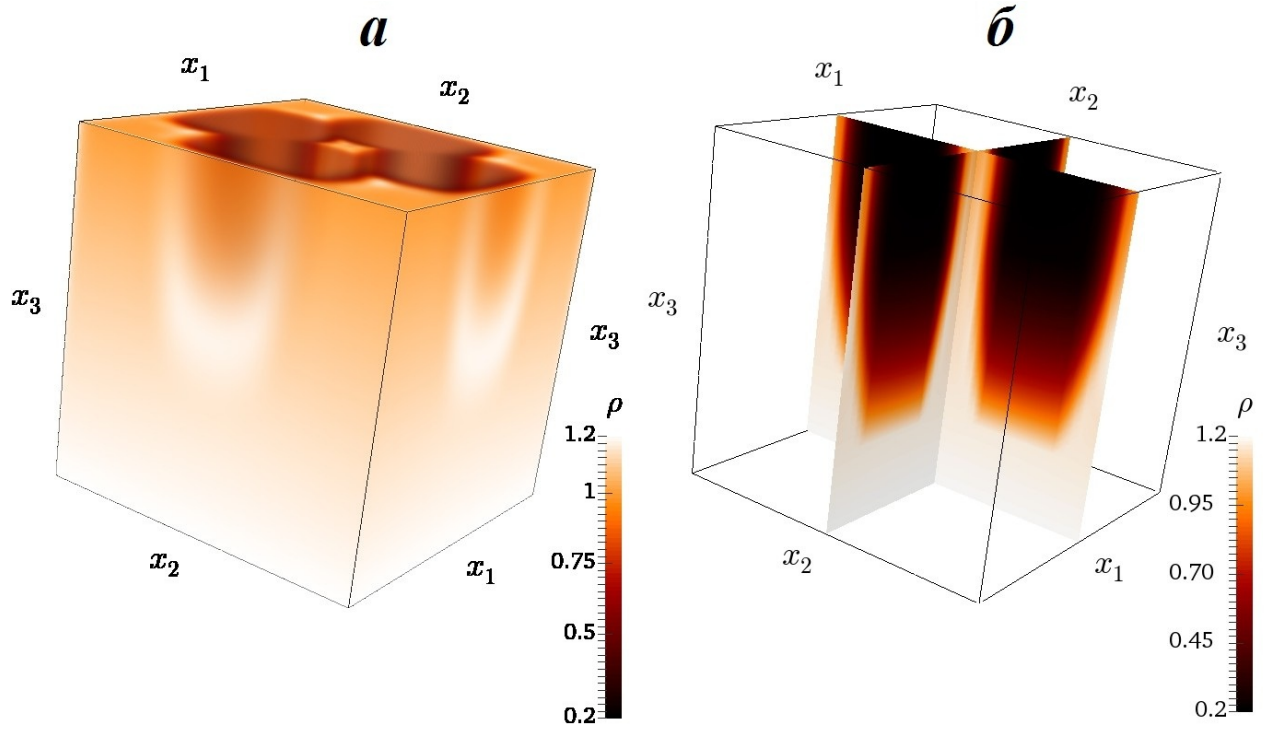

Рисунок 4.11 – Плотность газа в пористом объекте «типа А2» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

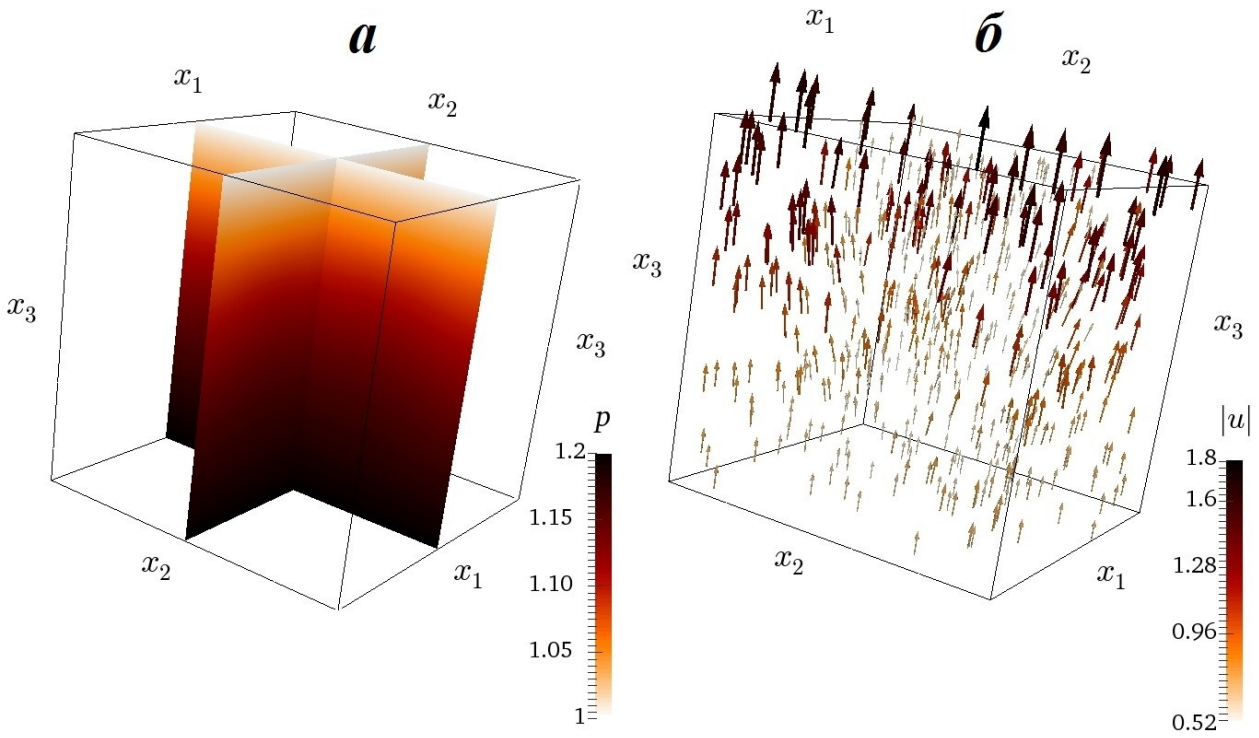

Рисунок 4.12 – Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа А2» через $t = 48$ после начала процесса

Анализ изображений компонент вектора скорости фильтрации газа, которые показаны на рисунках 4.13 и 4.14, позволяет заключить, что газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям в окрестностях боковых стен и в области между очагами энерговыделения. Можно заметить, что максимальные значения компонент скорости фильтрации в этом случае оказываются выше, чем в пористом объекте «типа А1». Однако при этом минимальное значение вертикальной компоненты скорости фильтрации становится меньше. То есть в пористом объекте «типа А2» газ более охотно огибает зоны тепловыделения, что напрямую связано с более высоким разогревом в этом случае.

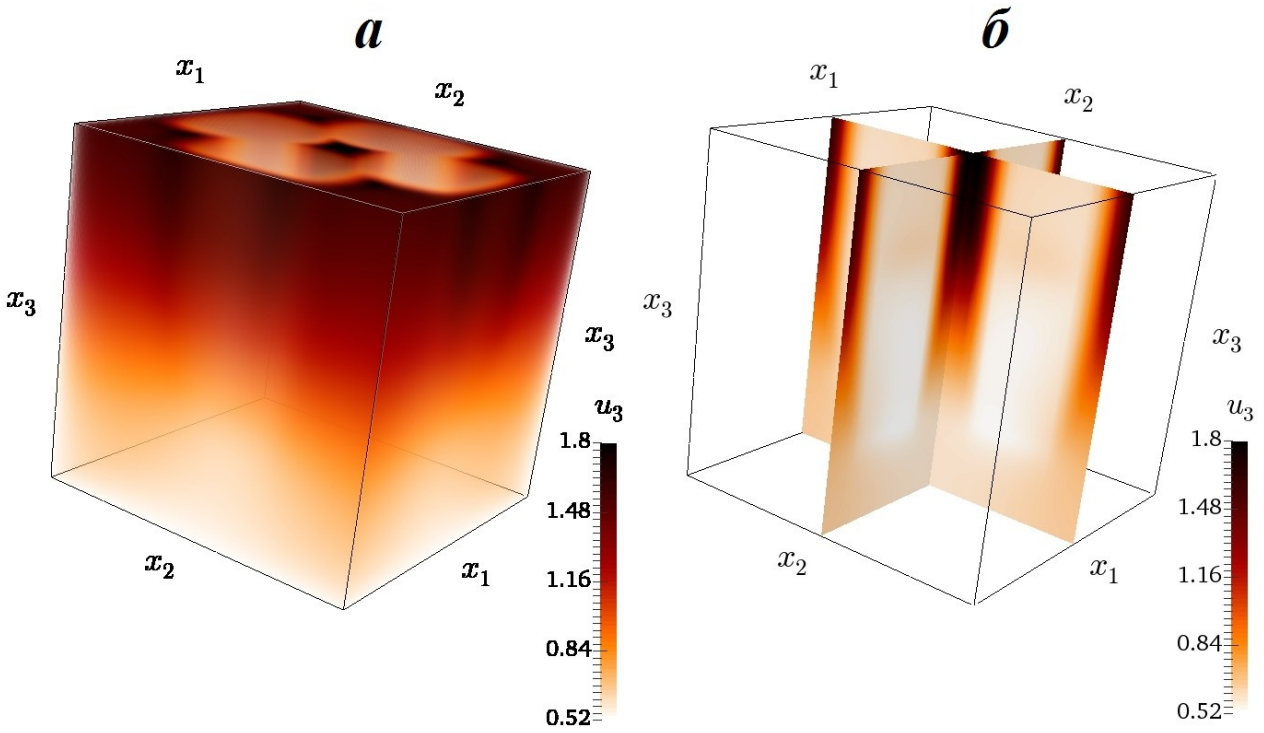

Рисунок 4.13 – Вертикальная компонента скорости фильтрации газа в пористом объекте «типа А2» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

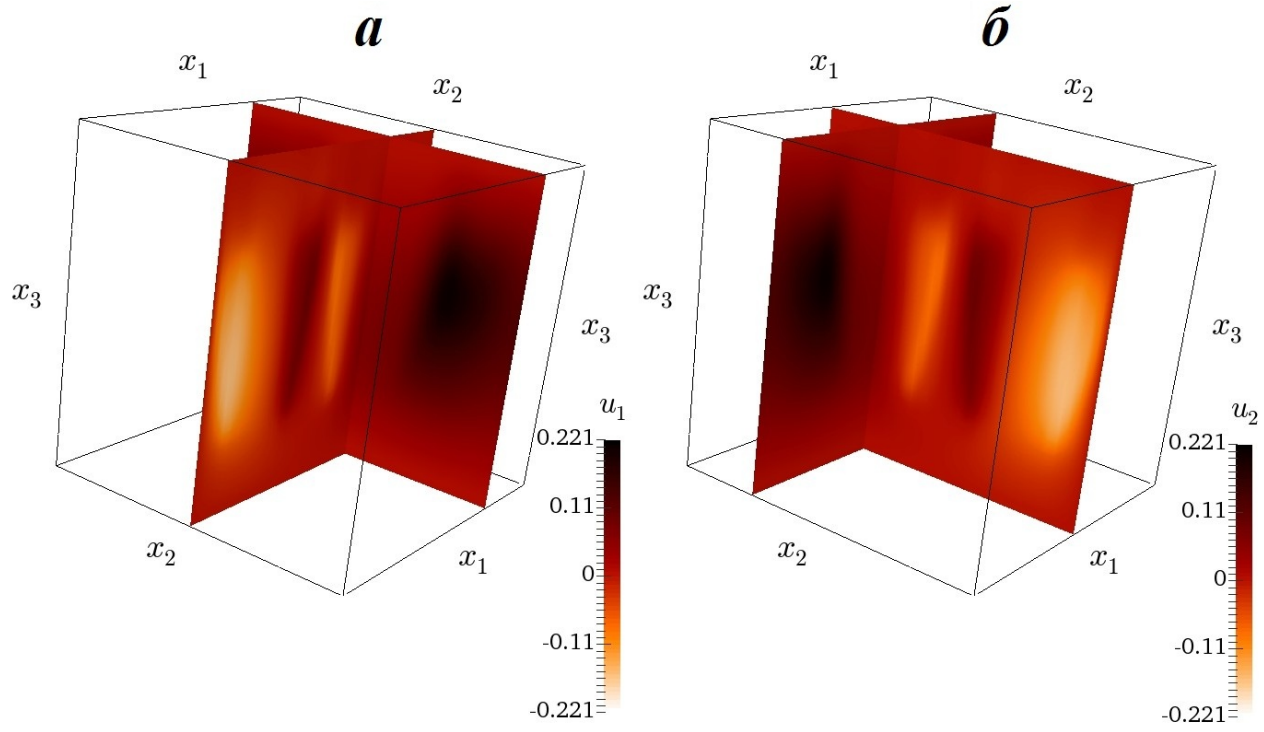

Рисунок 4.14 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа А2» через t = 48 после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Действительно, если сравнить максимальные температуры в пористых объектах «типа А1» и «типа А2», то можно увидеть их заметное различие. Это наглядно демонстрирует рисунок 4.15, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды в наиболее горячих зонах этих пористых объектов. Несмотря на то, что суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении обеих пористых объектов совпадает, а отличается только лишь распределение энерговыделения по сечению, этого оказывается достаточным для заметного изменения температур.

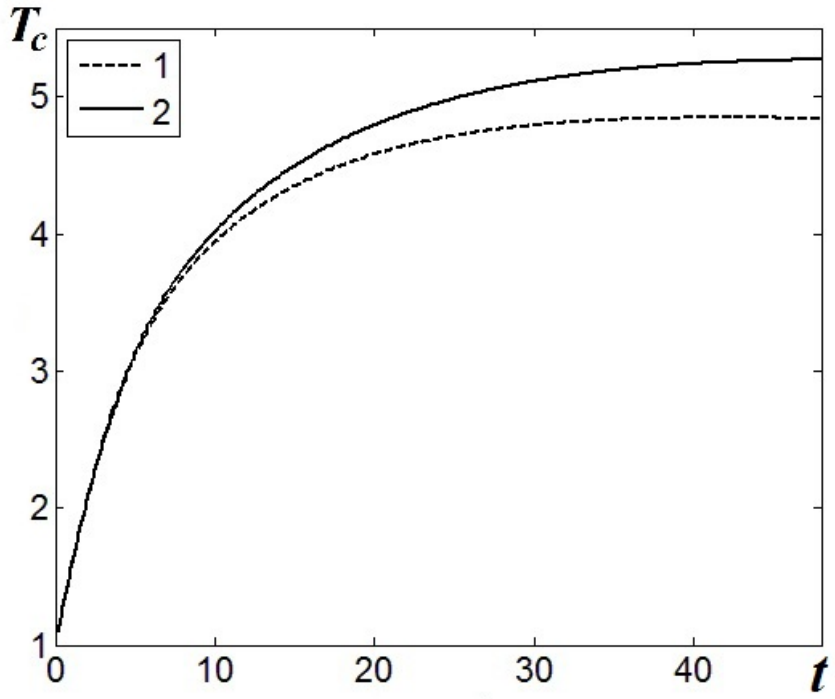

Рисунок 4.15 – Изменение со временем максимальной температуры твердой среды в пористых объектах «типа А1» (1) и «типа А2» (2)

Таким образом, на общий разогрев пористого объекта влияют не только высота и ширина очагов тепловыделения и их удаленность от входа в объект, как это показано в предыдущей главе, но и распределение в горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности.

Далее рассмотрим два пористых объектах, которые, как и только что рассмотренные объекты, имеют форму куба со стороной H с непроницаемыми боковыми стенками и открытыми верхними и нижними горизонтальными

гранями, но в каждом из которых по-разному располагаются восемь источников энерговыделения в форме куба со сторонами равными $H/4$ (рисунок 4.16). Пусть все эти источники имеют одинаковую интенсивность энерговыделения, тогда суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении обеих пористых объектов снова совпадает. Будем далее в настоящем параграфе называть пористым объектом «типа Б1» объект, изображенный на рисунке 4.16а, и пористым объектом «типа Б2» объект, изображенный на рисунке 4.16б.

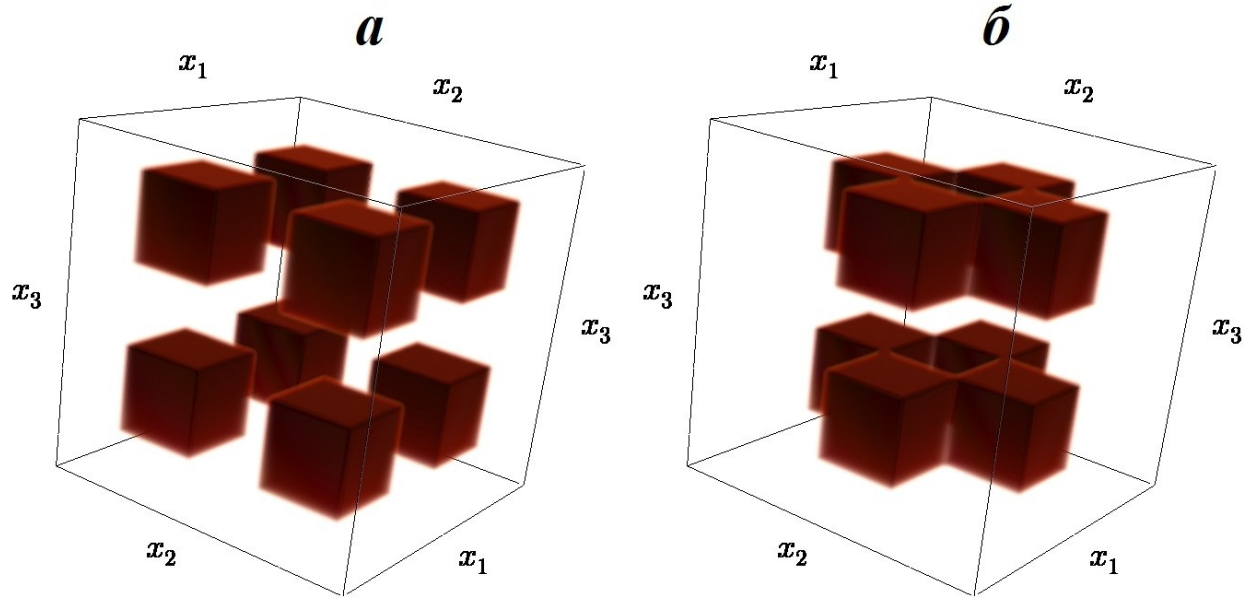

Рисунок 4.16 – Схемы пористых объектов с источниками энерговыделения «типа Б1» (а) и «типа Б2» (б)

Решим для таких объектов рассмотренную выше задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе. Будем вновь использовать безразмерные параметры (2.7), а краевые условия определять из (4.2) при значениях (4.8).

При указанных параметрах и краевых условиях в пористых объектах как «типа Б1», так и «типа Б2» через определенное время также устанавливаются стационарные состояния (точнее – квазистационарные). Рассмотрим подробнее процессы в пористом объекте «типа Б1». На рисунке 4.17 показана температура твердой среды в таком объекте через t = 48 (что соответствует 48 часам

размерного времени) после начала процесса; к этому моменту времени квазистационарный режим охлаждения уже установился. Вновь видно, что в окрестностях боковых стен и в центральной области между зонами тепловыделения пористая среда остается достаточно холодной. Интенсивный разогрев происходит в областях энерговыделения и выше их. На верхних границах нижних очагов энерговыделения заметен локальный пик температуры твердой среды – выше этой границы твердая фаза резко снижает свою температуру. Верхние очаги энерговыделения разогреваются значительно сильнее нижних, на их верхних границах температура максимальна.

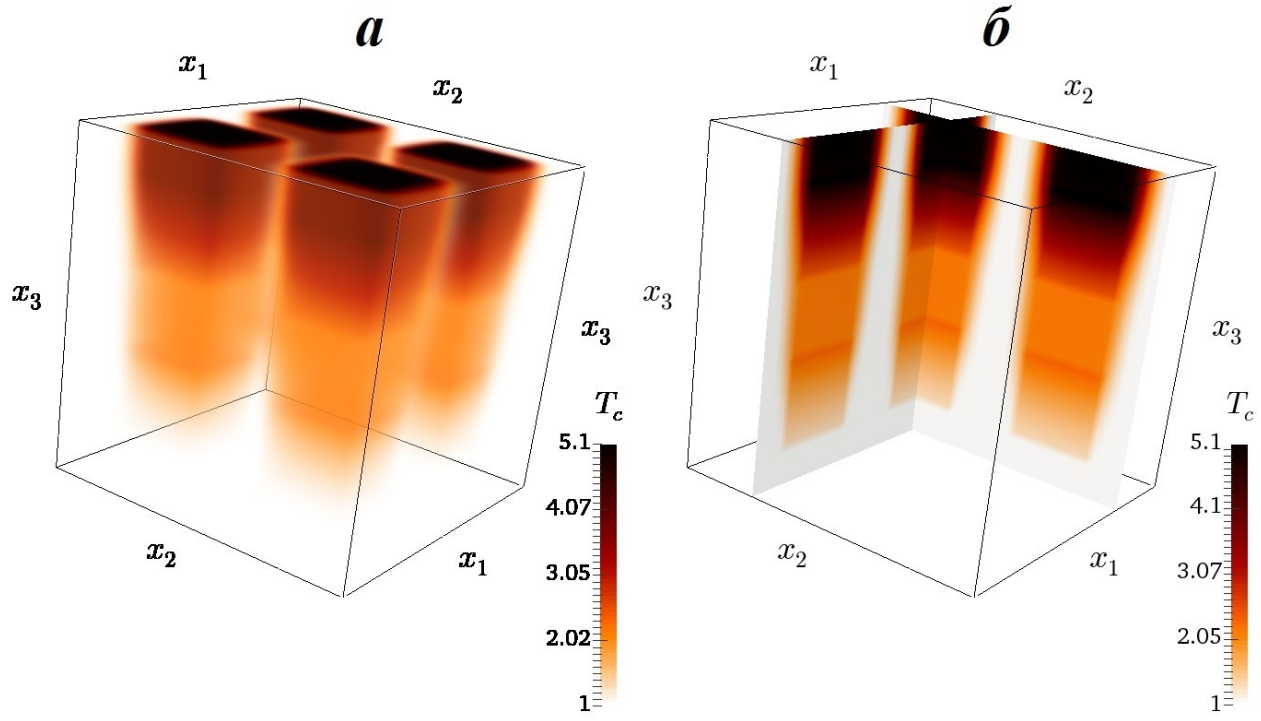

Рисунок 4.17 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа Б1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

В очагах саморазогрева твердой фазы происходит сильный нагрев проходящего газа, за счет чего температура газа в этих областях и выше их оказывается близкой к температуре твердой среды, а в иных областях пористого объекта газ, как и твердая среда, почти не нагревается. Это наглядно

демонстрирует рисунок 4.18, на котором показана температура газа в пористом объекте «типа Б1» через $t = 48$ после начала процесса.

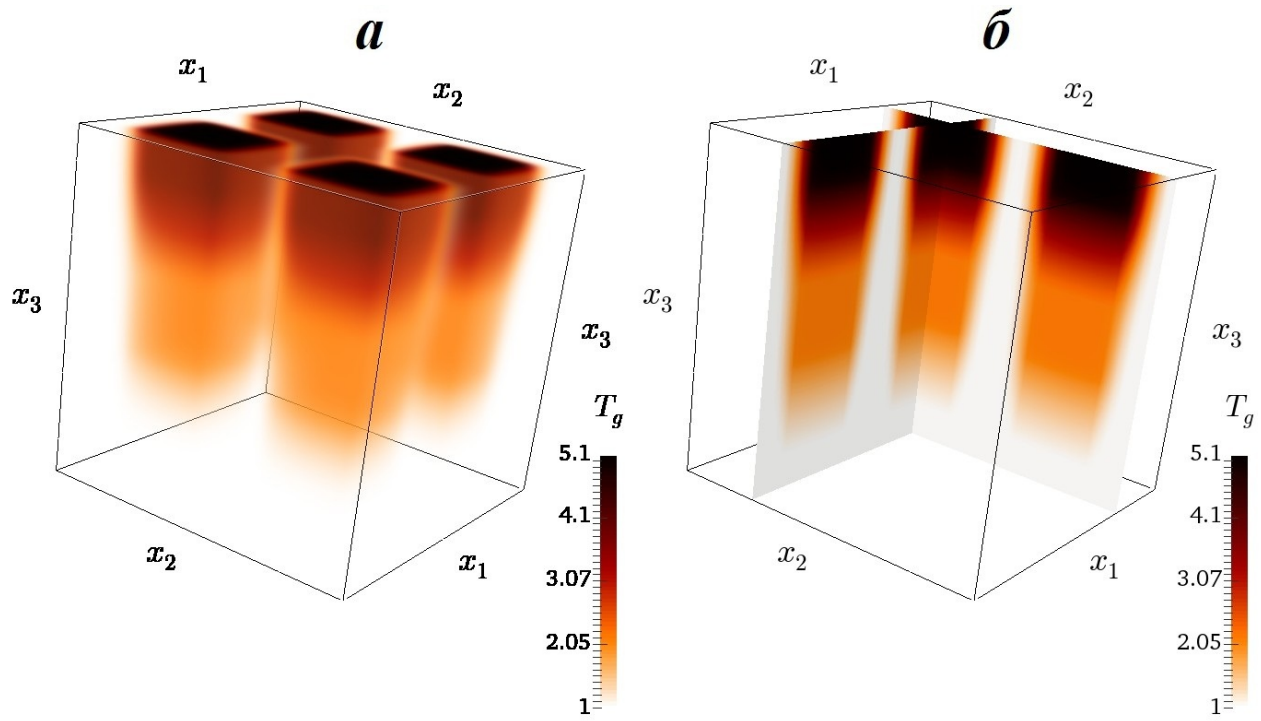

Рисунок 4.18 – Температура газа в пористом объекте «типа Б1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Как и в рассмотренных ранее объектах, здесь также можно увидеть, что плотность газа значительно падает в областях разогрева (рисунок 4.19), и через зоны тепловыделения газ течет разреженным. Степень падения плотности газа соответствует степени его нагрева, так как давление газа все так же плавно убывает с высотой (рисунок 4.20а), а энерговыделение не привносит заметных локальных изменений в профили давления.

Изображение поля скорости фильтрации газа в данном случае также малоинформативно, поэтому для интерпретации данных о скорости фильтрации газа здесь можно изобразить плоскости сечений вертикальной компоненты (рисунок 4.20б) и горизонтальных компонент (рисунок 4.21) вектора скорости фильтрации.

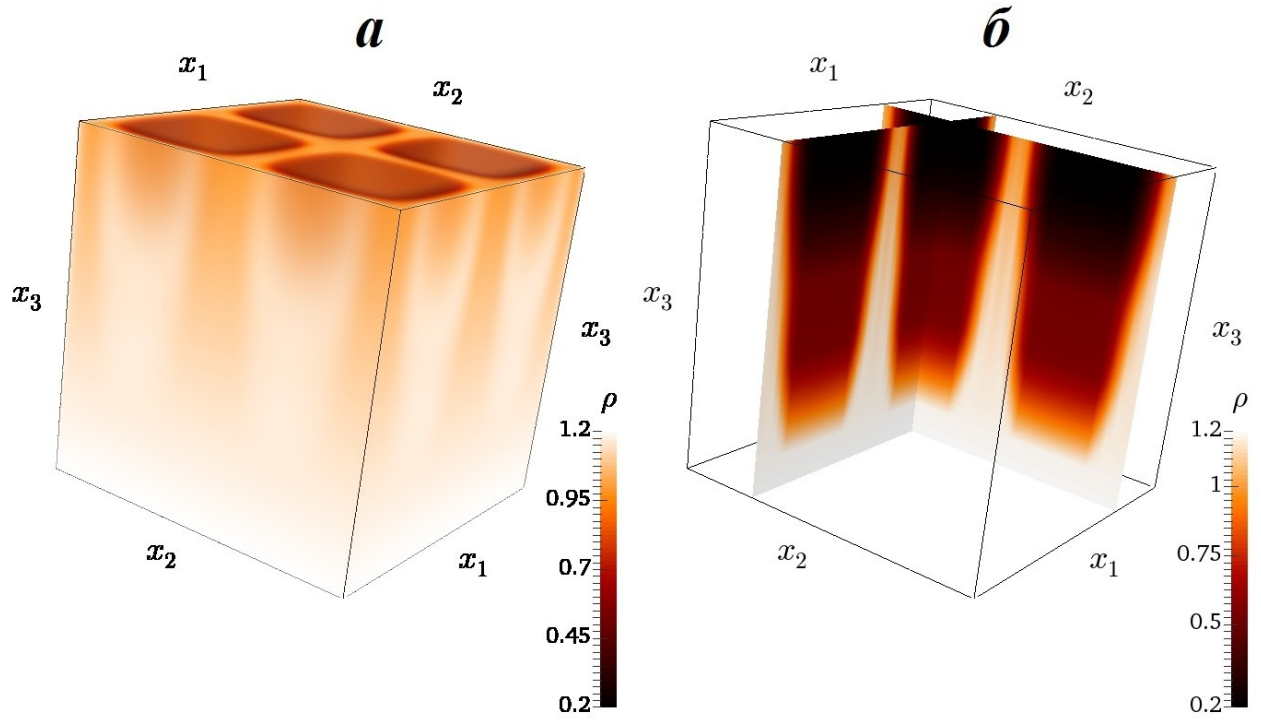

Рисунок 4.19 – Плотность газа в пористом объекте «типа Б1» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

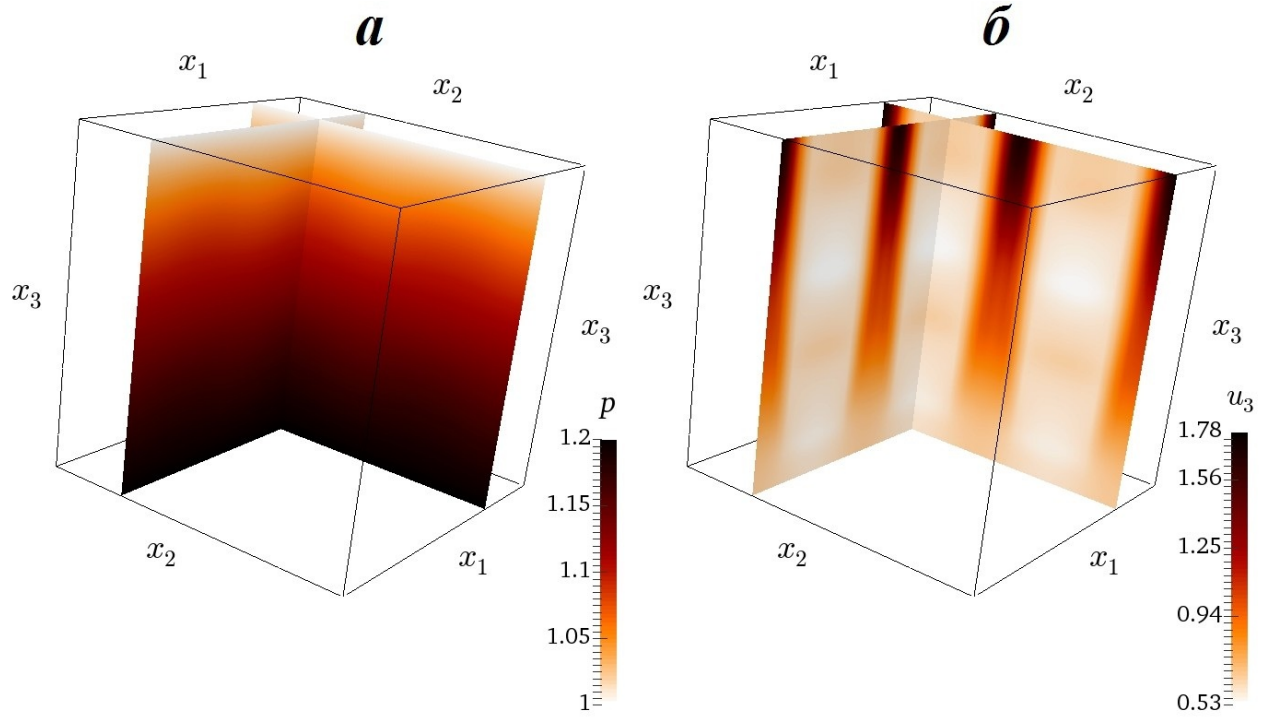

Рисунок 4.20 – Давление газа (а) и вертикальная компонента скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа Б1» через t = 48 после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

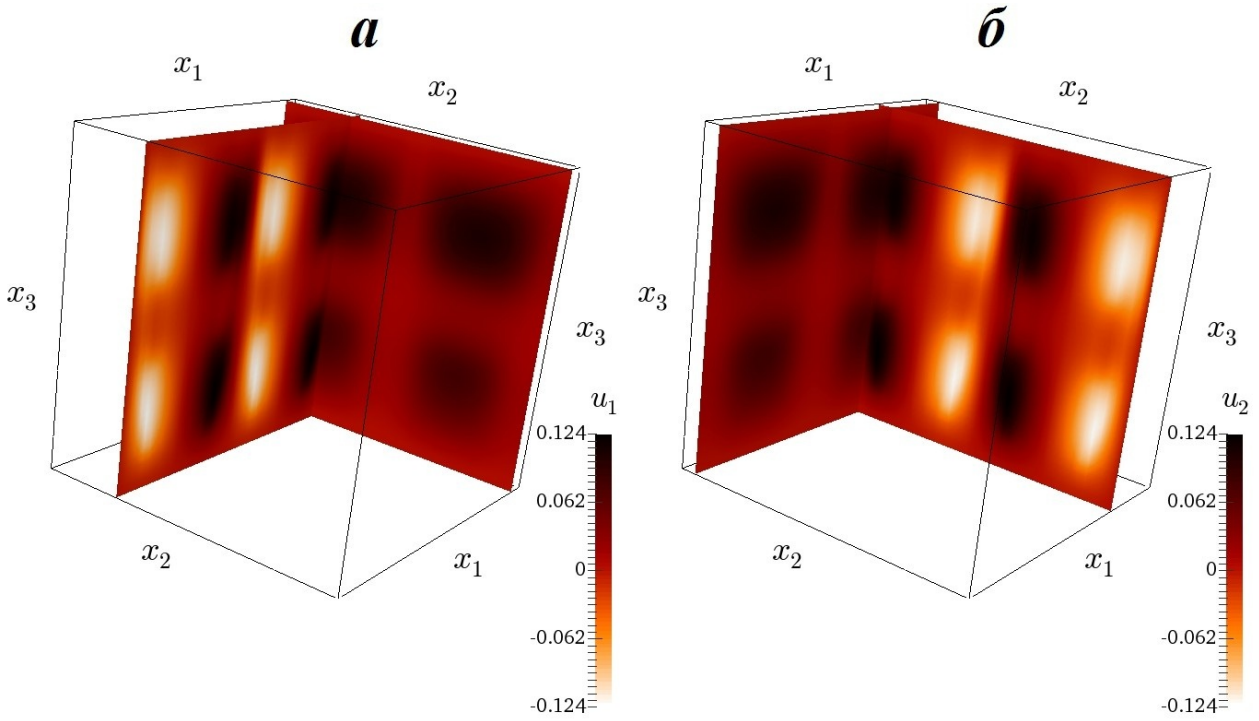

Рисунок 4.21 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа Б1» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Из данных рисунков вновь можно заметить, что газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обогнуть разогретые зоны и течь по более холодным областям в окрестностях боковых стен и в центральной области между очагами энерговыделения. Это подтверждает тезис о том, что газ движется через очаги энерговыделения не только более разреженным, но и более медленно, что еще более негативно влияет на теплоотвод от твердого пористого скелета.

Состояние пористого объекта «типа Б2» при выходе на квазистационарный режим наглядно демонстрируют рисунки 4.22 – 4.24, на которых показаны температура твердой среды, плотность газа и компоненты скорости фильтрации в этом объекте через $t = 48$ после начала процесса. Можно заметить, что по сравнению с пористым объекте «типа Б1», максимальные значения компонент скорости фильтрации в пористом объекте «типа Б2» оказываются выше, то есть газ более охотно огибает зоны тепловыделения, что напрямую связано с более высоким разогревом в этом случае.

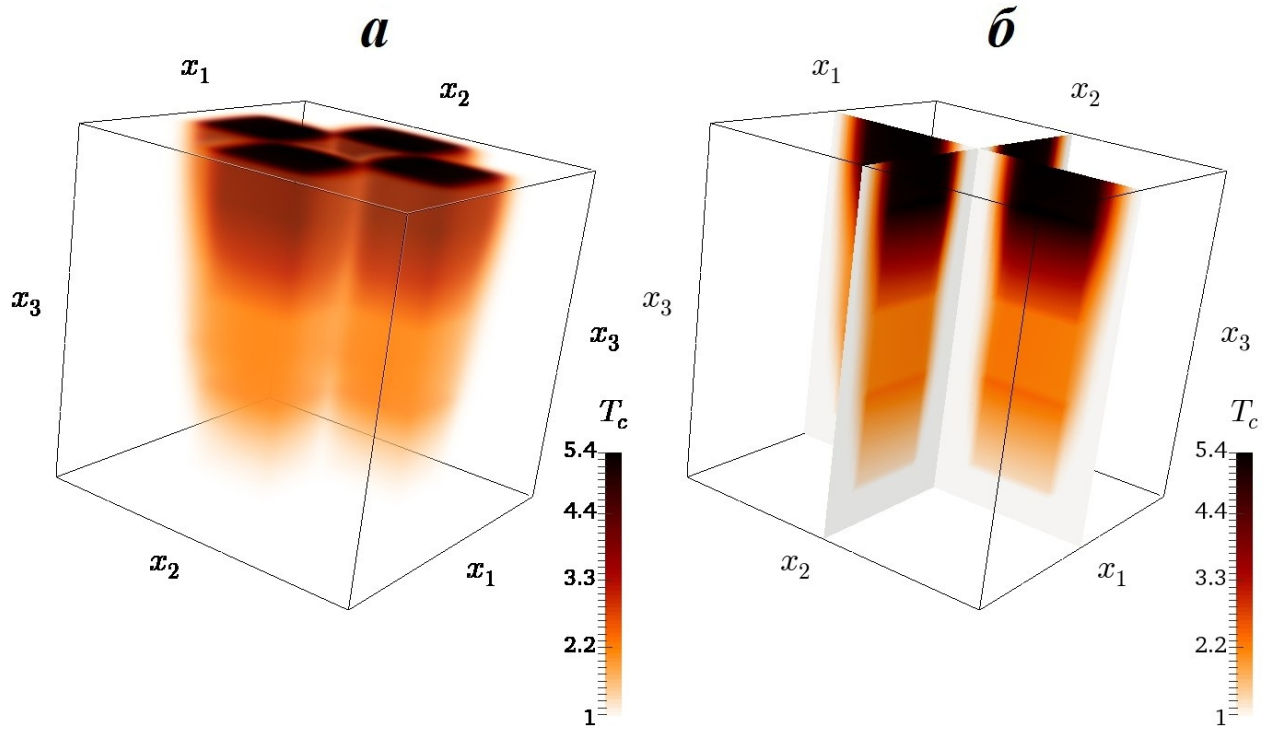

Рисунок 4.22 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа Б2» через t = 48 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

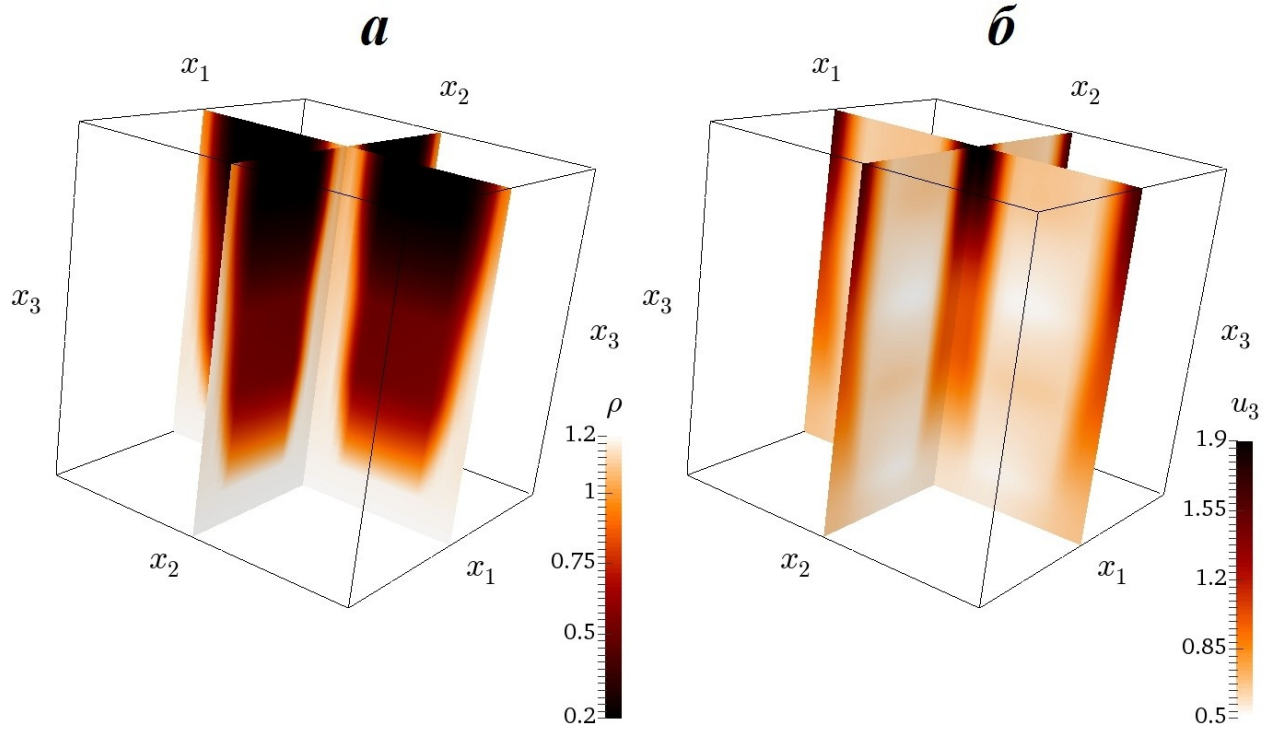

Рисунок 4.23 – Плотность газа (а) и вертикальная компонента скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа Б2» через t = 48 после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

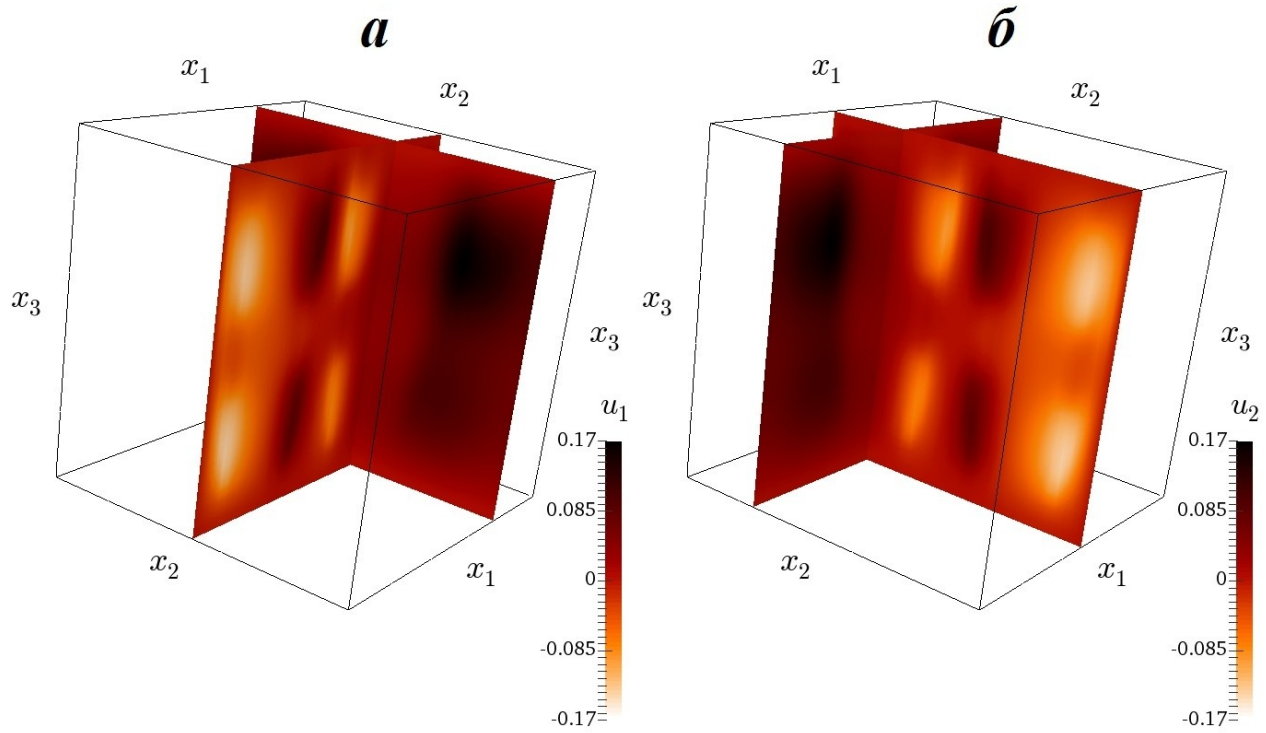

Рисунок 4.24 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа Б2» через $t = 48$ после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Действительно, максимальная температура в пористом объекте «типа Б2» при установлении квазистационарного режима оказывается заметно выше, чем в пористом объекте «типа Б1». Это наглядно демонстрирует рисунок 4.25, на котором показано изменение со временем температуры твердой среды в наиболее горячих зонах этих пористых объектов. Вновь можно увидеть, что если суммарное тепловыделение в любом горизонтальном сечении рассматриваемых пористых объектов одинаково, но при этом есть отличия только лишь в распределении энерговыделения по данному сечению, то этого может оказаться достаточным, чтобы температура и иные параметры в данных пористых объектах заметно отличались.

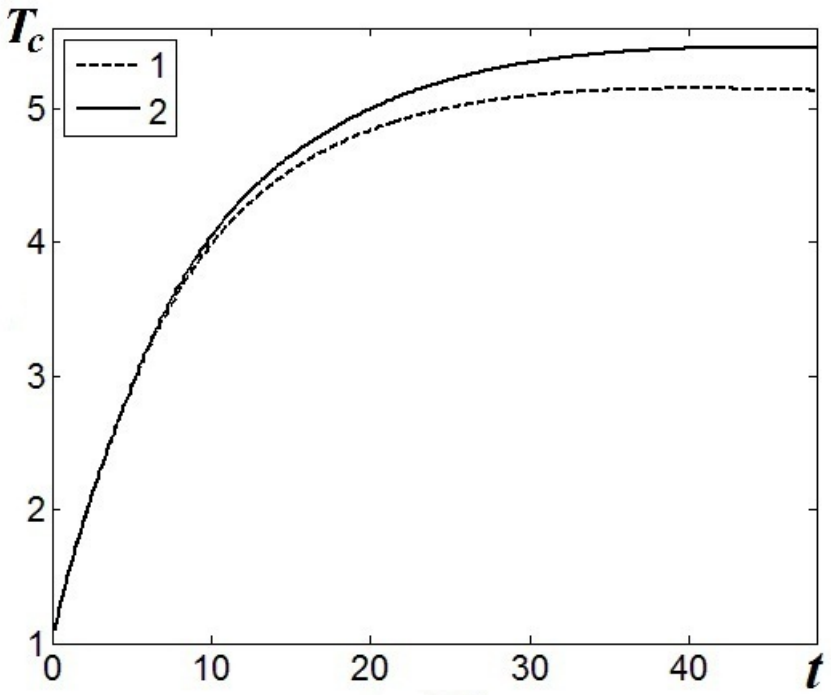

Рисунок 4.25 – Изменение со временем максимальной температуры твердой среды в пористых объектах «типа Б1» (1) и «типа Б2» (2)

Таким образом, можно сделать следующие выводы. В пористых трехмерных объектах с различным распределением очагов тепловыделения интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в областях энерговыделения и выше их по потоку. В разогретых зонах наблюдается падение как плотности газа, так и скорости фильтрации – газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится обогнуть нагретые зоны и течь по более холодным областям. В числе других факторов на общий разогрев объекта влияет также распределение в горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности.

4.3. Охлаждение трехмерных пористых саморазогревающихся объектов при боковом вдуве газа

Как уже упоминалось выше, конфигурация проницаемых и непроницаемых границ пористых объектов с источниками энерговыделения, возникающих в результате катастроф, может быть самой разнообразной. Описанный в параграфе 4.1 алгоритм может применяться для исследования процессов в пористых

объектах с различной геометрией границы. Для примера рассмотрим движение газа в поле силы тяжести через пористый саморазогревающийся объект, имеющий форму куба со стороной H, у которого открытыми являются верхняя горизонтальная грань и нижняя часть одной из боковых стенок, а все остальные поверхности объекта являются непроницаемыми. Пусть открытая нижняя часть одной из боковых стенок будет иметь прямоугольную форму длиной H и шириной (высотой) $0.2H$, она будет являться входной частью объекта, то есть через эту проницаемую поверхность будет нагнетаться (вдуваться) воздух, который будет проходить через пористую среду и выходить через открытую верхнюю горизонтальную грань. Такой пористый объект схематично изображен на рисунке 4.26а, при этом открытые проницаемые поверхности объекта выделены цветом, а непроницаемые поверхности на рисунке остаются прозрачными. Рассмотрим несколько случаев. Во-первых, будем полагать, что энерговыделение в таком пористом объекте равномерно распределено по всему объекту; такой объект будем в настоящем параграфе называть пористым объектом «типа В1» – он изображен на рисунке 4.26а, область энерговыделения цветом не выделяется, а выделяются только открытые проницаемые поверхности объекта. Во-вторых, будем полагать, что источник энерговыделения в рассматриваемом пористом объекте имеет форму куба со сторонами равными $H/2$, который расположен у центральной части нижнего основания объекта; такой объект будем в настоящем параграфе называть пористым объектом «типа В2» – он изображен на рисунке 4.26б, цветом выделены область энерговыделения и открытые проницаемые поверхности объекта. Третий и четвертый случаи отличаются от второго тем, что источник энерговыделения расположен выше – соответственно, в центре пористого объекта («тип В3» – изображен на рисунке 4.26в, цветом выделены область энерговыделения и открытые проницаемые поверхности объекта) и у центральной части верхнего основания объекта («тип В4» – изображен на рисунке 4.26г, цветом выделены область энерговыделения и открытые проницаемые поверхности объекта).

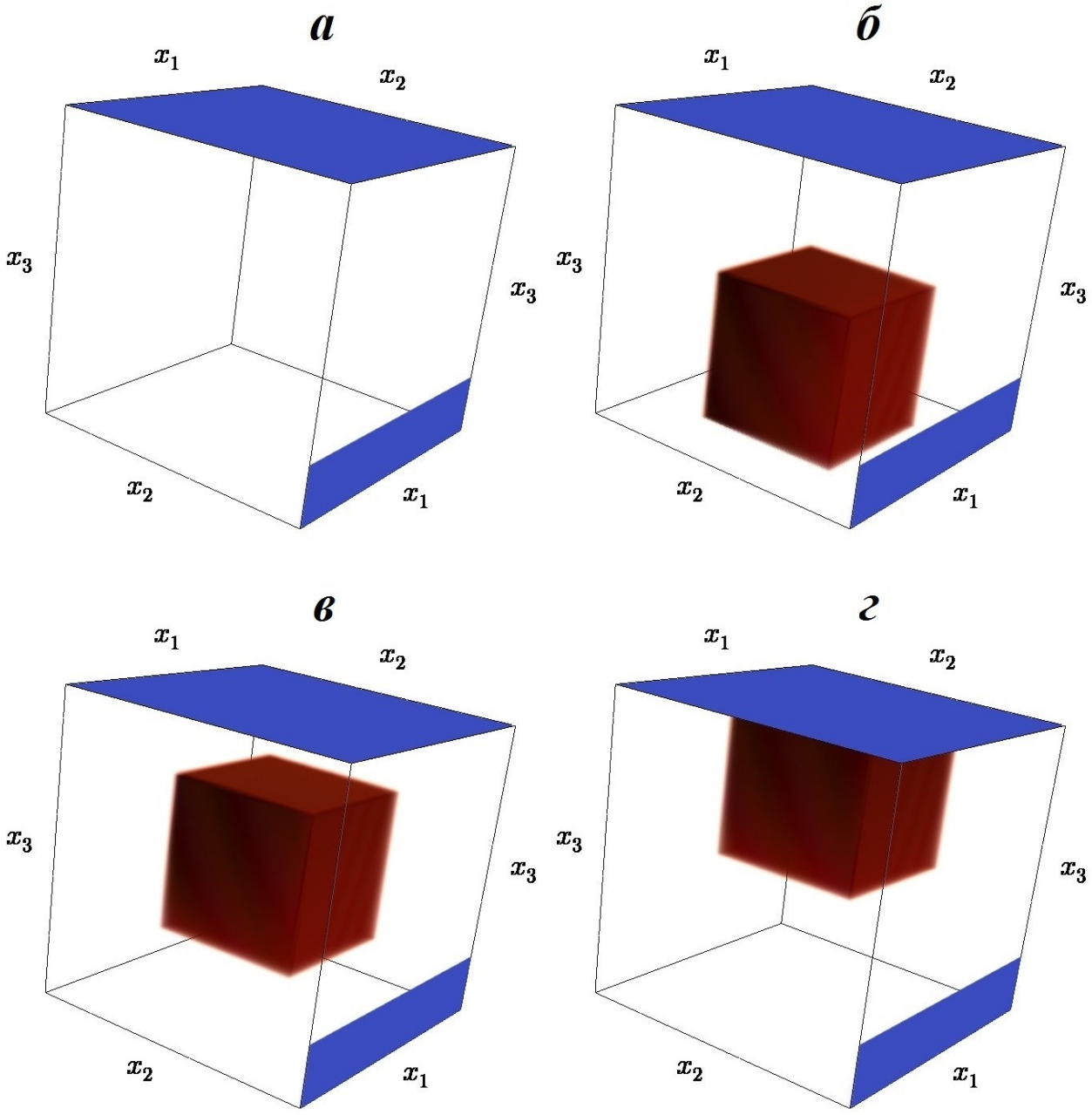

Рисунок 4.26 – Схемы пористых объектов с боковым вдувом «типа В1» (а), «типа В2» (б), «типа В3» (в) и «типа В4» (г)

Решим для таких объектов задачу о включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой среде. Пусть до начального момента времени энерговыделения не происходит, давление на входе в объект (на открытой нижней части одной из боковых стенок) и на выходе из него (на открытой верхней горизонтальной грани) соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте

отсутствует. В начальный момент времени начинается тепловыделение в твердой фазе и одновременно давление газа на входе в объект очень быстро растет до определенного значения и, достигая его, остается неизменным. Для решения данной задачи используется описанный в параграфе 4.1 алгоритм. Будем вновь использовать безразмерные параметры (2.7), а краевые условия определять из (4.2) при следующих значениях:

$$p_0\big|_{(x_2=0)\cap(x_3\in[0;\,0.2])}=1.5\,,\quad T_{g0}=1\,,\quad p_0\big|_{x_3=1}=1\,. \tag{4.9}$$

Рассмотрим подробнее процессы в пористом объекте «типа B1». При указанных параметрах и краевых условиях происходит неограниченный разогрев тепловыделяющего объекта, который неизбежно закончится расплавлением твердой фазы и нарушением описанного процесса охлаждения. На рисунке 4.27 показана температура твердой среды в таком объекте через t = 10 (что соответствует 10 часам размерного времени) после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга и двух плоскостей сечений.

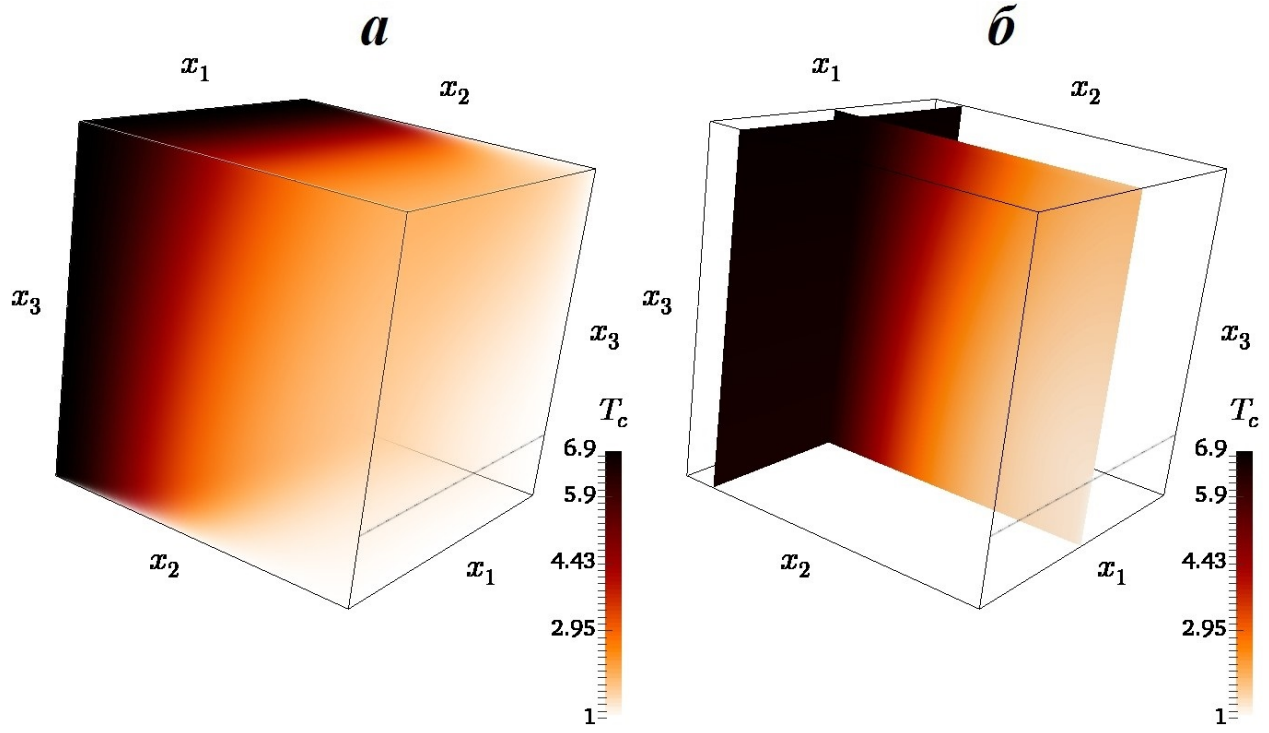

Рисунок 4.27 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа B1» через t = 10 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Как видно из рисунка, температура пористого скелета возрастает при удалении от входного отверстия в объект и при приближении к противоположной входу стенке. Заметим, что в данном случае все искомые величины не зависят от координаты x_1, задача фактически является двумерной, так как влияние боковых граней при $x_1 = 0$ и $x_1 = 1$ пренебрежимо мало. В окрестности боковой грани, через которую происходит вдув газа, пористая среда остается достаточно холодной, а наиболее интенсивный нагрев происходит у противоположной этой грани стенке. С высотой температура твердой среды изменяется не очень сильно, значительный рост происходит вдоль горизонтальной координаты x_2.

Температура газа очень близка к температуре твердой фазы – аналогично газ остается достаточно холодным близ боковой грани, содержащей входное отверстие, и значительно разогревается у противоположной ей боковой грани. Это наглядно демонстрирует рисунок 4.28, на котором показана температура газа в пористом объекте «типа В1» через t = 10 после начала процесса.

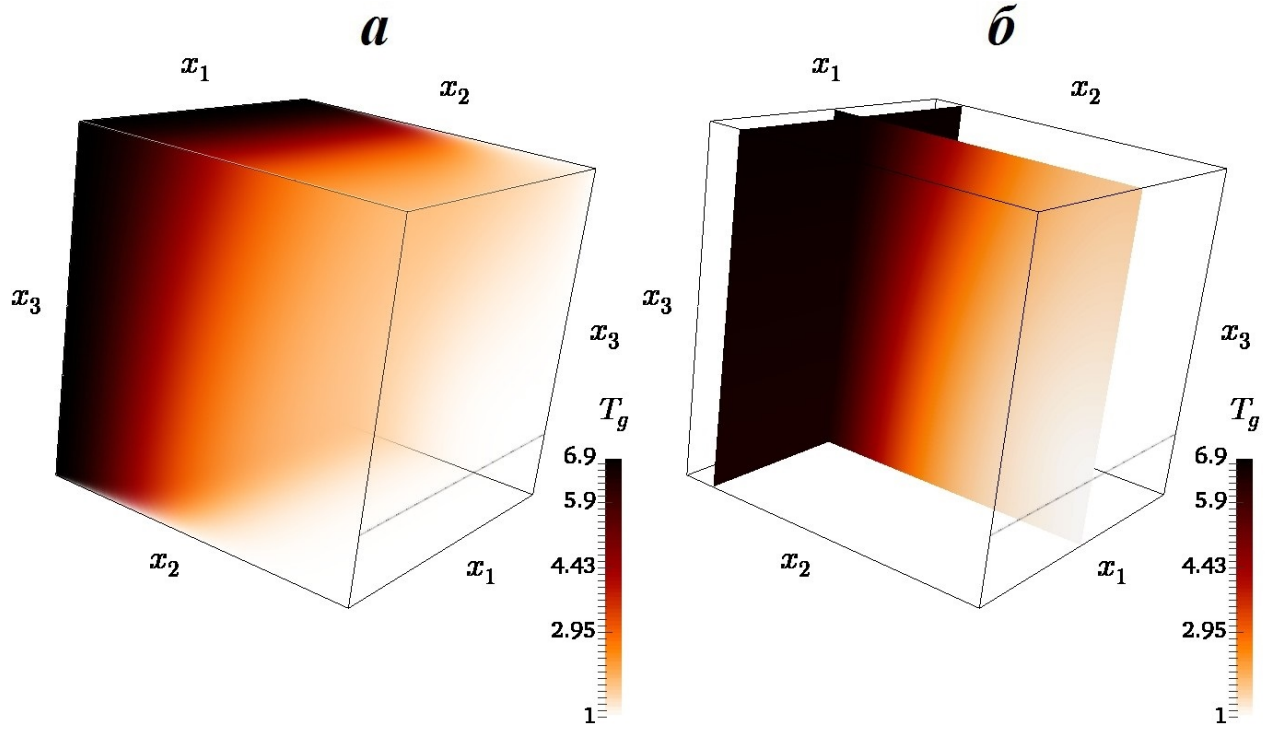

Рисунок 4.28 – Температура газа в пористом объекте «типа В1» через t = 10 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Там, где газ разогрет, его плотность, как всегда, сильно падает (рисунок 4.29), и через наиболее разогретые области пористого объекта газ течет сильно разреженным, что ухудшает теплоотвод от твердой саморазогревающейся среды.

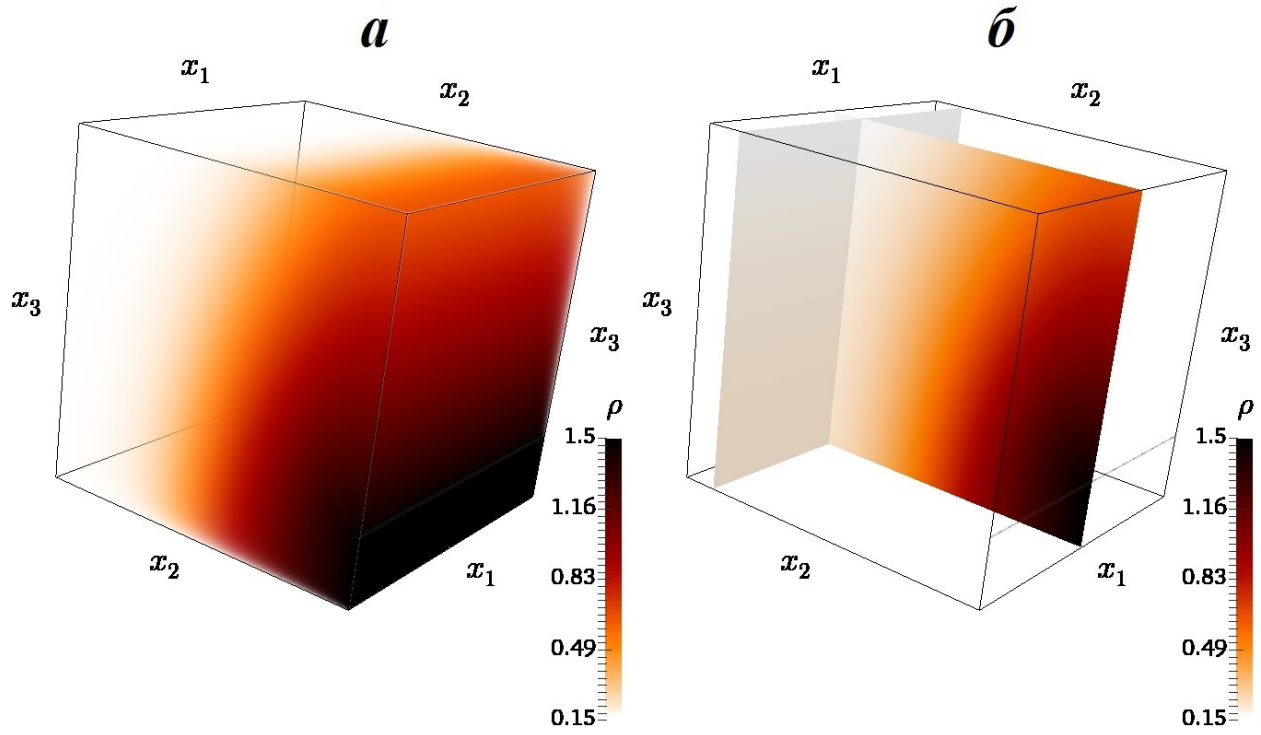

Рисунок 4.29 – Плотность газа в пористом объекте «типа B1» через t = 10 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Давление газа, в отличие от температуры, изменяется в основном с высотой, а вдоль горизонтальной координаты x_2 изменение давления не столь существенно и хорошо заметно только в нижней части объекта (рисунок 4.30а). Такие распределения искомых величин по пористому объекту обусловлены направлениями газовых потоков – вдуваемый горизонтально газ быстро закручивается вверх, и основная часть газа проходит вдоль боковой стенки, содержащей входное отверстие, а к противоположной стенке доходит гораздо меньше газа. Это наглядно демонстрируют рисунки 4.30б – 4.32, на которых показаны поле скорости фильтрации газа, а также ее вертикальная и ненулевая горизонтальная компонента.

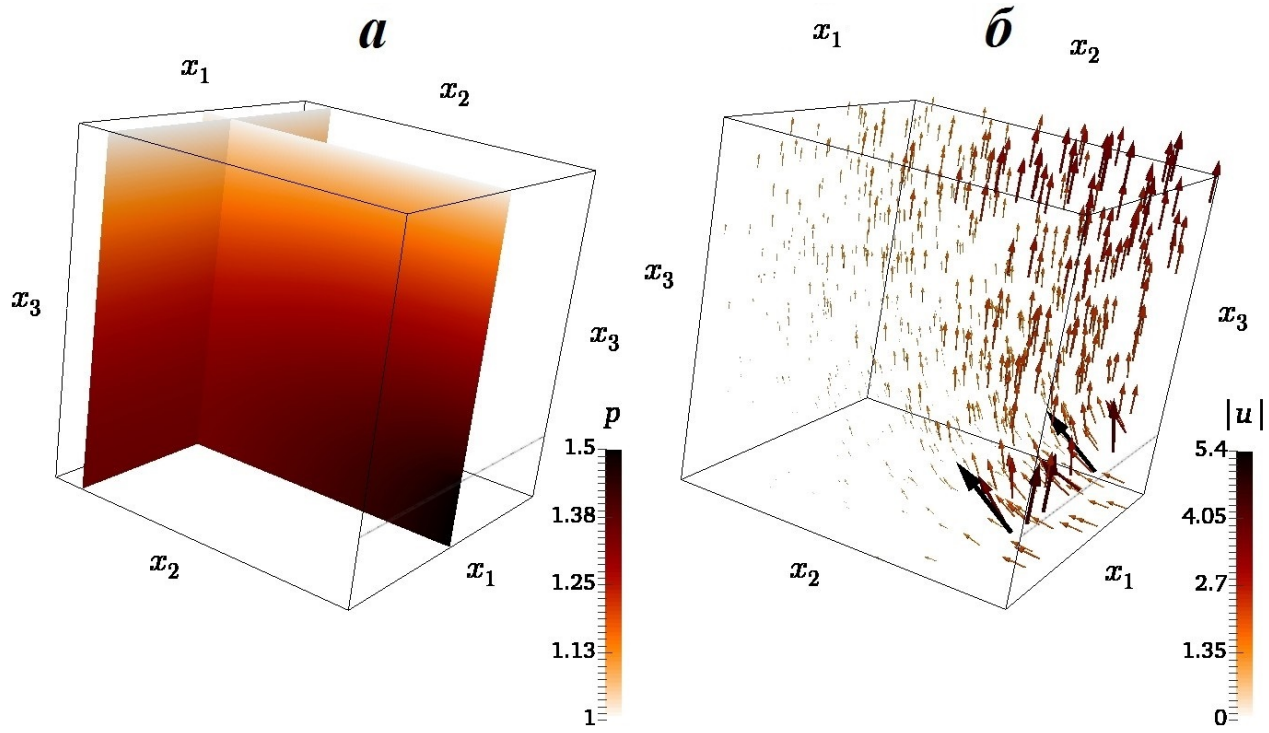

Рисунок 4.30 – Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа B1» через t = 10 после начала процесса

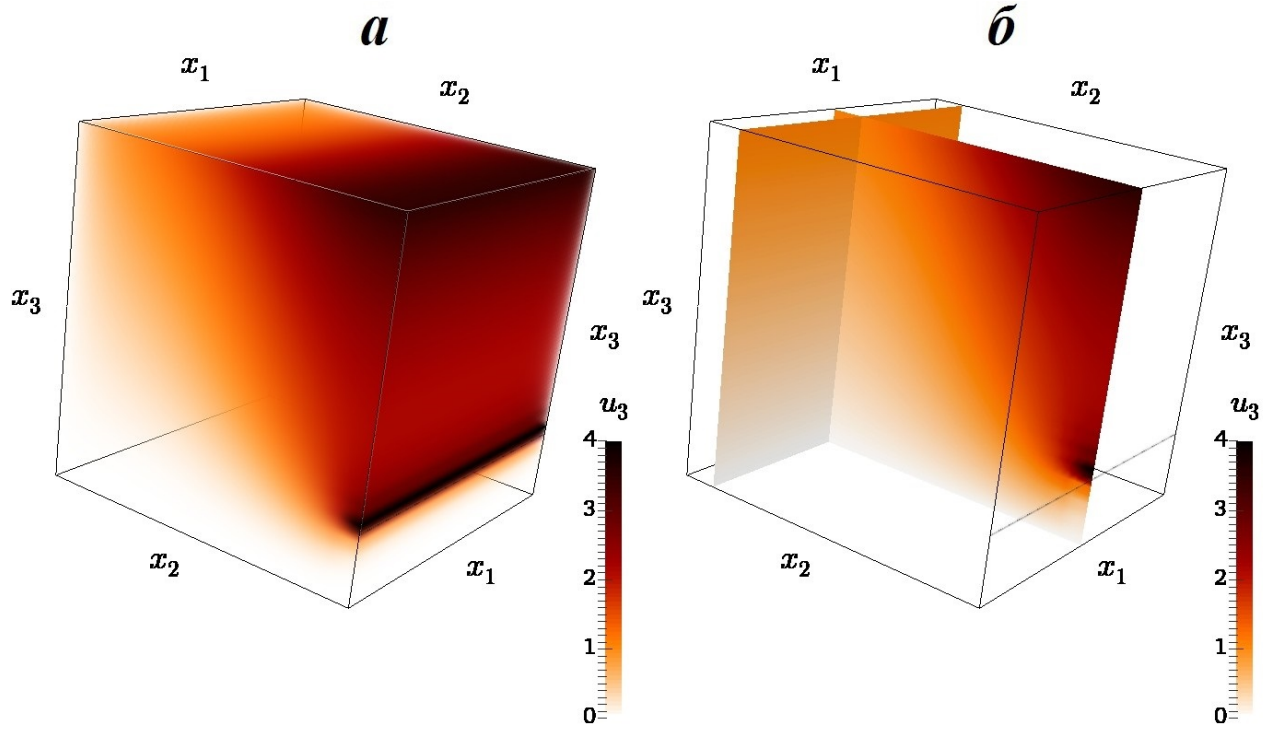

Рисунок 4.31 – Вертикальная компонента скорости фильтрации газа в пористом объекте «типа B1» через t = 10 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

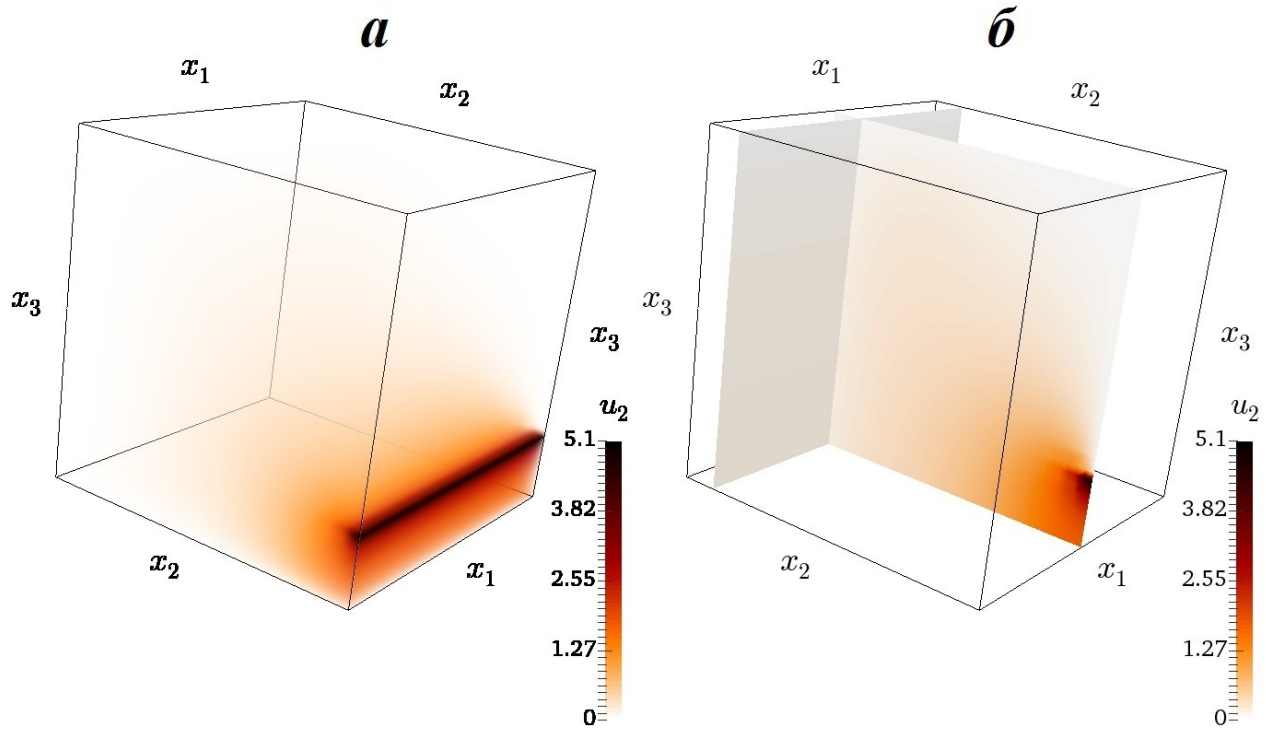

Рисунок 4.32 – Горизонтальная компонента скорости фильтрации газа, направленная вдоль x_2, в пористом объекте «типа B1» через t = 10 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Как и в других пористых объектах с равномерным распределением источников энерговыделения, рассмотренных в предыдущей главе, здесь также видно, что в тех областях объекта, через которые проходит больше газа, охлаждение происходит заметно лучше – температура там меньше, а плотность оказывается выше, чем в областях с более медленным движением газа.

Заметим, что когда происходит не боковой вдув газа, а его поступление в пористый объект через нижнюю открытую грань с тем же давлением, при тех же параметрах задачи имеет место установление стационарного режима охлаждения (точнее – квазистационарного). Из этого следует, что положение и размер входного отверстия объекта существенно влияет на режим его охлаждения, вплоть до нарушения стационарного режима и перехода к катастрофическому разогреву.

Перейдем к рассмотрению пористого объекта «типа B2». При параметрах (2.7) и краевых условиях, полученных из (4.2) при значениях (4.9), в объекте этого типа, как и в объектах «типа B3» и «типа B4», через определенное время устанавливаются стационарные состояния (точнее – квазистационарные). Уменьшение по сравнению с объектом «типа B1» размера очага саморазогрева, ведущее к соответствующему уменьшению суммарного энерговыделения, приводит к возможности стабилизации процесса. На рисунках 4.33 – 4.38 показаны температура твердой среды, температура газа, его плотность и давление, поле скорости фильтрации газа и ее компоненты в пористом объекте «типа B2» через $t = 15$ (что соответствует 15 часам размерного времени) после начала процесса; к этому моменту времени уже установился квазистационарный режим охлаждения.

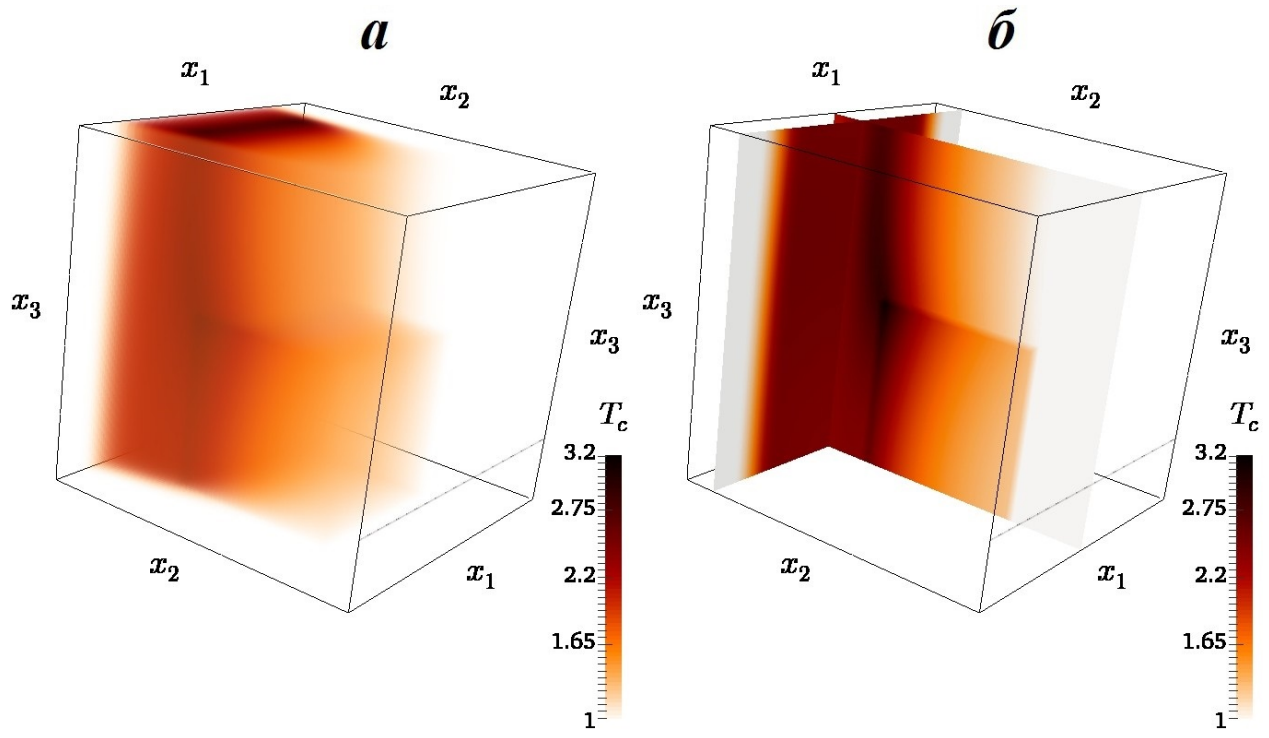

Рисунок 4.33 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа B2» через $t = 15$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

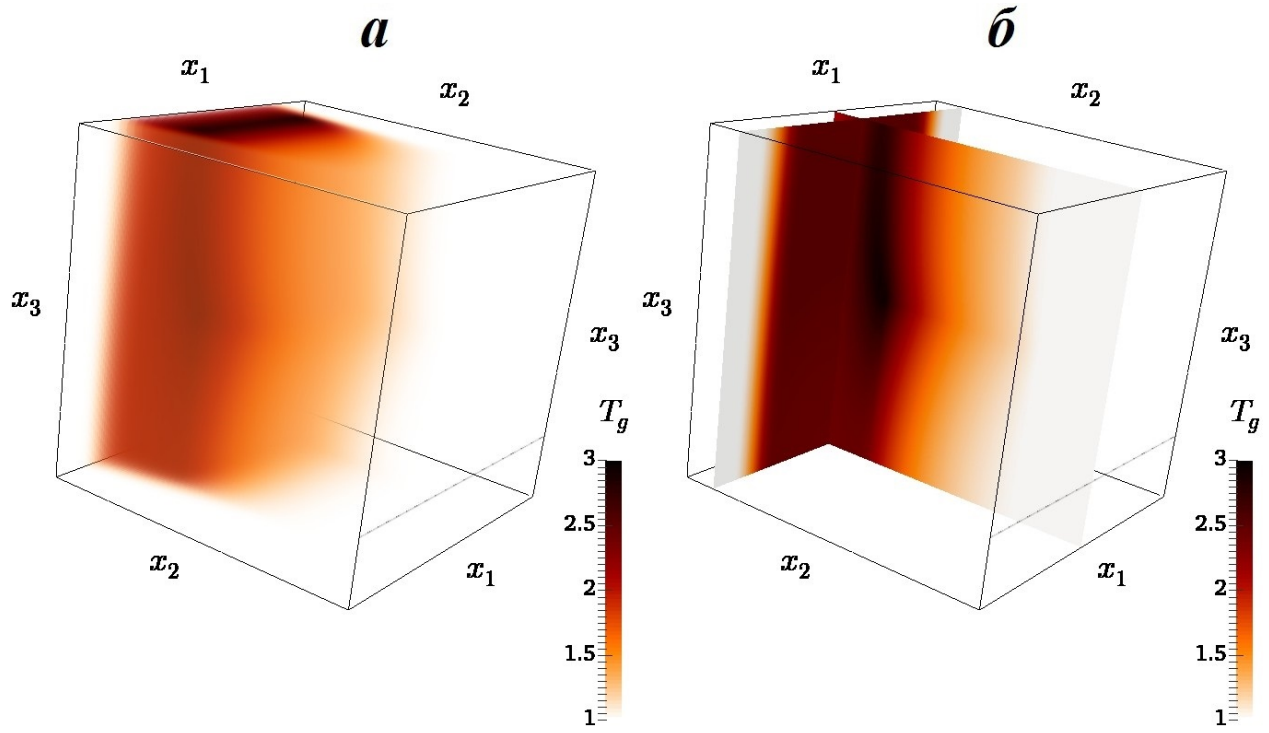

Рисунок 4.34 – Температура газа в пористом объекте «типа B2» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

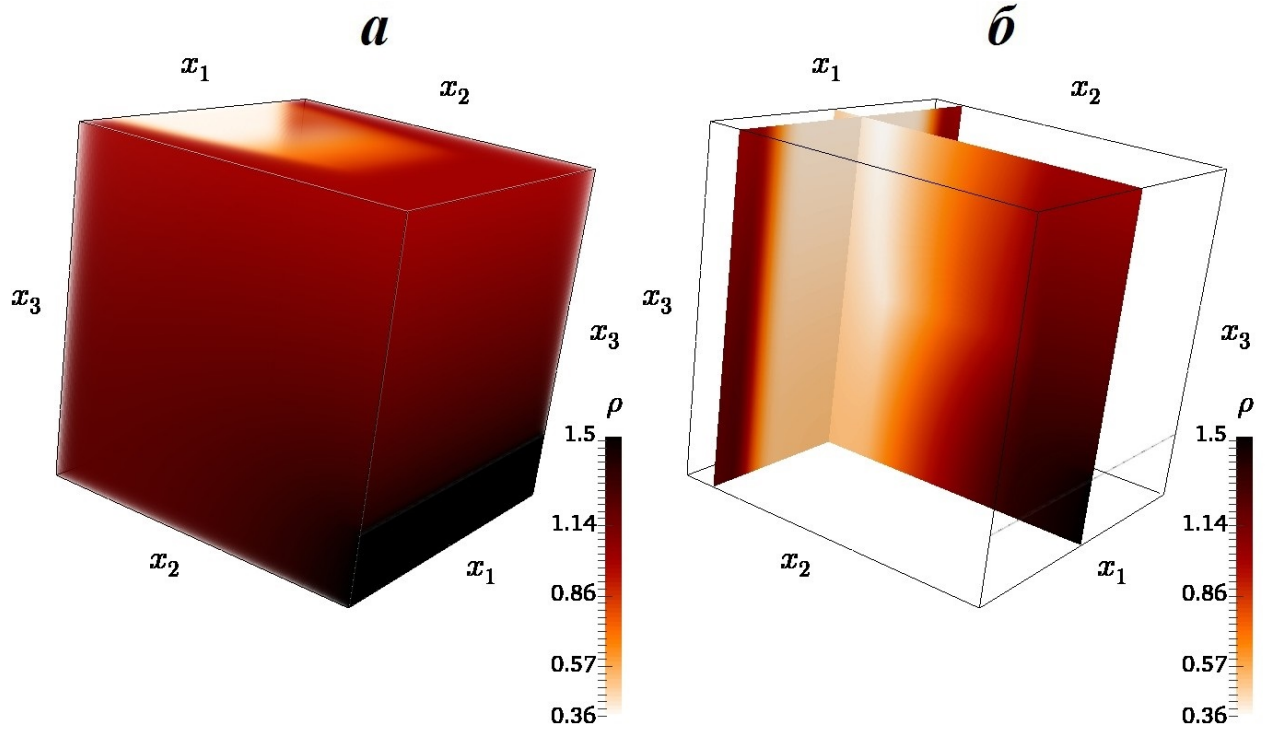

Рисунок 4.35 – Плотность газа в пористом объекте «типа B2» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

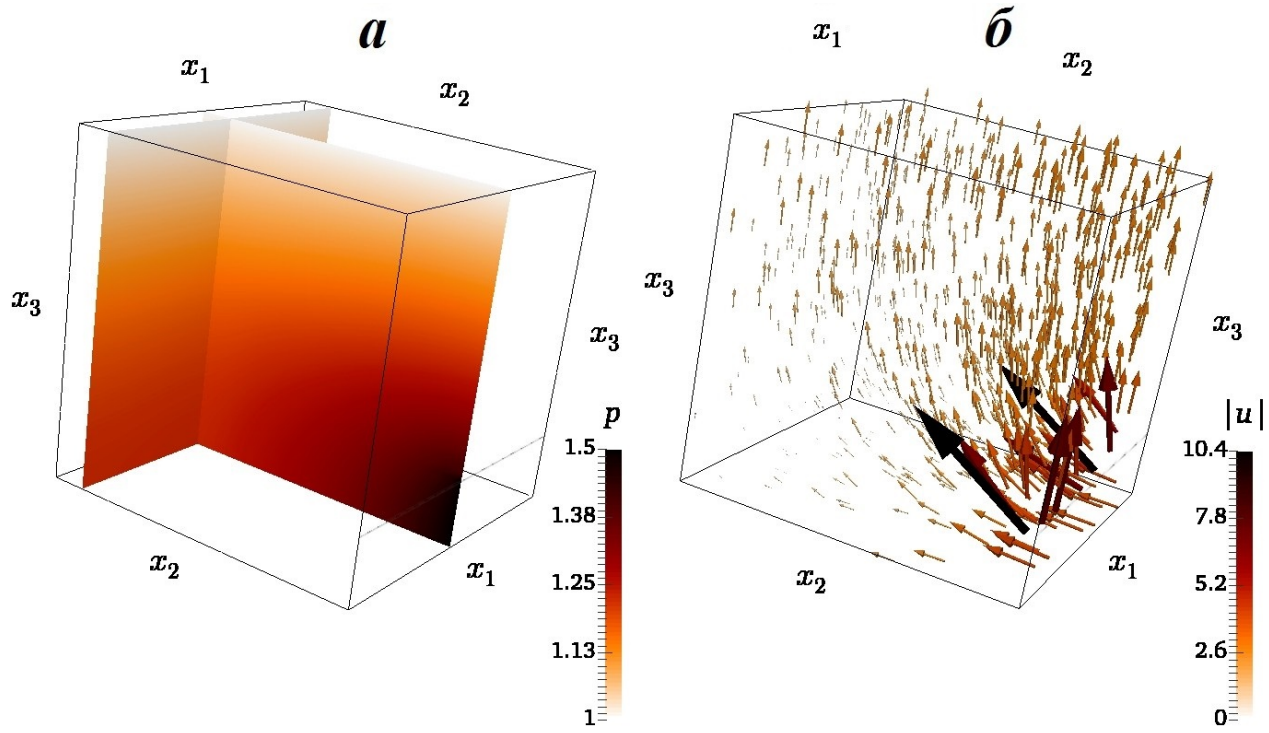

Рисунок 4.36 – Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа B2» через t = 15 после начала процесса

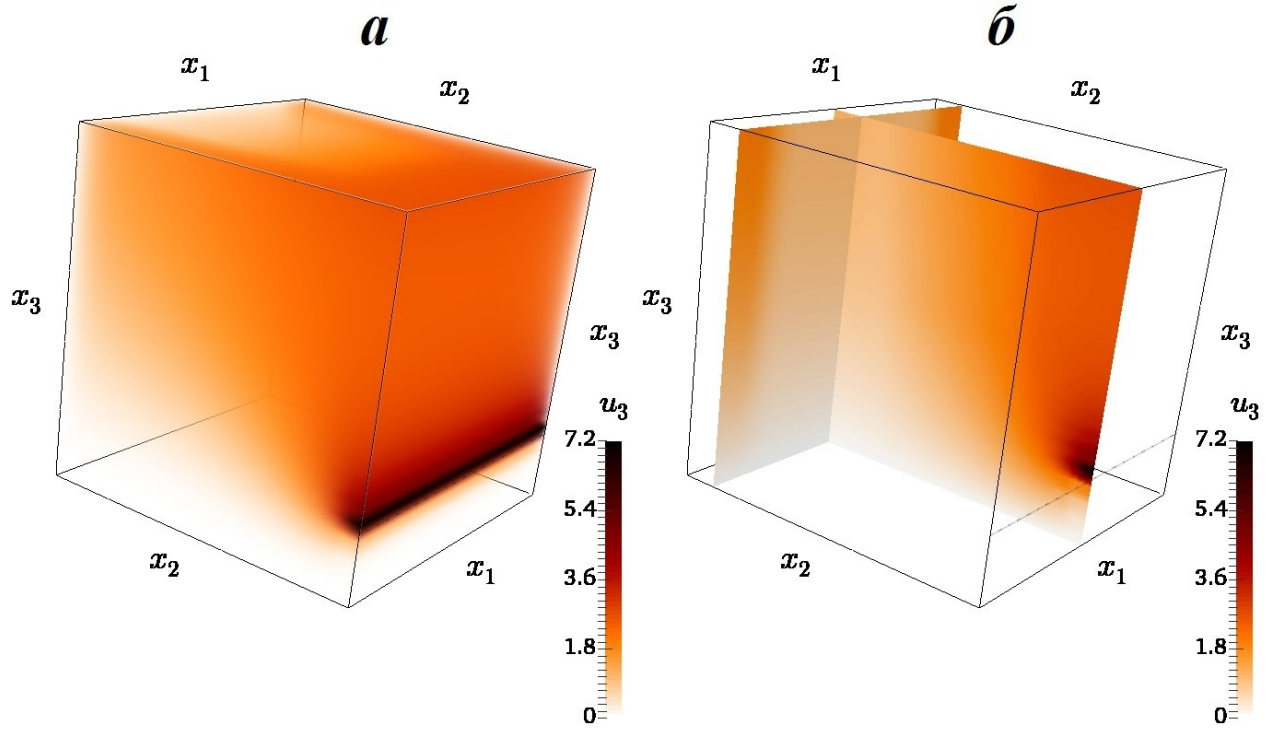

Рисунок 4.37 – Вертикальная компонента скорости фильтрации газа в пористом объекте «типа B2» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

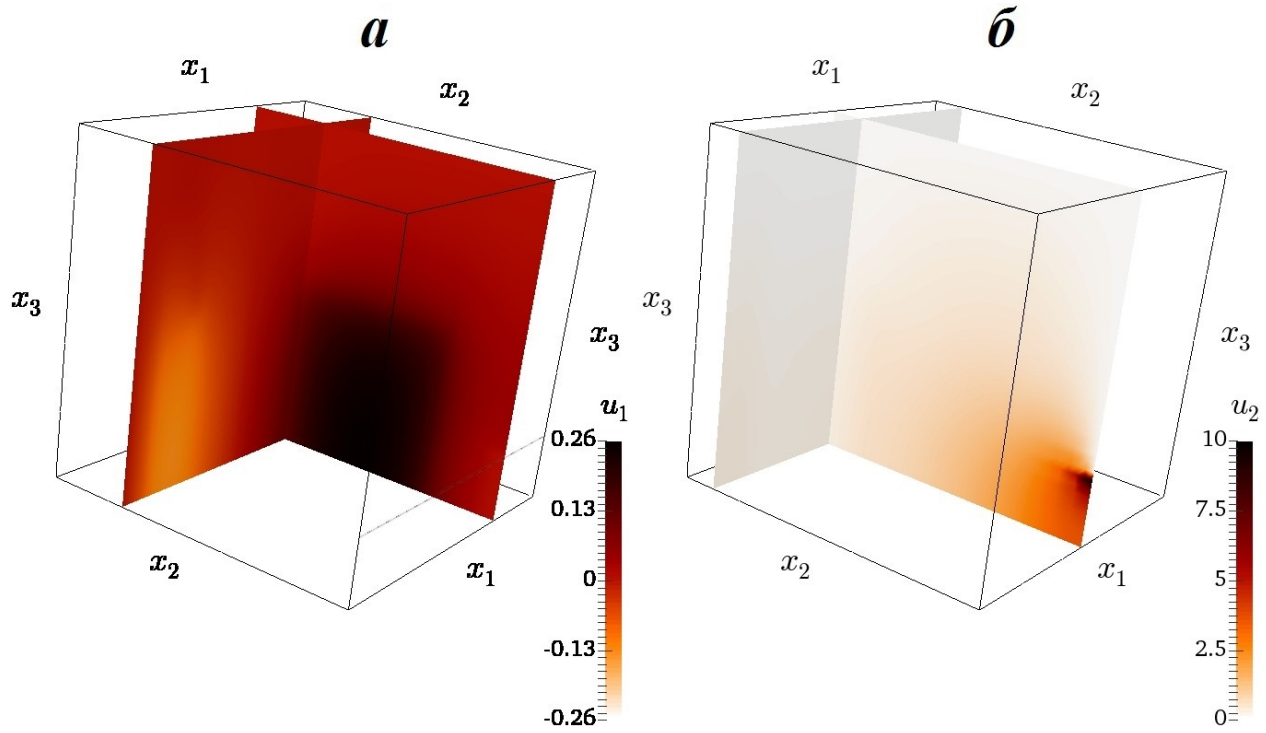

Рисунок 4.38 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа В2» через t = 15 после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

Из рисунков видно, что в окрестности боковой грани, через которую происходит вдув газа, пористая среда остается холодной. Нагрев происходит в очаге энерговыделения, выше его и при приближении к боковой стенке, противоположной входному отверстию. Сопоставив рисунки температуры и скорости фильтрации, можно заметить, что интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в области энерговыделения и выше ее по потоку. На границах очага энерговыделения температура твердой среды изменяется резко, из-за чего эти границы легко идентифицируются при отображении температуры твердого пористого скелета. Температура газа близка температуре твердой среды, но при этом на границе очага энерговыделения не происходит резкого изменения температуры газа. В областях разогрева плотность газа, как всегда, падает. Давление газа изменяется в основном с высотой, а вдоль горизонтальных координат изменение давления не столь существенно и хорошо заметно только в нижней части объекта. Очаг энерговыделения не вносит

заметных локальных изменений в поле давления. Вдуваемый газ при входе в объект движется горизонтально, но быстро закручивается вверх, и основная часть газа снова проходит вдоль боковой стенки, содержащей входное отверстие, а к противоположной стенке доходит гораздо меньше газа. При этом газ стремится огибать очаг энерговыделения – это наглядно видно и из изображения горизонтальной компоненты скорости фильтрации газа, направленной вдоль координаты x_1, и из изображения вертикальной компоненты скорости фильтрации, которая уменьшается в области разогрева. Также можно заметить, что скорость фильтрации газа в данном случае оказывается намного больше, чем в предыдущем случае пористого объекта с равномерным энерговыделением и боковым вдувом (то есть в объекте «типа В1»).

Далее рассмотрим пористый объект «типа В3». Исходя из проведенных выше исследований, можно предположить, как изменятся все искомые величины в этом случае в сравнении с объектом «типа В2». Так как нагрев происходит только в области энерговыделения и выше ее по потоку, то ниже очага саморазогрева пористый объект должен оставаться холодным. Также с учетом выявленного в предыдущей главе тезиса, что при удалении очага выделения тепла от входа в пористый объект разогрев твердой среды уменьшается, можно предположить, что температура в объекте «типа В3» окажется ниже, чем в объекте «типа В2». Из-за уменьшения температуры газ должен менее охотно огибать очаг саморазогрева, из-за чего горизонтальная компонента скорости фильтрации газа, направленная вдоль координаты x_1, должна оказаться ниже, а вертикальная компонента – выше. В остальном закономерности охлаждения объектов «типа В3» и «типа В2» должны совпадать. Проведенные расчеты полностью подтверждают указанные предположения. Это наглядно демонстрируют рисунки 4.39 – 4.44, на которых показаны температура твердой среды, температура газа, его плотность и давление, поле скорости фильтрации газа и ее компоненты в пористом объекте «типа В3» через $t = 15$ (что соответствует 15 часам размерного времени) после начала процесса; к этому моменту времени квазистационарный режим охлаждения уже установился.

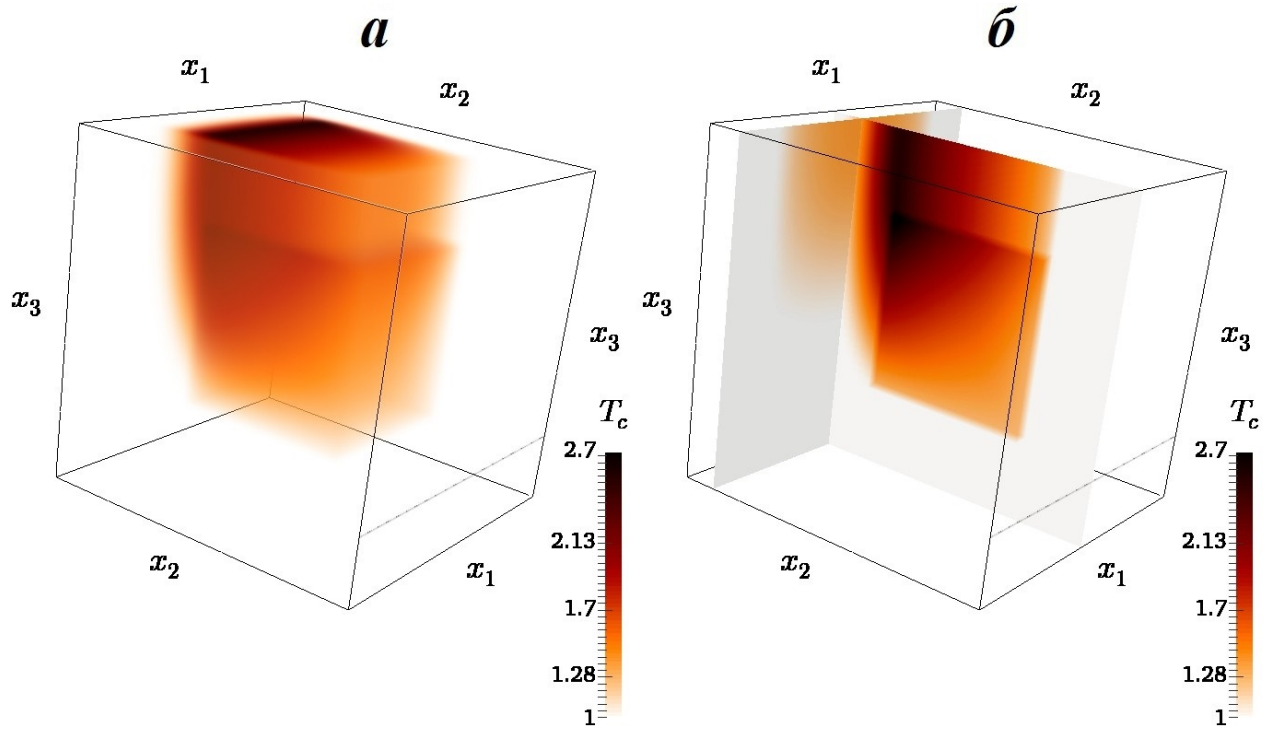

Рисунок 4.39 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа В3» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

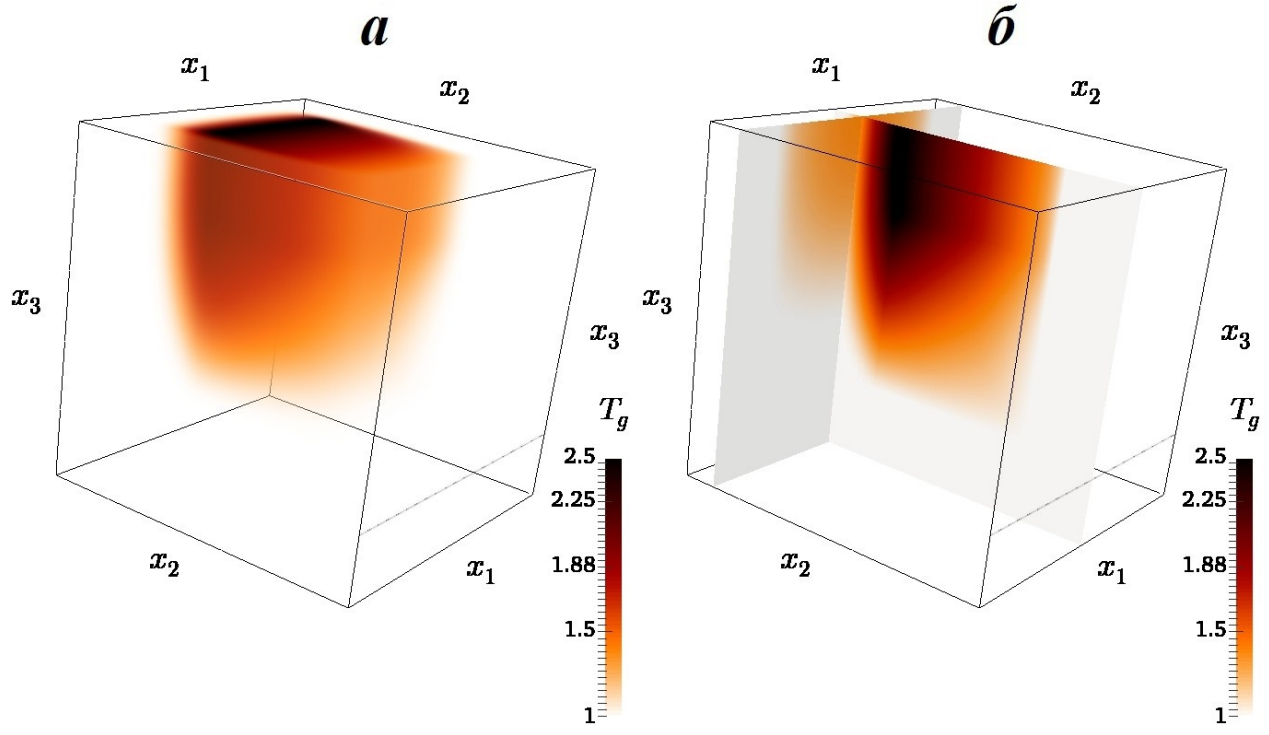

Рисунок 4.40 – Температура газа в пористом объекте «типа В3» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

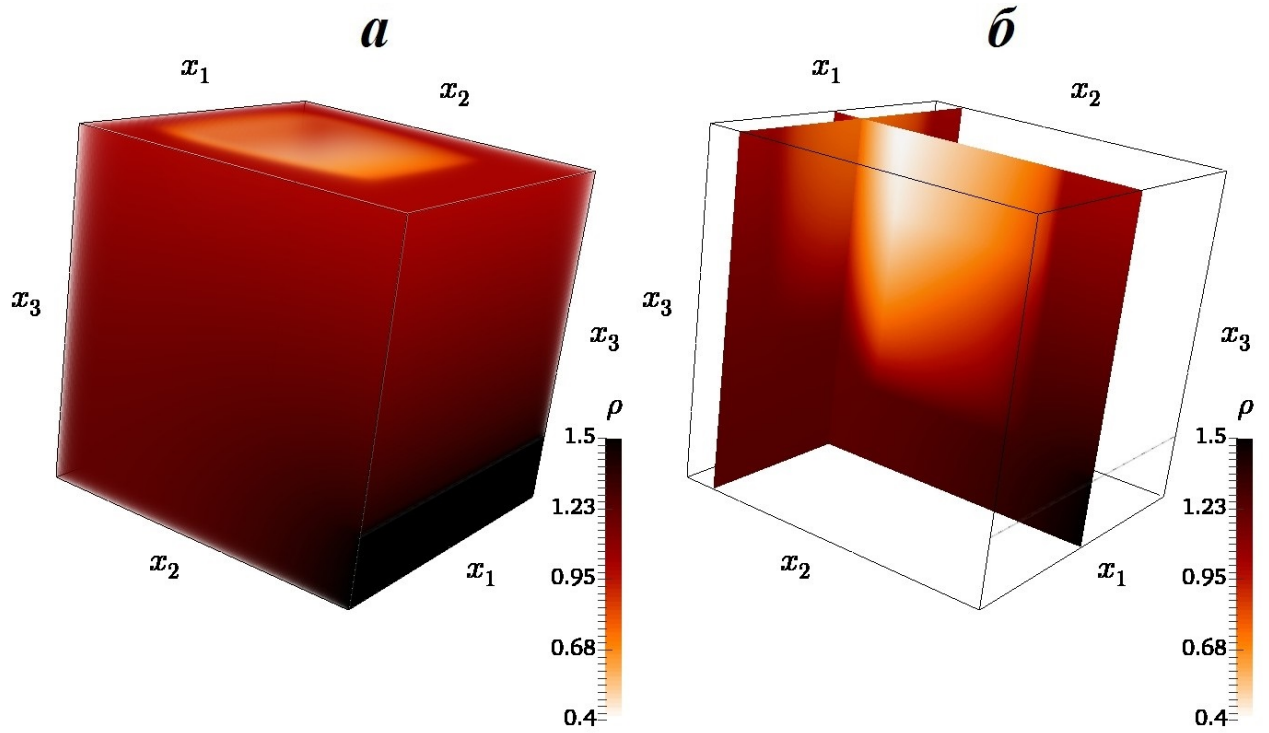

Рисунок 4.41 – Плотность газа в пористом объекте «типа B3» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

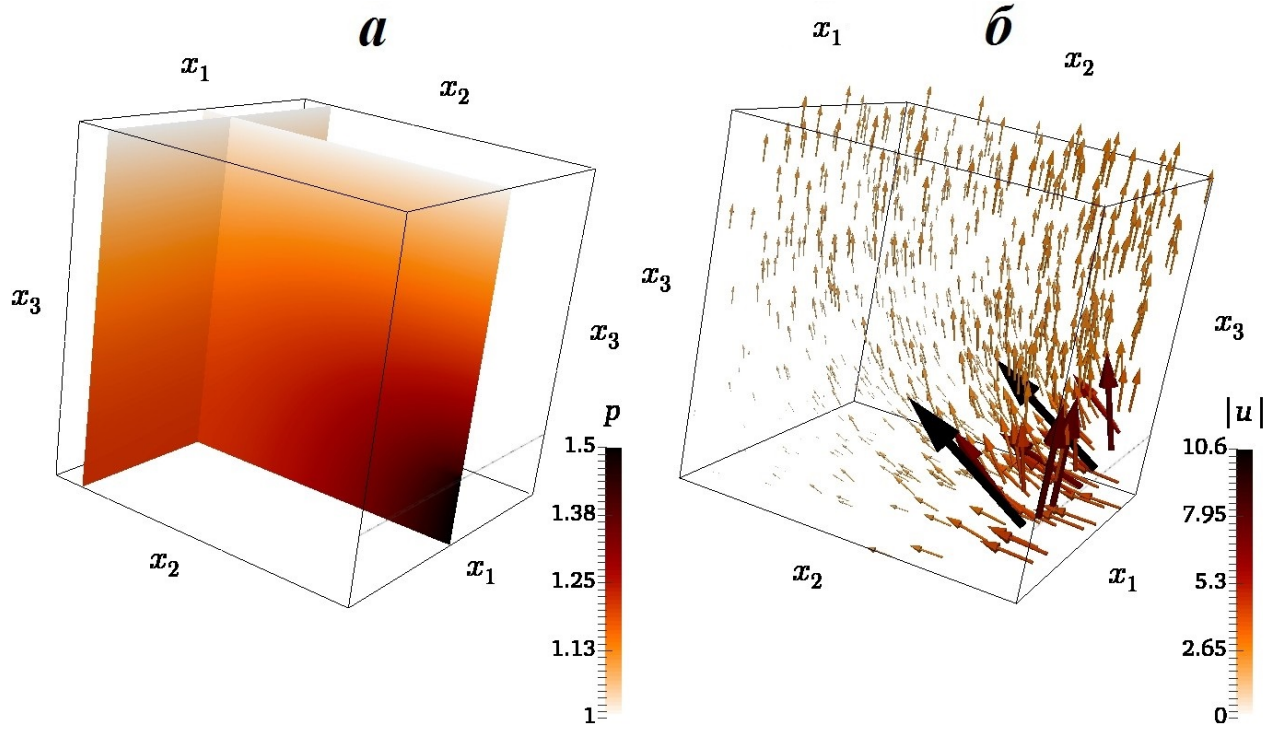

Рисунок 4.42 – Давление газа (а), изображаемое посредством двух плоскостей сечений, и поле скорости фильтрации газа (б) в пористом объекте «типа B3» через t = 15 после начала процесса

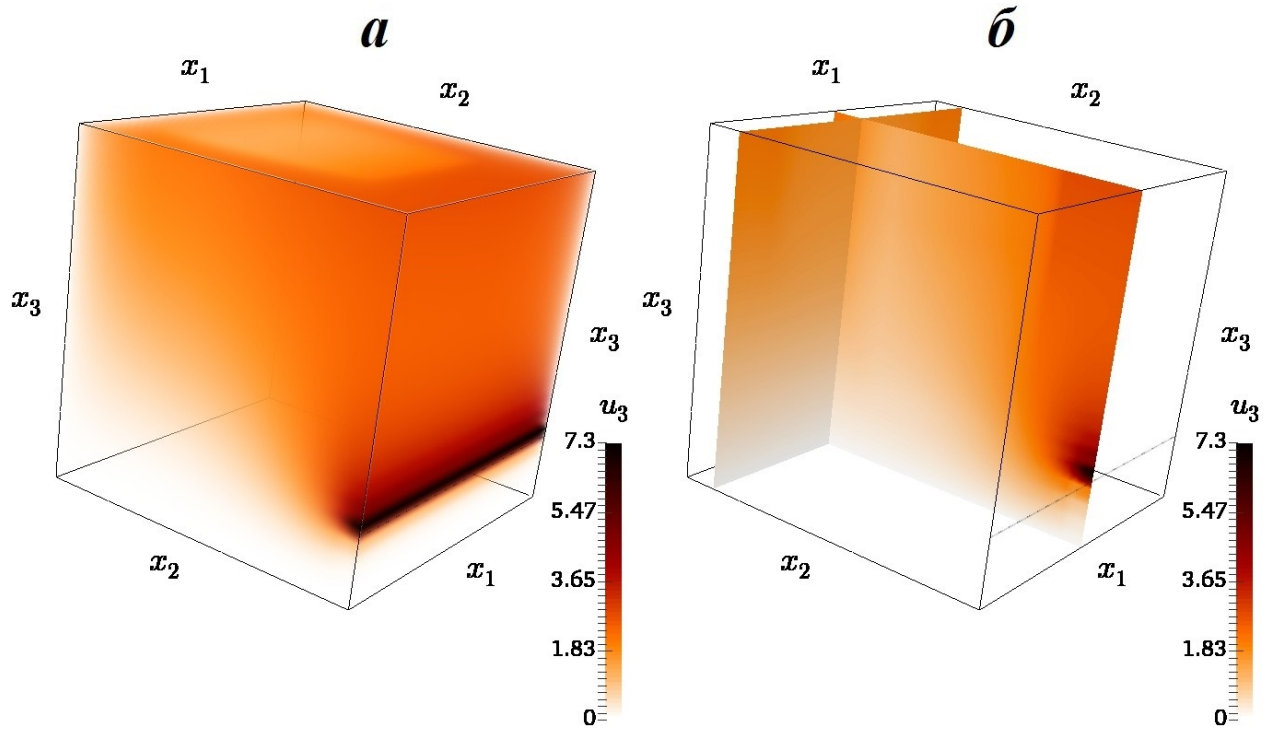

Рисунок 4.43 – Вертикальная компонента скорости фильтрации газа в пористом объекте «типа В3» через t = 15 после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

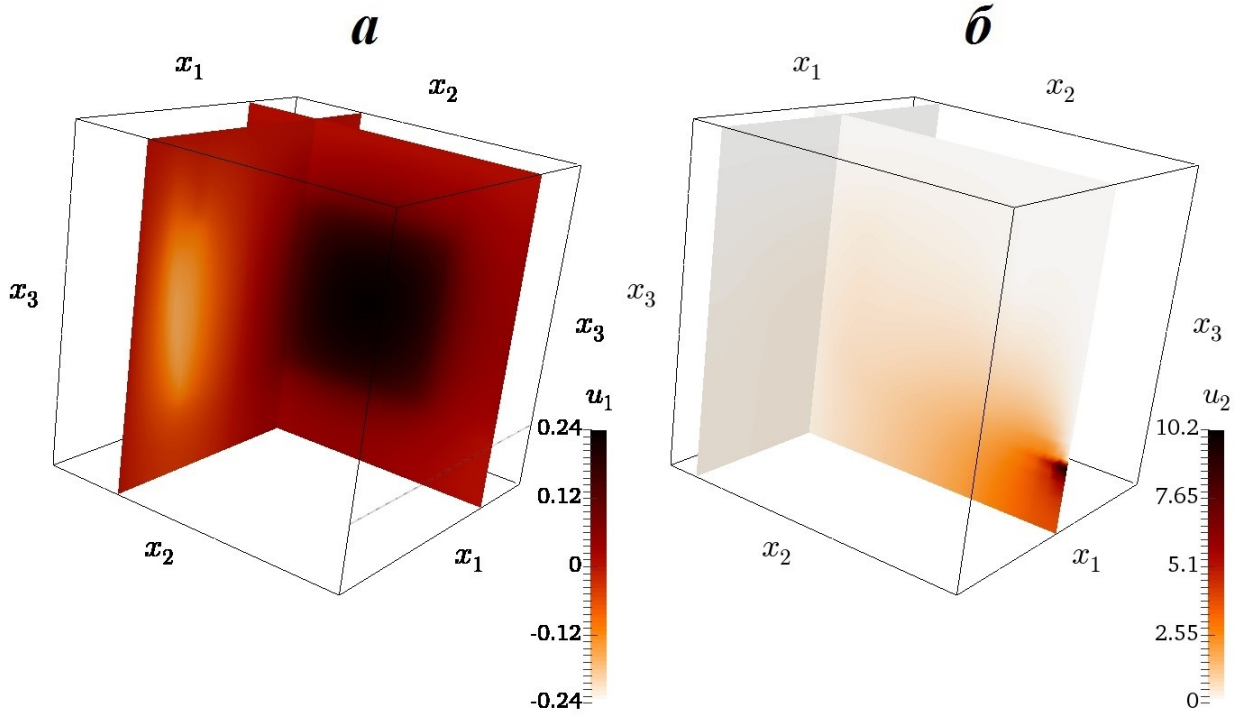

Рисунок 4.44 – Горизонтальные компоненты скорости фильтрации газа, направленные вдоль x_1 (а) и x_2 (б), в пористом объекте «типа В3» через t = 15 после начала процесса, изображаемые посредством двух плоскостей сечений

В пористом объекте «типа В4» температура становится еще меньше. Так как очаг энерговыделения расположен прям у выхода из объекта, то разогрев происходит только в нем и в его окрестности по направлению к противоположной от входа боковой стенке, так как газ движется через область саморазогрева в этом направлении. Это наглядно демонстрирует рисунок 4.45, на котором показана температура твердой среды в пористом объекте «типа В4» через $t = 15$ (что соответствует 15 часам размерного времени) после начала процесса.

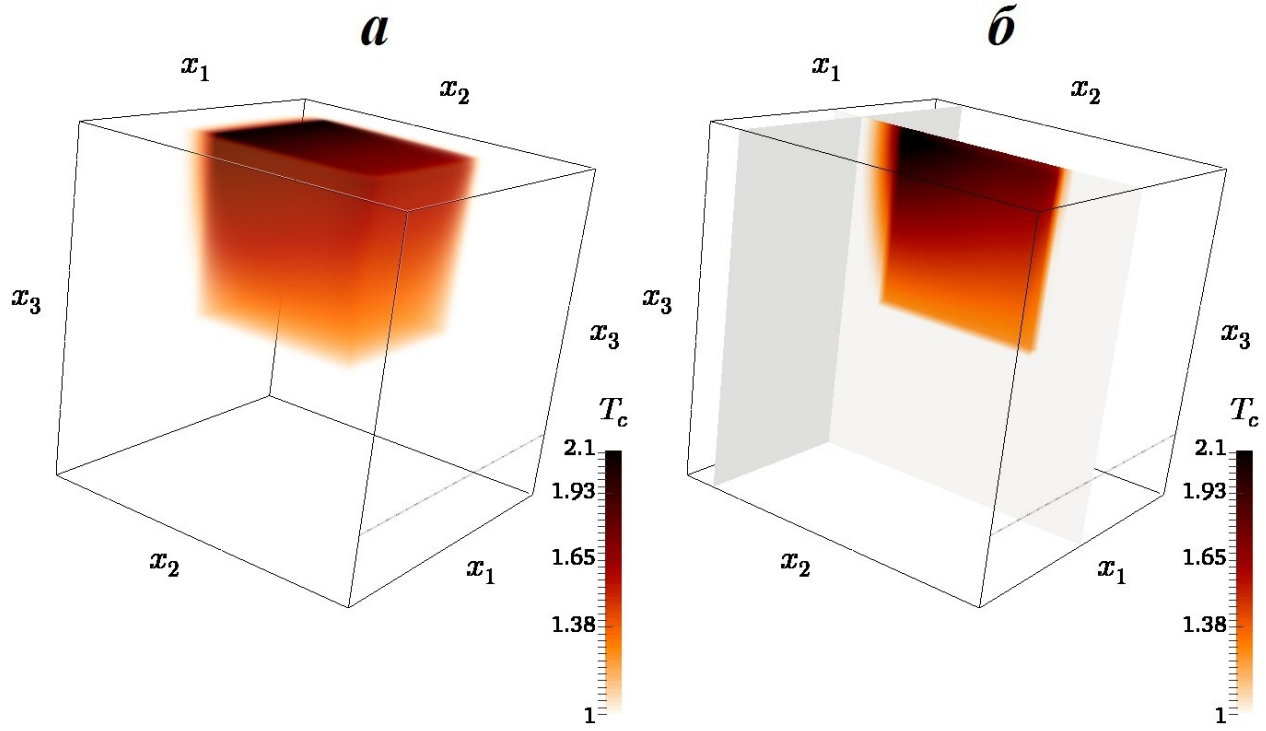

Рисунок 4.45 – Температура твердой среды в пористом объекте «типа В4» через $t = 15$ после начала процесса, изображаемая посредством объемного рендеринга (а) и двух плоскостей сечений (б)

Остальные искомые величины в объекте «типа В4» очевидны, поэтому здесь не приводятся.

На рисунке 4.46 показано изменение со временем температуры твердой среды в наиболее горячих зонах пористых объектов «типа В1», «типа В2», «типа В3» и «типа В4». Из рисунка видно, что максимальная температура твердой среды уменьшается при удалении очага выделения тепла от входа в пористый объект.

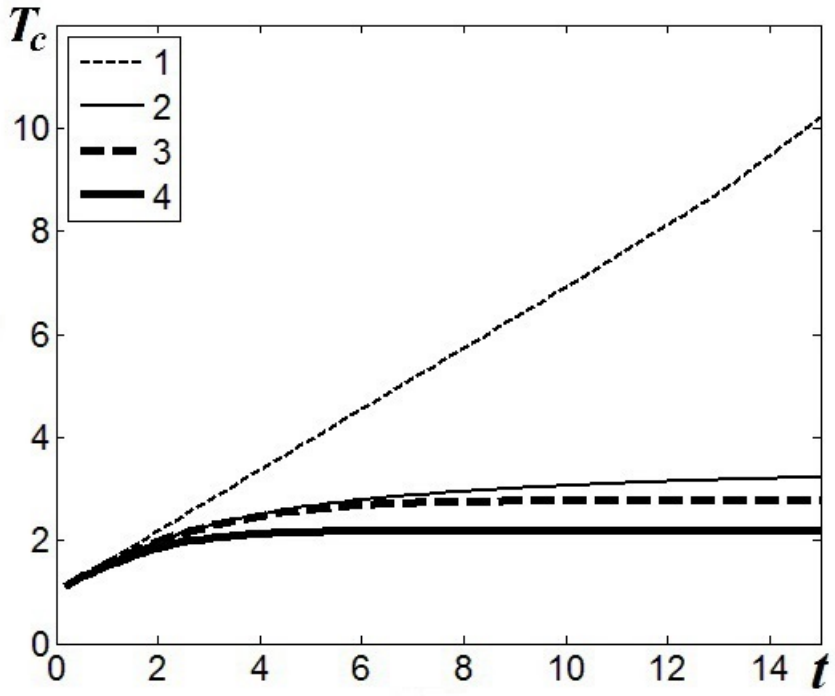

Рисунок 4.46 – Изменение со временем максимальной температуры твердой среды в пористых объектах «типа В1» (1), «типа В2» (2), «типа В3» (3) и «типа В4» (4)

Также можно заметить, что чем меньше разогрев, тем быстрее процесс охлаждения стабилизируется и выходит на стационарность.

Таким образом, исследование охлаждения трехмерных пористых саморазогревающихся объектов при боковом вдуве газа подтвердило выявленные ранее основные закономерности движения газа через пористые среды с источниками энерговыделения, а также показало, что положение и размер входного отверстия объекта существенно влияет на режим его охлаждения, вплоть до нарушения стационарного режима и перехода к катастрофическому разогреву. Также можно сделать вывод, что анализ режимов охлаждения простых модельных пористых саморазогревающихся объектов позволяет получить знания, на основе которых путем их комбинирования можно прогнозировать процессы в более сложных объектах.

Глава 5. Распространение спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред

5.1. Численный метод для расчета одномерных нестационарных процессов гетерогенного горения пористых сред при саморегуляции притока окислителя

Далее будем рассматривать течения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения. Данные процессы близки к рассматриваемым в предыдущих трех главах процессам в пористых саморазогревающихся объектах, но в данном случае полагается, что энерговыделение в пористой среде происходит в результате экзотермических химических реакций между содержащимся в твердой фазе горючим веществом и окислителем из газовой фазы, ввиду чего для адекватного моделирования необходимо использование более сложной модели.

В настоящей работе не изучается процесс воспламенения твердых пористых сред, хотя это и является актуальной задачей, а исследуется распространение горения по пористым объектам. При развитии горения область, в которой происходят экзотермические химические реакции, движется по горючей среде – этот процесс называют распространением волны горения. В пористых средах выделяют спутные волны горения, в которых направление движения волны горения и потока фильтрующегося газа совпадают, и встречные волны горения, в которых волна горения и поток газа движутся в противоположных направлениях. Настоящая глава посвящена исследованию распространения спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред. В главе рассматриваются одномерные течения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения при саморегуляции проходящего через объект газа. То есть процессы, общая модель которых описана в параграфе 1.2, здесь изучаются в одномерном случае.

Будем рассматривать пористый объект высотой H, ограниченный с боков непроницаемыми стенками, а сверху и снизу открытый. Газ может втекать в пористый объект и вытекать из него через открытые границы в результате

принудительной фильтрации или естественной конвекции. При этом на верхней границе объекта давление всегда будем полагать соответствующим атмосферному давлению на заданной высоте, а на нижней границе давление будем задавать либо атмосферным (случай естественной конвекции), либо повышенным (случай принудительной фильтрации). В общем случае будем полагать, что твердое пористое вещество состоит из горючего компонента, инертного компонента и твердых продуктов реакции, при этом твердый горючий материал превращается в газовые и твердые продукты реакции в результате взаимодействия с газообразным окислителем, то есть справедливо уравнение (1.29). Зону зажигания будем выбирать либо на одной из открытых границ объекта, либо в его средней части (посередине). Схематичное изображение рассматриваемых пористых объектов с различным расположением зоны зажигания приведено на рисунке 5.1.

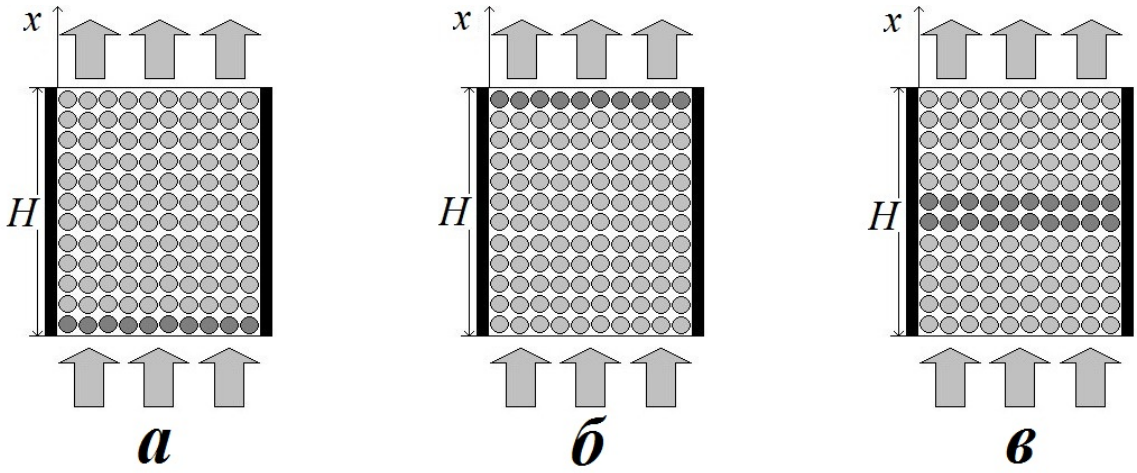

Рисунок 5.1 – Схемы пористых объектов с различным расположением зоны зажигания

Если особенностями течений у боковых стенок можно пренебречь, то все параметры будут зависеть только от высоты, и процессы в таких пористых объектах можно полагать одномерными. В этом случае безразмерная система уравнений (1.45) примет следующий вид:

$$\left(\rho_{cf}+\pi_1+\pi_4\rho_{cp}\right)\frac{\partial T_c}{\partial t}=-\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\left(T_c-T_g\right)+Q\pi_2 W+\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(1-a_g\right)\frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2},$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_g\frac{\partial T_g}{\partial x}\right)=\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\left(T_c-T_g\right)+\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}a_g\frac{\partial^2 T_g}{\partial x^2},$$

$$\rho_g\left(1+\chi\left(1-a_g\right)\right)\left(\frac{\partial v_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_g\frac{\partial v_g}{\partial x}\right)=-a_g\,\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x}-\frac{a_g^2\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}v_g\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T_g}-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho_g-\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W v_g,$$

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\frac{\partial\rho_g v_g}{\partial x}=\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W,\qquad p=\frac{\rho_g T_g}{a_g},\tag{5.1}$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_g\frac{\partial C}{\partial x}\right)=\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho_g D_g\frac{\partial C}{\partial x}\right)-\mu_g\pi_2\pi_3 W-\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W C,$$

$$W=\left(1-\eta\right)C\exp\left(-E/T_c\right),\qquad\frac{\partial\eta}{\partial t}=\pi_2 W,$$

$$\rho_{cf}=1-\eta,\qquad\rho_{cp}=\mu_p\eta,$$

$$a_g=a_{g0}+\left(a_{cf0}-a_{cpEnd}\right)\eta,\qquad D_g=T_g^b.$$

Все обозначения приведены в параграфе 1.2. Безразмерные граничные условия (1.46) в рассматриваемом одномерном случае можно записать следующим образом:

$$p\big|_{x=0}=p_0,\quad p\big|_{x=1}=p_h,\quad \partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_1}=\mathrm{Bi}\left(T_g\big|_{x\in G_1}-T_c\big|_{x\in G_1}\right),$$

$$T_g\big|_{x\in G_1}=T_{g0}\quad\text{и}\quad C\big|_{x\in G_1}=C_0,\ \text{если}\ \boldsymbol{v}_g\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}\le 0,\tag{5.2}$$

$$\partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_1}=0\quad\text{и}\quad\partial C/\partial n\big|_{x\in G_1}=0,\ \text{если}\ \boldsymbol{v}_g\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}>0.$$

Для решения системы уравнений (5.1) с краевыми условиями (5.2) разработан оригинальный численный метод, основанный на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Этот метод является результатом развития вычислительного алгоритма для расчета течений газа через пористые саморазогревающиеся объекты при известном перепаде давления на входе и на выходе из объекта. Согласно методу, уравнения энергии, сохранения импульса и концентрации окислителя преобразовываются в явные конечно-разностные

уравнения, из которых определяются температура газа, температура твердой среды, скорость газа и массовая концентрация окислителя. Уравнение неразрывности преобразовывается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого с учетом уравнения состояния совершенного газа методом прогонки определяется давление газа. Плотность газа определяется из уравнения состояния совершенного газа. Далее подробно опишем предлагаемый численный метод.

Рассмотрим равномерную сетку с шагом h по пространству и шагом по времени τ, равным rh^2, где $r = \text{const}$. Нижний индекс l при искомых сеточных функциях будет обозначать продвижение по пространству; верхний индекс n – продвижение по времени. Тогда можно записать следующую систему конечно-разностных уравнений, аппроксимирующую исходную систему (5.1):

$$D_{g\,l} = \left(T^n_{g\,l}\right)^b, \qquad W_l = \left(1-\eta^n_l\right) C^n_l \exp\left(-E/T^n_{c\,l}\right),$$

$$\eta^{n+1}_l = \eta^n_l + \pi_2 W_l \tau, \qquad a_{g\,l} = a_{g0} + \left(a_{cf\,0} - a_{cpEnd}\right)\eta^{n+1}_l,$$

$$\rho_{cf\,l} = 1 - \eta^{n+1}_l, \qquad \rho_{cp\,l} = \mu_p \eta^{n+1}_l,$$

$$T^{n+1}_{c\,l} = T^n_{c\,l} + \left[\left(T^n_{g\,l} - T^n_{c\,l}\right)\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau + Q\pi_2 W_l\tau + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(1-a_{g\,l}\right)r\left(T^n_{c\,l+1} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - 2T^n_{c\,l} + T^n_{c\,l-1}\right)\right] \Big/ \left(\rho_{cf\,l} + \pi_1 + \pi_4 \rho_{cp\,l}\right),$$

$$T^{n+1}_{g\,l} = T^n_{g\,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{\rho^n_{g\,l}}\right) - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2} v^n_{g\,l}\left(\pm 3T^n_{g\,l} \mp 4T^n_{g\,l\mp1} \pm T^n_{g\,l\mp2}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{\rho^n_{g\,l}} T^n_{c\,l} +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2} r a_{g\,l}\left(T^n_{g\,l+1} - 2T^n_{g\,l} + T^n_{g\,l-1}\right) \Big/ \rho^n_{g\,l}, \qquad (5.3)$$

$$v^{n+1}_{g\,l} = v^n_{g\,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(v^n_{g\,l+1} - v^n_{g\,l-1}\right)\right) -$$

$$- \left[\left(v^n_{g\,l}\left(\frac{\left(a_{g\,l}\right)^2 \mathrm{Sh}\tau}{\mathrm{Re}\;\pi}\frac{\left(T^n_{g\,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2} + T^n_{g\,l}} + \left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W_l\right) + a_{g\,l}\,\mathrm{Eu}\,\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(p^n_{l+1} - \right.\right.\right.$$

$$- p_{l-1}^{n}\Big)\Big)\Big/ \rho_{g\,l}^{n} + \frac{\mathrm{Sh}\tau}{\mathrm{Fr}}\Big]\Big/\Big(1+\chi\Big(1-a_{g\,l}\Big)\Big) - \omega_2,$$

$$C_{m,l}^{n+1} = C_{m,l}^{n} - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2} v_{g\,l}^{n}\Big(\pm 3C_{l}^{n} \mp 4C_{l\mp1}^{n} \pm C_{l\mp2}^{n}\Big) - \frac{\pi_2\pi_3 W_l \tau}{\rho_{g\,l}^{n}}\Big(\mu_g + \big(1-\mu_p\big)C_{l}^{n}\Big) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}r}{4\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}\,\rho_{g\,l}^{n}}\Big(\pm 3C_{l}^{n} \mp 4C_{l\mp1}^{n} \pm C_{l\mp2}^{n}\Big)\Big(\pm 3D_{g\,l}\rho_{g\,l}^{n} \mp 4D_{g\,m\mp1,l}\rho_{g\,m\mp1,l}^{n} \pm D_{g\,l\mp2}\rho_{g\,l\mp2}^{n}\Big) +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}r}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}} D_{g\,l}\Big(C_{l+1}^{n} - 2C_{l}^{n} + C_{l-1}^{n}\Big),$$

$$p_{l-1}^{n+1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rha_{g\,l-1}}{2T_{g\,l-1}^{n+1}} v_{g\,l-1}^{n+1}\right) + \frac{p_{l}^{n+1}a_{g\,l}}{T_{g\,l}^{n+1}} + p_{l+1}^{n+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rha_{g\,l+1}}{2T_{g\,l+1}^{n+1}} v_{g\,l+1}^{n+1}\right) =$$

$$= \rho_{g\,l}^{n} + \big(1-\mu_p\big)\pi_2\pi_3 W_l \tau - \omega_1,$$

$$\rho_{l}^{n+1} = p_{l}^{n+1} a_{g\,l} \Big/ T_{g\,l}^{n+1}.$$

Система конечно-разностных уравнений (5.3) аппроксимирует исходную систему (5.1) с краевыми условиями (5.2) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. В уравнениях для температуры газа и концентрации окислителя знак $\pm$ обусловлен возможным изменением направления движения газа: в скобке верхнее значение знака выбирается при положительной скорости газа, а нижнее значение знака – при отрицательной скорости. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [203], которая в данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования такой ошибки в систему (5.3) введены демпфирующие члены ω_1 и ω_2, которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\omega_1 = \frac{1}{\omega_1^*}\Big(p_{l+2}^{n} - 4p_{l+1}^{n} + 6p_{l}^{n} - 4p_{l-1}^{n} + p_{l-2}^{n}\Big), \qquad \omega_1^* = \mathrm{const},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\omega_2^*}\left(v_{g\,l+2}^n - 4v_{g\,l+1}^n + 6v_{g\,l}^n - 4v_{g\,l-1}^n + v_{g\,l-2}^n\right), \quad \omega_2^* = \text{const}. \tag{5.4}$$

Краевые условия для сеточных функций задаются с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. На открытых границах объекта давление газа, массовая концентрация окислителя и температура фаз получаются из (5.2), при этом используется следующая трехточечная конечно-разностная аппроксимация первой производной:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_l^n = \frac{\pm 3 f_l^n \mp 4 f_{l\mp1}^n \pm f_{l\mp2}^n}{2h}, \tag{5.5}$$

где вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении индекса l в граничном узле сетки (то есть на верхней границе объекта), нижнее значение знака – при наименьшем l на границе (то есть на нижней границе объекта).

Краевые условия для компонент скорости газа на открытых границах задаются из условия равенства нулю их первых производных, записанных в виде (5.5). Добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости и расхода газа на открытых границах неизвестны априори.

Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и в них задать значения давления, плотности газа, температуры газа и его скорости, коэффициента диффузии и массовой концентрации окислителя. При этом для нахождения в фиктивной точке температуры и скорости газа, а также концентрации окислителя нулю приравниваются их первые производные, записанные в виде (5.5), а для определения давления и плотности газа приравниваются нулю их вторые производные на границе, записанные следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_l^n = \frac{f_{l+1}^n - 2f_l^n + f_{l-1}^n}{h^2}. \tag{5.6}$$

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий. Решаем первое – десятое уравнения системы (5.3), последовательно меняя пространственный индекс l, затем рассчитываем краевые условия для найденных функций, определяемых в указанных уравнениях, после этого решаем методом прогонки [193] одиннадцатое уравнение и далее тривиально решаем двенадцатое уравнение системы (5.3), рассчитывая также краевые условия для давления и плотности. На этом расчет на данном временном слое закончен, можно при необходимости вывести данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость системы (5.3) к (5.1) не представляется возможным. Экспериментальное исследование сходимости системы конечно-разностных уравнений (5.3) к системе (5.1), проведенное на ряде модельных задач, показало, что сходимость имеет место при некотором ограничении на r, причем с уменьшением шага h допустимое значение r, как правило, увеличивается.

Исследование точности предлагаемого численного метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов расчетов с известными экспериментальными данными из различных источников. К сожалению, прямое количественное сравнение расчетов с результатами экспериментов, опубликованных в различных статьях, оказалось затруднительным, так как в данных статьях не указывались значения всех параметров, необходимых для проведения расчетов с использованием модели (5.1). Проведение расчетов с приближенно выбранными значениями параметров модели показало хорошее качественное совпадение результатов численного моделирования с многочисленными экспериментальными данными о фильтрационном горении твердых пористых сред. Кроме этого, удалось провести количественное сравнение результатов расчета по предлагаемому численному методу с результатами эксперимента по тлению пенополиуретана – об этом будет

подробно рассказано далее в настоящей главе. Таким образом, исследование точности предлагаемого численного метода показало, что проведение расчетов посредством данного метода даже на достаточно грубой сетке (в частности, на сетке с шагом h=0.025) позволяет получить результаты качественно верные и достаточно близкие к реальности. Однако в одномерном случае даже очень медленные процессы лучше рассчитывать на сетке с шагом h=0.01, так как точность при этом возрастает, а время счета остается приемлемым. Поэтому результаты расчетов, демонстрируемые в настоящей главе, в основном получены на сетке с шагом h=0.01.

5.2. Горение твердых пористых сред при естественной конвекции: распространение спутных и встречных волн, отражение встречной волны

Так как настоящая диссертационная работа направлена в первую очередь на решение задач, связанных с катастрофами (разрушение АЭС, природные и техногенные пожары), а при пожарах в пористых объектах горение происходит в условиях свободной конвекции, то в настоящей работе процесс горения твердых пористых сред рассматривается в основном в условиях не вынужденной, а естественной фильтрации. В вертикально ориентированных одномерных пористых объектах (рисунок 5.1) при естественной конвекции давление газа на нижней и на верхней границах объекта соответствует атмосферному давлению на заданных высотах.

Рассмотрим распространение спутных и встречных волн горения в таких пористых объектах, состоящих из твердых бытовых отходов и подобных им материалов, в условиях естественной конвекции. Пусть до начального момента времени температура объекта равна температуре окружающей среды T_{g0}, движение газа в объекте отсутствует; в начальный момент времени в очаге зажигания, расположенном в нижней, или верхней, или средней части объекта, температура твердой фазы мгновенно достигает значения T_{c0}, равного или превосходящего температуру самовоспламенения, и начинается горение.

В расчетах, если не оговорено особо, будем использовать следующие значения параметров [205–207]:

$$\mathrm{Sh} = 3.6\cdot 10^{2},\quad \mathrm{St}_1 = 4.94\cdot 10^{-2},\quad \mathrm{St}_2 = 8.33,\quad \mathrm{Eu} = 8.33\cdot 10^{4},\quad \mathrm{Re} = 4.75\cdot 10^{5},$$

$$\mathrm{Fr} = 1.02\cdot 10^{-2},\quad \mathrm{Pe}_1 = 1.687\cdot 10^{6},\quad \mathrm{Pe}_2 = 3.53\cdot 10^{5},\quad \mathrm{Sc} = 0.983,\quad Q = 14.49,$$

$$E = 44.1,\quad \pi = 10^{-10},\quad \pi_1 = 6.0,\quad \pi_2 = 4.946\cdot 10^{11},\quad \pi_3 = 91.67,\quad \pi_4 = 0, \qquad (5.7)$$

$$\widehat{c}_{s2} = 0.368,\quad \mathrm{Bi} = 83.33,\quad b = 1.724,\quad \mu_g = 2.667,\quad \mu_p = 0,$$

$$a_{g0} = 0.3,\quad a_{cf0} = 0.1,\quad a_{cpEnd} = 0,\quad \chi = 0.5.$$

Эти данные соответствуют следующим размерным величинам:

$$H = 10\,\text{м},\quad t_* = 3.6\cdot 10^{3}\,\text{с},\quad v_* = 1\,\text{м/с},\quad T_* = 3\cdot 10^{2}\,\text{К},\quad p_* = 10^{5}\,\text{Па},$$

$$\rho_* = 1.2\,\text{кг/м}^3,\quad \rho_{cf0} = 1.1\cdot 10^{2}\,\text{кг/м}^3,\quad \rho_{ci} = 6.6\cdot 10^{2}\,\text{кг/м}^3,$$

$$c_{cf} = 1.84\cdot 10^{3}\,\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad c_{ci} = 1.84\cdot 10^{3}\,\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad c_g = 10^{3}\,\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},$$

$$\alpha = 10^{3}\,\text{Вт/(м}^3\cdot\text{К)},\quad \lambda_c = 1.2\,\text{Вт/(м}\cdot\text{К)},\quad \lambda_g = 0.034\,\text{Вт/(м}\cdot\text{К)},\quad g = 9.8\,\text{м/с}^2,$$

$$k_1 = 10^{-8}\,\text{м}^2,\quad c_{s1} = 1.458\cdot 10^{-6}\,\text{кг/(м}\cdot\text{с}\cdot\sqrt{\text{К}}\text{)},\quad c_{s2} = 1.104\cdot 10^{2}\,\text{К}, \qquad (5.8)$$

$$R = 8.31441\,\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)},\quad Q = 8\cdot 10^{6}\,\text{Дж/кг},\quad k = 1.374\cdot 10^{8}\,1/\text{с},$$

$$E = 1.1\cdot 10^{5}\,\text{Дж/моль},\quad M = 2.993\cdot 10^{-2}\,\text{кг/моль},$$

$$D_{g0} = 1.82\cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с},\quad \beta = 10\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Краевые условия будут определяться из (5.2) при следующих значениях:

$$T_{g0} = 1,\quad C_0 = 0.23,\quad p_0 = 1.00117,\quad p_h = 1. \qquad (5.9)$$

Будем также полагать, что если температура твердой среды менее $T_{kr} = 1.1$, то экзотермические реакции не происходят.

Вначале рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в нижней части объекта (рисунок 5.1а). Проведенные расчеты показывают, что в этом случае для возникновения и распространения самоподдерживающейся волны горения необходимо, чтобы очаг зажигания был достаточно протяженный и температура в нем была достаточно высокой, иначе происходит быстрое затухание. На рисунках 5.2 и 5.3 показаны распределения температуры твердой

среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$. Как видно из рисунков, в этом случае очень медленно развивается движущаяся вверх волна горения. Продолжительный момент времени после зажигания горение происходит очень медленно, зона реакции почти не движется, а температура может даже уменьшаться. Но потом постепенно происходит «разгорание» – температура и скорость реакции растут все сильнее и сильнее, при этом скорость волны горения возрастает с ростом температуры примерно на порядок (до 10^{-5} м/с в размерных величинах). После этого волна горения выходит на стабильный режим распространения с примерно постоянной температурой и движется с примерно постоянной скоростью (около $6 \cdot 10^{-6}$ м/с в размерных величинах). Время перехода к стабильному режиму распространения волны горения сильно зависит от начальной температуры и размеров очага зажигания.

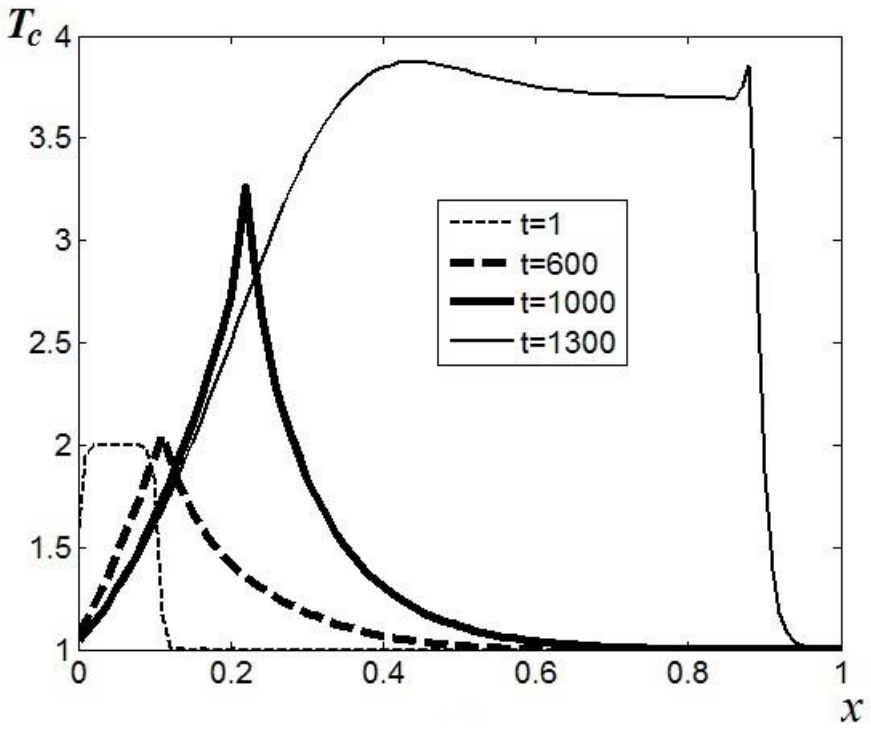

Рисунок 5.2 – Температура твердой среды в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в нижней части объекта

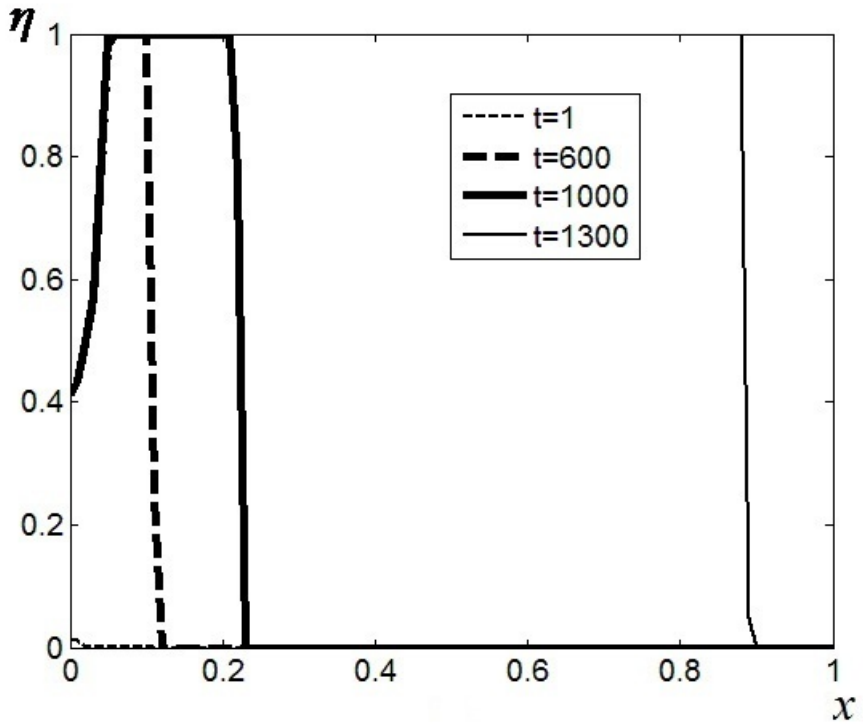

Рисунок 5.3 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в нижней части объекта

Воздух поступает в зону горения с нижнего открытого основания объекта и движется снизу вверх, как и волна горения, поэтому данная волна горения является спутной. Твердое горючее вещество при распространении волны горения выжигается полностью. После того, как волна горения проходит через весь пористый объект, процесс горения прекращается и начинается медленное остывание пористого объекта.

Заметим, что в классических работах по теории фильтрации (например, [54]) режимы распространения спутных волн горения делятся на кинетические (когда фильтрация не ограничивает процесс и газа поступает достаточно, скорость волны горения определяется кинетикой процесса) и фильтрационные (когда фильтрация ограничивает процесс и газа поступает мало, скорость волны горения определяется расходом газа). В случае естественной конвекции можно наблюдать переход спутной волны горения из фильтрационного в кинетический режим распространения [76]. Для кинетически контролируемых процессов

типично возникновение колебательной неустойчивости (колебания параметров фронта волны: температуры, скорости и т.д.) [54]. На рисунке 5.2 можно заметить колебание температуры на фронте волны горения, когда температура в волне горения достаточно велика. В исследуемой задаче интересным является то, что ввиду саморегуляции расхода газа при естественной конвекции окислитель поступает в зону реакции ровно в таком количестве, чтобы происходило полное выгорание, но при этом окислитель не проскакивал зону реакции как в кинетических режимах при принудительной фильтрации.

Далее рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в верхней части объекта (рисунок 5.1б). Расчеты показывают, что в этом случае волна горения возникает в гораздо большем диапазоне параметров зоны зажигания (её размера и температуры). Устойчивая самоподдерживающаяся движущаяся вниз волна горения может возникнуть даже при достаточно низкой температуре зажигания если очаг возгорания достаточно протяженный. На рисунках 5.4 и 5.5 показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$. Как видно из рисунков, в этом случае вскоре после зажигания развивается движущаяся вниз волна горения, не полностью выжигающая твердое горючее вещество. Данная волна горения является встречной, так как она движется навстречу движению воздуха, поступающего в зону горения с нижнего открытого основания объекта и движущегося снизу вверх. Выход на стабильный режим распространения происходит очень быстро и практически не зависит от размеров очага зажигания и его начальной температуры. При этом температура в зоне горения и скорость распространения встречной волны горения оказываются существенно меньше, чем в рассмотренном выше случае спутной волны. При движении волны горения вниз ее скорость незначительно возрастает (примерно с $1.5 \cdot 10^{-6}$ до $2 \cdot 10^{-6}$ м/с в размерных величинах), также незначительно возрастают температура и степень выгорания твердого горючего компонента.

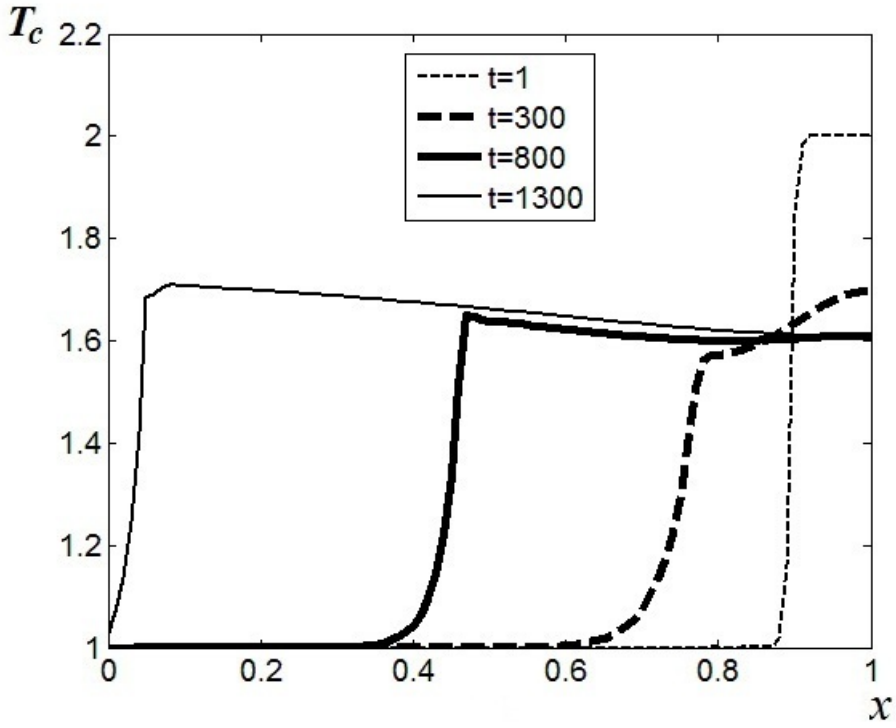

Рисунок 5.4 – Температура твердой среды в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

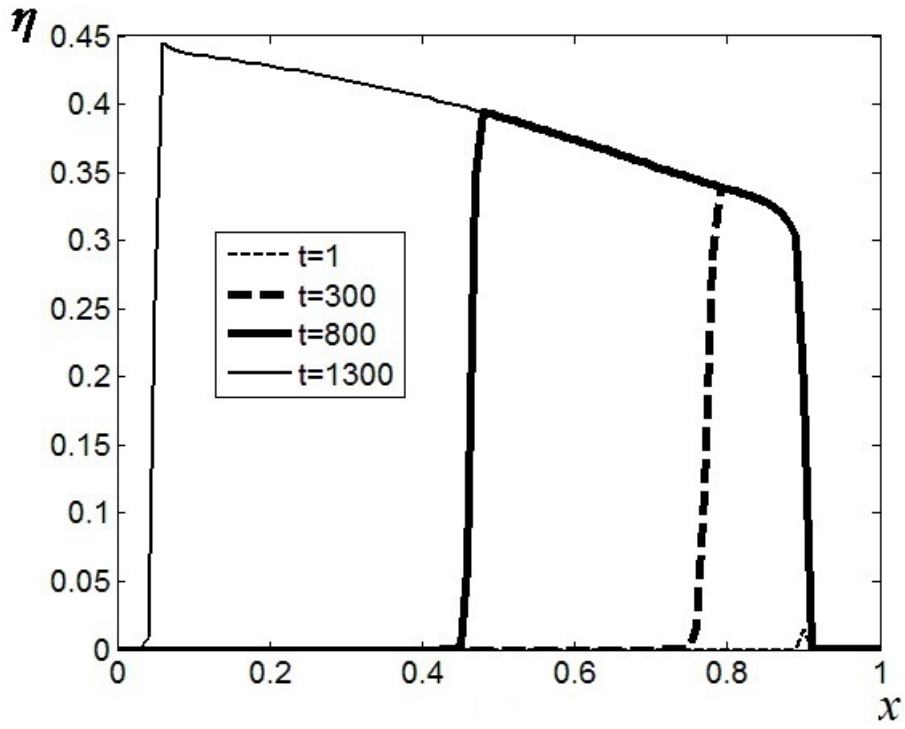

Рисунок 5.5 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

Так как при распространении этой волны горения твердое горючее вещество выжигается не полностью, то, когда данная волна горения доходит до нижней границы объекта, она отражается и начинает движение вверх, переходя в спутную волну и дожигая до конца оставшееся твердое горючее вещество. При этом температура в зоне горения и её скорость распространения существенно увеличиваются и становятся примерно такими же, как и в рассмотренном выше случае спутной волны. Это наглядно демонстрируют рисунки 5.6 и 5.7, на которых, как и на рисунках 5.4 и 5.5, показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в этом же самом пористом объекте с расположенной в верхней части объекта зоной поджигания высотой $H_1 = H/10$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, но в иные моменты времени. Отраженная волна горения при движении вверх проходит через весь пористый объект, после чего процесс горения прекращается и начинается медленное остывание пористого объекта.

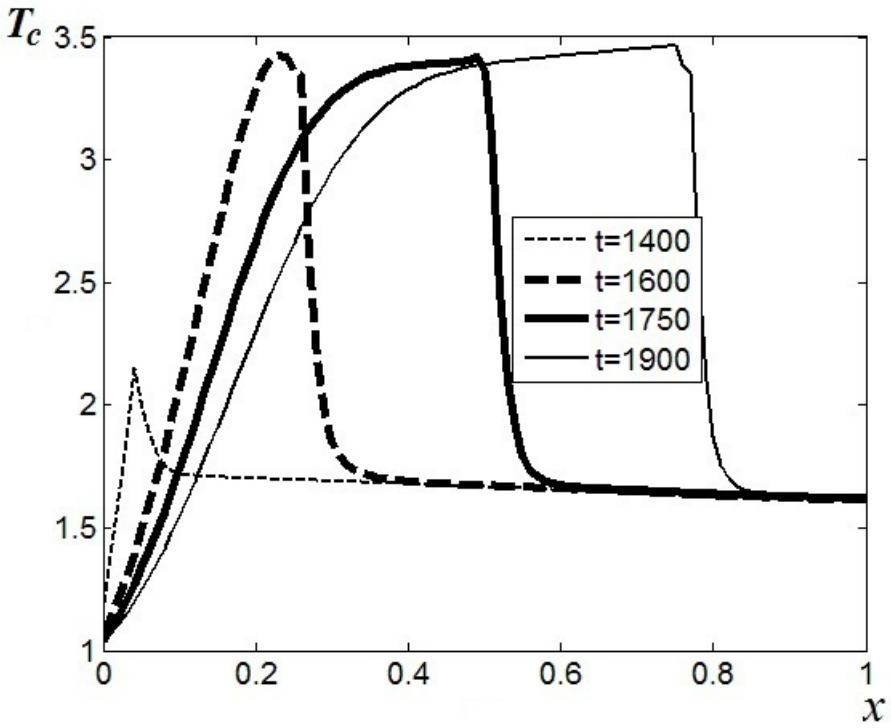

Рисунок 5.6 – Температура твердой среды в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

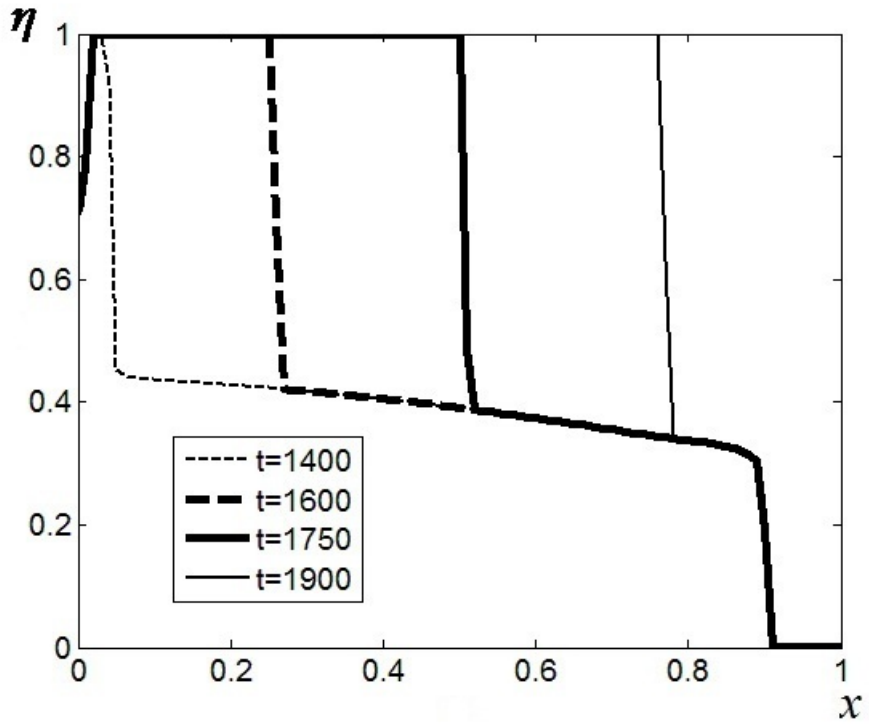

Рисунок 5.7 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

В случае, когда очаг зажигания расположен в средней части объекта (рисунок 5.1в), в большом диапазоне параметров зоны зажигания (её размера и температуры) возникает устойчивая самоподдерживающаяся встречная волна горения, которая движется вниз навстречу поступающем в объект воздуху. Эта волна горения аналогична рассмотренной выше волне, возникающей при зажигании объекта в верхней части – при движении вниз она также только частично выжигает твердое горючее вещество, а при достижении нижней границы объекта волна отражается и начинает движение вверх, дожигая до конца оставшееся твердое горючее вещество. Это наглядно демонстрируют рисунки 5.8 и 5.9, на которых показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в средней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

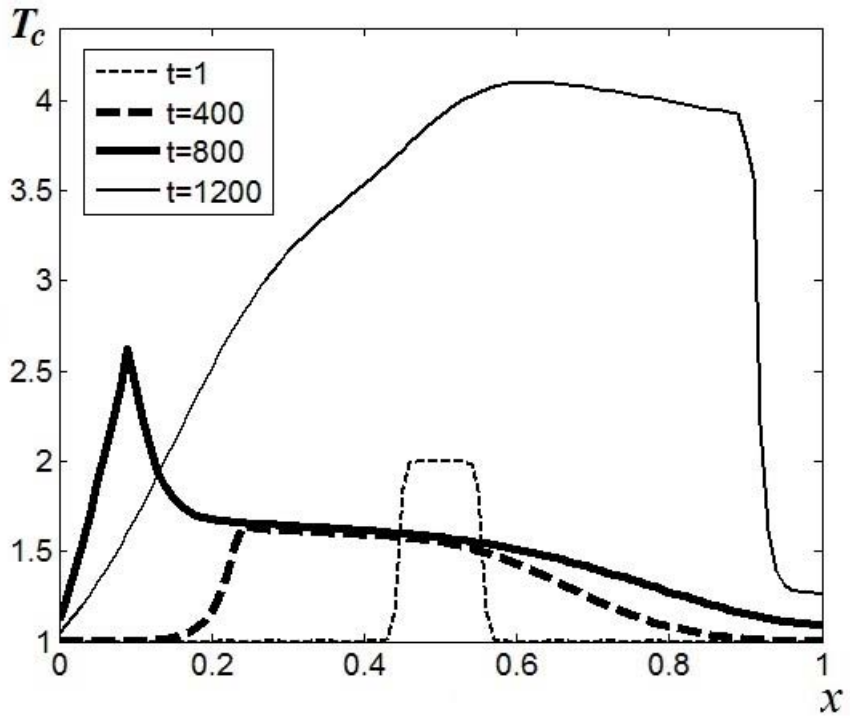

Рисунок 5.8 – Температура твердой среды в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в средней части объекта

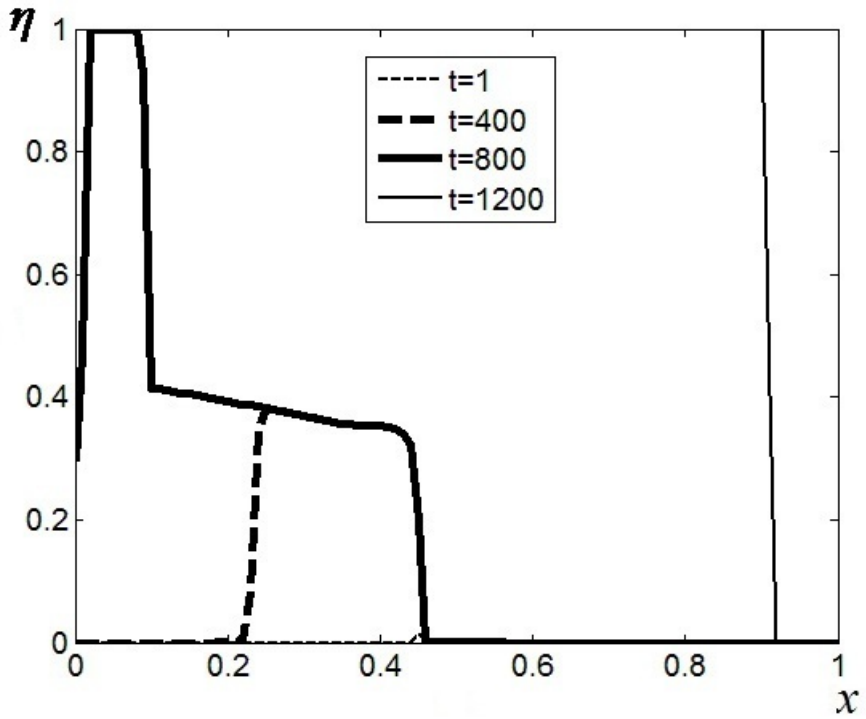

Рисунок 5.9 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте в различные моменты времени при расположении зоны зажигания в средней части объекта

Как и в рассмотренном выше случае, после отражения встречной волны горения и переходе ее в спутную волну её скорость распространения и температура в зоне горения существенно увеличиваются. А после выхода волны горения в область, в которой горения ещё не было, температура в зоне реакции и скорость волны горения ещё более возрастают.

Таким образом, предложенные в предыдущем параграфе математическая модель и численный метод позволили не только рассчитать распространение спутной и встречной волны горения при естественной конвекции, но также позволили смоделировать отражение встречной волны горения и ее переход в спутную волну.

Далее рассмотрим влияние учета зависимости проницаемости от пористости на процесс горения. При моделировании фильтрационного горения в пористых средах коэффициент проницаемости часто полагается постоянным. Вполне возможно, что проницаемость продуктов сгорания может быть равна проницаемости исходного пористого вещества, так как проницаемость определяется как пористостью, так и структурой пористой среды. Но, как правило, продукты сгорания являются более проницаемыми, чем первоначальное пористое вещество.

Одно из самых первых выражений для зависимости проницаемости от пористости, названное уравнением Козени, было предложено в работе [24]. Схожее, но более подробное выражение, названное уравнением Эргуна, было предложено в работе [25]. Используя уравнение Козени или пренебрегая членом второго порядка в уравнении Эргуна, можно записать следующее выражение для проницаемости:

$$k_1 = k_{11} \frac{a_g^3}{(1-a_g)^2} , \qquad (5.10)$$

где k_{11} - константа. Уравнение Козени (или Козени-Кармана) и уравнение Эргуна широко используются в теории фильтрации. Но следующее выражение для

проницаемости, предложенное в работе [33], также используется при изучении некоторых пористых сред:

$$k_1 = k_{10}\left(\frac{a_g}{a_{g0}}\right)^n , \qquad (5.11)$$

где n обычно полагается равным 10.

Исходную систему уравнений (5.1) и её конечно-разностный аналог (5.3) можно модифицировать с учетом соотношений (5.10) и (5.11). Так как данная модификация тривиальна, то не будем здесь ее подробно расписывать. При решении получившихся уравнений будем использовать параметры (5.7) и (5.8) с краевыми условиями, определяемыми из (5.2) при значениях (5.9), при этом проницаемость будем выбирать таким образом, чтобы в областях, где еще не было горения, она совпадала со значением, указанным в (5.8). Результаты численного решения получившихся уравнений, описывающих процесс при изменяющейся проницаемости, сравним с рассмотренным выше в настоящем параграфе случаем, когда коэффициент проницаемости постоянен.

Вначале рассмотрим случай, когда зона зажигания находится в нижней части пористого объекта. В возникающей самоподдерживающейся спутной волне горения изменение проницаемости вследствие изменения пористости не приводит к заметному повышению температуры в зоне горения, но приводит к существенному увеличению скорости волны горения. Этот факт наглядно демонстрируют рисунки 5.10 и 5.11, на которых показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в момент времени $t = 900$ в пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, при различной проницаемости: 1 – постоянная проницаемость; 2 – проницаемость описывается уравнением (5.10); 3 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 8; 4 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 10.

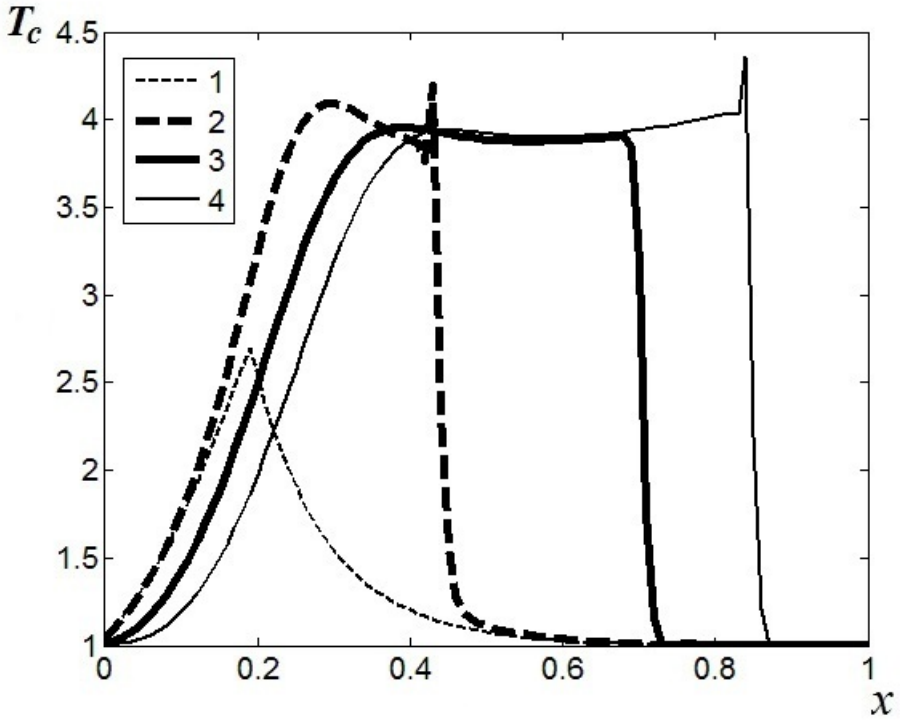

Рисунок 5.10 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в нижней части объекта в момент времени t = 900 при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

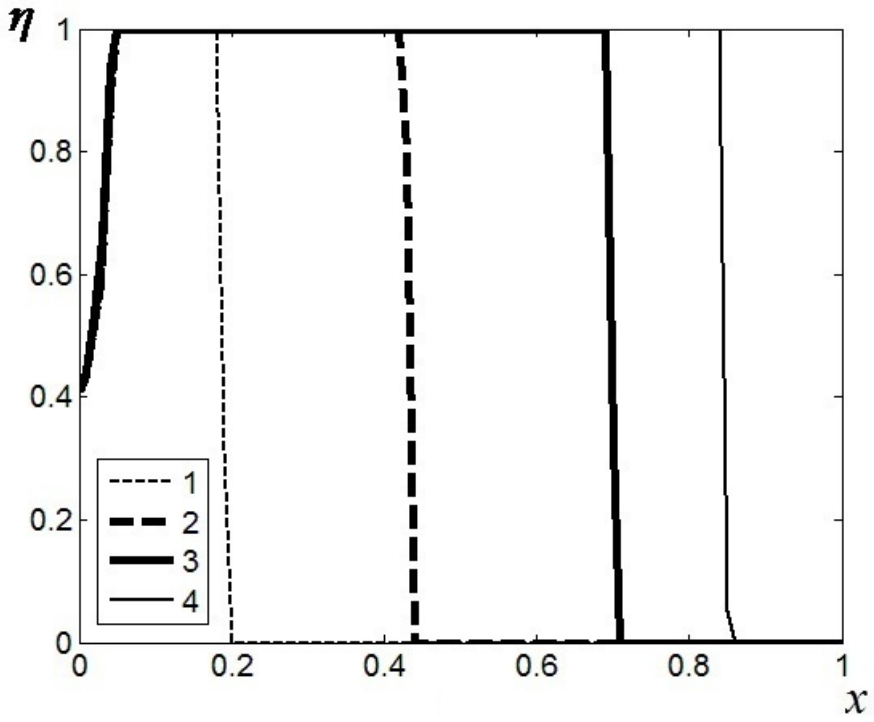

Рисунок 5.11 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в нижней части объекта в момент времени t = 900 при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

Горение изменяет пористость, и, когда проницаемость зависит от пористости, она увеличивается, а сопротивление пористой среды при этом уменьшается, поэтому увеличивается скорость газа; это приводит к увеличению подачи окислителя, так что волна горения распространяется с большей скоростью. Следует отметить, что, когда используется уравнение (5.11), проницаемость изменяется больше, чем при использовании уравнения (5.10). В то же время, когда используется n равное 10 в уравнении (5.10), проницаемость изменяется больше, чем при использовании n равного 8 в этом же уравнении. Таким образом, как видно из рисунка, чем больше изменение проницаемости вследствие изменения пористости, тем больше увеличивается скорость волны горения.

Рассмотрим случай, когда зона зажигания расположена в верхней части пористого объекта. В возникающей самоподдерживающейся встречной волне горения изменение проницаемости вследствие изменения пористости приводит к повышению как температуры в зоне горения, так и скорости волны горения. Этот факт наглядно демонстрируется на рисунках 5.12 и 5.13, на которых показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в момент времени $t = 900$ в пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, при различной проницаемости: 1 – постоянная проницаемость; 2 – проницаемость описывается уравнением (5.10); 3 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 8; 4 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 10. Во встречной волне горения скорость подачи кислорода контролирует процесс, поэтому увеличение скорости газа за счет уменьшения сопротивления пористой среды приводит к увеличению степени превращения твердого горючего компонента, вследствие чего температура в зоне горения существенно увеличивается со временем. И чем больше изменение проницаемости вследствие изменения пористости, тем выше возрастают температура, степень превращения твердого горючего компонента и скорость волны горения.

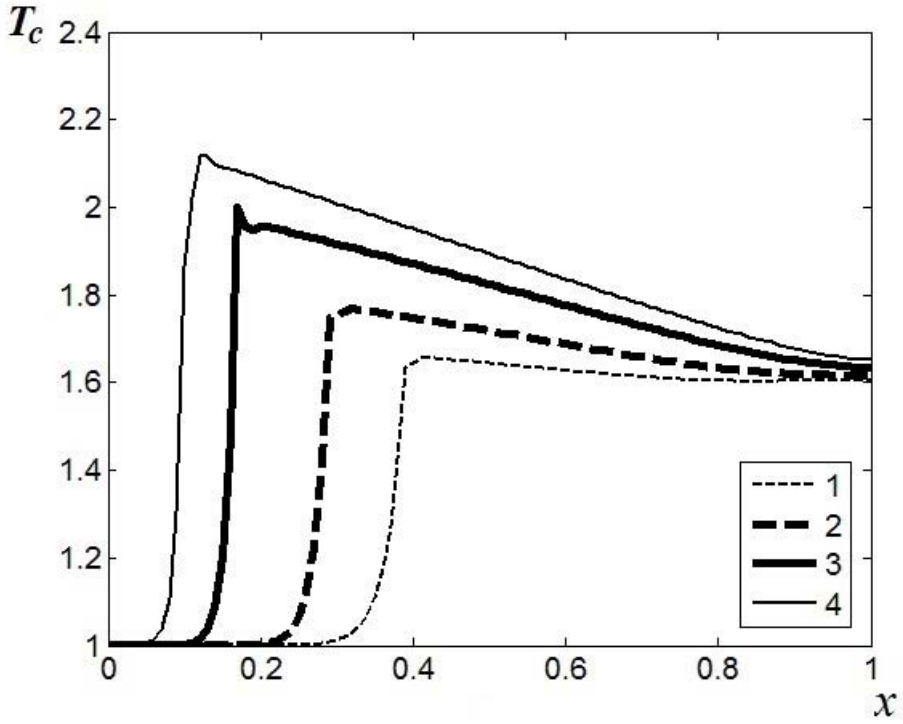

Рисунок 5.12 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в верхней части объекта в момент времени t = 900 при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

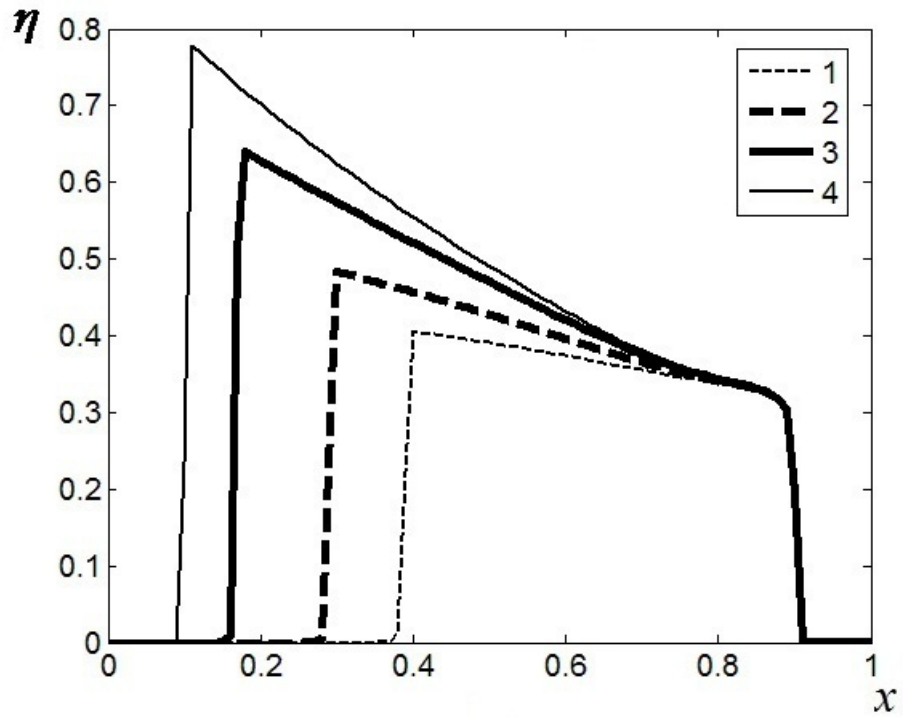

Рисунок 5.13 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в верхней части объекта в момент времени t = 900 при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

Когда встречная волна горения достигает нижней границы объекта, она отражается и начинает двигаться вверх, дожигая полностью оставшееся твердое горючее вещество. Эта отраженная волна является спутной волной, поэтому распространение отраженной волны похоже на распространение спутной волны горения, которое рассмотрено выше – в этом случае изменение проницаемости вследствие изменения пористости не приводит к повышению температуры в зоне горения, но приводит к существенному увеличению скорости волны горения. Этот факт наглядно демонстрируется на рисунках 5.14 и 5.15, на которых показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/10$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, при различной проницаемости: 1 – постоянная проницаемость, момент времени $t = 1700$; 2 – проницаемость описывается уравнением (5.10), момент времени $t = 1350$; 3 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 8, момент времени $t = 1130$; 4 – проницаемость описывается уравнением (5.11) с n = 10, момент времени $t = 1050$. Можно снова увидеть, что чем больше изменение проницаемости вследствие изменения пористости, тем больше увеличивается скорость волны горения.

Следует отметить, что в высокотемпературной зоне спутной волны горения можно снова увидеть небольшие колебания температуры. Как говорилось выше, когда температура в спутной волне горения достаточно высока, может возникать колебательная неустойчивость (колебания параметров фронта волны: температуры, скорости и т.д.), что характерно для кинетически контролируемых процессов ([54]). Причем колебательная неустойчивость может возникать как при постоянной, так и при переменной проницаемости.

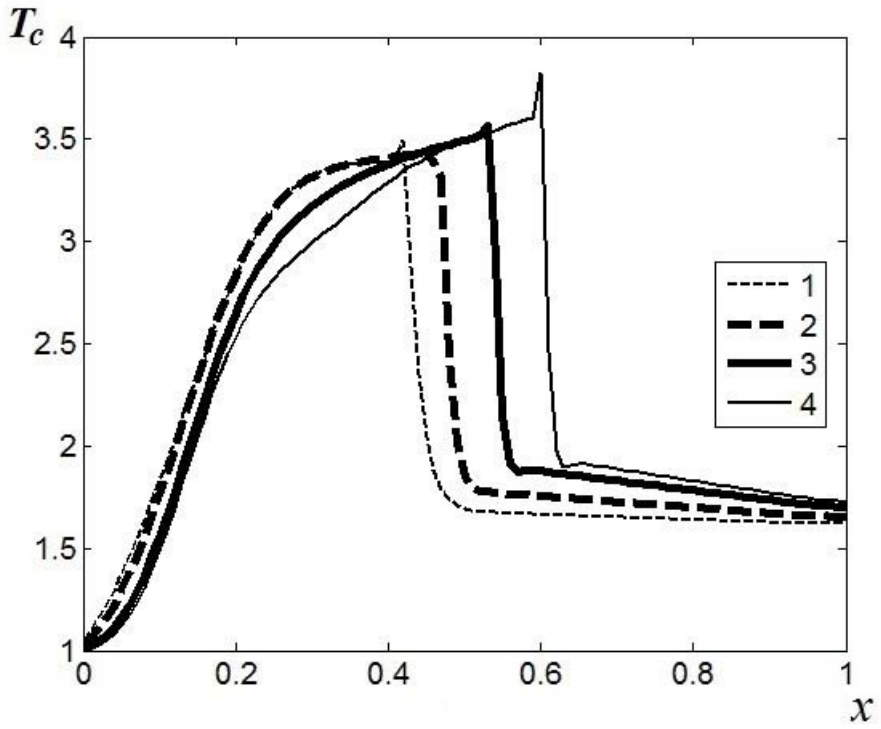

Рисунок 5.14 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в верхней части объекта в различные моменты времени при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

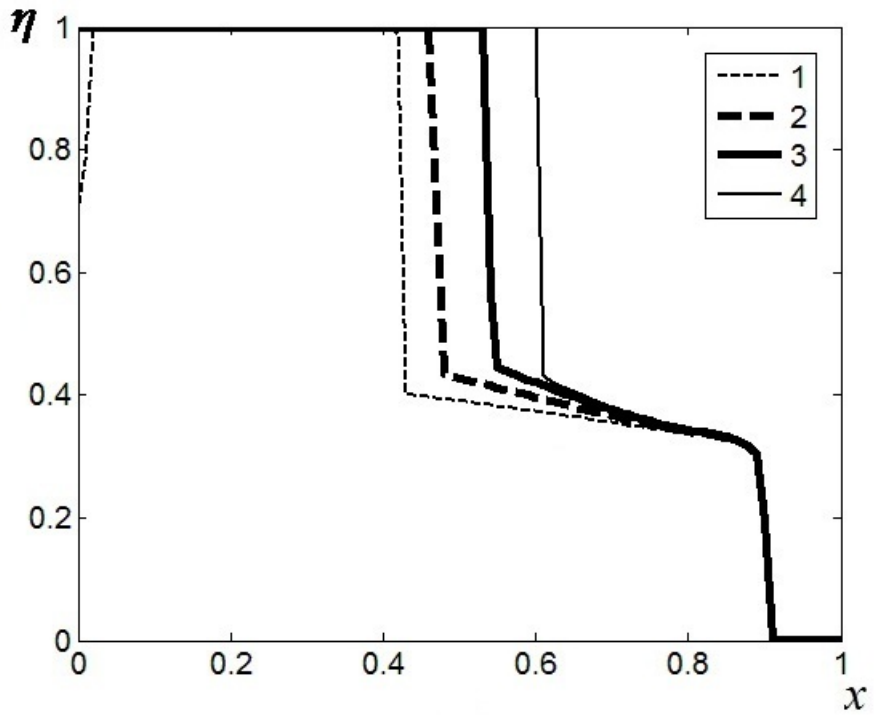

Рисунок 5.15 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в верхней части объекта в различные моменты времени при постоянной (1) и переменной (2–4) проницаемости

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Когда встречная волна гетерогенного горения, распространяющаяся по вертикальному пористому объекту при естественной конвекции и не полностью выжигающая твердое горючее вещество, достигает нижней границы объекта, может происходить её отражение и переход в спутную волну горения, которая движется вверх и полностью дожигает оставшееся твердое горючее вещество. Когда температура в спутной волне горения достаточно велика, может возникать колебательная неустойчивость, что типично для кинетически контролируемых процессов. Учет зависимости проницаемости от пористости при горении может существенно изменять получаемое при моделировании решение. Рост проницаемости вследствие роста пористости приводит к увеличению скорости как спутной, так и встречной волн горения. Для самоподдерживающейся встречной волны горения учет прямой зависимости проницаемости от пористости приводит также к росту с течением времени температуры в зоне горения и степени превращения твердого горючего компонента. Чем больше изменение проницаемости вследствие изменения пористости, тем больше изменяется получаемое при моделировании решение.

5.3. Тление пенополиуретана: сравнение расчетов с экспериментальными данными

Многочисленные расчеты течений газа через пористые среды с очагами гетерогенного горения, проведенные с использованием описанных в параграфе 5.1 модели и вычислительного алгоритма, показали, что полученные результаты численного моделирования качественно соответствуют известным из литературы особенностям фильтрационного горения твердых пористых сред. Однако прямое количественное сравнение расчетов с результатами экспериментов, опубликованными в различных статьях, оказалось затруднительным, так как в данных статьях не указывались значения всех задаваемых параметров, необходимых для проведения расчетов с использованием модели (5.1). В математической модели (5.1) нужно задавать много параметров, некоторые из

которых оказывают значительное влияние на получаемое решение. Поэтому для получения точных результатов необходимо использовать точные значения этих параметров. Но анализ работ с экспериментальными данными показал, что параметры, указанные в каждой статье, не позволяют точно определить все значения задаваемых параметров математической модели (5.1). Поэтому для определения значений этих параметров модели необходимо использовать информацию из разных статей. Но материал, используемый в разных экспериментах по горению, может иметь разные свойства. Например, свойства разных образцов торфа и твердых бытовых отходов могут быть очень разными.

При анализе экспериментальных работ по фильтрационному горению было замечено, что достаточно много экспериментов проводилось по тлению пенополиуретана. Тление представляет собой медленное беспламенное горение, при котором распространяется самоподдерживающаяся волна экзотермической реакции гетерогенного окисления твердого топлива [63]. При тлении реакция между кислородом и конденсированным горючим веществом происходит непосредственно на поверхности топлива, то есть горючее и окислитель находятся в разных фазах, поэтому тление является примером гетерогенного горения. Предполагая, что свойства пенополиуретана, используемого в различных экспериментах по тлению, могут быть весьма близкими, можно попытаться сравнить экспериментальные данные из литературы с результатами расчетов по предложенной модели (5.1).

В [119] приводятся экспериментально измеренные характеристики (максимальная температура реакции и скорость её распространения) тления пенополиуретановых образцов длиной 0.15 м в поле силы тяжести как при принудительной фильтрации с различной фиксированной скоростью подачи воздуха, так и при естественной конвекции, когда принудительное нагнетание воздуха отсутствует (нулевая скорость подачи). Из этой работы были взяты для сравнения экспериментальные данные о тлении пенополиуретана при свободной конвекции в поле силы тяжести. Чтобы определить значения параметров пенополиуретана, было проанализировано множество работ, и параметры для

модели (5.1) были выбраны главным образом из [119, 133]. Параметры кинетики получены из [133] путем редукции двухстадийного механизма химических реакций к одностадийному. Боковые теплопотери учтены посредством корректировки теплоты сгорания, что является типичным упрощением во многих подобных работах. Таким образом, для численных расчетов выбраны следующие значения параметров:

$$H = 0.15\,\text{м},\quad \mu_g = 0.536,\quad \mu_p = 0.1485,\quad a_{g0} = 0.975,\quad a_{cpEnd} = a_{cf0}\cdot 0.1485,$$

$$Q = 2.1\cdot 10^6\ \text{Дж/кг},\quad k = 3.92\cdot 10^{11}\ 1/\text{с},\quad E = 1.4\cdot 10^5\ \text{Дж/моль},$$

$$\lambda_c = 0.047/(1-a_{g0}) = 1.88\,\text{Вт/(м}\cdot\text{К)},\quad \lambda_g = 0.034\ \text{Вт/(м}\cdot\text{К)},\quad \alpha = 10^4\ \text{Вт/(м}^3\cdot\text{К)},$$

$$\rho_{cf0} = a_{cf0}\cdot 1.06\cdot 10^3\,\text{кг/м}^3,\quad \rho_{ci} = (0.025 - a_{cf0})\cdot 1.06\cdot 10^3\ \text{кг/м}^3, \qquad (5.12)$$

$$c_{cf} = 1.7\cdot 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad c_{ci} = 1.7\cdot 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\quad c_{cp} = 1.7\cdot 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},$$

$$c_g = 10^3\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)},\ c_{s1} = 1.458\cdot 10^{-6}\ \text{кг/(м}\cdot\text{с}\cdot\sqrt{\text{К}}),\quad c_{s2} = 110.4\,\text{К},$$

$$R = 8.31441\,\text{Дж/(моль}\cdot\text{К)},\quad g = 9.81\,\text{м/с}^2,\quad M = 2.993\cdot 10^{-2}\ \text{кг/моль},$$

$$D_{g0} = 1.82\cdot 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с},\quad b = 1.724,\quad \chi = 0.5,\quad \beta = 20\,\text{Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Краевые условия определяются из (5.2) при следующих значениях:

$$T_{g0} = 300\,\text{К},\quad C_0 = 0.23,\quad p_0 = 1.00001766\cdot 10^5\,\text{Па},\quad p_h = 10^5\,\text{Па}. \qquad (5.13)$$

Также полагаем, что если температура твердой среды менее $T_{kr} = 330\,\text{К}$, то экзотермические реакции не происходят. Заметим, что не все из указанных в (5.12) значений параметров приведены в вышеупомянутых работах – некоторые из этих параметров не оказывают сильного влияния на решение и могут быть указаны приблизительно (и расчеты это подтверждают). Основные трудности возникают при определении начальной объемной концентрации твердого горючего компонента (топлива) a_{cf0} и изменения коэффициента проницаемости k_1. Оба эти параметра оказывают значительное влияние на получаемое решение. Зная коэффициент проницаемости перед волной тления k_{10} и после прохождения волны горения k_{1End}, можно предположить, что изменение этого коэффициента

зависит от этих начального и конечного значений, а также от степени выгорания твердого горючего компонента η следующим образом:

$$k_1 = k_{10} + \left(k_{1End} - k_{10}\right)\eta . \tag{5.14}$$

При этом начальное и конечное значения проницаемости может быть выбрано из [119]:

$$k_{10} = 2.76 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2, \quad k_{1End} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2 . \tag{5.15}$$

Принимая во внимание возможную вариацию тепловыделения при горении пенополиуретана, описанную в [133], можно предположить, что объемная концентрация твердого горючего компонента a_{cf0} может варьироваться от $0.4 \cdot \left(1 - a_{g0}\right) = 0.01$ до $0.6 \cdot \left(1 - a_{g0}\right) = 0.015$. Таким образом, весь набор задаваемых параметров для модели (5.1) становится определенным.

В эксперименте [119] зажигание проводилось посредством воздействия на пенополиуретан в течение примерно 15 минут постоянного теплового потока от электрического нагревателя, который разогревался примерно до 500ºC. При проведении расчетов зажигание моделировалось близким образом: было положено, что температура на границе объекта (точнее – в первой расчетной точке) в течение 15 минут поддерживается не менее чем 750 К.

В [119] было показано, что наиболее репрезентативны данные, измеренные в центральной части пористого объекта, так как они слабо зависят от внешних эффектов, сильно проявляющихся на верхнем и нижнем концах объекта. Поэтому сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными в настоящем исследовании проводится только в центральной части пористого объекта. Без дополнительного экспериментального измерения нет возможности определить точные потери тепла на концах пористого объекта, поэтому нет возможности получить точные численные решения в этих зонах.

Согласно данным эксперимента [119], для распространяющейся вниз волны тления без принудительной подачи воздуха (то есть для встречной волны тления при свободной конвекции, когда поступающий газ и волна горения движутся в противоположных направлениях) максимальная температура реакции тления T_{sm}

в центральной зоне лежит в диапазоне от 370ºС до 380ºС, а скорость волны тления – от $3\cdot10^{-5}$ м/с до $4\cdot10^{-5}$ м/с. На рисунке 5.16 показано распределение температуры твердой среды по пористому объекту при распространении встречной волны тления через 40 минут после начала процесса, а на рисунках 5.17 и 5.18 – максимальная температура реакции во встречной волне тления и скорость ее распространения в центральной зоне пористого объекта при разной концентрации твердого горючего компонента a_{cf0}. Обратим внимание, что в настоящем параграфе, в отличие от остальной работы, результаты расчетов приводятся в размерном виде, чтобы удобнее было сравнение с экспериментальными данными работы [119]. Как видно из рисунков 5.16 – 5.18, результаты численных расчетов слабо зависят от неизвестной концентрации твердого горючего компонента и очень хорошо согласуются с экспериментальными данными.

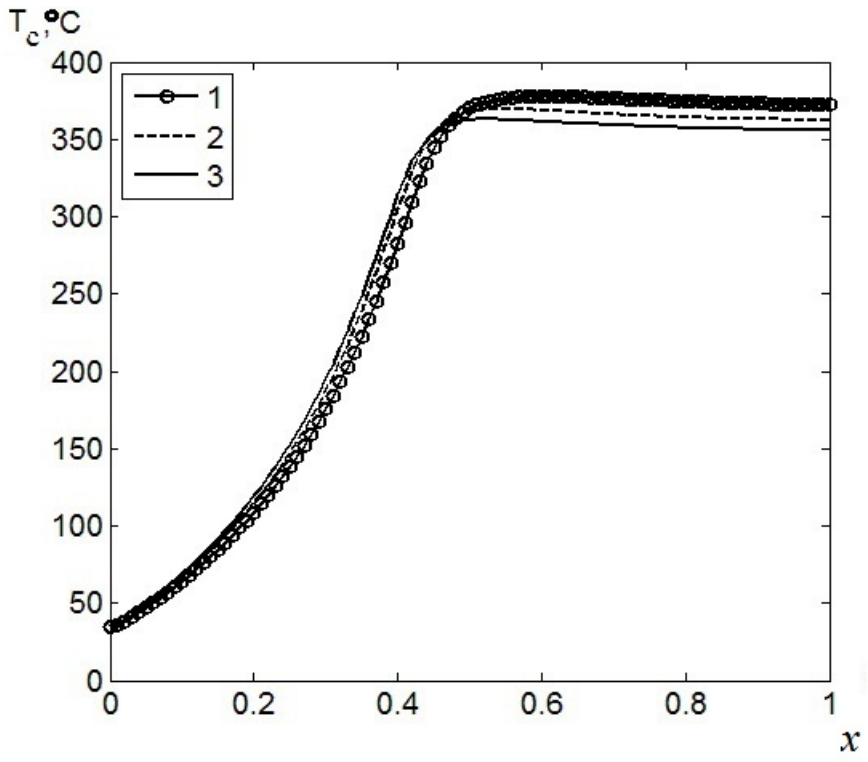

Рисунок 5.16 – Температура твердой среды в пористом объекте при распространении встречной волны тления через 40 минут после начала процесса при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

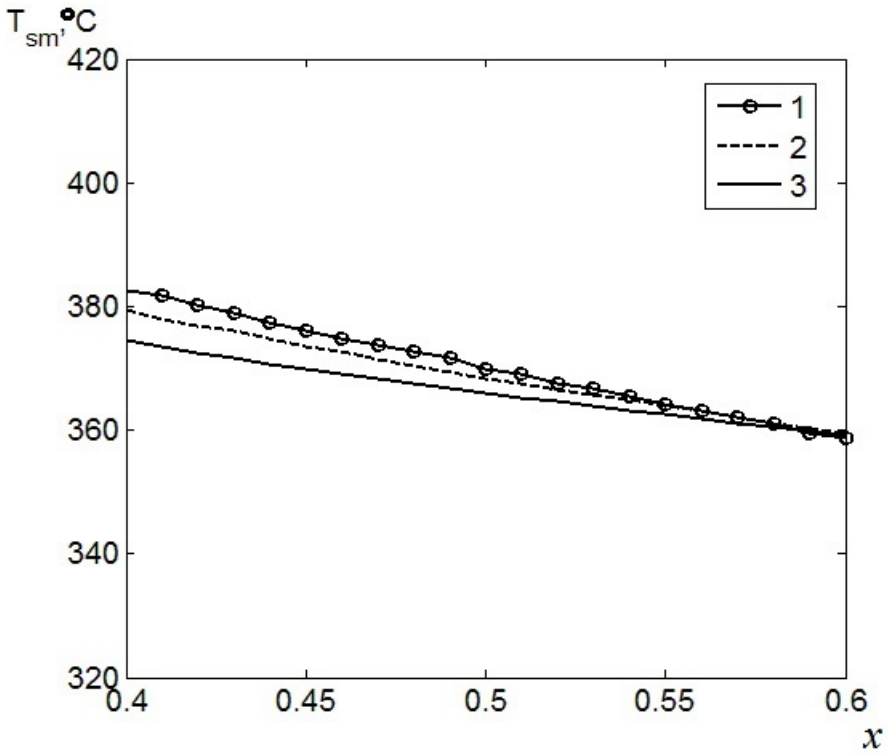

Рисунок 5.17 – Максимальная температура реакции тления в зависимости от расстояния до нижней границы пористого объекта во встречной волне тления при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

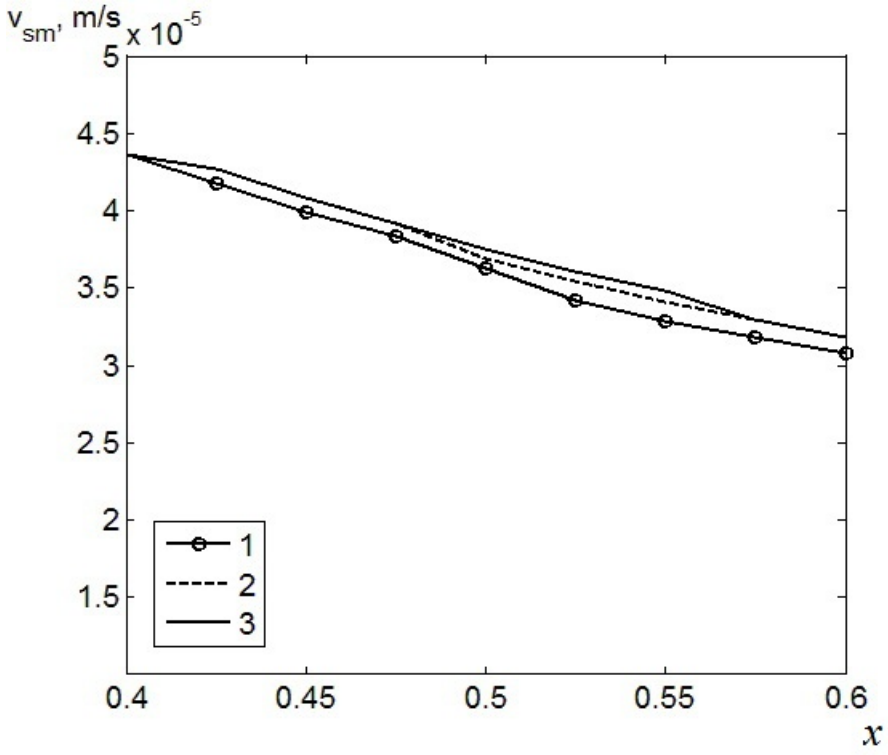

Рисунок 5.18 – Скорость волны тления в зависимости от расстояния до нижней границы пористого объекта во встречной волне тления при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

Согласно данным эксперимента [119], для распространяющейся вверх волны тления без принудительной подачи воздуха (то есть для спутной волны тления при свободной конвекции, когда поступающий газ движется в том же направлении, что и волна горения) максимальная температура реакции тления T_{sm} в центральной зоне лежит в диапазоне от 360ºС до 390ºС, а скорость волны тления – от $2.5 \cdot 10^{-5}$ м/с до $3.5 \cdot 10^{-5}$ м/с. На рисунке 5.19 показано распределение температуры твердой среды по пористому объекту при распространении спутной волны тления через 40 минут после начала процесса, а на рисунках 5.20 и 5.21 – максимальная температура реакции в спутной волне тления и скорость ее распространения в центральной зоне пористого объекта при разной концентрации твердого горючего компонента a_{cf0}. Как видно из рисунков, результаты численных расчетов существенно зависят от неизвестной концентрации твердого горючего компонента и довольно близки к экспериментальным данным.

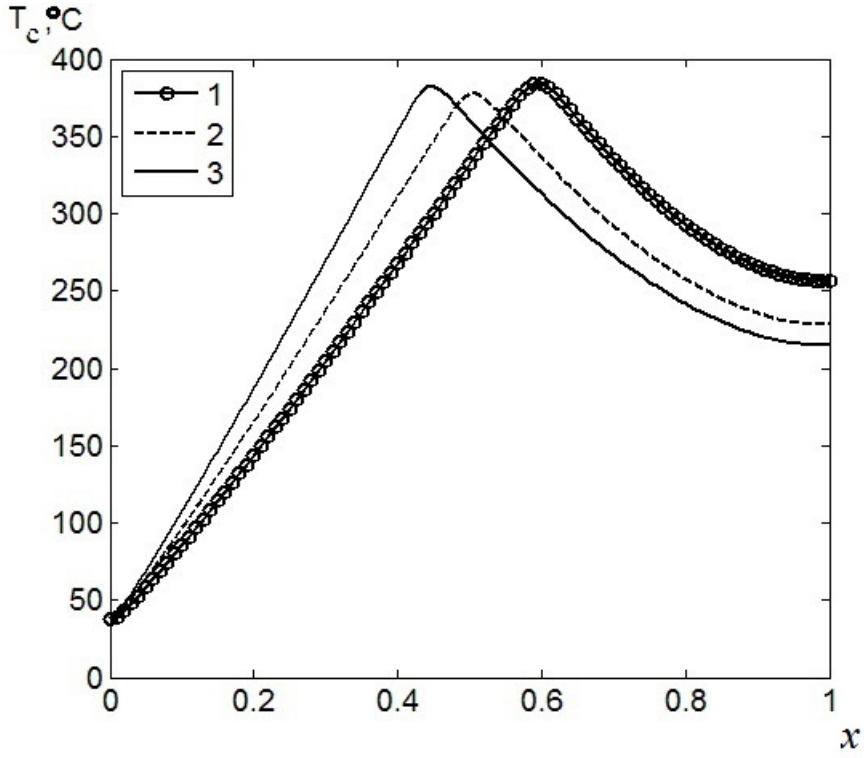

Рисунок 5.19 – Температура твердой среды в пористом объекте при распространении спутной волны тления через 40 минут после начала процесса при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

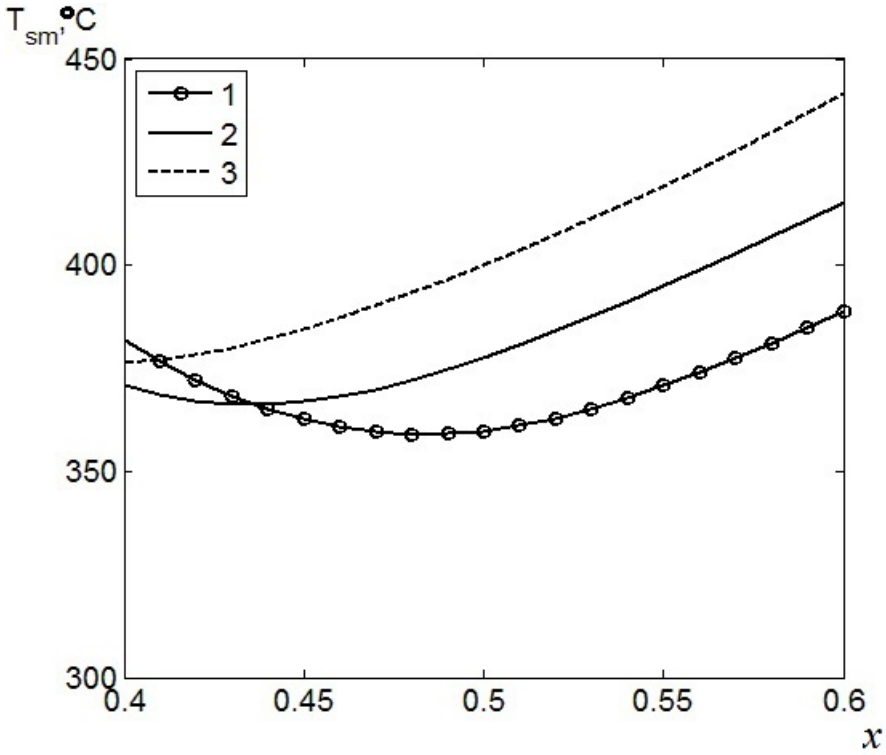

Рисунок 5.20 – Максимальная температура реакции тления в зависимости от расстояния до нижней границы пористого объекта в спутной волне тления при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

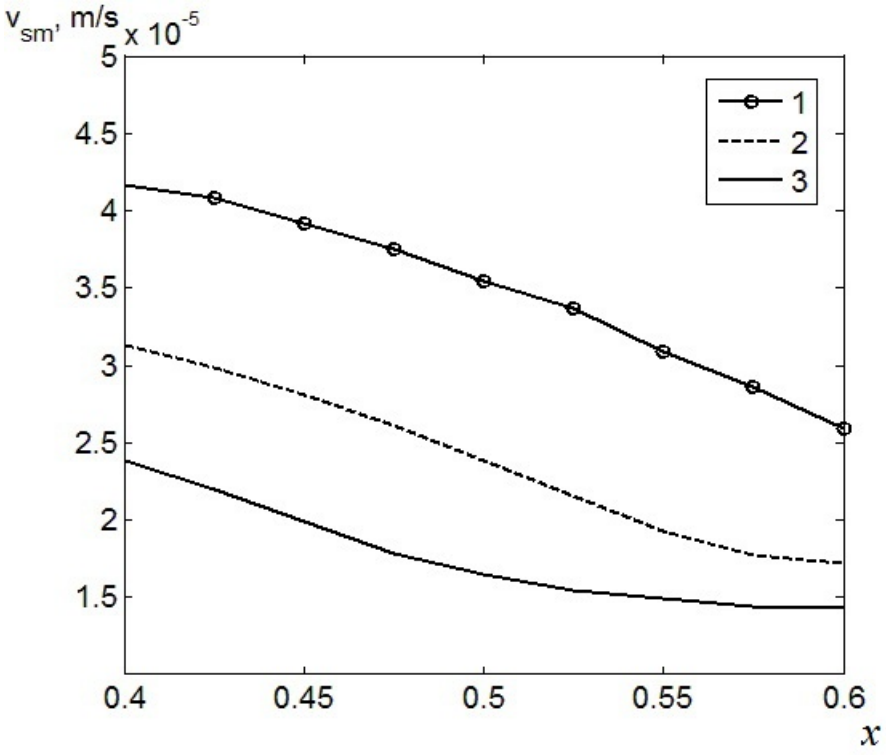

Рисунок 5.21 – Скорость волны тления в зависимости от расстояния до нижней границы пористого объекта в спутной волне тления при концентрации твердого горючего компонента 0.01 (1), 0.0125 (2), 0.015 (3)

Различия в сопоставлении расчетных и экспериментальных данных в спутной и встречной волнах горения могут показаться странными, однако они хорошо согласуются с экспериментальными наблюдениями. Здесь уместно процитировать работу [145], в которой сказано: «наблюдения и результаты показали, что на распространяющиеся вверх волны тления влияют многие факторы, и условия эксперимента должны жестко контролироваться для достижения повторяемости, тогда как распространяющиеся вниз волны тления стабильны». Результаты проведенных численных расчетов согласуются с данным утверждением.

На рисунках 5.22 и 5.23 приведены распределения температуры твердой среды по пористому объекту при распространении соответственно спутной и встречной волн тления, рассчитанные с различным сеточным шагом. Как видно из рисунков, для спутной волны тления расчет даже на достаточно грубой сетке (с шагом h=0.025) дает в целом достаточно точный результат, незначительно искажая только максимальную температуру реакции тления.

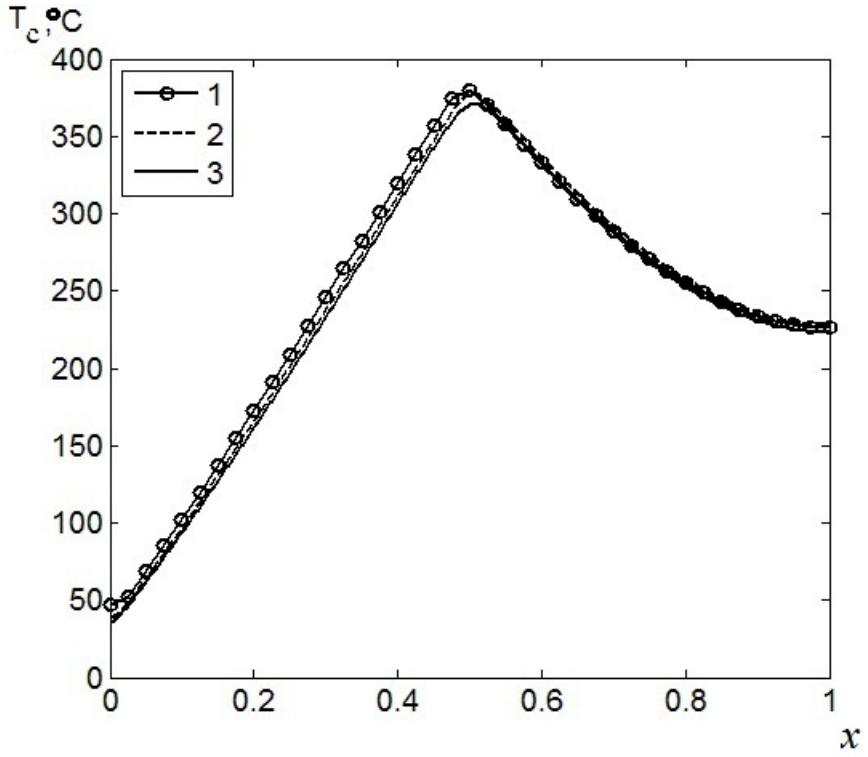

Рисунок 5.22 – Температура твердой среды в пористом объекте при распространении спутной волны тления через 40 минут после начала процесса при шаге сетки h=0.025 (1), h=0.01 (2), h=0.0025 (3)

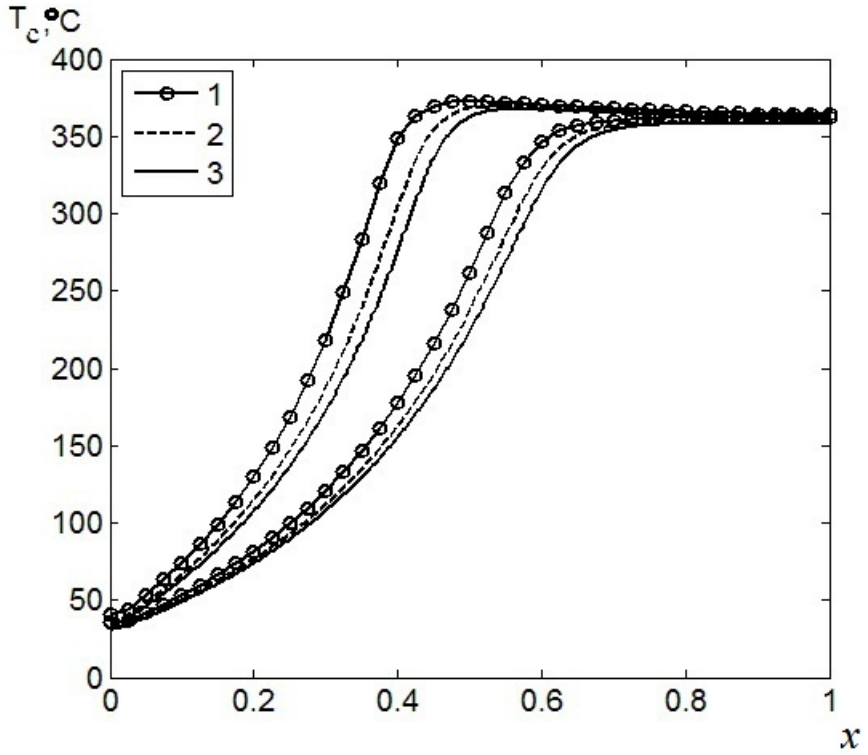

Рисунок 5.23 – Температура твердой среды в пористом объекте при распространении встречной волны тления через 30 и 40 минут после начала процесса при шаге сетки h=0.025 (1), h=0.01 (2), h=0.0025 (3)

Для встречной волны изменение шага сетки приводит к заметным изменениям решения. Однако, если сравнить профили температуры во встречной волне в различные моменты времени (рисунок 5.23), то можно увидеть, что разница, обусловленная отличающимся шагом сетки, с течением времени растет очень слабо – основные отличия в решениях с разным шагом возникают в начальный промежуток времени расчета, то есть вскоре после зажигания. Как было сказано выше, зажигание моделируется поддержанием в первой расчетной точке (на границе объекта) температуры не ниже заданной. А так как шаги сетки разные, то для более точной сетки место зажигания расположено ближе к границе объекта, поэтому волне тления необходимо время, чтобы она пришла в точку, соответствующую месту зажигания для более грубой сетки. Из-за этого в начальный промежуток времени волны тления, рассчитанные на более точных сетках, незначительно отстают от волн, рассчитанных на более грубых сетках. Это справедливо как для встречной, так и для спутной волн тления. Но в случае

спутных волн отстающие волны имеют незначительно большую скорость, поэтому они к середине объекта нагоняют опережающие их волны. А в случае встречных волн скорость отстающих волн наоборот незначительно меньше, поэтому их отставание не уменьшается, а даже незначительно увеличивается. Однако, следует заметить, что максимальную температуру во встречной волне тления можно очень точно рассчитать даже на достаточно грубой сетке (с шагом h=0.025). Это наглядно демонстрирует рисунок 5.24, на котором показана максимальная температура реакции во встречной волне тления в центральной зоне пористого объекта при вычислениях с различным шагом. Как видно из рисунка, для сеток с шагами от h=0.025 до h=0.0025 результаты практически полностью сливаются. Поэтому можно заключить, что расчеты даже на довольно грубой сетке (с шагом h=0.025) дают качественно верные и достаточно близкие к реальности результаты.

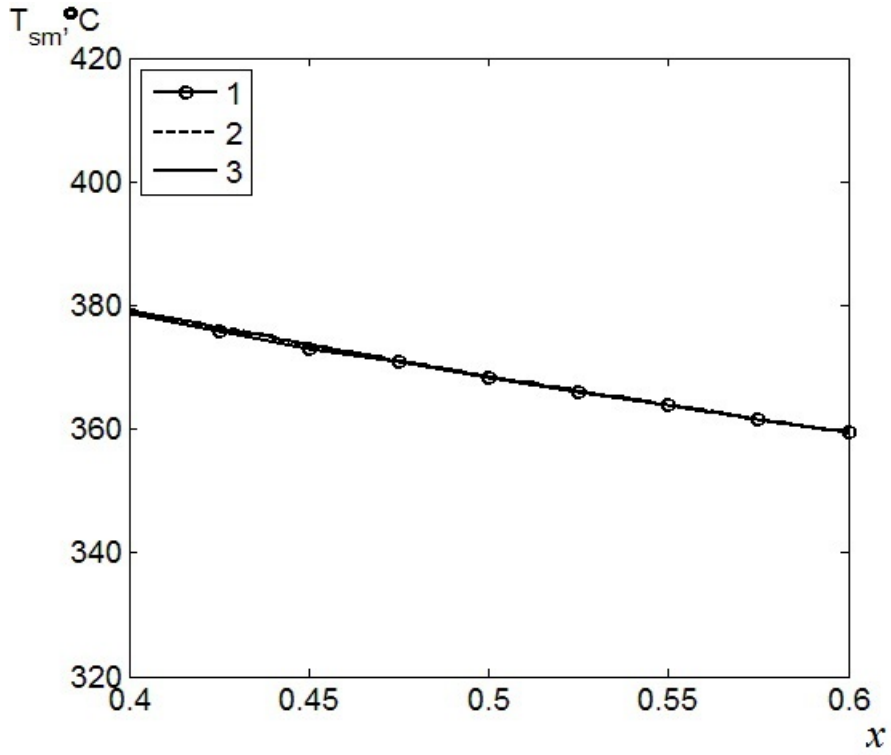

Рисунок 5.24 – Максимальная температура реакции тления в зависимости от расстояния до нижней границы пористого объекта во встречной волне тления при шаге сетки h=0.025 (1), h=0.01 (2), h=0.0025 (3)

Заметим, что при исследовании тления или иного горения материалов с нестабильными свойствами (например, торфа или твердых отходов) использование точных сеток не может привести к гораздо более точным результатам, поскольку ошибки в определении свойств этих материалов могут привести к ошибкам, превышающим точность расчетов. При моделировании горения таких материалов использование грубых сеток особенно целесообразно.

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Предложенные модель и численный метод для исследования гетерогенного горения пористых сред могут обеспечить хорошее количественное соответствие результатов расчета с экспериментом, если все параметры задачи точно определены. При расчете встречных волн горения можно получить достаточно точные результаты, даже если не удается точно определить некоторые параметры задачи. При расчете спутных волн горения погрешности в определении параметров задачи могут давать ощутимые погрешности в результатах расчета. Когда нет требований к высокой точности получаемых результатов, можно использовать достаточно грубую сетку (даже с шагом h=0.025). В ряде задач при невозможности точного определения всех параметров задачи использование грубой сетки особенно целесообразно.

5.4. Влияние поля силы тяжести и перепада давления на границах пористого объекта на его горение

Очевидно, что гравитационное поле оказывает влияние на гетерогенное горение в пористых средах, и особенно это проявляется при очень низких расходах воздуха (окислителя). Многие исследователи занимались вопросами влияния силы тяжести на горение пористых сред, для изучения этого было поставлено множество экспериментов, ряд экспериментов был проведен даже во время космических полетов (эти исследования описаны, в частности, в работах [124, 126, 127]). При горении в условиях свободной конвекции, когда нет принудительного нагнетания воздуха, определяющим фактором для притока окислителя в зону реакции и распространения волны горения является именно

гравитационное поле. Этот тезис подтверждается вычислительным экспериментом: если сделать расчет одномерных задач, описанных в параграфе 5.2, но не в вертикально ориентированном пористом объекте, а в горизонтальном (то есть убрать из уравнений модели слагаемое с силой тяжести и уравнять давление на концах объекта), то можно увидеть, что самоподдерживающиеся волны горения не возникнут. В этом случае при нахождении зоны зажигания на границе объекта возникает слабая волна горения, которая выжигает имеющийся в её окрестности кислород и затухает, так как окислитель не поступает в достаточном количестве. А когда зона зажигания находится в средней части пористого объекта, появляются две слабые волны горения, которые также выжигают кислород и затухают из-за недостатка окислителя. То есть отсутствие гравитационного поля в одномерном горизонтально ориентированном пористом объекте приводит к тому, что в нём не возникает самоподдерживающихся волн горения, в отличие от вертикального объекта.

Гравитационное поле воздействует на процесс не только через гравитационное поле (поле силы тяжести) внутри пористого горючего объекта, но и посредством создания перепада давления на границах этого объекта, вызванного действием силы тяжести на окружающий воздух, когда открытые границы расположены на разных высотах. Используя численное моделирование, можно легко оценить влияние каждого из этих факторов по отдельности на горение внутри пористой среды.

Рассмотрим два типа пористых объектов: в одном присутствует гравитационное поле внутри пористого объекта, но отсутствует перепад давления на границах этого объекта, а в другом, наоборот, – гравитационное поле внутри пористого объекта отсутствует ($\boldsymbol{g} = 0$), но на границах этого объекта существует перепад давления, вызванный действием силы тяжести на окружающий воздух, то есть давление газа на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах. Для этих объектов рассмотрим ту же самую задачу, что и в параграфе 5.2: пусть до начального момента времени температура объектов равна температуре окружающей среды T_{g0}, движение газа

в объектах отсутствует; в начальный момент времени в очаге зажигания, расположенном в нижней, или верхней, или средней части объекта, температура твердой фазы мгновенно достигает значения T_{c0}, равного или превосходящего температуру самовоспламенения, и начинается горение. Будем использовать параметры (5.7) с краевыми условиями, определяемыми из (5.2) при значениях (5.9), за исключением следующего: в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах будем полагать $p_0 = p_h = 1$, а в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля будем полагать Fr = ∞ (то есть слагаемое с Fr обнуляется). Будем также полагать, что экзотермические реакции происходят при любой температуре.

Вначале рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в нижней части объекта. Проведенные расчеты показывают, что в пористом объекте с гравитационным полем внутри объекта и без перепада давления на его границах в большом диапазоне параметров зоны зажигания (её размера и температуры) возникает самоподдерживающаяся волна горения. В таком пористом объекте газ (окружающий воздух) втекает в объект через его верхнее открытое основание, затем газ движется вниз через пористую среду и вытекает через нижнюю открытую границу объекта. Волна горения движется вверх, то есть навстречу движению воздуха, поэтому она является встречной волной горения. На рисунках 5.25 и 5.26 показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/25$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2.5$. Как видно из рисунков, в этом случае волна горения в области вблизи границы очага зажигания полностью выжигает горючее вещество, но потом при движении волны вверх твердое горючее вещество выгорает не полностью. При этом при распространении волны горения температура в ней уменьшается, а также падает степень выгорания твердого горючего компонента – это отличает данную волну от рассмотренных ранее встречных волн горения.

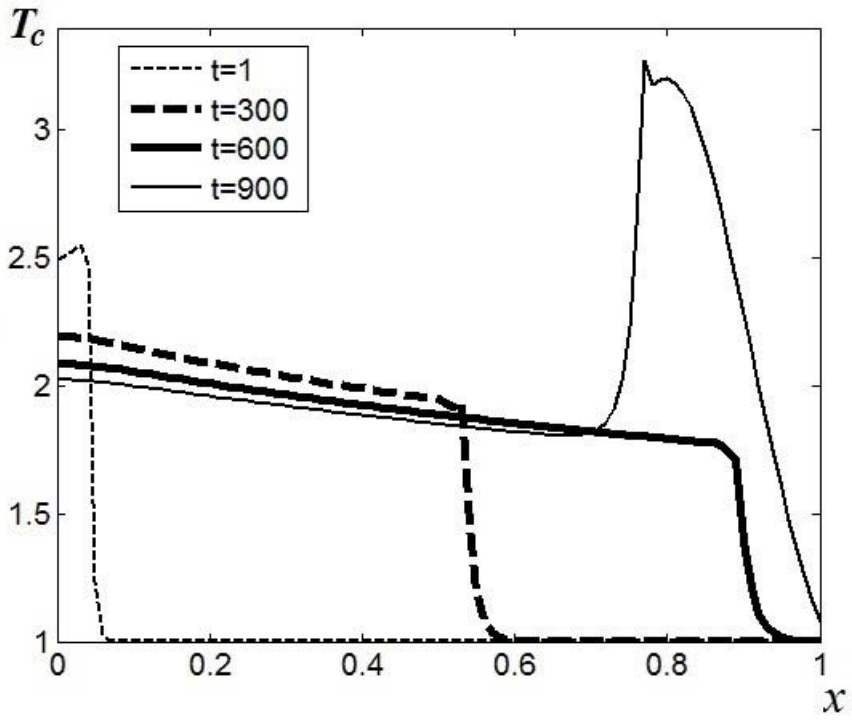

Рисунок 5.25 – Температура твердой среды в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах при расположении зоны зажигания в нижней части объекта

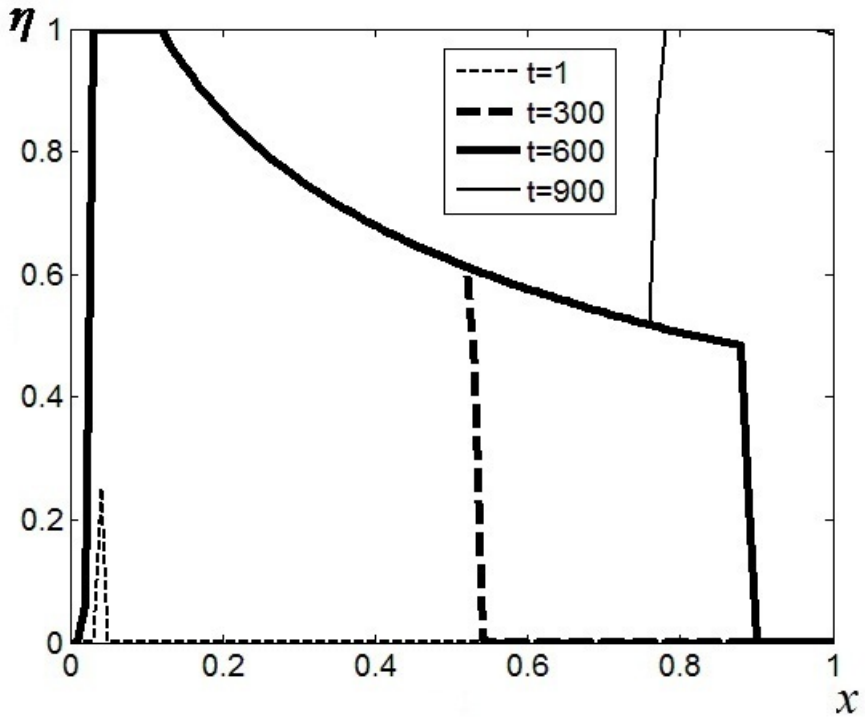

Рисунок 5.26 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах при расположении зоны зажигания в нижней части объекта

При достижении данной волны горения верхней границы объекта она отражается и начинает движение вниз, переходя в спутную волну и дожигая до конца оставшееся твердое горючее вещество. При этом температура в зоне горения существенно увеличивается. Отраженная волна доходит до нижней границы объекта, после чего процесс горения прекращается из-за отсутствия твердого горючего и начинается медленное остывание пористого объекта.

В пористом объекте с перепадом давления на границах объекта и без гравитационного поля также возникает самоподдерживающаяся волна горения в большом диапазоне параметров зоны зажигания. Но в таком пористом объекте газ (окружающий воздух) втекает в объект через его нижнее открытое основание и движется вверх, то есть направление движения воздуха и волны горения совпадают, поэтому данная волна является спутной. На рисунке 5.27 показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/25$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2.5$. Данная спутная волна горения при движении вверх полностью выжигает твердое горючее вещество, поэтому, когда она достигает верхнего основания объекта, процесс горения заканчивается.

Заметим, что в обычном вертикальном пористом объекте (в котором присутствует и гравитационное поле внутри объекта, и перепад давления на его границах) при поджигании снизу также может возникать спутная самоподдерживающаяся волна горения, но при этом данная волна возникает при меньшем диапазоне параметров очага зажигания, «разгорается» медленнее и имеет меньшую (примерно в полтора раза) скорость распространения. Таким образом, процесс горения в реальном вертикальном пористом объекте аналогичен процессу горения в пористом объекте с перепадом давления на границах объекта и без гравитационного поля внутри, но возможность возникновения и скорость волны горения при наличии поля силы тяжести оказываются значительно ниже, чем при отсутствии гравитационного поля.

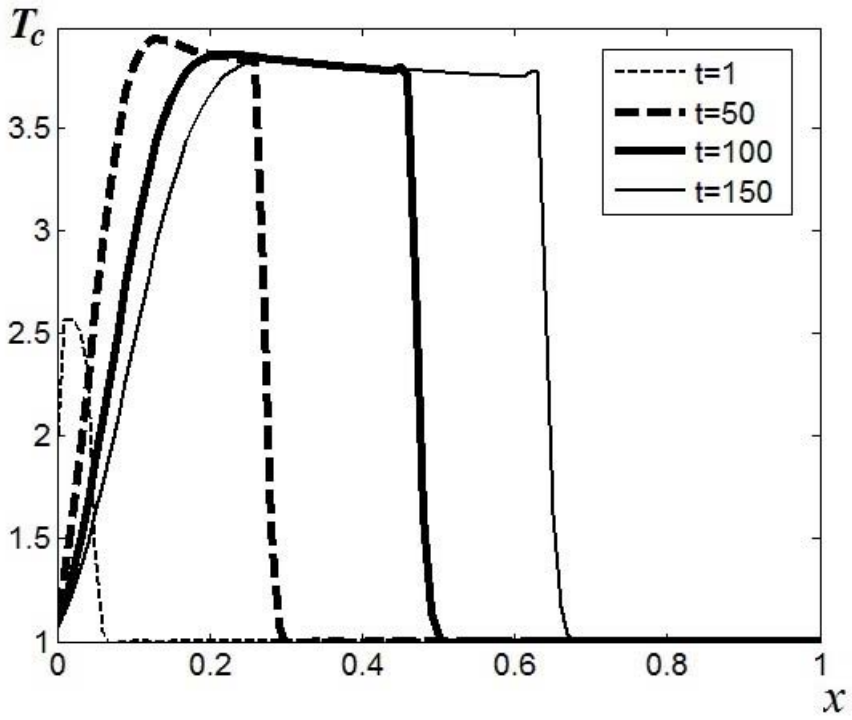

Рисунок 5.27 – Температура твердой среды в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля при расположении зоны зажигания в нижней части объекта

Можно сделать вывод, что при зажигании в нижней части пористого объекта гравитационное поле внутри объекта и перепад давления на его границах, вызванный действием силы тяжести на окружающий воздух, приводят к противоположным конкурирующим эффектам: направления и режимы распространения вызванных ими волн горения различаются. При одновременном воздействии этих факторов влияние перепада давления на границах объекта подавляет влияние силы тяжести, но сила тяжести приводит к снижению скорости волны горения.

Далее рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в верхней части объекта. Проведенные расчеты показывают, что в пористом объекте с гравитационным полем внутри объекта и без перепада давления на его границах в большом диапазоне параметров зоны зажигания (её размера и температуры) возникает самоподдерживающаяся волна горения. В таком пористом объекте воздух снова втекает в объект через его верхнее открытое основание и движется

вниз через пористую среду, поэтому возникающая волна горения является спутной, так как она движется сонаправленно с потоком воздуха. Данная волна горения полностью выжигает твердое горючее вещество, поэтому, когда она достигает нижнего основания объекта, процесс горения заканчивается. Распространение волны горения наглядно демонстрирует рисунок 5.28, на котором показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/25$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2.5$. Из рисунка видно, что температура в зоне горения близка к температурам в аналогичных рассмотренных выше спутных волнах, но при этом в данном случае наблюдается незначительное снижение температуры в зоне горения при движении волны горения вниз. Заметим также, что в данном случае при распространении волны горения её скорость падает.

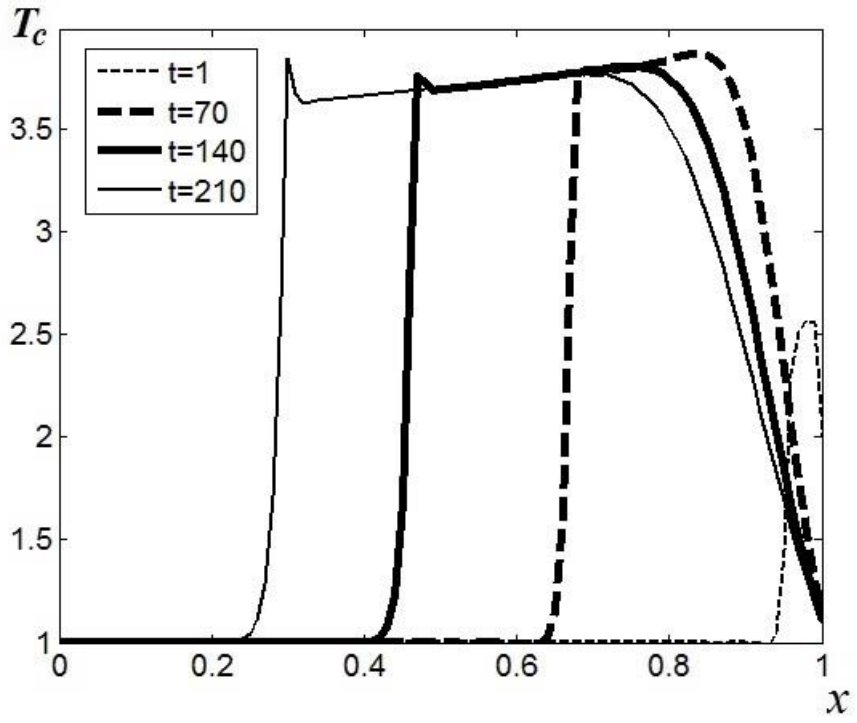

Рисунок 5.28 – Температура твердой среды в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

В пористом объекте с перепадом давления на границах объекта и без гравитационного поля также возникает самоподдерживающаяся волна горения в большом диапазоне параметров зоны зажигания. Но в таком пористом объекте данная волна является встречной, так как воздух втекает в объект через его нижнее открытое основание и движется вверх, то есть навстречу волне горения. На рисунках 5.29 и 5.30 показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/25$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2.5$. Как видно из рисунков, в этом случае волна горения в очаге зажигания и вблизи его полностью выжигает горючее вещество, но потом при движении волны вниз твердое горючее вещество выгорает не полностью. При этом при распространении волны горения снова уменьшаются температура в ней и степень выгорания твердого горючего компонента.

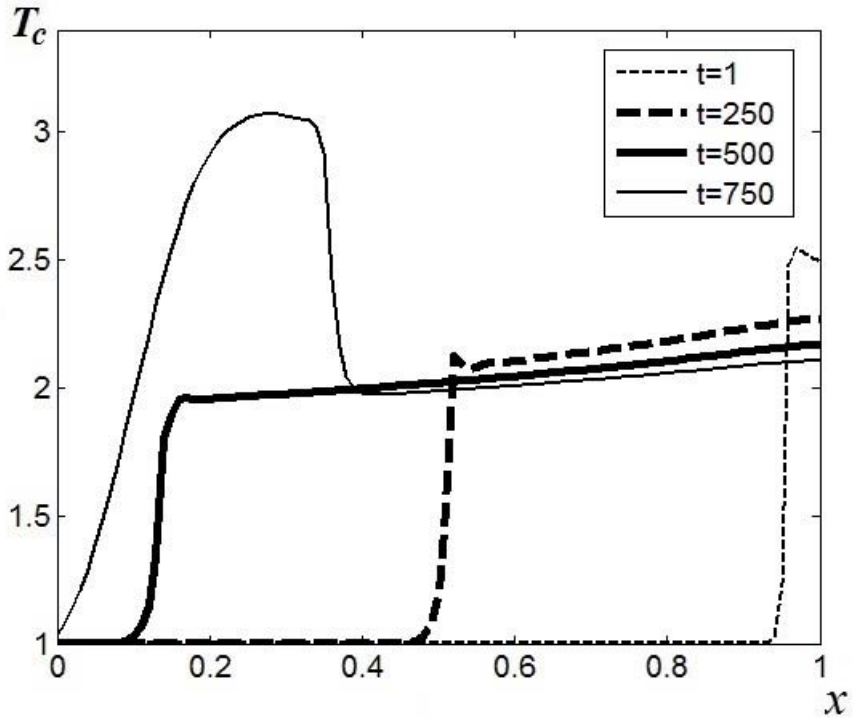

Рисунок 5.29 – Температура твердой среды в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

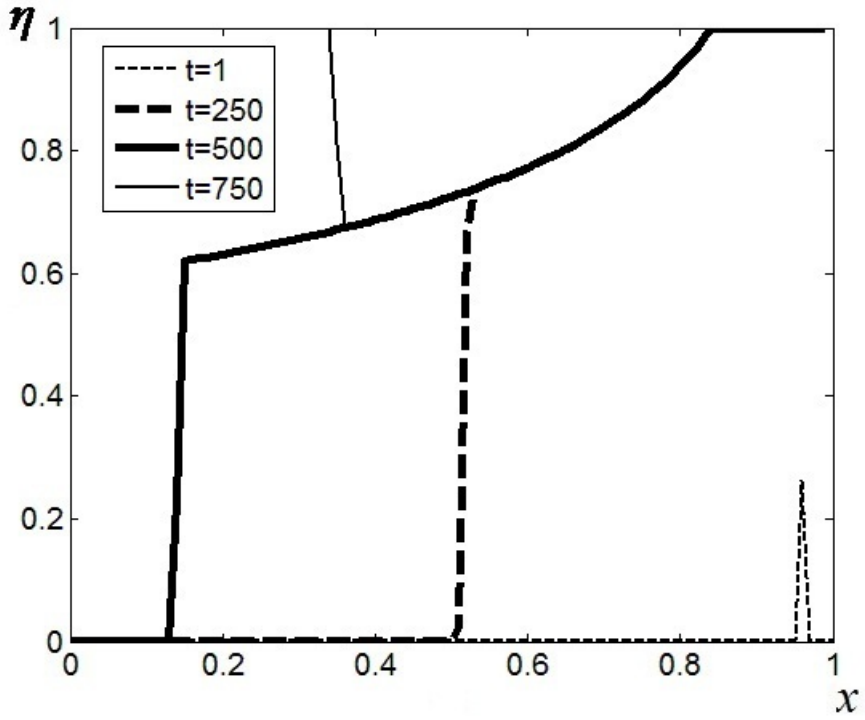

Рисунок 5.30 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля при расположении зоны зажигания в верхней части объекта

Как и в других встречных волнах горения с неполным выжиганием твердого горючего компонента, при достижении данной волны горения нижней границы объекта она отражается и переходит в распространяющуюся вверх спутную волну, дожигая до конца оставшееся твердое горючее вещество. Во всех рассмотренных выше спутных волнах температура горения существенно выше, чем во встречных, и в данной волне после отражения температура в зоне реакции также значительно увеличивается.

Сравнивая этот случай с процессом горения в обычном вертикальном пористом объекте (в котором присутствует и гравитационное поле внутри объекта, и перепад давления на его границах), можно снова увидеть, что процесс в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля аналогичен процессу в вертикальном пористом объекте, но скорость волны горения при отсутствии поля силы тяжести оказывается заметно выше (примерно в два и более раза). Таким образом, при зажигании в верхней части пористого

объекта вновь различаются направления и режимы распространения волн горения, вызванных по отдельности гравитационным полем внутри объекта и перепадом давления на его границах, а при одновременном воздействии этих факторов влияние перепада давления на границах объекта снова оказывается сильнее влияния силы тяжести.

В случае, когда очаг зажигания расположен в средней части объекта, устойчивая самоподдерживающаяся встречная волна горения возникает в большом диапазоне параметров зоны зажигания (её размера и температуры) как в объекте с гравитационным полем внутри и без перепада давления на границах, так и в объекте с перепадом давления на границах объекта и без гравитационного поля. Однако, в этих объектах встречные волны движутся в разных направлениях, поскольку направления движения газа внутри пористой среды различны. В объекте с гравитационным полем и без перепада давления воздух поступает через верхнее основание и движется вниз, а встречная волна горения движется вверх, не полностью выжигая твердое горючее вещество, и, достигнув верхней границы, отражается, переходя в спутную волну, распространяющуюся вниз и дожигающую оставшееся твердое горючее. В объекте с перепадом давления и без гравитационного поля воздух поступает через нижнее основание и движется вверх, а встречная волна горения движется вниз, также не полностью выжигая твердое горючее вещество и также отражаясь от границы, переходя в спутную волну, распространяющуюся вверх и дожигающую оставшееся твердое горючее. На рисунках 5.31 и 5.32 показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в пористом объекте с гравитационным полем внутри и без перепада давления на его границах, когда расположенная в средней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = H/5$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$. А на рисунках 5.33 и 5.34 показаны распределения температуры твердой среды и степени выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте с перепадом давления на его границах и без гравитационного поля при аналогичных параметрах очага зажигания.

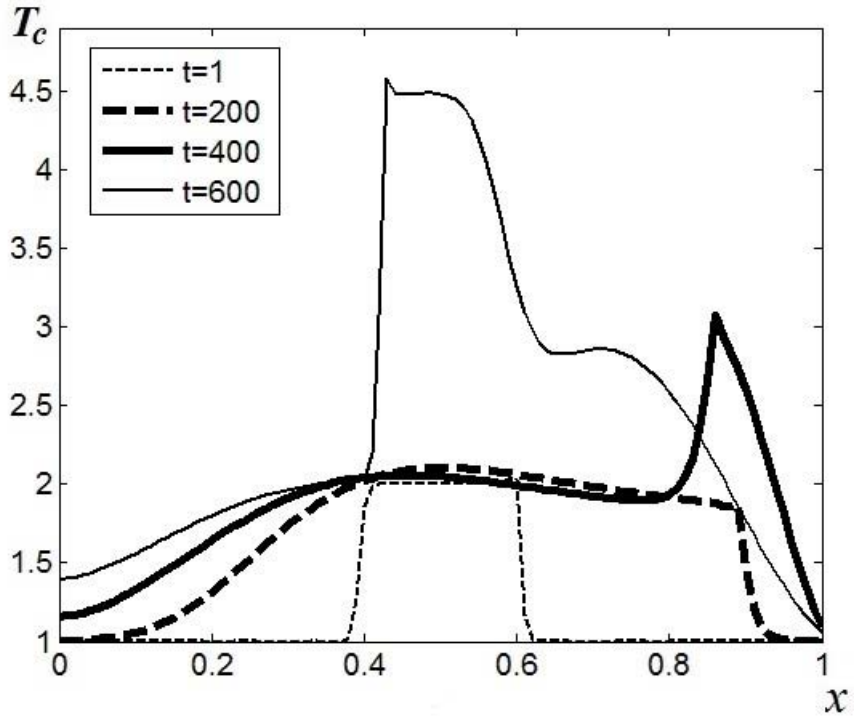

Рисунок 5.31 – Температура твердой среды в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах при расположении зоны зажигания в средней части объекта

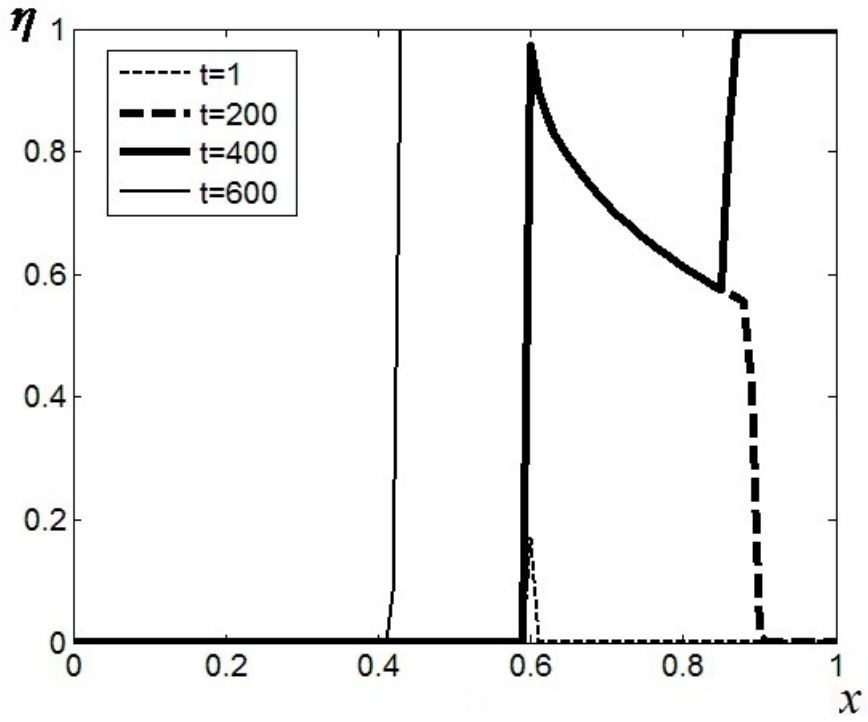

Рисунок 5.32 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте с гравитационным полем и без перепада давления на границах при расположении зоны зажигания в средней части объекта

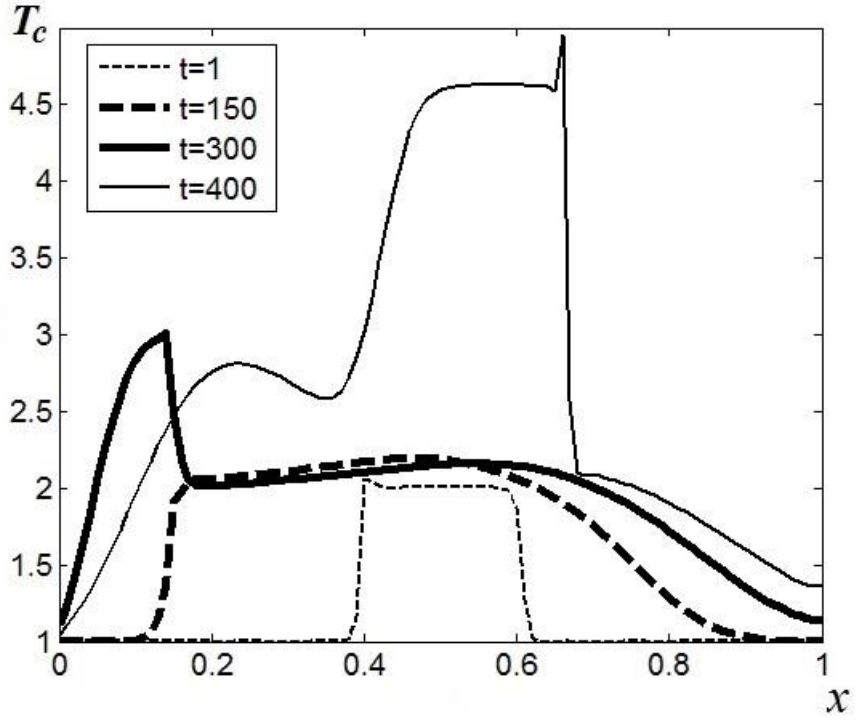

Рисунок 5.33 – Температура твердой среды в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля при расположении зоны зажигания в средней части объекта

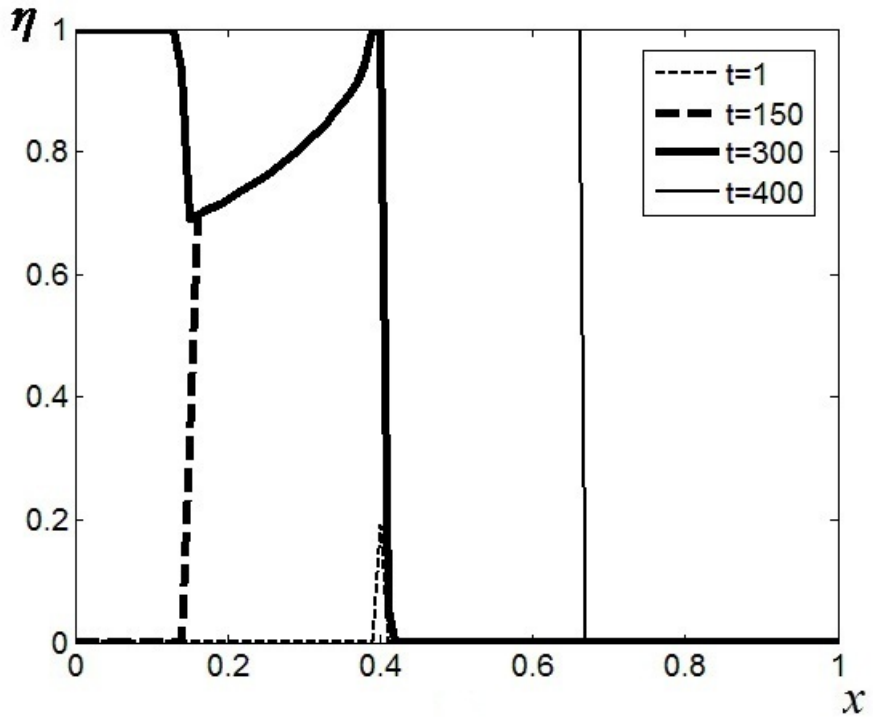

Рисунок 5.34 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте с перепадом давления на границах и без гравитационного поля при расположении зоны зажигания в средней части объекта

Как видно из этих рисунков, все закономерности распространения волн горения, которые описаны выше в настоящем параграфе, наблюдаются и в данном случае.

Таким образом, численное исследование влияния силы тяжести на распространение самоподдерживающихся волн горения твердых пористых сред показало следующее. Гравитационное поле внутри объекта и перепад давления на его границах, вызванный действием силы тяжести на окружающий воздух, приводят к противоположным конкурирующим эффектам: направления или режимы распространения вызванных ими волн горения различаются. При одновременном воздействии этих факторов, которое происходит в реальном вертикальном пористом объекте, определяющим при нормальных условиях является перепад давления на границах объекта, а влияние гравитационного поля внутри пористой среды приводит к снижению скорости волны горения.

Глава 6. Динамика двумерных волн гетерогенного горения пористых сред при естественной конвекции и принудительной фильтрации

6.1. Численный метод для расчета двумерных нестационарных процессов гетерогенного горения пористых сред при саморегуляции притока окислителя

В настоящей главе продолжается изучение распространения волн гетерогенного горения пористых сред. Горение реальных пористых объектов часто невозможно описать в рамках одномерных моделей распространения спутных и встречных волн горения, так как структура волн горения в реальных объектах может иметь сложный вид. Следует заметить, что даже если все условия (в частности, геометрия объекта, параметры зажигания) соответствуют одномерному режиму распространения волны горения, то с течением времени конфигурация этой волны может стать существенно двумерной или даже трехмерной. Поэтому настоящая глава посвящена исследованию динамики двумерных волн гетерогенного горения пористых сред. В главе рассматриваются двумерные течения газа через пористые объекты с очагами гетерогенного горения при саморегуляции проходящего через объект газа. То есть процессы, общая модель которых описана в параграфе 1.2, здесь изучаются в двумерном случае.

Будем рассматривать пористые объекты высотой H, которые имеют как непроницаемые нетеплопроводные стенки, так и проницаемые (открытые) границы. Если не оговорено особо, то будем полагать, что открытые границы объекта расположены сверху и снизу. Газ может втекать в пористый объект и вытекать из него через открытые границы в результате принудительной фильтрации или естественной конвекции. При этом, как и в предыдущей главе, на верхней границе объекта давление всегда будем полагать соответствующим атмосферному давлению на заданной высоте, а на нижней границе давление будем задавать либо атмосферным (случай естественной конвекции), либо

повышенным (случай принудительной фильтрации). В общем случае будем также полагать, что твердое пористое вещество состоит из горючего компонента, инертного компонента и твердых продуктов реакции, при этом твердый горючий материал превращается в газовые и твердые продукты реакции в результате взаимодействия с газообразным окислителем, то есть справедливо уравнение (1.29). Зону зажигания будем выбирать либо на одной из открытых границ объекта, либо в его средней части, однако, в отличие от предыдущей главы, форму очага зажигания будем задавать такой, что из-за нее будет нарушаться одномерный режим распространения волн горения – все искомые функции будут зависеть не только от высоты, но и от горизонтальной координаты, то есть процессы в объекте будем полагать двумерными.

При исследовании плоских двумерных задач горения в декартовой системе координат условимся, как и в главе 3, обозначать индексом 1 горизонтальную компоненту, а индексом 2 – вертикальную компоненту векторных величин. Таким образом, запишем безразмерную систему уравнений (1.45) в плоском двумерном случае, суммируя по повторяющимся индексам до 2:

$$\left(\rho_{cf}+\pi_1+\pi_4\rho_{cp}\right)\frac{\partial T_c}{\partial t}=-\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\left(T_c-T_g\right)+Q\pi_2 W+\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(1-a_g\right)\sum_i\frac{\partial^2 T_c}{\partial x_i^2},$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial T_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_{gi}\frac{\partial T_g}{\partial x_i}\right)=\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\left(T_c-T_g\right)+\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}a_g\sum_i\frac{\partial^2 T_g}{\partial x_i^2},$$

$$\rho_g\left(1+\chi\left(1-a_g\right)\right)\left(\frac{\partial v_{g1}}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_{gi}\frac{\partial v_{g1}}{\partial x_i}\right)=-a_g\,\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_1}-\frac{a_g^2\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}v_{g1}\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T_g}-$$
$$-\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W v_{g1},$$

$$\rho_g\left(1+\chi\left(1-a_g\right)\right)\left(\frac{\partial v_{g2}}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_{gi}\frac{\partial v_{g2}}{\partial x_i}\right)=-a_g\,\mathrm{Eu}\,\mathrm{Sh}\frac{\partial p}{\partial x_2}-\frac{a_g^2\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\pi}v_{g2}\frac{T_g^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T_g}-$$
$$-\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Fr}}\rho_g-\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W v_{g2}, \qquad (6.1)$$

$$\frac{\partial\rho_g}{\partial t}+\mathrm{Sh}\frac{\partial\rho_g v_{gi}}{\partial x_i}=\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W,\qquad p=\frac{\rho_g T_g}{a_g},$$

$$\rho_g\left(\frac{\partial C}{\partial t}+\mathrm{Sh}\,v_{gi}\frac{\partial C}{\partial x_i}\right)=\frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Sc}}\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho_g D_g\frac{\partial C}{\partial x_i}\right)-\mu_g\pi_2\pi_3 W-(1-\mu_p)\pi_2\pi_3 WC,$$

$$W=(1-\eta)C\exp(-E/T_c),\qquad \frac{\partial\eta}{\partial t}=\pi_2 W,$$

$$\rho_{cf}=1-\eta,\qquad \rho_{cp}=\mu_p\eta,$$

$$a_g=a_{g0}+(a_{cf0}-a_{cpEnd})\eta,\qquad D_g=T_g^b.$$

Все обозначения приведены в параграфе 1.2. Граничные условия для систем (3.1) и (3.2) можно записать в аналогичном (1.28) виде:

$$p\big|_{x\in G_1}=p_0(x),\quad \partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_1}=\mathrm{Bi}\left(T_g\big|_{x\in G_1}-T_c\big|_{x\in G_1}\right),$$

$$T_g\big|_{x\in G_1}=T_{g0}\quad\text{и}\quad C\big|_{x\in G_1}=C_0,\ \text{если}\ \boldsymbol{v}_g\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}\le 0,$$

$$\partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_1}=0\quad\text{и}\quad \partial C/\partial n\big|_{x\in G_1}=0,\ \text{если}\ \boldsymbol{v}_g\big|_{x\in G_1}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_1}>0, \qquad (6.2)$$

$$\partial T_c/\partial n\big|_{x\in G_2}=0,\quad \partial T_g/\partial n\big|_{x\in G_2}=0,\quad \boldsymbol{v}_g\big|_{x\in G_2}\cdot\boldsymbol{n}\big|_{x\in G_2}=0.$$

Для решения систем уравнений (6.1) с краевыми условиями (6.3) разработан оригинальный численный метод, который является развитием описанного в предыдущей главе метода и также основан на комбинации явных и неявных конечно-разностных схем. Этот метод имеет много общего с вычислительным алгоритмом для расчета двумерных течений газа через пористые саморазогревающиеся объекты при известном давлении на его границах, который описан в параграфе 3.1. Согласно методу, уравнения энергии, сохранения импульса и концентрации окислителя преобразовываются в явные конечно-разностные уравнения, из которых определяются температура твердой среды, температура газа, компоненты скорости газа и массовая концентрация окислителя. Уравнение неразрывности преобразовывается в неявное конечно-разностное уравнение, из которого с учетом уравнения состояния совершенного газа методом прогонки определяется давление газа. Плотность газа определяется из уравнения состояния совершенного газа. Далее подробно опишем предлагаемый численный метод.

Рассмотрим равномерную сетку с шагом h по пространству и шагом по времени τ, равным rh^2, где $r = \text{const}$. Нижние индексы при искомых сеточных функциях будут обозначать продвижение по пространству: m – вдоль x_1, l – вдоль x_2; верхний индекс n – продвижение по времени. Систему конечно-разностных уравнений, аппроксимирующую систему (6.1), можно записать следующим образом:

$$D_{g\,m,l} = \left(T^n_{g\,m,l}\right)^b, \qquad W_{m,l} = \left(1-\eta^n_{m,l}\right)C^n_{m,l}\exp\left(-E/T^n_{c\,m,l}\right),$$

$$\eta^{n+1}_{m,l} = \eta^n_{m,l} + \pi_2 W_{m,l}\tau, \qquad a_{g\,m,l} = a_{g0} + \left(a_{cf\,0} - a_{cpEnd}\right)\eta^{n+1}_{m,l},$$

$$\rho_{cf\,m,l} = 1-\eta^{n+1}_{m,l}, \qquad \rho_{cp\,m,l} = \mu_p\eta^{n+1}_{m,l},$$

$$T^{n+1}_{c\,m,l} = T^n_{c\,m,l} + \left[\left(T^n_{g\,m,l} - T^n_{c\,m,l}\right)\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_1\tau + Q\pi_2 W_{m,l}\tau + \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_1}\left(1-a_{g\,m,l}\right)r\left(T^n_{c\,m+1,l} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - 4T^n_{c\,m,l} + T^n_{c\,m-1,l} + T^n_{c\,m,l+1} + T^n_{c\,m,l-1}\right)\right]\Big/\left(\rho_{cf\,m,l} + \pi_1 + \pi_4\rho_{cp\,m,l}\right),$$

$$T^{n+1}_{g\,m,l} = T^n_{g\,m,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{\rho^n_{g\,m,l}}\right) - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g1\,m,l}\left(\pm 3T^n_{g\,m,l} \mp 4T^n_{g\,m\mp1,l} \pm T^n_{g\,m\mp2,l}\right) -$$

$$- \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g2\,m,l}\left(\pm 3T^n_{g\,m,l} \mp 4T^n_{g\,m,l\mp1} \pm T^n_{g\,m,l\mp2}\right) + \frac{\mathrm{Sh}\,\mathrm{St}_2\tau}{\rho^n_{g\,m,l}}T^n_{c\,m,l} +$$

$$+ \frac{\mathrm{Sh}}{\mathrm{Pe}_2}ra_{g\,m,l}\left(T^n_{g\,m+1,l} - 4T^n_{g\,m,l} + T^n_{g\,m-1,l} + T^n_{g\,m,l+1} + T^n_{g\,m,l-1}\right)\Big/\rho^n_{g\,m,l},$$

$$v^{n+1}_{g1\,m,l} = v^n_{g1\,m,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(v^n_{g1\,m+1,l} - v^n_{g1\,m-1,l}\right)\right) - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g2\,m,l}\left(v^n_{g1\,m,l+1} - v^n_{g1\,m,l-1}\right) -$$

$$- \left[v^n_{g1\,m,l}\left(\frac{\left(a_{g\,m,l}\right)^2\mathrm{Sh}\tau}{\mathrm{Re}\;\pi}\frac{\left(T^n_{g\,m,l}\right)^{1.5}}{\hat{c}_{s2} + T^n_{g\,m,l}} + \left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W_{m,l}\right) + a_{g\,m,l}\mathrm{Eu}\,\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(p^n_{m+1,l} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - p^n_{m-1,l}\right)\right]\Big/\left(\rho^n_{g\,m,l}\left(1+\chi\left(1-a_{g\,m,l}\right)\right)\right) - \omega_3 - \omega_4, \qquad (6.3)$$

$$v^{n+1}_{g2\,m,l} = v^n_{g2\,m,l}\left(1 - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(v^n_{g2\,m,l+1} - v^n_{g2\,m,l-1}\right)\right) - \frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g1\,m,l}\left(v^n_{g2\,m+1,l} - v^n_{g2\,m-1,l}\right) -$$

$$-\left[\left(v^n_{g2\,m,l}\left(\frac{\left(a_{g\,m,l}\right)^2 \mathrm{Sh}\tau}{\mathrm{Re}\;\pi}\frac{\left(T^n_{g\,m,l}\right)^{1.5}}{\widehat{c}_{s2}+T^n_{g\,m,l}}+\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W_{m,l}\right)+a_{g\,m,l}\mathrm{Eu}\,\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(p^n_{m,l+1}-\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.-p^n_{m,l-1}\right)\right)\Big/\rho^n_{g\,m,l}+\frac{\mathrm{Sh}\tau}{\mathrm{Fr}}\right]\Big/\left(1+\chi\left(1-a_{g\,m,l}\right)\right)-\omega_5-\omega_6,$$

$$C^{n+1}_{m,l}=C^n_{m,l}-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g1\,m,l}\left(\pm 3C^n_{m,l}\mp 4C^n_{m\mp1,l}\pm C^n_{m\mp2,l}\right)-$$

$$-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}v^n_{g2\,m,l}\left(\pm 3C^n_{m,l}\mp 4C^n_{m,l\mp1}\pm C^n_{m,l\mp2}\right)-\frac{\pi_2\pi_3 W_{m,l}\tau}{\rho^n_{g\,m,l}}\left(\mu_g+\left(1-\mu_p\right)C^n_{m,l}\right)+$$

$$+\frac{\mathrm{Sh}r}{4\mathrm{Re}\;\mathrm{Sc}\rho^n_{g\,m,l}}\left[\left(\pm 3C^n_{m,l}\mp 4C^n_{m\mp1,l}\pm C^n_{m\mp2,l}\right)\left(\pm 3D_{g\,m,l}\rho^n_{g\,m,l}\mp 4D_{g\,m\mp1,l}\rho^n_{g\,m\mp1,l}\pm\right.\right.$$

$$\left.\left.\pm D_{g\,m\mp2,l}\rho^n_{g\,m\mp2,l}\right)+\left(\pm 3C^n_{m,l}\mp 4C^n_{m,l\mp1}\pm C^n_{m,l\mp2}\right)\left(\pm 3D_{g\,m,l}\rho^n_{g\,m,l}\mp\right.\right.$$

$$\left.\left.\mp 4D_{g\,m,l\mp1}\rho^n_{g\,m,l\mp1}\pm D_{g\,m,l\mp2}\rho^n_{g\,m,l\mp2}\right)\right]+$$

$$+\frac{\mathrm{Sh}r}{\mathrm{Re}\;\mathrm{Sc}}D_{g\,m,l}\left(C^n_{m+1,l}-4C^n_{m,l}+C^n_{m-1,l}+C^n_{m,l+1}+C^n_{m,l-1}\right),$$

$$p^{n+1}_{m,l-1}\left(-\frac{\mathrm{Sh}rha_{g\,m,l-1}}{2T^{n+1}_{g\,m,l-1}}v^{n+1}_{g2\,m,l-1}\right)+\frac{p^{n+1}_{m,l}a_{g\,m,l}}{T^{n+1}_{g\,m,l}}+p^{n+1}_{m,l+1}\left(\frac{\mathrm{Sh}rha_{g\,m,l+1}}{2T^{n+1}_{g\,m,l+1}}v^{n+1}_{g2\,m,l+1}\right)=$$

$$=\rho^n_{g\,m,l}-\frac{\mathrm{Sh}rh}{2}\left(\rho^n_{g\,m+1,l}v^n_{g1\,m+1,l}-\rho^n_{g\,m-1,l}v^n_{g1\,m-1,l}\right)+\left(1-\mu_p\right)\pi_2\pi_3 W_{m,l}\tau-\omega_1-\omega_2,$$

$$\rho^{n+1}_{m,l}=p^{n+1}_{m,l}a_{g\,m,l}\Big/T^{n+1}_{g\,m,l}\,.$$

Система конечно-разностных уравнений (6.3) аппроксимирует исходную систему (6.1) с краевыми условиями (6.2) со вторым порядком точности по пространству и первым порядком по времени. В уравнениях для температуры газа и концентрации окислителя знак $\pm$ обусловлен возможным изменением направления движения газа: в каждой скобке верхнее значение знака выбирается тогда, когда соответствующая компонента скорости газа положительна, а нижнее значение знака – когда эта компонента отрицательна. Так как для схем четного порядка точности типично преобладание дисперсионной ошибки [203], которая в

данном случае может приводить к колебаниям получаемого решения и к неустойчивости, то для нивелирования такой ошибки в систему (6.3) добавлены демпфирующие члены ω_1, ..., ω_6, которые обладают диссипативным свойством, при этом имеют, в отличие от классической искусственной вязкости, четвертый порядок и не изменяют формальную точность метода:

$$\omega_1 = \frac{1}{\omega_1^*}\left(p^n_{m+2,l} - 4p^n_{m+1,l} + 6p^n_{m,l} - 4p^n_{m-1,l} + p^n_{m-2,l}\right), \quad \omega_1^* = \text{const},$$

$$\omega_2 = \frac{1}{\omega_2^*}\left(p^n_{m,l+2} - 4p^n_{m,l+1} + 6p^n_{m,l} - 4p^n_{m,l-1} + p^n_{m,l-2}\right), \quad \omega_2^* = \text{const},$$

$$\omega_3 = \frac{1}{\omega_3^*}\left(u^n_{1m+2,l} - 4u^n_{1m+1,l} + 6u^n_{1m,l} - 4u^n_{1m-1,l} + u^n_{1m-2,l}\right), \quad \omega_3^* = \text{const},$$

$$\omega_4 = \frac{1}{\omega_4^*}\left(u^n_{1m,l+2} - 4u^n_{1m,l+1} + 6u^n_{1m,l} - 4u^n_{1m,l-1} + u^n_{1m,l-2}\right), \quad \omega_4^* = \text{const}, \qquad (6.4)$$

$$\omega_5 = \frac{1}{\omega_5^*}\left(u^n_{2m+2,l} - 4u^n_{2m+1,l} + 6u^n_{2m,l} - 4u^n_{2m-1,l} + u^n_{2m-2,l}\right), \quad \omega_5^* = \text{const},$$

$$\omega_6 = \frac{1}{\omega_6^*}\left(u^n_{2m,l+2} - 4u^n_{2m,l+1} + 6u^n_{2m,l} - 4u^n_{2m,l-1} + u^n_{2m,l-2}\right), \quad \omega_6^* = \text{const}.$$

Краевые условия для сеточных функций задаются с использованием аппроксимаций производных конечными разностями второго порядка. Для сокращения записей здесь будем полагать, что открытые границы объекта являются только горизонтальными, а непроницаемые границы – только вертикальными (в других случаях краевые условия следует записать по аналогии с этим случаем). На открытых границах объекта давление газа, массовая концентрация окислителя и температура фаз получаются из (6.2), при этом используется следующая трехточечная конечно-разностная аппроксимация первой производной:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^n_{m,l} = \frac{\pm 3f^n_{m,l} \mp 4f^n_{m,l\mp1} \pm f^n_{m,l\mp2}}{2h}, \qquad (6.5)$$

где вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении индекса l в граничном узле сетки (то есть на верхней границе объекта), нижнее значение знака – при наименьшем l на границе (то есть на нижней границе объекта).

Краевые условия для компонент скорости газа на открытых границах задаются из условия равенства нулю их первых производных, записанных в виде (6.5). Добавление таких искусственных краевых условий, не уменьшающих формальную точность метода, оказывается необходимым, так как значения скорости и расхода газа на открытых границах неизвестны априори.

Необходимо также добавить фиктивные точки (узлы сетки), расположенные за пределами открытых границ, и в них задать значения давления, плотности газа, температуры газа и его скорости, коэффициента диффузии и массовой концентрации окислителя. При этом для нахождения температуры и компонент скорости газа, а также концентрации окислителя в фиктивной точке нулю приравниваются их первые производные, записанные в виде (6.5), а для определения давления и плотности газа приравниваются нулю их вторые производные на границе, записанные следующим образом:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2}\right)^n_{m,l} = \frac{f^n_{m,l+1} - 2f^n_{m,l} + f^n_{m,l-1}}{h^2}. \qquad (6.6)$$

На непроницаемых границах объекта температуры фаз, давление и плотность газа, коэффициент диффузии, концентрация окислителя и компоненты скорости газа, за исключением нормальной компоненты, задаются исходя из равенства нулю их первых производных по нормали, записанных в виде:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^n_{m,l} = \frac{\pm 3f^n_{m,l} \mp 4f^n_{m\mp1,l} \pm f^n_{m\mp2,l}}{2h}, \qquad (6.7)$$

где, как и в (6.5), вместо f подставляется соответствующая сеточная функция, верхнее значение чередующего знака выбирается при наибольшем значении соответствующего индекса в граничном узле сетки, нижнее значение знака – при наименьшем. Нормальная компонента скорости газа на непроницаемой стенке

приравнивается нулю в силу (6.2). В добавляемых фиктивных точках, расположенных за пределами непроницаемой границы, давление, плотность и температура газа, концентрация окислителя и компоненты скорости газа определяются согласно условию отражения [203] из их значений в приграничных узлах сетки.

Алгоритм нахождения искомых величин на каждом временном слое следующий. Организуем цикл по «горизонтальному» индексу m. Внутри этого цикла: решаем первое – одиннадцатое уравнения системы (6.3), последовательно меняя «вертикальный» индекс l, затем рассчитываем краевые условия вдоль индекса l для найденных функций, определяемых в указанных уравнениях, после этого решаем методом прогонки [193] двенадцатое уравнение и далее тривиально решаем тринадцатое уравнение системы (6.3), рассчитывая также краевые условия вдоль индекса l для давления и плотности. После завершения цикла по индексу m рассчитываем краевые условия вдоль этого индекса. На этом расчет на данном временном слое закончен, можно при необходимости вывести данные в файл и перейти к следующему временному слою. Таким образом, задавая начальные условия и последовательно продвигаясь по временным слоям, можно определить искомые величины в требуемый момент времени.

Доказать аналитически сходимость системы (6.3) к (6.1) не представляется возможным. Экспериментальное исследование сходимости системы конечно-разностных уравнений (6.3) к системе (6.1), проведенное на ряде модельных задач, показало, что сходимость имеет место при некотором ограничении на r, причем с уменьшением шага h допустимое значение r, как правило, увеличивается.

Исследование точности предлагаемого численного метода проводилось как на последовательности сгущающихся сеток, так и путем сравнения полученных результатов расчетов с известными экспериментальными данными из различных источников. Посредством данного метода были проведены расчеты одномерной задачи тления пенополиуретана, которая подробно описана в параграфе 5.3. Результаты расчетов показали, что точность предлагаемого метода в целом

соответствует точности метода для исследования одномерных задач горения, описанного в предыдущей главе. Даже на достаточно грубой сетке (в частности, на сетке с шагом h=0.025) предлагаемый метод позволяет получить результаты качественно верные и достаточно близкие к реальности. Поскольку целью настоящего исследования является выявление качественных особенностей распространения двумерных волн гетерогенного горения в пористых средах, результаты расчетов, демонстрируемые в настоящей главе, в основном получены на сетке с шагом h=0.025.

6.2. Распространение двумерных волн горения твердых пористых сред при принудительной фильтрации

В настоящем параграфе рассмотрим процессы в двумерных пористых объектах с очагами гетерогенного горения при принудительном нагнетании воздуха в пористый объект. Будем рассматривать пористый объект в форме прямоугольного параллелепипеда высотой H и шириной L, у которого боковые вертикальные стенки непроницаемы и нетеплопроводны, а обе горизонтальные стенки проницаемы (длина параллелепипеда остается произвольной, так как полагается, что от неё ничего не зависит – вдоль нее все величины не изменяются). В нижнюю часть объекта подается холодный газ с заданным повышенным давлением, который, двигаясь снизу вверх через пористую среду, вытекает из пористого объекта через верхнюю границу в свободное пространство с атмосферным давлением. Если особенностями течений у боковых стенок можно пренебречь, то процессы в пористом объекте можно было бы полагать одномерными, если бы зажигание было организовано в горизонтальных плоскостях. Но в настоящей главе будут рассматриваться зоны зажигания в форме прямоугольных параллелепипедов, в длину простирающихся на всю длину пористого объекта (прямоугольного параллелепипеда), но имеющих ширину L_1 меньшую ширины пористого объекта. Из-за формы очага зажигания одномерный режим распространения волн горения будет нарушаться – все искомые функции будут зависеть не только от высоты, но и от горизонтальной координаты, то есть

процессы в объекте будут двумерными. Зону зажигания будем выбирать либо на одной из открытых границ объекта, либо в его средней части. Схематичное изображение рассматриваемых пористых объектов с различным расположением зоны зажигания приведено на рисунке 6.1.

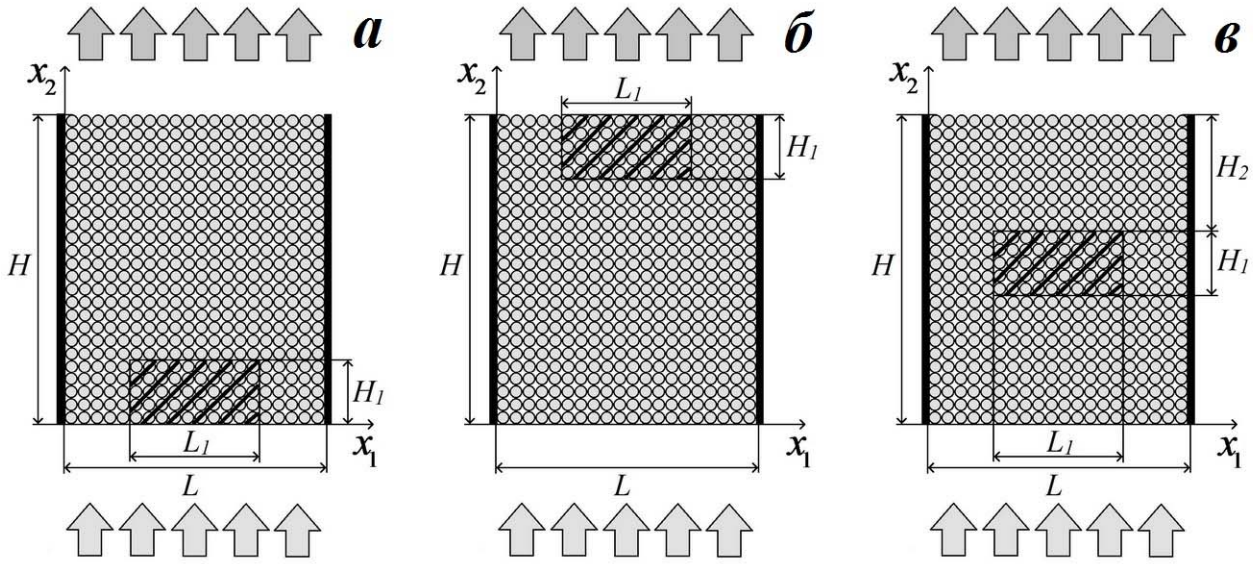

Рисунок 6.1 – Схемы пористых объектов с различным расположением зоны зажигания

Рассмотрим описанные пористые объекты, состоящие из твердых бытовых отходов и подобных им материалов, при L =1 (т.е. при L = H). Решим для таких объектов задачу о включении принудительной фильтрации в момент зажигания в твердой среде. Пусть до начального момента времени температура объекта равна температуре окружающей среды T_{g0}, давление на входе в объект и на выходе из него соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, следовательно, движение воздуха в объекте отсутствует. В начальный момент времени в очаге зажигания, расположенном в нижней, или верхней, или средней части объекта, температура твердой фазы мгновенно достигает значения T_{c0}, равного или превосходящего температуру самовоспламенения, и начинается горение, при этом одновременно происходит очень быстрый рост давления газа на нижней проницаемой границе объекта (на входе в объект). Для решения данной задачи

используется описанный в параграфе 6.1 алгоритм. Если иное не оговорено особо, будем использовать, как и в предыдущей главе, безразмерные параметры (5.7), а краевые условия будем определять из (6.2) при следующих значениях:

$$T_{g0}=1,\quad C_0=0.23,\quad p_0\big|_{x_2=0}=1.1,\quad p_0\big|_{x_2=1}=1. \tag{6.8}$$

Будем также полагать, что если температура твердой среды менее $T_{kr}=1.1$, то экзотермические реакции не происходят.

Вначале рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в нижней части объекта (рисунок 6.1а). Проведенные расчеты показывают, что в этом случае при возникновении самоподдерживающегося горения волна реакции стремится двигаться вверх и одновременно вбок (в сторону боковых стен), полностью выжигая твердое горючее вещество. Это наглядно демонстрирует рисунок 6.2, на котором показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1=0.1$ (т.е. $H_1=H/10$), ширину $L_1=0.2$ (т.е. $L_1=L/5$) и температуру в начальный момент времени $T_{c0}=2$.

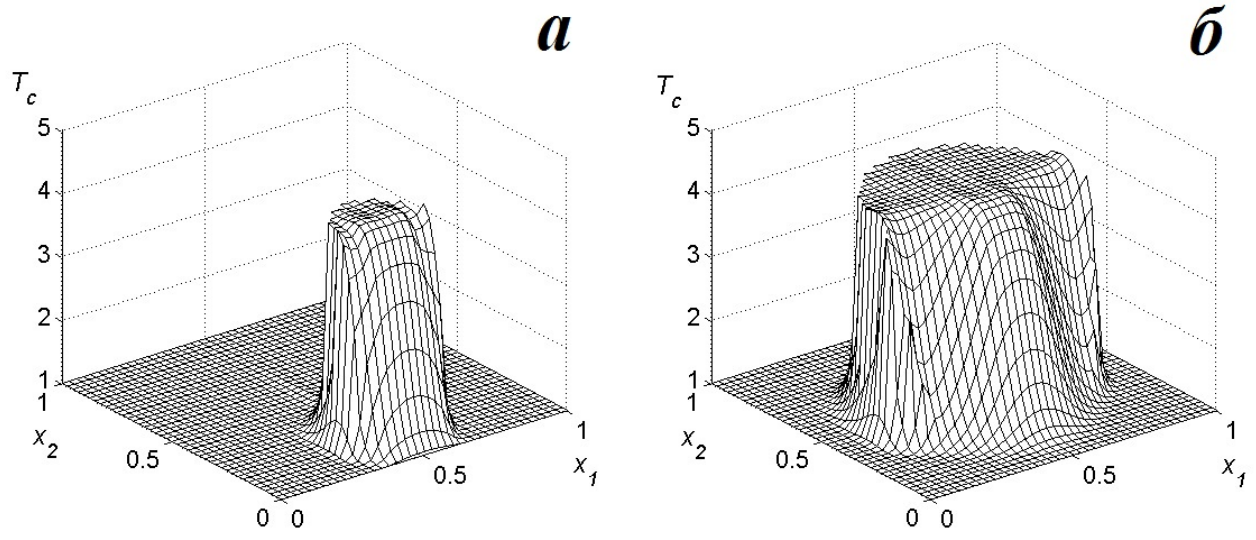

Рисунок 6.2 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 2 (а), t = 6 (б)

Газ, двигаясь вверх, стремится обогнуть нагретую часть объекта и течь по его холодной части, где горения ещё не было. На рисунке 6.3 показано поле скорости газа внутри того же самого рассмотренного пористого объекта с зоной поджигания в нижней части объекта в различные моменты времени после начала процесса.

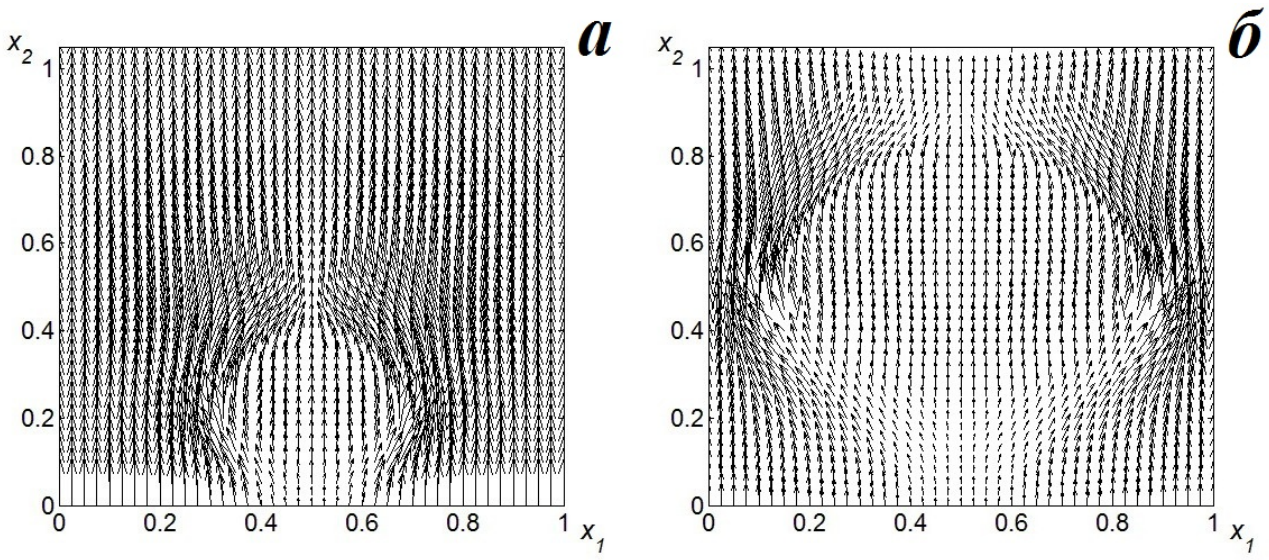

Рисунок 6.3 – Поле скорости газа в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: $t = 2$ (а), $t = 6$ (б)

Как видно из рисунка, большая часть газа огибает горячую зону, в которой происходит или уже закончилось горение, и течет по холодным краям пористого объекта, куда волна горения ещё не дошла. Направление движения газа, проходящего через зону реакции, в целом совпадает с направлением распространения волны горения, поэтому данную волну горения можно считать спутной.

На рисунке 6.4 показано распределение степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в том же самом пористом объекте с расположенной в нижней части объекта зоной поджигания высотой $H_1 = 0.1$, шириной $L_1 = 0.2$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

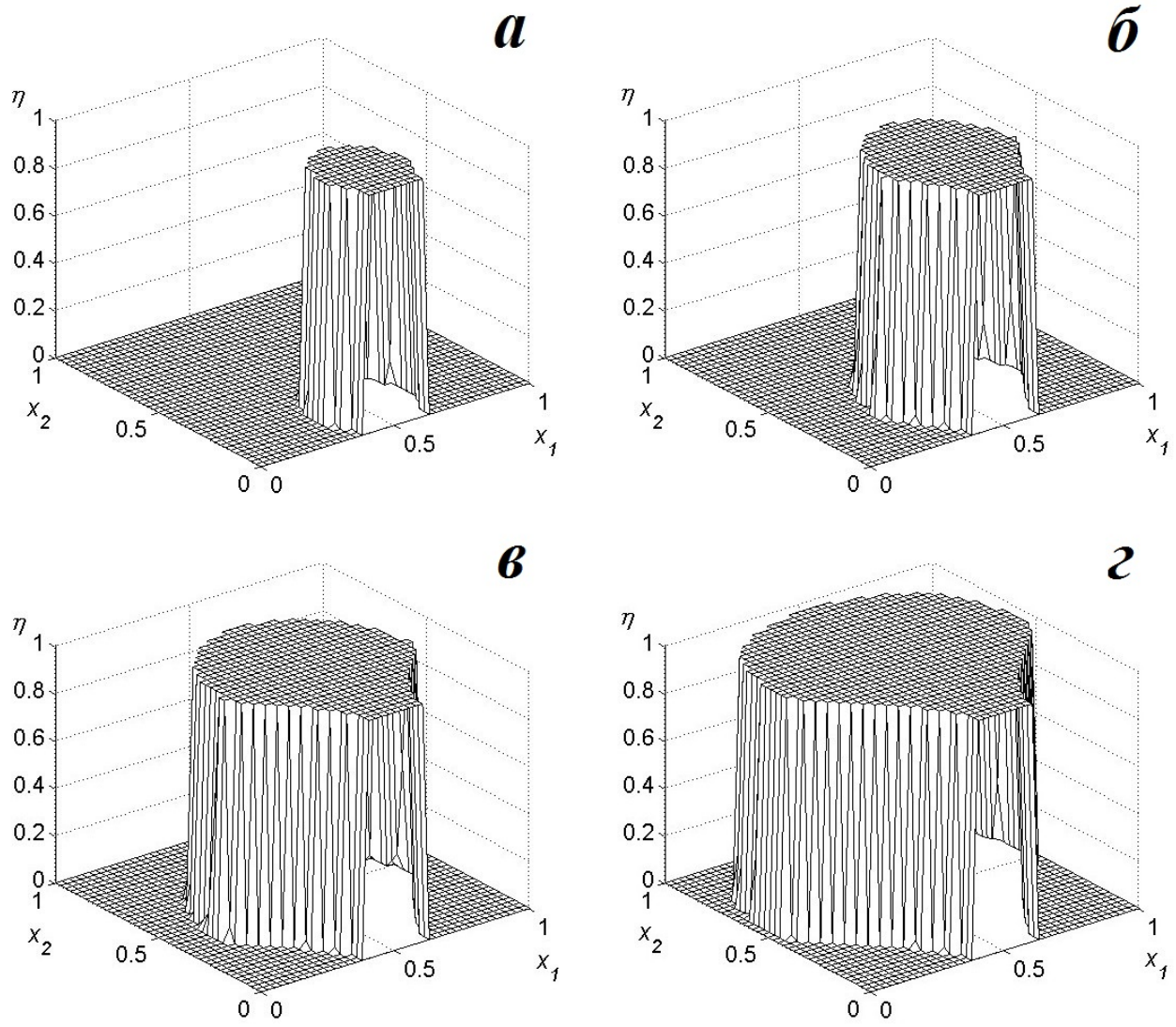

Рисунок 6.4 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: $t = 2$ (а), $t = 4$ (б), $t = 6$ (в), $t = 8$ (г)

Как видно из рисунка, когда спутная волна горения распространяется вверх и одновременно к боковым стенкам объекта, нижняя часть объекта вблизи боковых стенок остается несгоревшей, так как волна горения в данном случае не может двигаться поперек потока газа или против потока. В этом случае волна горения не может достичь частей объекта, расположенных ниже определенной линии, а выше этой линии с течением времени волна горения выжигает все горючее вещество. Это также наглядно демонстрирует рисунок 6.5, на котором показано изменение

со временем контура, ограничивающего полностью выгоревший твердый горючий компонент в рассмотренном здесь пористом объекте с зоной поджигания в нижней части объекта. Фактически этот контур показывает распространение волны горения.

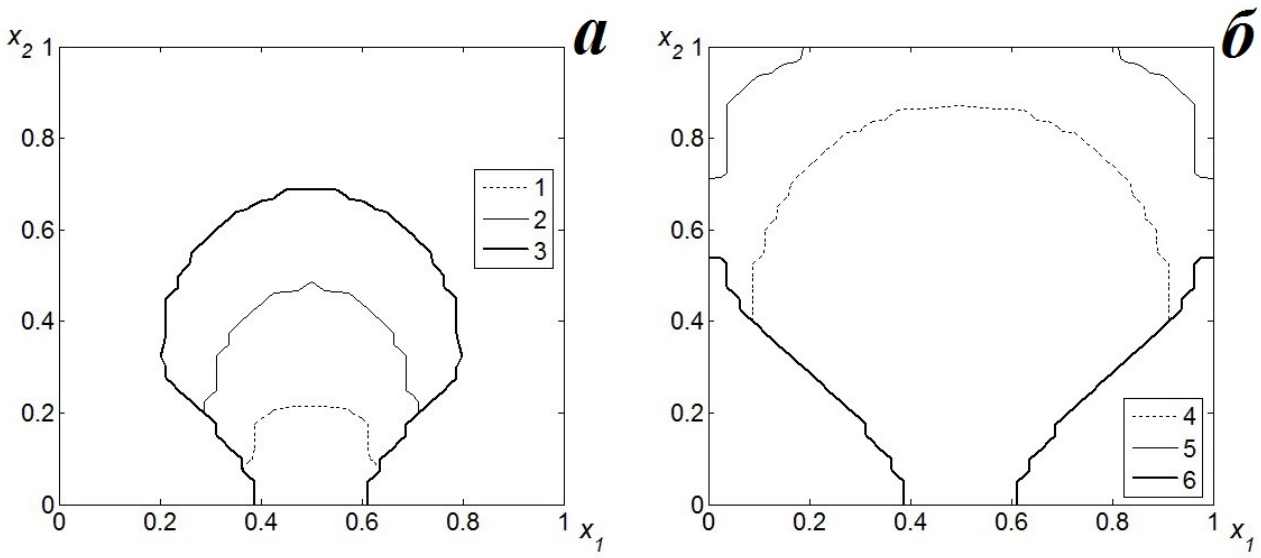

Рисунок 6.5 – Контур, ограничивающий полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористом объекте, при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: $t = 1$ (линия 1), $t = 3$ (2), $t = 5$ (3), $t = 7$ (4), $t = 9$ (5), $t = 11$ (6)

Наклон указанных выше линий, которые отделяют выгорающую часть объекта от зон, не подверженных горению (или, другими словами, которые ограничивают область достижимости волны горения), зависит от скорости потока газа, которая определяется давлением газа на входе в пористый объект. Чем меньше давление газа на входе в объект (и, соответственно, скорость потока газа), тем сильнее указанные линии стремятся к горизонтальному положению. Это наглядно демонстрирует рисунок 6.6, на котором показано изменение со временем контура, ограничивающего полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористых объектах с расположенной в нижней части объекта зоной поджигания высотой $H_1 = 0.1$, шириной $L_1 = 0.2$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, но при иных краевых условиях (различных давлениях на входе): рисунок 6.6а соответствует следующим условиям:

$$T_{g0}=1,\quad C_0=0.23,\quad p_0\big|_{x_2=0}=1.05,\quad p_0\big|_{x_2=1}=1, \tag{6.9}$$

а рисунок 6.6б соответствует следующим условиям:

$$T_{g0}=1,\quad C_0=0.23,\quad p_0\big|_{x_2=0}=1.01,\quad p_0\big|_{x_2=1}=1. \tag{6.10}$$

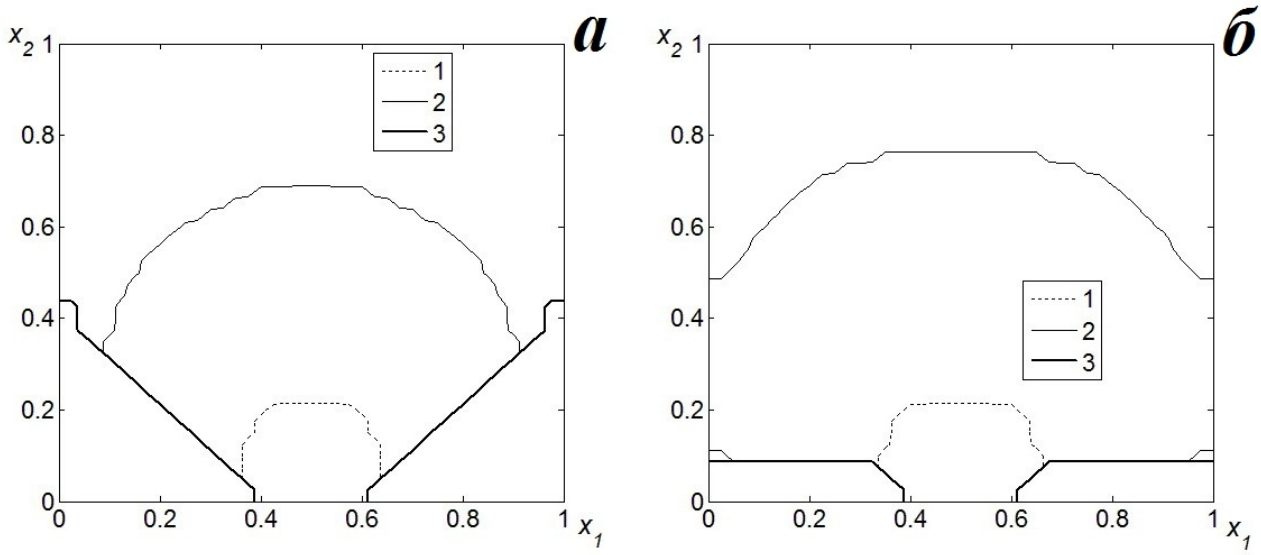

Рисунок 6.6 – Контур, ограничивающий полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористом объекте с давлением на входе 1.05 (а) и 1.01 (б), при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени *t* после начала процесса: *t* = 2 (линия 1), *t* = 10 (2), *t* = 22 (3), *t* = 10 (4), *t* = 50 (5), *t* = 110 (6)

Как видно из рисунка, когда давление принудительно нагнетаемого на входе в объект газа достаточно мало, волна горения может распространяться практически горизонтально, и несгоревшая часть объекта остается только в окрестности его нижней поверхности.

Далее рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в центральной части объекта (рисунок 6.1в). В этом случае можно увидеть аналогичную ситуацию: возникающая самоподдерживающаяся спутная волна горения движется вверх и одновременно вбок (в сторону боковых стен), также расширяясь и полностью выжигая твердое горючее вещество. Это наглядно демонстрирует рисунок 6.7, на котором показано распределение температуры твердой среды в

различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в центральной части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = 0.1$, ширину $L_1 = 0.2$, удаленность от выхода из объекта $H_2 = 0.45$ (см. рисунок 6.1в) и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

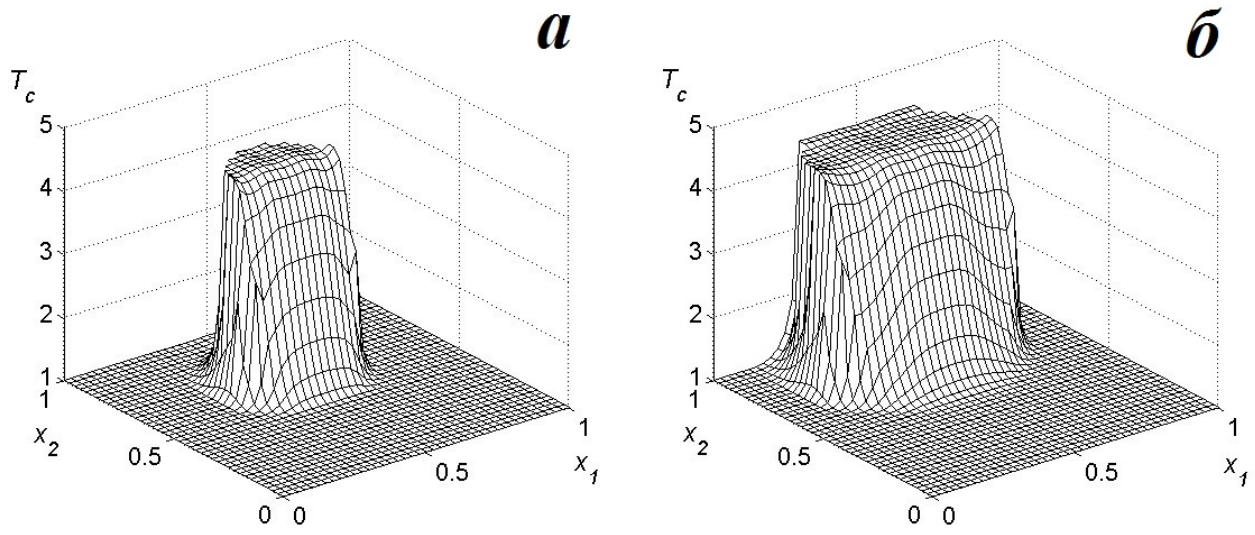

Рисунок 6.7 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени *t* после начала процесса: *t* = 2 (а), *t* = 4 (б)

На рисунке 6.8 показано поле скорости газа внутри того же самого рассмотренного пористого объекта с зоной поджигания в центральной части объекта в различные моменты времени после начала процесса. Как видно из рисунка, как и в случае поджигания в нижней части объекта, в данном случае газ также стремится течь через холодные части объекта, куда горение ещё не дошло, и часть газового потока огибает нагретые зоны, в которых происходит или уже закончилось горение.

На рисунке 6.9 показано изменение со временем контура, ограничивающего полностью выгоревший твердый горючий компонент в рассмотренном здесь пористом объекте с зоной поджигания в центральной части объекта. Этот рисунок наглядно демонстрирует распространение волны горения по пористому объекту, а также показывает область достижимости волны горения.

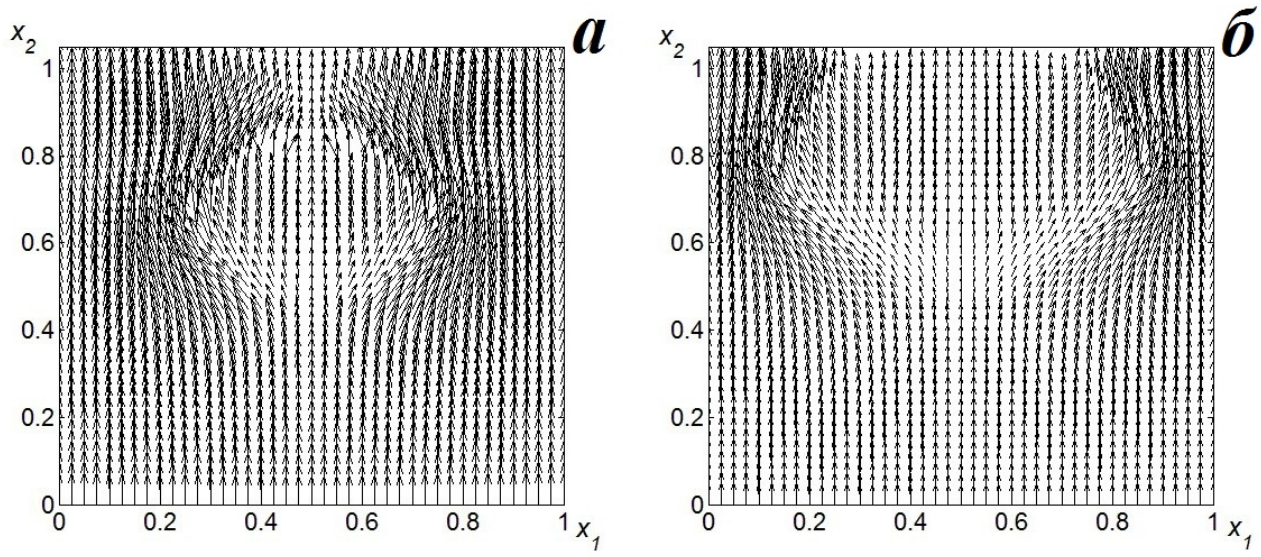

Рисунок 6.8 – Поле скорости газа в пористом объекте при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени t после начала процесса: $t = 2$ (а), $t = 4$ (б)

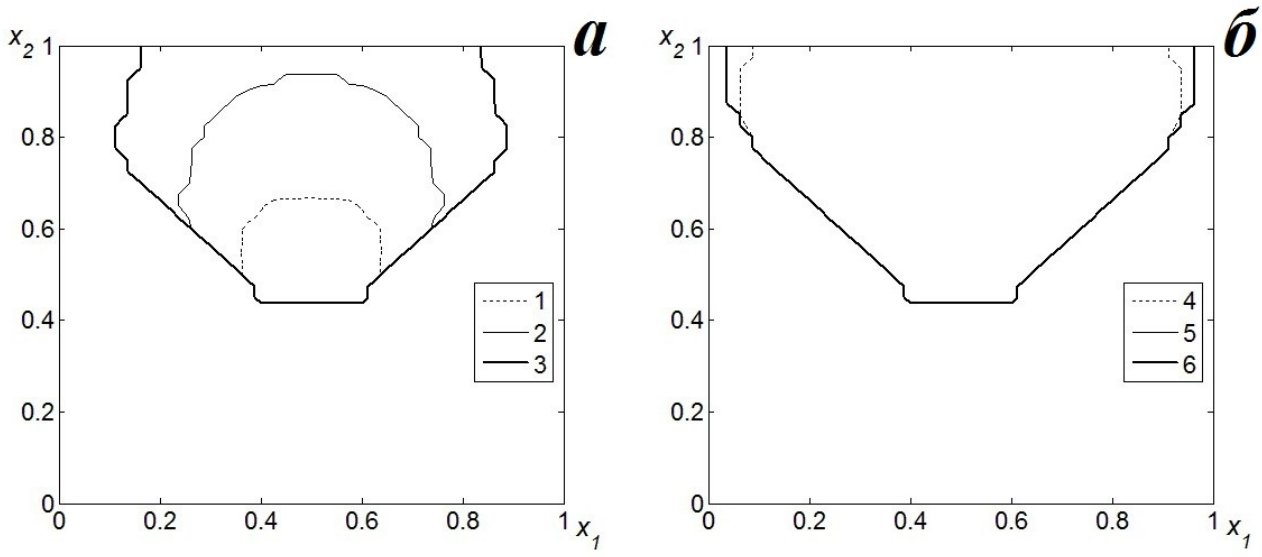

Рисунок 6.9 – Контур, ограничивающий полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористом объекте, при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени t после начала процесса: $t = 1$ (линия 1), $t = 3$ (2), $t = 5$ (3), $t = 6$ (4), $t = 7$ (5), $t = 9$ (6) (линии 5 и 6 сливаются)

Распространяющаяся волна горения, полностью выжигая на своем пути твердое горючее вещество, снова не может достигать частей объекта, расположенных ниже определенной линии. Наклон этой линии также зависит от

скорости потока газа, которая определяется давлением газа на входе в пористый объект.

Когда очаг зажигания расположен в середине верхней поверхности объекта (рисунок 6.1б), при принудительной фильтрации горение, как правило, ограничено только лишь вблизи зоны воспламенения (когда давление газа на входе в объект довольно высоко) или может распространяться вдоль верхней части объекта (когда давление газа на входе в объект довольно мало). На рисунке 6.10 показано изменение со временем контура, ограничивающего полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористых объектах с расположенной в верхней части объектов зоной поджигания высотой $H_1 = 0.1$, шириной $L_1 = 0.2$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, при краевых условиях (6.8) (рисунок 6.10а) и при краевых условиях (6.10) (рисунок 6.10б).

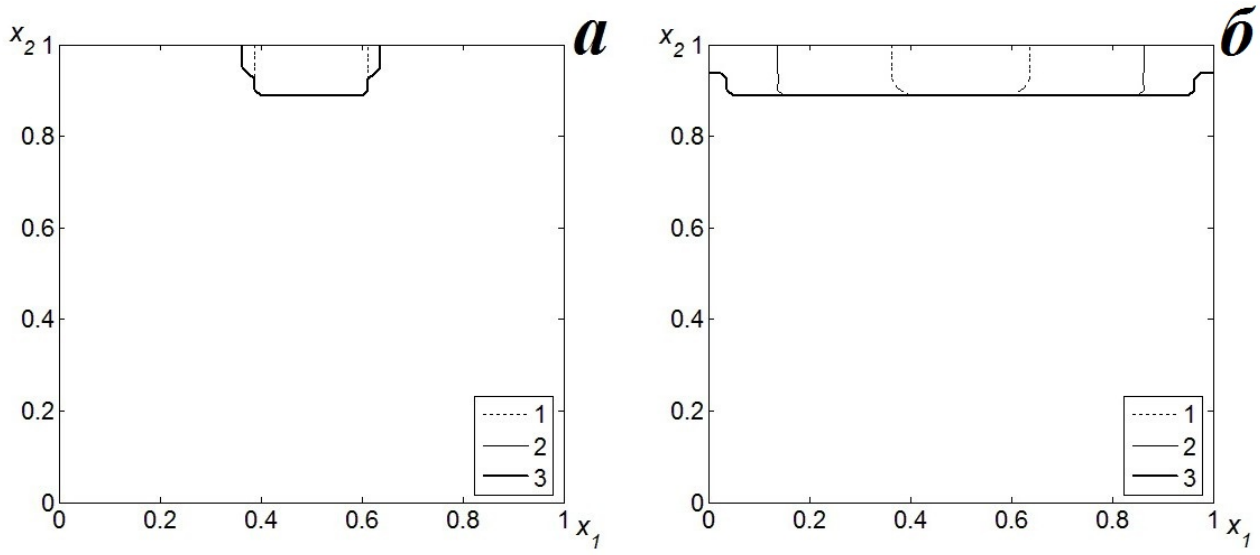

Рисунок 6.10 – Контур, ограничивающий полностью выгоревший твердый горючий компонент в пористом объекте с давлением на входе 1.1 (а) и 1.01 (б), при расположении зоны зажигания в середине верхней поверхности объекта в различные моменты времени *t* после начала процесса: *t* = 0.5 (линия 1), *t* = 2.5 (2), *t* = 5 (3), *t* = 5 (4), *t* = 25 (5), *t* = 50 (6) (линии 2 и 3 сливаются)

Как видно из рисунка, при достаточно высоком давлении нагнетаемого на входе в объект воздуха горение заканчивается вблизи зоны воспламенения. А при понижении давления газа на входе в объект могут образовываться две волны

горения, которые выжигают горючий компонент вдоль верхней части объекта и затухают. Такое поведение волны горения демонстрирует рисунок 6.11, на котором показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = 0.1$, ширину $L_1 = 0.2$, температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$, а краевые условия соответствуют (6.10).

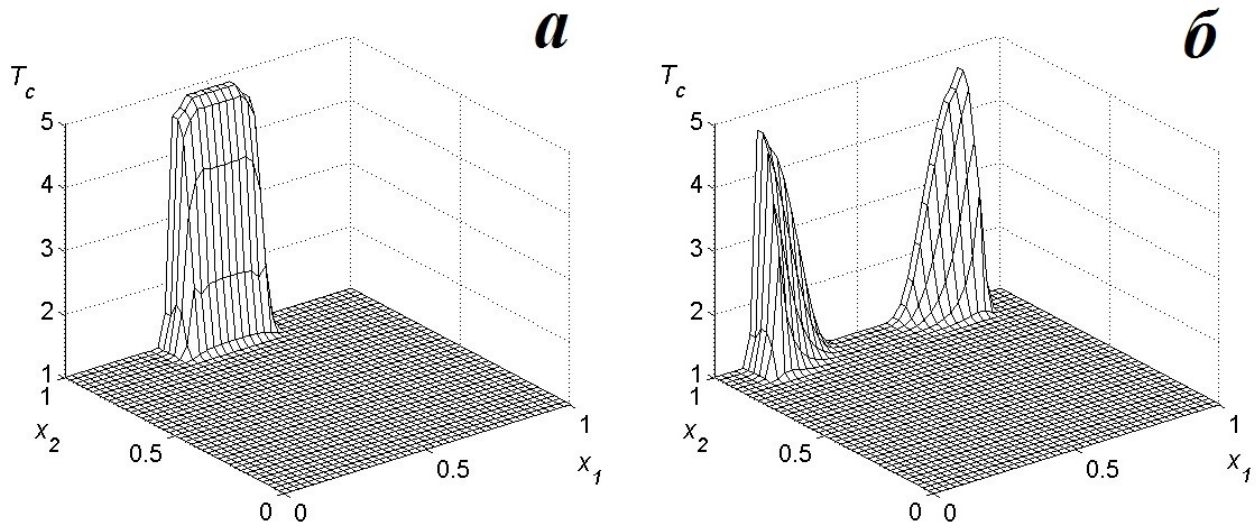

Рисунок 6.11 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине верхней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 5 (а), t = 25 (б)

В случае принудительной фильтрации возникновение встречной волны горения, движущейся навстречу нагнетаемого потока газа, возможно только при очень малом давлении газа на входе в пористый объект, сравнимом с давлением при естественной конвекции. Свойства таких встречных волн также близки свойствам волн горения при естественной конвекции и будут рассмотрены в следующем параграфе.

Таким образом, можно сделать следующие выводы. В случае принудительной фильтрации, когда перепад давления на открытых границах объекта существенно превышает перепад давления при естественной конвекции, могут возникать спутные самоподдерживающиеся расширяющиеся волны

горения, полностью выжигающие твердое горючее вещество. Размер выгоревшей части пористого объекта ограничен и зависит от расположения зоны зажигания и от давления газа на входе в объект. Газ, двигаясь через пористый объект, стремится огибать горячие зоны, в которых происходит или уже закончилось горение, предпочитая течь по более холодным областям.

6.3. Возникновение вихревых течений газа и динамика развития гетерогенного горения пористых сред в условиях естественной конвекции

В результате природных и техногенных катастроф часто возникают очаги возгорания твердых пористых сред, в результате чего происходит гетерогенное горение пористых сред в условиях естественной конвекции. Горящие торфяники, полигоны твердых бытовых отходов, угольные отвалы и элеваторы являются примерами такого процесса. В настоящем параграфе рассмотрим процессы в двумерных пористых объектах с очагами гетерогенного горения при естественной конвекции, то есть без принудительного нагнетания воздуха в пористый объект. Как и в предыдущем параграфе, будем рассматривать пористый объект в форме прямоугольного параллелепипеда высотой H и шириной L, у которого боковые вертикальные стенки непроницаемы и нетеплопроводны, а обе горизонтальные стенки проницаемы. Давление газа на нижней и на верхней открытых границах объекта будем полагать соответствующим атмосферному давлению на заданных высотах. Зоны зажигания также будем выбирать в форме прямоугольных параллелепипедов, в длину простирающихся на всю длину пористого объекта, но имеющих ширину L_1 меньшую ширины пористого объекта, и располагать эти зоны зажигания будем либо на одной из открытых границ объекта, либо в его средней части (рисунок 6.1).

Рассмотрим процесс распространения волн горения в описанных пористых объектах, состоящих из твердых бытовых отходов и подобных им материалов, при L =1 (т.е. при $L = H$), в условиях естественной конвекции. Пусть до начального момента времени температура объекта равна температуре окружающей среды T_{g0}, движение газа в объекте отсутствует; в начальный

момент времени в очаге зажигания, расположенном в нижней, или верхней, или средней части объекта, температура твердой фазы мгновенно достигает значения T_{c0}, равного или превосходящего температуру самовоспламенения, и начинается горение. Для решения данной задачи используется описанный в параграфе 6.1 алгоритм. Если иное не оговорено особо, будем использовать, как и в предыдущей главе, безразмерные параметры (5.7), а краевые условия будем определять из (6.2) при следующих значениях:

$$T_{g0} = 1, \quad C_0 = 0.23, \quad p_0\big|_{x_2=0} = 1.00117, \quad p_0\big|_{x_2=1} = 1. \qquad (6.11)$$

Будем также полагать, что если температура твердой среды менее $T_{kr} = 1.1$, то экзотермические реакции не происходят.

Вначале рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в середине нижней поверхности объекта (рисунок 6.1а). Проведенные расчеты показывают, что в этом случае при возникновении самоподдерживающегося горения волна реакции перемещается в основном вверх и незначительно вбок, полностью сжигая твердое горючее вещество. На рисунке 6.12 показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в нижней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = 0.1$ (т.е. $H_1 = H/10$), ширину $L_1 = 0.2$ (т.е. $L_1 = L/5$) и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$. Когда температура в зоне горения увеличивается и скорость распространения волны горения возрастает, могут возникать колебательные неустойчивости, что характерно для кинетически контролируемых процессов ([54]). Распространение волны горения в данном случае естественной конвекции может показаться очень похожим на горение при принудительной фильтрации, рассмотренное в предыдущем параграфе, однако картина течения газа внутри объекта оказывается совсем иной. В начальный момент времени в зоне горения и в её окрестностях возникают вихревые течения газа. Эти вихри могут двигаться вместе с волной горения вверх достаточно долго (сотни часов), но с течением времени изменяются и распадаются.

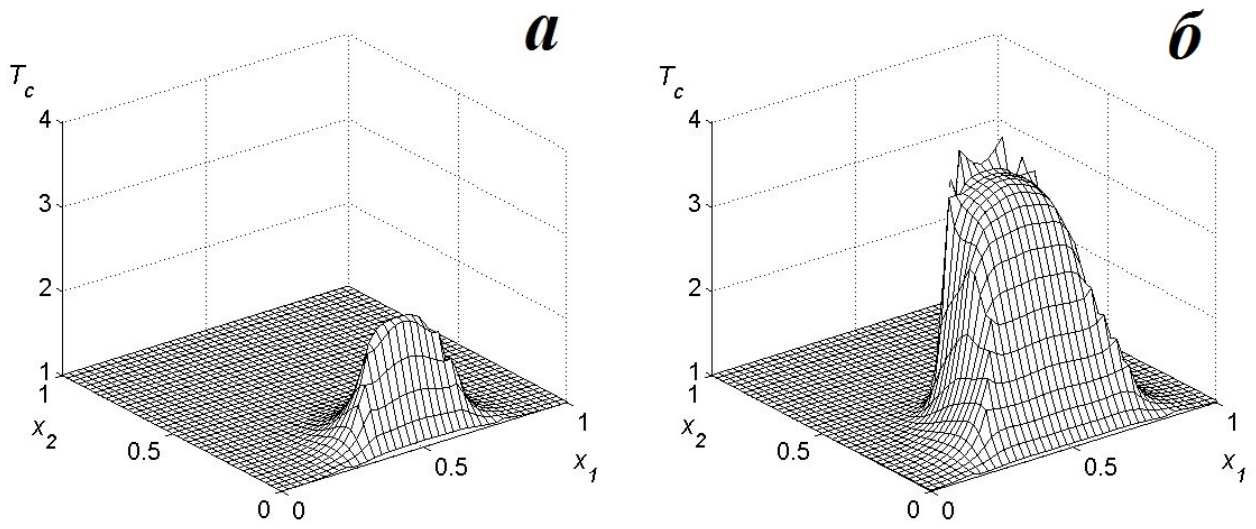

Рисунок 6.12 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б)

На рисунке 6.13 показано поле скорости газа внутри того же самого рассмотренного пористого объекта с зоной поджигания в нижней части объекта в различные моменты времени после начала процесса при естественной конвекции.

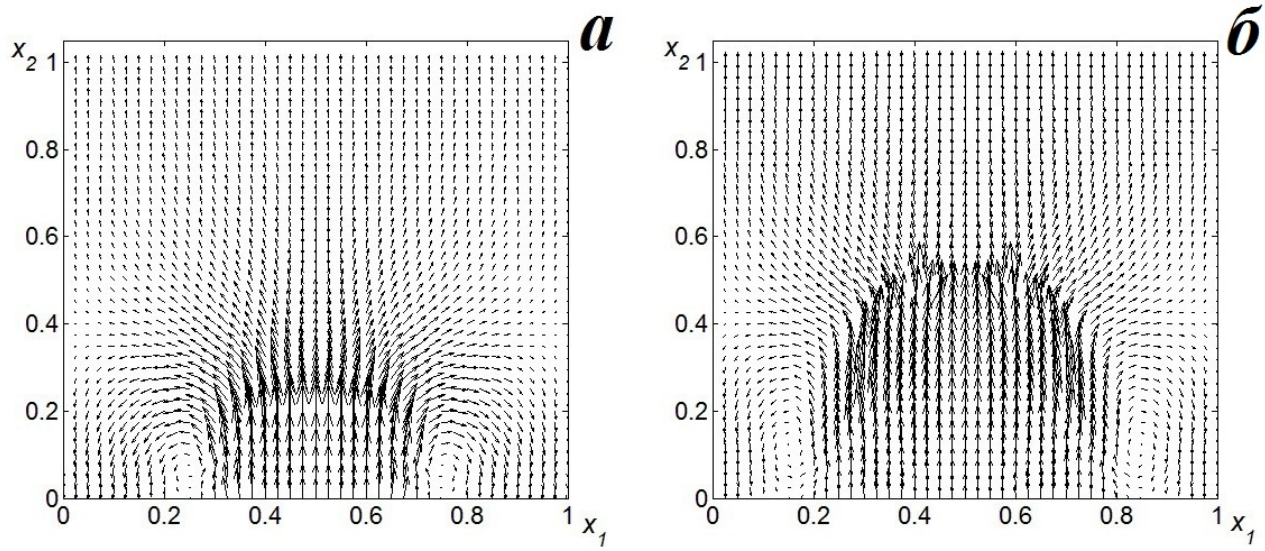

Рисунок 6.13 – Поле скорости газа в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б)

Как видно из рисунка, из-за вихревых течений через нижнюю открытую границу объекта происходит не только приток газа, но и его отток, даже если газ может беспрепятственно утекать через верхнюю поверхность объекта. Следует заметить, что скорость течения газа в указанных вихревых потоках, как правило, очень незначительна (в приведенных примерах скорость порядка 10^{-3} м/с). Но из-за длительного времени жизни этих вихрей они оказывают существенное влияние на поступление в зону реакции окислителя, содержащегося в воздухе. Заметим, что направление движения газа, проходящего через зону реакции, в целом совпадает с направлением распространения волны горения, поэтому данную волну горения можно считать спутной.

Когда волна горения достигает верхней границы объекта, горение не заканчивается, как в случае принудительной фильтрации, а распространяется на части объекта вблизи его боковых стенок, которые до сих пор оставались несгоревшими. Новые спутные волны горения возникают в нижних несгоревших частях объекта и движутся от этих нижних частей объекта к его верхним частям вдоль боковых стенок. Таким образом, процесс горения продолжается до тех пор, пока весь горючий компонент во всем пористом объекте не сгорит. Но следует отметить, что некоторые части пористого объекта в окрестности его нижнего основания могут оставаться несгоревшими из-за хорошего охлаждения от окружающего воздуха и сложных газовых потоков в этих областях. Процесс распространения волны горения по пористому объекту в условиях естественной конвекции демонстрирует рисунок 6.14, на котором показано распределение степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в том же самом пористом объекте с расположенной в нижней части объекта зоной поджигания высотой $H_1 = 0.1$, шириной $L_1 = 0.2$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$. Обратим внимание, что в отличие от случая принудительной фильтрации при естественной конвекции после окончания процесса горения весь горючий компонент во всем пористом объекте оказывается сгоревшим.

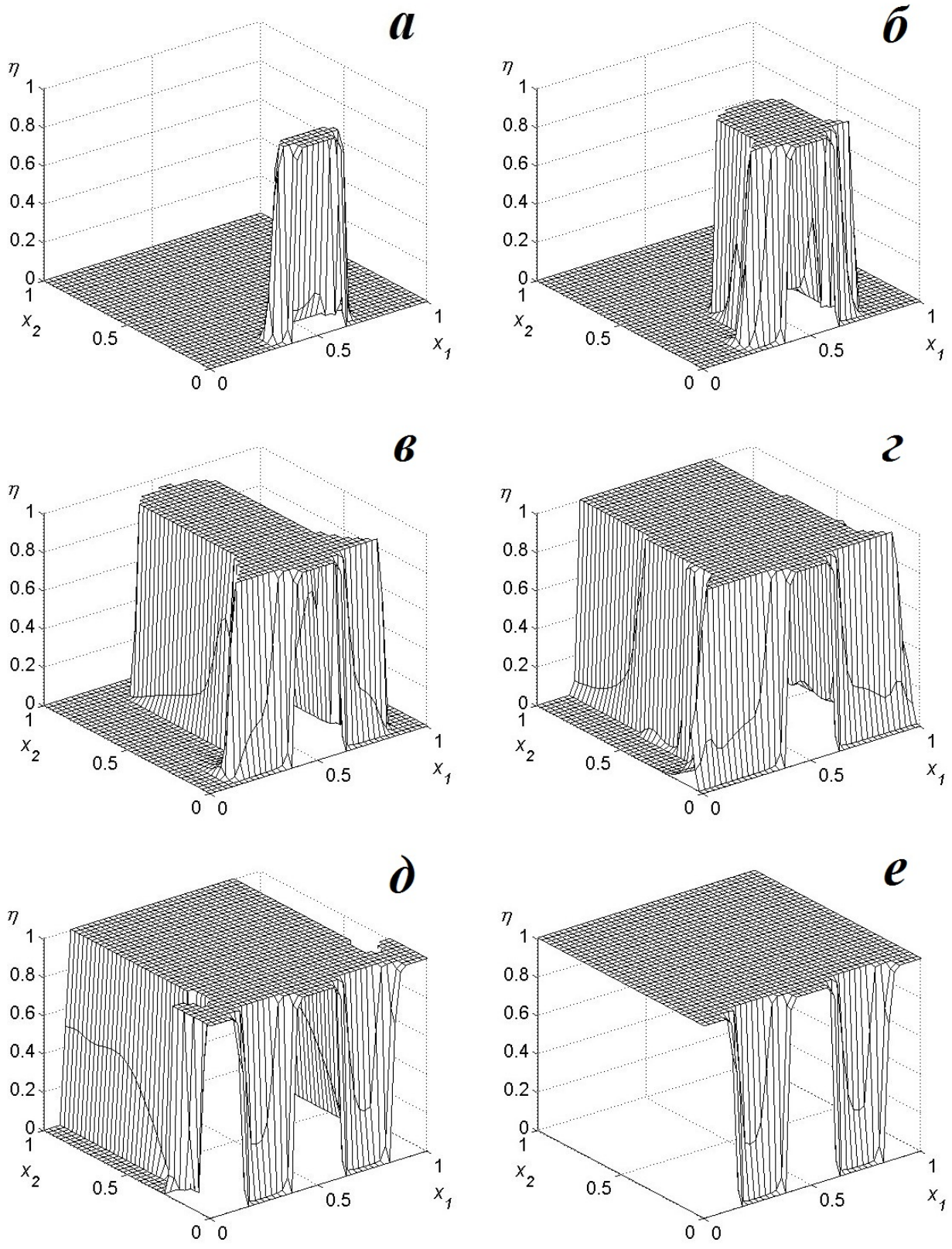

Рисунок 6.14 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине нижней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б), t = 900 (в), t = 1200 (г), t = 1500 (д), t = 1800 (е)

Далее рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в середине верхней поверхности объекта (рисунок 6.1б). Проведенные расчеты показывают, что в этом случае при возникновении самоподдерживающегося горения волна реакции движется в основном вниз и незначительно вбок, не полностью выжигая твердый горючий компонент. На рисунке 6.15 показано распределение температуры твердой среды в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в верхней части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = 0.1$, ширину $L_1 = 0.2$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

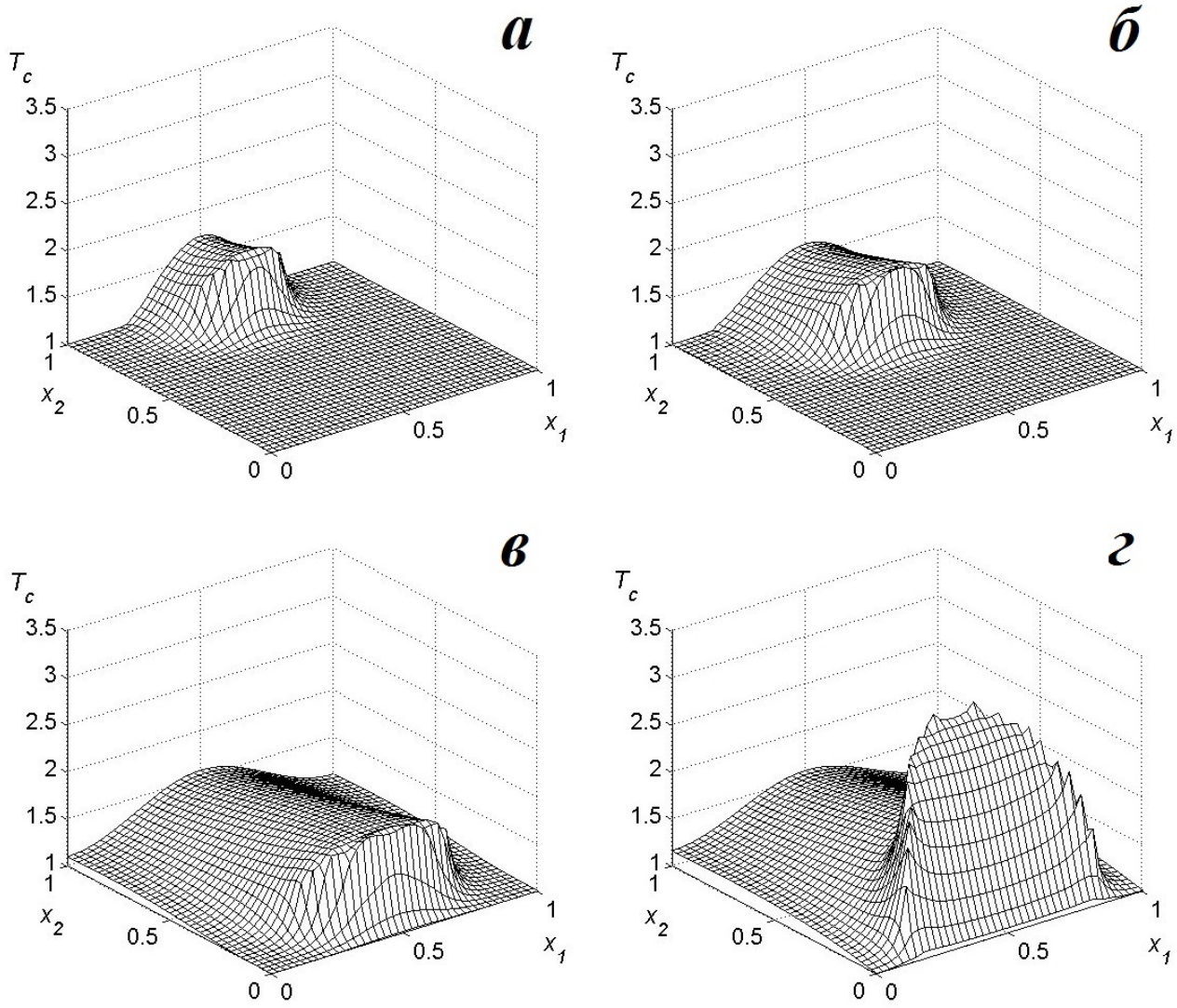

Рисунок 6.15 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине верхней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б), t = 1300 (в), t = 1600 (г)

В начальный период процесса в зоне горения и в ее окрестности образуются вихревые течения газа, в результате которых газ может поступать в пористый объект не только через его нижнюю часть, но и через верхнюю, где давление газа ниже. Это наглядно демонстрирует рисунок 6.16, на котором показано поле скорости газа внутри того же самого рассмотренного пористого объекта с зоной поджигания в верхней части объекта в различные моменты времени после начала процесса при естественной конвекции.

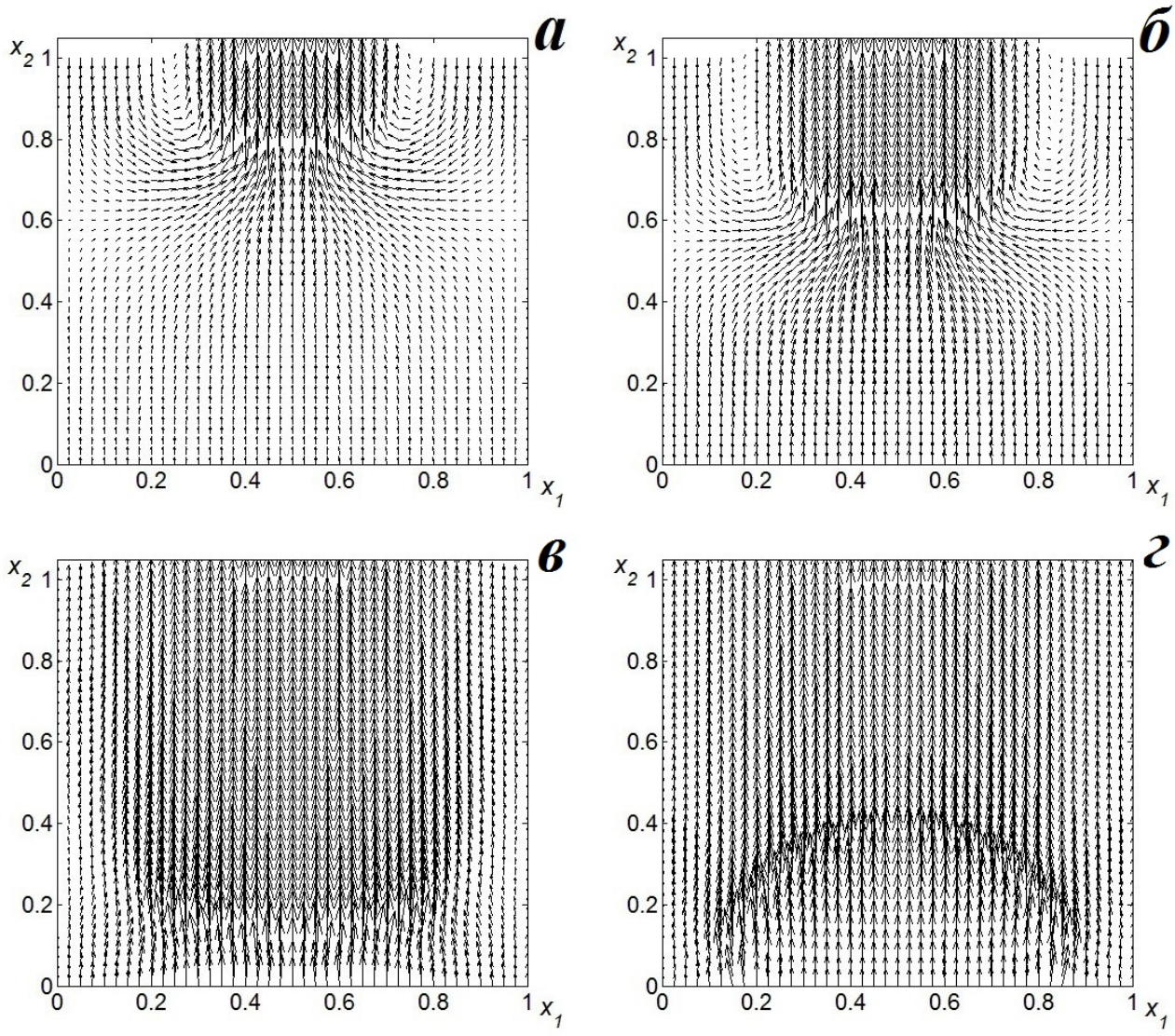

Рисунок 6.16 – Поле скорости газа в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине верхней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б), t = 1300 (в), t = 1600 (г)

Так как при движении волны горения вниз газ, проходящий через зону реакции, имеет направление движения в целом противоположное волне, то данную волну горения можно считать встречной. Подчеркнем, что благодаря вихревым потокам окислитель попадает в зону реакции из атмосферы, расположенной над объектом, даже если газ может беспрепятственно поступать в объект через его нижнюю поверхность. То есть, в данном случае газ может проникать в пористый объект не только через его дно, но также и через его верхнюю часть, где давление газа ниже, поскольку давление на нижней и верхней границах пористого объекта соответствует атмосферному давлению на заданных высотах. С течением времени вихри мигрируют вместе с волной горения вниз, изменяются и затем распадаются. И хотя скорость течения газа в указанных вихревых потоках, как правило, очень незначительна (порядка 10^{-3} м/с), но из-за длительного времени жизни этих вихрей (сотни часов) они оказывают существенное влияние на поступление окислителя в зону реакции.

Когда волна горения достигает нижней части пористого объекта, она отражается и движется вверх, превращаясь в спутную волну и дожигая оставшееся твердое горючее вещество. При этом волна горения расширяется, двигаясь не только вверх, но одновременно и в сторону боковых стенок пористого объекта. Когда отраженная волна горения достигает верхней границы объекта, горение не прекращается, а продолжается на частях объекта более близких к его боковым стенкам, и по объекту снизу вверх движутся новые спутные волны горения. В итоге весь горючий компонент во всем пористом объекте выгорает. Процесс распространения волны горения по пористому объекту в условиях естественной конвекции демонстрирует рисунок 6.17, на котором показано распределение степени выгорания твердого горючего компонента в различные моменты времени в том же самом пористом объекте с расположенной в верхней части объекта зоной поджигания высотой $H_1 = 0.1$, шириной $L_1 = 0.2$ и температурой в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

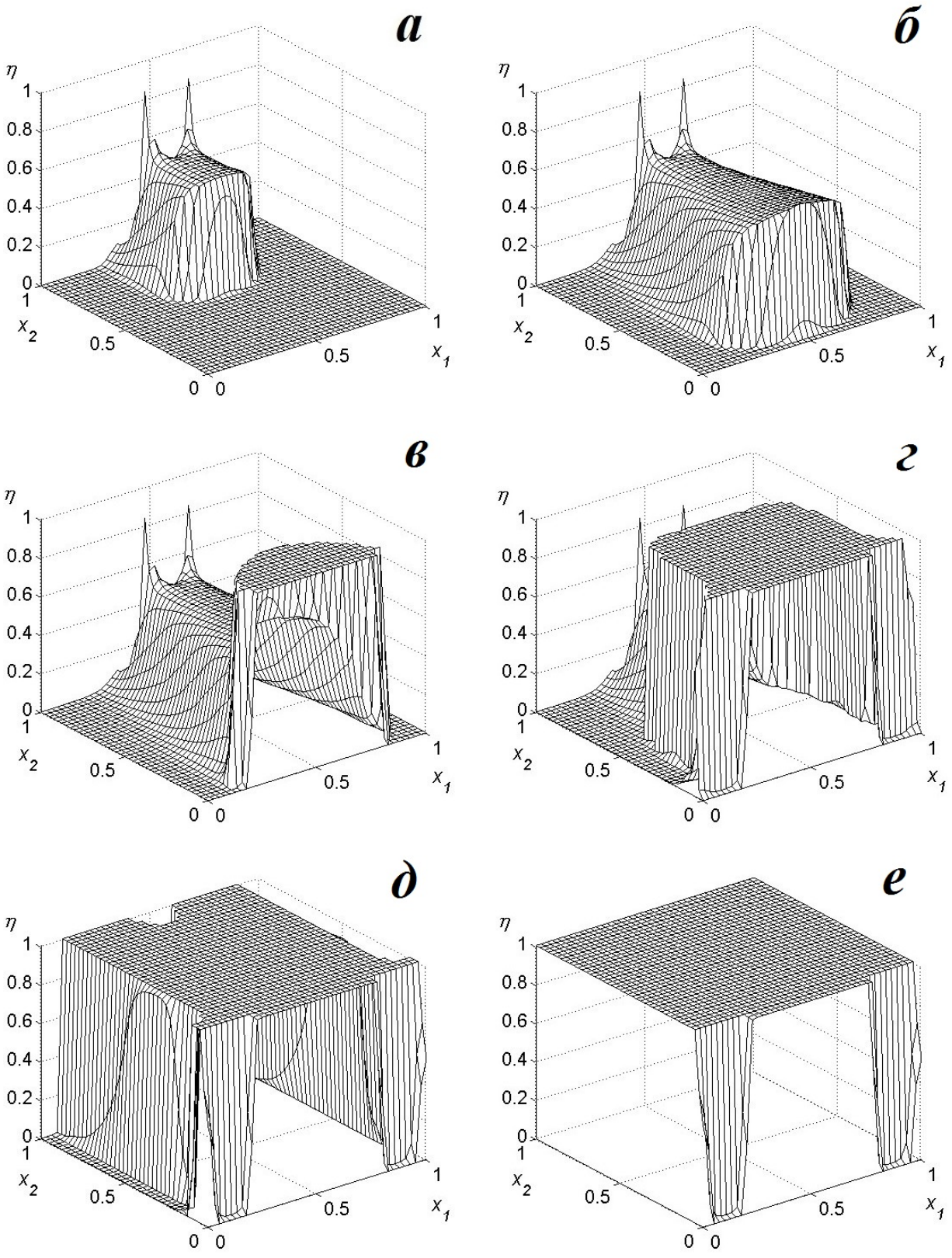

Рисунок 6.17 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в середине верхней поверхности объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 600 (а), t = 1300 (б), t = 1600 (в), t = 1900 (г), t = 2100 (д), t = 2300 (е)

Обратим внимание, что после отражения волны от нижнего основания объекта процесс горения становится очень похож на рассмотренный выше случай горения при естественной конвекции с зоной зажигания в нижней части объекта. Но встречные и спутные режимы распространения волны горения значительно различаются, так как они имеют разные температуру, скорость и, как правило, степень превращения твердого горючего компонента. Таким образом, в двумерном случае, как и в рассмотренном в предыдущей главе одномерном случае, в пористых средах можно наблюдать два режима гетерогенного горения с различными характеристиками.

Далее рассмотрим случай, когда очаг зажигания расположен в центральной части объекта (рисунок 6.1в). В отличие от принудительной фильтрации, при естественной конвекции процесс горения очень похож на предыдущий случай в этих условиях, когда зона зажигания располагалась в верхней части объекта: возникающая самоподдерживающаяся волна горения распространяется не вверх в спутном режиме, а движется вниз во встречном режиме, не полностью выжигая твердый горючий компонент. Достигая нижнего основания объекта, волна горения отражается и движется вверх, расширяясь и полностью дожигая оставшееся горючее вещество. Когда отраженная волна горения достигает вершины пористого объекта, горение снова не заканчивается, а распространяется на части объекта вблизи боковых стенок – по объекту снизу вверх движутся новые спутные волны горения до тех пор, пока весь горючий материал в пористом объекте не выгорит. Сопоставив данный случай с рассмотренными ранее, можно заметить, что в случае естественной конвекции волна горения проходит через все части объекта независимо от того, где находится зона зажигания, и все горючее вещество в каждой части объекта оказывается сгоревшим, в отличие от случая вынужденной фильтрации. При зажигании в центральной части объекта в начальный период процесса в зоне горения и в ее окрестности вновь возникают вихревые потоки газа, которые с течением времени движутся вместе с волной горения вниз, изменяются и затем распадаются. Указанные особенности гетерогенного горения демонстрируют рисунки 6.18 – 6.20, на которых показаны

распределения соответственно температуры твердой среды (рисунок 6.18), поля скорости газа (рисунок 6.19) и степени выгорания твердого горючего компонента (рисунок 6.20) в различные моменты времени в рассматриваемом пористом объекте, когда расположенная в центральной части объекта зона поджигания имеет высоту $H_1 = 0.1$, ширину $L_1 = 0.2$, удаленность от выхода из объекта $H_2 = 0.45$ и температуру в начальный момент времени $T_{c0} = 2$.

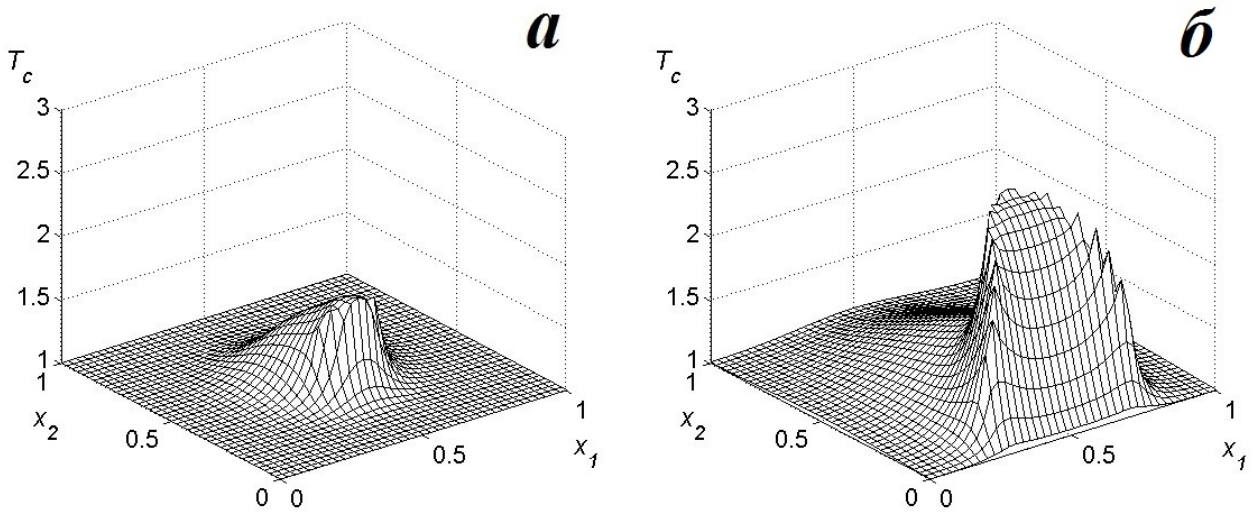

Рисунок 6.18 – Температура твердой среды в пористом объекте при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 1000 (б)

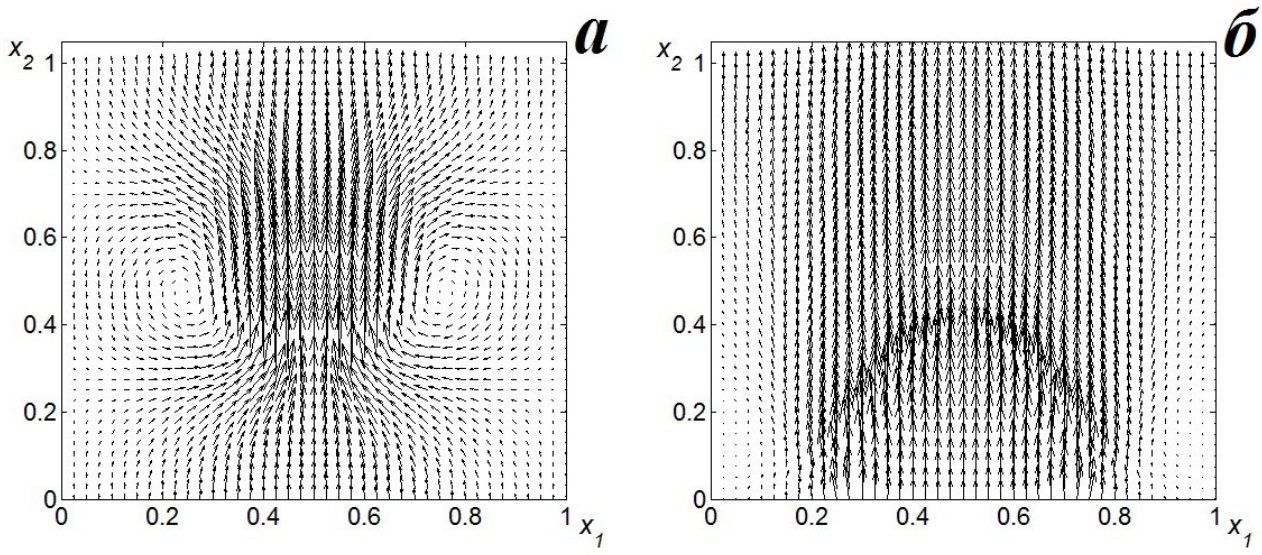

Рисунок 6.19 – Поле скорости газа в пористом объекте при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 1000 (б)

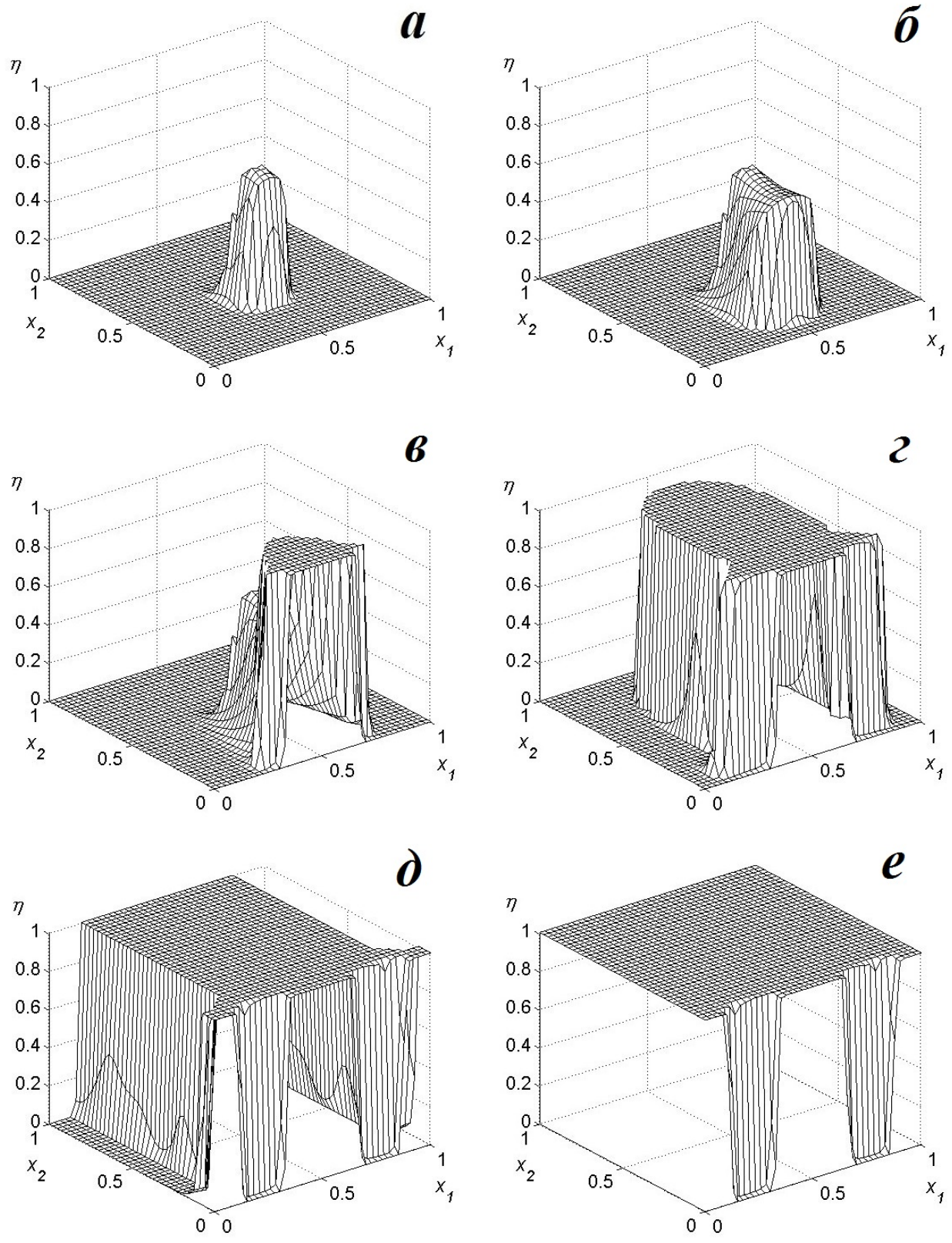

Рисунок 6.20 – Степень выгорания твердого горючего компонента в пористом объекте при расположении зоны зажигания в центральной части объекта в различные моменты времени t после начала процесса: t = 300 (а), t = 600 (б), t = 1000 (в), t = 1400 (г), t = 1800 (д), t = 2100 (е)

Таким образом, можно сделать следующие выводы. При гетерогенном горении пористых сред в условиях естественной конвекции, когда давление на открытых границах объекта соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, в двумерном пористом объекте, как и в одномерном, могут возникать спутные и встречные волны горения. Вне зависимости от расположения зоны зажигания, в начальный момент процесса в зоне горения и в её окрестностях возникают вихревые течения газа, которые могут существовать достаточно долго и сильно влиять на приток окислителя в зону реакции. На проницаемых поверхностях объекта могут наблюдаться изменяющиеся направления газовых потоков из-за возникающих вихревых течений газа, поэтому приток окислителя в зону реакции может происходить через различные участки открытых границ пористого объекта. В частности, когда зона зажигания расположена в верхней части пористого объекта, благодаря вихревым потокам окислитель попадает в зону реакции из атмосферы, расположенной над объектом, даже если газ может беспрепятственно поступать в объект через его нижнюю поверхность, где давление выше. В случае естественной конвекции направление распространения волны горения хоть и зависит от расположения очага зажигания, но при этом волна горения может проходить через все части объекта независимо от того, где находится зона зажигания, и все горючее вещество в каждой части объекта оказывается сгоревшим, в отличие от случая вынужденной фильтрации.

Заключение

В диссертационной работе развиты модели и методы исследования совокупности гидродинамических, термодинамических и химических процессов в пористых объектах с источниками энерговыделения различного типа, в том числе с очагами гетерогенного горения, при естественной и вынужденной фильтрации газа. Новые модели и методы применены для выявления основных закономерностей и важных особенностей, во-первых, газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов, и во-вторых, распространения одномерных и двумерных волн гетерогенного горения пористых объектов при естественной и вынужденной фильтрации газа. Решены новые задачи, имеющие теоретическое и практическое значение.

Основные результаты, полученные в диссертационной работе:

1. Предложены математические модели и разработаны вычислительные алгоритмы, а именно:

1.1. Предложена усовершенствованная математическая модель, построены оригинальные конечно-разностные схемы и разработаны программные комплексы для исследования нестационарных одномерных, двумерных и трехмерных течений газа через пористые объекты с источниками саморазогрева при естественной и вынужденной фильтрации, которые учитывают некоторые качественно важные эффекты (в частности, зависимость вязкости газа от температуры) и специфические граничные условия (на открытых границах моделируемого объекта неизвестен не только расход газа, но и направления потоков газа, а известно только давление).

1.2. Предложена усовершенствованная математическая модель, построены оригинальные конечно-разностные схемы и разработаны программные комплексы для исследования совокупности гидродинамических, термодинамических и химических процессов в пористых одномерных и двумерных объектах с очагами гетерогенного горения в твердой фазе при естественной и вынужденной

фильтрации газа, которые позволяют детально моделировать динамику газа в таких объектах.

2. Проведено численное исследование влияния на процесс газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов изменения давления газа на открытых границах объектов, а также некоторых свойств твердой среды и газа, в результате чего обнаружено:

2.1. В пористых объектах как при нарушении стационарного режима охлаждения саморазогревающегося объекта, произошедшего из-за падения давления нагнетаемого воздуха на входе в объект, так и при включении принудительной фильтрации в момент начала тепловыделения в твердой фазе, в зависимости от установившегося на входе в объект давления воздуха либо устанавливается новый стационарный режим охлаждения, либо происходит неограниченный разогрев объекта, ведущий к плавлению твердой фазы и нарушению процесса охлаждения. Нагрев объекта до температуры плавления твердой фазы (то есть переход к катастрофическому режиму) требует определенного времени, поэтому если реальный объект имеет параметры, при которых технически возможно осуществление стационарного режима охлаждения, то можно избежать катастрофы, если успеть поднять давление воздуха на входе в объект до значения, при котором установится стационарный режим охлаждения.

2.2. Существуют режимы газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов, при которых, несмотря на выполнение условий, удовлетворяющих критерию стационарности, не устанавливается устойчивый режим охлаждения, а происходит неограниченный разогрев объекта, приводящий к его перегреву и разрушению. Ввиду этого, выполнение условия существования стационарного режима не гарантирует того, что этот устойчивый режим установится, то есть критерий стационарности является необходимым условием, но не достаточным.

2.3. В пористых саморазогревающихся средах с саморегуляцией расхода проходящего через них газа при давлениях на входе в объект близких к

критическому, ниже которого стационарного режима охлаждения не существует, с ростом коэффициента теплопроводности твердой среды происходит аномальное повышение ее общего разогрева и увеличение максимальной температуры. Это опровергает устойчивое мнение, что при пренебрежении теплопроводностью твердой фазы всегда можно получить оценку сверху для реальных температур.

3. Проведено численное исследование влияния на процесс газового охлаждения пористых саморазогревающихся объектов их конфигурации и геометрии границ, а также интенсивности и пространственной неоднородности внутренних источников энерговыделения, в результате чего обнаружено:

3.1. При газовом охлаждении как ступенчато сужающихся, так и плавно сужающихся плоских и осесимметричных пористых тепловыделяющих объектов в зависимости от начально-краевых условий и параметров задачи возможны как установление стационарного режима, так и неограниченный разогрев, ведущий к разрушению объекта. По сравнению с плавно сужающимися объектами, ступенчато сужающиеся объекты охлаждаются хуже. Общее охлаждение осесимметричных ступенчато или плавно сужающихся объектов хуже, чем охлаждение плоских объектов с аналогичным сужением, что приводит к заметному увеличению температур и к уменьшению расхода газа. Возможны случаи, когда при одинаковых начально-краевых условиях и параметрах задачи процесс охлаждения плоского объекта стабилизируется, а аналогичный осесимметричный объект разогревается неограниченно.

3.2. В пористых объектах как двумерной, так и трехмерной конфигурации с различным распределением очагов тепловыделения при принудительной фильтрации интенсивный нагрев как твердой среды, так и газа происходит только в областях энерговыделения и выше их по потоку. В разогретых зонах наблюдается падение как плотности газа, так и скорости фильтрации – газ, двигаясь вверх по пористому объекту, стремится огибать нагретые зоны и течь по более холодным областям. При удалении очага выделения тепла от входа в пористый объект разогрев твердой среды уменьшается, а изменение ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны неоднозначно влияет на разогрев пористого

объекта: при росте ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны разогрев объекта может как увеличиваться, так и уменьшаться, в зависимости от удаленности очага энерговыделения от входа в объект. При этом влияние ширины (диаметра) тепловыделяющей зоны на разогрев достаточно мало, в отличие от влияния высоты очага выделения тепла, с увеличением которой температура твердой среды растет нелинейно. Увеличение интенсивности энерговыделения очага приводит к нелинейному росту разогрева твердой среды; с уменьшением давления газа на входе в пористый объект разогрев очага нелинейно возрастает. В числе других факторов на общий разогрев объекта влияет также распределение в горизонтальном сечении источников энерговыделения заданной интенсивности. Проведенные исследования позволяют определять наиболее эффективное направление обдува очага энерговыделения в пористом объекте при газовом охлаждении в случае, если направления вдувания воздуха могут быть различные.

3.3. Положение и размер как входного отверстия в пористый саморазогревающийся объект, через которое газ поступает, так и выходного отверстия, из которого газ выходит, существенно влияют на режим охлаждения объекта, вплоть до нарушения стационарного режима и перехода к катастрофическому разогреву. Частичное закрытие крышкой выходного отверстия пористого саморазогревающегося объекта значительно снижает его охлаждение, особенно если в окрестности этой крышки происходит энерговыделение. В этом случае наибольший нагрев происходит в непосредственной близости от крышки, так как в этом месте газ течет медленно. Нагрев пористого объекта нелинейно возрастает с увеличением диаметра верхней крышки как в случае равенства размеров крышки и тепловыделяющей зоны, так и при фиксированном размере зоны тепловыделения. При фиксированной верхней крышке разогрев пористого объекта слабо зависит от диаметра зоны тепловыделения. Когда в окрестности верхней крышки не происходит выделения тепла, общее охлаждение пористого объекта ухудшается из-за наличия крышки не столь значительно, поэтому закрытие тепловыделяющей зоны верхней крышкой допускается при относительно большом диаметре очага энерговыделения. В

случае возникновения в пористом саморазогревающемся объекте застойных зон, в них может возникать значительный локальный разогрев, приводящий к разрушению пористого объекта даже при малой интенсивности энерговыделения.

3.4. В пористых саморазогревающихся объектах, открытых в атмосферу со всех сторон, кроме нижнего основания, в условиях естественной конвекции возможно как установление стационарного режима, так и неограниченный разогрев, в зависимости от начально-краевых условий и параметров задачи. В очаге выделения тепла и в его окрестности могут возникать вихревые течения газа, которые существенно ухудшают теплоотвод из пористого объекта. С течением времени образующиеся вихри смещаются. В случае, когда геометрия очага энерговыделения не фиксирована, а изменяется в зависимости от температуры нагрева пористой среды, очаг саморазогрева может как затухать, так и значительно увеличиваться в размерах, в зависимости от выбранных параметров задачи.

4. Проведено численное исследование распространения одномерных спутных и встречных волн гетерогенного горения пористых сред и обнаружено:

4.1. Когда встречная волна гетерогенного горения, распространяющаяся по вертикальному пористому объекту при естественной конвекции и не полностью выжигающая твердое горючее вещество, достигает нижней границы объекта, может происходить её отражение и переход в спутную волну горения, которая движется вверх и полностью дожигает оставшееся твердое горючее вещество. Учет зависимости проницаемости от пористости при горении может существенно изменять получаемое при моделировании решение. Рост проницаемости вследствие роста пористости приводит к увеличению скорости как спутной, так и встречной волн горения. Для самоподдерживающейся встречной волны горения учет прямой зависимости проницаемости от пористости приводит также к росту с течением времени температуры в зоне горения и степени превращения твердого горючего компонента. Чем больше изменение проницаемости вследствие изменения пористости, тем больше изменяется получаемое при моделировании решение.

4.2. При гетерогенном горении пористых сред гравитационное поле внутри объекта и перепад давления на его границах, вызванный действием силы тяжести на окружающий воздух, приводят к противоположным конкурирующим эффектам: направления или режимы распространения вызванных ими волн горения различаются. При одновременном воздействии этих факторов, которое происходит в реальном вертикальном пористом объекте, определяющим при нормальных условиях является перепад давления на границах объекта, а влияние гравитационного поля внутри пористой среды приводит к снижению скорости волны горения.

5. Проведено численное исследование динамики двумерных волн гетерогенного горения пористых сред при естественной и принудительной фильтрации газа и обнаружено следующее:

5.1. При гетерогенном горении пористых сред в условиях принудительной фильтрации, когда перепад давления на открытых границах объекта существенно превышает перепад давления при естественной конвекции, могут возникать спутные самоподдерживающиеся расширяющиеся волны горения, полностью выжигающие твердое горючее вещество. Размер выгоревшей части пористого объекта зависит от расположения и размеров зоны зажигания и от давления газа на входе в объект. Газ, двигаясь через пористый объект, стремится огибать горячие зоны, в которых происходит или уже закончилось горение, предпочитая течь по более холодным областям.

5.2. При гетерогенном горении пористых сред в условиях естественной конвекции, когда давление на открытых границах объекта соответствует атмосферному давлению на заданных высотах, в двумерном пористом объекте, как и в одномерном, могут возникать спутные и встречные волны горения. Вне зависимости от расположения зоны зажигания, в начальный момент процесса в зоне горения и в её окрестностях возникают вихревые течения газа, которые могут существовать достаточно долго и сильно влиять на приток окислителя в зону реакции. На проницаемых поверхностях объекта могут наблюдаться изменяющиеся направления газовых потоков из-за возникающих вихревых

течений газа, поэтому приток окислителя в зону реакции может происходить через различные участки открытых границ пористого объекта. В частности, когда зона зажигания расположена в верхней части пористого объекта, благодаря вихревым потокам окислитель попадает в зону реакции из атмосферы, расположенной над объектом, даже если газ может беспрепятственно поступать в объект через его нижнюю поверхность, где давление выше. В случае естественной конвекции направление распространения волны горения хоть и зависит от расположения и размеров очага зажигания, но при этом волна горения может проходить через все части объекта независимо от того, где находится зона зажигания, и все горючее вещество в каждой части объекта оказывается сгоревшим, в отличие от случая вынужденной фильтрации.

Перспективы дальнейшего развития проведенных исследований могут быть следующие:

1. Применение предложенных математических моделей и численных методов для решения различных актуальных прикладных задач, возникающих в экологии, энергетике, металлургии, химической и добывающей промышленности.

2. Развитие предложенных моделей и методов, направленное на уточнение моделей с учетом свойств некоторых реальных пористых объектов (например, использование усложненной химической кинетики) и на ускорение проводимых расчетов (в частности, создание параллельных программных реализаций разработанных алгоритмов с использованием технологии программирования CUDA для многопроцессорных вычислительных систем с графическими ускорителями).

3. Развитие предложенных моделей и методов, направленное на их адаптацию к исследованию иных процессов в пористых средах (в частности, нестационарных течений газа через гранулированные или капсулированные теплоаккумулирующие материалы с фазовыми переходами, газификации твердого горючего в комбинированных зарядах низкотемпературных газогенераторов перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов).

4. Использование результатов исследования для развития технологий прогнозирования, предотвращения и ликвидации последствий катастроф, связанных с возникновением очагов энерговыделения в пористых средах, а также для проектирования пожаробезопасных пористых объектов.

Список литературы

1. Маслов В.П., Мясников В.П., Данилов В.Г. Математическое моделирование аварийного блока Чернобыльской АЭС. – М.: Наука, 1987. – 144 с.
2. Маслов В.П. Эффекты перегрева в фильтрационных средах. // Доклады Академии наук. – 1992. – Т. 326, № 2. – С. 246-250.
3. Маслов В.П., Молотков И.А. Условие отсутствия перегрева в реакторе, оценка критической константы // Доклады Академии наук. – 2007. – Т. 415, № 4. – С. 475-477.
4. Маслов В.П., Молотков И.А. Переход от стационарного охлаждения к перегреву в аварийном реакторе // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 418, № 4. – С. 482-485.
5. Маслов В.П., Молотков И.А. Аварийный реактор в режиме перегрева // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 421, № 4. – С. 482-485.
6. Молотков И.А. Локализация тепловой знергии в аварийном реакторе в процессе его перегрева // Доклады Академии наук. – 2008. – Т. 422, № 5. – С. 608-611.
7. Маслов В.П., Молотков И.А. Режимы стационарного охлаждения и глобального перегрева в аварийном реакторе // Прикладная математика механика. – 2008. – Т. 72, № 6. – С. 951-957.
8. Маслов В.П., Молотков И.А. Высокотемпературные процессы в пористой среде // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т. 47, № 2. – С. 242-246.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – Т. 1. – М.: Наука, 1970. – 492 с.
10. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – Т. 2. – М.: Наука, 1970. – 568 с.
11. Эглит М.Э. Лекции по основам механики сплошных сред. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2008. – 318 с.
12. Darcy H. Les fontaines publiques de la ville de Dijon. – Paris, 1856. – 647 p.
13. Dupuit J. Etudes theoriques et pratiques sur le movement des eaux. – 2-e ed. – Paris, 1863. – 304 p.

14. Boussinesq J. Recherches theoriques sur l'ecoulement des nappes d'eau infiltrees dans le sol et sur le debit des sources. // J. math. pures et appl. – 10, 1904. № 1. – pp. 5-78. (Complement, № 4. pp. 363-394)
15. Басниев К.С, Кочина И.Н., Максимов В.М. Подземная гидромеханика: Учебник для вузов. – М.: Недра, 1993. – 416 с.
16. Forchheimer P. Wasserbewegung durch Boden // Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. – 1901. – Vol. 45. – P. 1781–1788.
17. Жуковский Н.Е. Теоретическое исследование о движении подпочвенных вод. // Собр. соч., т. 3. – М.: Гостехиздат, 1949. – с. 184-206.
18. Жуковский Н.Е. О влиянии давления на насыщенные водою пески. // Собр. соч., т. 7. – М.: Гостехиздат, 1950. – с. 73-89.
19. Жуковский Н.Е. Просачивание воды через плотины. // Собр. соч., т. 7. – М.: Гостехиздат, 1950. – с. 297-332.
20. Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. – М.-Л.: Гостехиздат, 1947. – 244 с.
21. Павловский Н.Н. Неравномерное движение грунтовых вод. – М.: Гостехиздат, 1930. – 58 с.
22. Павловский Н.Н. О фильтрации воды через земляные плотины. – Л.: Кубуч, 1931. – 259 с.
23. Краснопольский А.А. Грунтовые и артезианские колодцы. – СПб.: Тип. П.П. Сойкина, 1912. – 177 с.
24. Kozeny J. Über kapillare Leitung des Wassers im Boden // Sitzungsberichte Akademie der Wissenschaften, – Wien. 1927. – Vol. 136-2a. – pp. 271-306.
25. Ergun S. Fluid flow through packed columns // Chemical Engineering Progress. – 1952. – Vol. 48, No. 2. – pp. 89-94.
26. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1977. – 664 с.
27. Чарный И.А. Подземная гидромеханика. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 196 с.
28. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. – М.: Гостехиздат, 1963. – 396 с.

29. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. – М.: Недра, 1972. – 288 с.
30. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. – М.: Недра, 1984. – 211 с.
31. Христианович С.А. Движение грунтовых вод, не следующее закону Дарси. // Прикладная математика и механика. – 1940. – Т. 4. № 1. – С. 33-52.
32. Христианович С.А. Избранные работы. Речная гидравлика. Теория фильтрации. Аэродинамика и газовая динамика. Горное дело. Теория пластичности. Энергетика. – М.: Издательство МФТИ, 2000. – 272 с.
33. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. – М.: Недра, 1970. – 339 с.
34. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. – М: Недра, 1984. – 232 с.
35. Николаевский В.Н. Геомеханика и флюидодинамика. – М.: Недра, 1996. – 447 с.
36. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика: Учебное пособие для вузов. – М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544 с.
37. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. – М.: Наука, 1978. – 336 с.
38. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – Т. 1. – М.: Наука, 1987. – 464 с.
39. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. – Т. 2. – М.: Наука, 1987. – 360 с.
40. Куропатенко В.Ф. Модели механики сплошных сред. – Челябинск: Челяб. гос. ун-т, 2007. – 303с.
41. Куропатенко В.Ф. Новые модели механики сплошных сред // Физика ударных волн, горения, детонации, взрыва и неравновесных процессов. В 2-х ч. – Ч. 1. – Мн.: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2014. – С. 151-172.

42. Жумагулов Б.Т., Смагулов Ш.С., Монахов В.Н., Зубов Н.В. Новые компьютерные технологии в нефтедобычи. – Алматы: Гылым, 1996. – 167 с.
43. Жумагулов Б.Т., Монахов В.Н. Гидродинамика нефтедобычи. – Алматы: КазгосИНТИ, 2001. – 336 с.
44. Поляев В.М., Майоров В.А., Васильев Л.Л. Гидродинамика и теплообмен в пористых элементах конструкций летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1988. – 168 с.
45. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О постановке граничных условий и условий сопряжения для задач теплопереноса в зернистых слоях на основе двухтемпературной модели // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 6. – С. 98-106.
46. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. Термомеханика тепловыделяющего зернистого слоя // Инженерно-физический журнал. – 2008. – Т. 81, № 4. – С. 637-645.
47. Ковенский Г.И., Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О свободной конвекции в тепловыделяющем зернистом слое // Инженерно-физический журнал. – 2010. – Т. 83, № 2. – С. 229-234.
48. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О термомеханике тепловыделяющего слоя при переменном размере частиц // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 84, № 5. – С. 933-937.
49. Теплицкий Ю.С., Малевич В.Л. Свободная конвекция в зернистом слое при тепловыделении различной природы // Инженерно-физический журнал. – 2012. – Т. 85, № 2. – С. 259-265.
50. Теплицкий Ю.С., Ковенский В.И. О фильтрационном охлаждении тепловыделяющего зернистого слоя при наличии фазового перехода первого рода // Инженерно-физический журнал. – 2007. – Т. 80, № 2. – С. 96-104.
51. Теплицкий Ю.С., Малевич В.Л. О свободной конвекции в тепловыделяющем зернистом слое при наличии фазового перехода первого рода // Инженерно-физический журнал. – 2012. – Т. 85, № 4. – С. 689-692.

52. Теплицкий Ю.С., Рослик А.Р. О динамике тепловыделяющего зернистого слоя // Инженерно-физический журнал. – 2015. – Т. 88, № 2. – С. 302-308.
53. Луценко Н.А. Одномерный стационарный режим фильтрации газа через слой неподвижного тепловыделяющего конденсированного материала // Дальневосточный математический журнал. – 2002. – Т. 3, № 1. – С. 123–130.
54. Алдушин А.П., Мержанов А.Г. Теория фильтрационного горения: общие представления и состояние исследований // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. – Новосибирск: Наука, 1988. – С. 9-52.
55. Voice E.W., Wild R.J. Importance of Heat Transfer and Combustion in Sintering // Iron and Coal Trades Review. – 1957. – Vol. 175, No. 11. P. 841-850.
56. Амелин И.Д. Внутрипластовое горение. – М.: Недра, 1980. – 230 с.
57. Бетелин В.Б., Юдин В.А., Королёв А.В., Афанаскин И.В., Вольпин С.Г. Моделирование химических реакций окисления и горения углеводородов при добыче нефти с закачкой в пласт воздуха. – М.: ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, 2015. – 161 с.
58. Иоффе И.И., Письмен Л.М. Инженерная химия гетерогенного катализа. – Л.: Химия, 1972. – 464 с.
59. Мержанов А.Г. Самораспространяющийся высокотемпературный синтез тугоплавких соединений // Вестник АН СССР. – 1976. – № 10. – С. 76-84.
60. Добрего К.В., Жданок С.А. Физика фильтрационного горения газов. – Мн.: Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова НАНБ, 2002. – 203 с.
61. Манелис Г.Б., Глазов С.В., Салганский Е.А., Лемперт Д.Б. Автоволновые процессы при фильтрационном горении в противоточных системах // Успехи химии. – 2012. – Т. 81, № 9. – С. 855-873.
62. Лазаренко С.Н., Кравцов П.В. Новый этап развития подземной газификации угля в России и в мире // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2007. – № 5. – С. 304-310.
63. Ohlemiller T.J. Modeling of smoldering combustion propagation // Progress in Energy and Combustion Science. – 1985. – Vol. 11, No. 4. – P. 277-310.

64. Rein G. Smoldering-Peat Megafires: The Largest Fires on Earth // Coal and Peat Fires: a Global Perspective. Volume 4: Peat - Geology, Combustion, and Case Studies. – Boston: Elsevier, 2015. – P. 1-11.
65. Turetsky M.R., Benscoter B., Page S., Rein G., Van Der Werf G.R., Watts A. Global vulnerability of peatlands to fire and carbon loss // Nature Geoscience. – 2015. – Vol. 8. – P. 11-14.
66. Алдушин А.П., Мержанов А.Г., Хайкин Б.И. Режимы послойного фильтрационного горения пористых металлов // Доклады АН СССР. – 1974. – Т. 215, № 3. – С. 612-615.
67. Алдушин А.П., Мержанов А.Г., Сеплярский Б.С. К теории фильтрационного горения металлов // Физика горения и взрыва. – 1976. – Т.12, № 3. – С.323-332.
68. Алдушин А.П., Сеплярский Б.С. Распространение волны экзотермической реакции в пористой среде при продуве газа // Доклады АН СССР. – 1978. – Т. 241, № 1. – С. 72-75.
69. Алдушин А.П., Сеплярский Б.С. Инверсия структуры волны горения в пористой среде при продуве газа // Доклады АН СССР. – 1979. – Т. 249, № 3. – С. 585-588.
70. Алдушин А.П., Сеплярский Б.С. К анализу режимов внутрипластового горения // Доклады АН СССР. – 1980. – Т.255, № 3. – С. 616-620.
71. Алдушин А.П., Сеплярский Б.С., Шкадинский К.Г. К теории фильтрационного горения // Физика горения и взрыва. – 1980. – Т. 16, № 1. – С. 36-45.
72. Алдушин А.П., Каспарян С.Г. Устойчивость стационарных волн фильтрационного горения // Физика горения и взрыва. – 1981. Т. 17, № 6. С. 11-19.
73. Алдушин А.П. Теплопроводностный и конвективный режимы горения пористых систем при фильтрации теплоносителя // Физика горения и взрыва. – 1990. – Т. 26, № 2. – С. 60-68.

74. Aldushin A.P., Matkowsky B.J., Schult D.A. Downward buoyant filtration combustion // Combustion and Flame. – 1996. – Vol. 107, No. 1-2. – P. 151-175.

75. Aldushin A.P. Filtration Combustion // Advances in Combustion Science: In Honor of Ya.B. Zeldovich. Progress in Astronautics and Aeronautics. – 1997. Vol. 173. – P. 95-115.

76. Aldushin A.P., Matkowsky B.J., Schult D.A. Upward buoyant filtration combustion // Journal of Engineering Mathematics. – 1997. – Vol. 31, No. 2-3. – P. 205-234.

77. Aldushin A.P., Matkowsky B.J. Instabilities, Fingering and the Saffman - Taylor Problem in Filtration Combustion // Combustion Science and Technology. – 1998. – Vol. 133, No. 4. – P. 293-341.

78. Aldushin A.P., Rumanov I.E., Matkowsky B.J. Maximal Energy Accumulation in a Superadiabatic Filtration Combustion Wave // Combustion and Flame. – 1999. – Vol. 118, No. 1-2. – P. 76-90.

79. Aldushin A.P., Bayliss A., Matkowsky B.J. On the transition from smoldering to flaming // Combustion and Flame. – 2006. – Vol. 145, Is. 3. – P. 579-606.

80. Мержанов А.Г., Филоненко А.К., Боровинская И.П. Новые явления при горении конденсированных систем // Доклады АН СССР. – 1973. – Т.208, № 4. – С. 892-894.

81. Мержанов А.Г. Процессы горения и взрыва в физикохимии и технологии неорганических материалов // Успехи химии. – 2003. – Т. 72, № 4. – С. 323-345.

82. Ивлева Т.П., Мержанов А.Г., Шкадинский К.Г. Математическая модель спинового горения // Доклады АН СССР. 1978. – Т. 239, № 5. – С. 1086-1088.

83. Ивлева Т.П., Мержанов А.Г., Шкадинский К.Г. О закономерностях спинового режима распространения фронта горения // Физика горения и взрыва. – 1980. – Т. 16, № 2. – С. 3-10.

84. Ивлева Т.П., Шкадинский К.Г. О неустойчивом режиме горения тонкой пластины // Физика горения и взрыва. – 1981. Т. 17, № 1. – С. 138-140.

85. Салганский Е.А., Фурсов В.П., Глазов С.В., Салганская М.В., Манелис Г.Б. Модель паровоздушной газификации твердого горючего в фильтрационном режиме // Физика горения и взрыва. – 2003. – Т. 39, № 1. – С. 44-50.

86. Салганский Е.А., Кислов В.М., Глазов С.В., Жолудев А.Ф., Манелис Г.Б. Фильтрационное горение смеси углерод - инертный материал в режиме со сверхадиабатическим разогревом // Физика горения и взрыва. – 2008. – Т. 44, № 3. – С. 30-38.

87. Салганский Е. А., Кислов В. М., Глазов С. В., Жолудев А. Ф., Манелис Г.Б. Особенности фильтрационного горения пиролизующегося твердого топлива // Физика горения и взрыва. – 2010. – Т. 46, № 5. – С. 42-47.

88. Манелис Г.Б., Глазов С.В., Лемперт Д.Б., Салганский Е.А. Фильтрационное горение твердого топлива в противоточных реакторах // Известия Академии наук. Серия химическая. – 2011. – № 7. – С. 1278-1294.

89. Амелин И.И., Салганский Е.А., Волкова Н.Н., Жолудев А.Ф., Алексеев А.П., Полианчик Е.В., Манелис Г.Б. Область существования стационарной волны фильтрационного горения в шихте с малым содержанием углерода // Известия Академии наук. Серия химическая. – 2011. – № 6. – С. 1125-1132.

90. Рабинович О.С., Гуревич И.Г. Закономерности распространения встречной стационарной волны экзотермической реакции при вынужденной фильтрации газа-окислителя через пористый материал // Инженерно-физический журнал. – 1983. – Т. 44, № 1. – С. 75-80.

91. Рабинович О.С., Гуревич И.Г. Влияние теплопотерь на распространение стационарных низкотемпературных волн фильтрационного горения при вынужденной фильтрации газа-окислителя // Физика горения и взрыва. – 1984. – Т. 20, № 1. – С. 33-40.

92. Рабинович О.С., Красильщиков С.Н., Гуревич И.Г. Режимы фильтрационного горения пористых конденсированных систем с многократным прохождением волны реакции // Инженерно-физический журнал. – 1984. – Т. 46, № 1. – С. 71-77.

93. Гришин А.М., Голованов А.Н., Суков Я.В., Прейс Ю.И. Экспериментальное исследование процессов зажигания и горения торфа // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 3. – С. 137-142.
94. Гришин А.М., Якимов А.С. Математическое моделирование процесса зажигания торфа // Инженерно-физический журнал. – 2008. – Т. 81, № 1. – С. 191-199.
95. Гришин А.М., Якимов А.С., Рейн Г., Симеони А. О физическом и математическом моделировании возникновения и распространения торфяных пожаров // Инженерно-физический журнал. – 2009. – Т. 82, № 6. – С. 1210-1217.
96. Гришин А.М., Якимов А.С. Математическое моделирование теплофизических процессов при зажигании и тлении торфа // Теплофизика и аэромеханика. – 2010. – Т. 17, № 1. – С. 151-167.
97. Гришин А.М., Якимов А.С. Математическое моделирование возникновения и распространения торфяных пожаров // Инженерно-физический журнал. – 2011. – Т. 85, № 5. – С. 972-980.
98. Гришин А.М., Зима В.П., Касымов Д.П. О механизме заглубления очага горения торфа //Инженерно-физический журнал. – 2013. – Т. 86, № 5. – С. 937-942.
99. Субботин А.Н. О некоторых особенностях распространения подземного пожара // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76, № 5. – С. 159-165.
100. Субботин А.Н. Распространение торфяного пожара при разных условиях тепломассообмена с внешней средой // Пожаровзрывобезопасность. – 2007. – Т. 16, № 5. – С. 42-49.
101. Лобода Е.Л., Якимов А.С. Некоторые результаты математического моделирования процесса зажигания торфа // Теплофизика высоких температур. – 2013. – Т. 51, № 6. – С. 923-930.
102. Бабкин В.С., Лаевский Ю.М. Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. – 1987. – Т. 23, № 5. – С. 27-44.

103. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. – Новосибирск: Наука, 1988. – С. 108-145.
104. Какуткина Н.А., Бабкин В.С. Закономерности распространения сферических волн фильтрационного горения газа в инертных пористых средах // Физика горения и взрыва. 1999. – Т. 35, № 1. – С. 60-66.
105. Коржавин А.А., Бунев В.А., Намятов И.Г., Бабкин В.С. Спиновый режим газофазного горения конденсированного топлива. // Доклады Академии наук. – 2000. – Т. 375, № 3. – С. 355-357.
106. Баев В.К., Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Исследование процессов центробежной конвекции при быстром вращении тел из ячеисто-пористых материалов // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47, № 1. – С. 46-57.
107. Баев В.К., Бажайкин А.Н., Шумский В.В. Особенности горения углеводородных газов в составных пористых насадках // Физика горения и взрыва. – 2011. – Т. 47, № 6. – С. 50-55.
108. Орловский В.М., Кирдяшкин А.И., Максимов Ю.М., Баев В.К., Гущин А.Н. Особенности лучистой энергоотдачи пористой газовой горелки с металлокерамическим конвертером // Оптика атмосферы и океана. – 2012. Т. 25, № 3. – С. 273-277.
109. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Математическое моделирование течений внутри вращающихся тел из ячеисто-пористых материалов // Прикладная механика и техническая физика. – 2005. – Т. 46, № 6. – С. 78-85.
110. Чумаков Ю.А., Князева А.Г. Режимы сжигания газа в пористом теле теплогенератора цилиндрической формы // Физика горения и взрыва. – 2009. – Т. 45, № 1. – С. 18-29.
111. Чумаков Ю.А., Князева А.Г. Тепловой взрыв газовой смеси в полом пористом цилиндре // Физика горения и взрыва. – 2010. – Т. 46, № 5. – С. 20-27.

112. Прокофьев В.Г., Кирдяшкин А.И., Саламатов В.Г., Смоляков В.К. Нестационарное горение газа в инертном пористом слое // Физика горения и взрыва. – 2010. – Т. 46, № 6. – С. 32-38.

113. Буркина Р.С. Зажигание пористого тела потоком излучения // Физика горения и взрыва. – 1995. – Т. 31, № 6. – С. 5-13.

114. Буркина Р.С., Козлов Е.А. Очаговое тепловое воспламенение в пористой среде в условиях естественной фильтрации газа // Физика горения и взрыва. – 2001. – Т. 37, № 2. – С. 35-41.

115. Добрего К.В., Козначеев И.А. Обобщенная объемно-усредненная модель фильтрационного горения и ее приложения для расчета угольных газификаторов // Инженерно-физический журнал. – 2005. – Т. 78, № 4. – С. 8-14.

116. Футько С.И., Жданок С.А. Химия фильтрационного горения газов. – Мн.: Бел. навука, 2004. – 318 с.

117. Dosanjh S., Peterson J., Fernandez-Pello A.C., Pagni P.J. Buoyancy effects on smoldering combustion // Acta Astronautica. – 1986. – Vol. 13, No. 11-12. – P. 689-696.

118. Dosanjh S.S., Pagni P.J., Fernandez-Pello A.C. Forced cocurrent smoldering combustion // Combustion and Flame. – 1987. – Vol. 68, No. 2. – P. 131-142.

119. Torero J.L., Fernandez-Pello A.C., Kitano M. Opposed forced flow smoldering of polyurethane foam // Combustion Science and Technology. – 1993. – Vol. 91, No. 1-3. – P. 95-117.

120. Schult D.A., Matkowsky B.J., Volpert V.A., Fernandez-Pello A.C. Propagation and extinction of forced opposed flow smolder waves // Combustion and Flame. – 1995. – Vol. 101, No. 4. – P. 471-490.

121. Torero J.L., Fernandez-Pello A.C. Natural convection smolder of polyurethane foam, upward propagation // Fire Safety Journal. – 1995. – Vol. 24, No. 1. – P. 35-52.

122. Schult D.A., Matkowsky B.J., Volpert V.A., Fernandez-Pello A.C. Forced forward smolder combustion // Combustion and Flame. – 1996. – Vol. 104, No. 1-2. – P. 1-26.

123. Torero J.L., Fernandez-Pello A.C. Forward smolder of polyurethane foam in a forced air flow // Combustion and Flame. – 1996. – Vol. 106, No. 1-2. – P. 89-109.

124. Walther D.C., Fernandez-Pello A.C., Urban D.L. Space shuttle based microgravity smoldering combustion experiments // Combustion and Flame. – 1999. – Vol. 116, No. 3. – P. 398-414.

125. Walther D.C., Anthenien R.A., Fernandez-Pello A.C. Smolder ignition of polyurethane foam: effect of oxygen concentration // Fire Safety Journal. – 2000. – Vol. 34. – P. 343-359.

126. Bar-Ilan A., Rein G., Fernandez-Pello A.C., Torero J.L., Urban D.L. Forced forward smoldering experiments in microgravity // Experimental Thermal and Fluid Science. – 2004. – Vol. 28, No. 7. – P. 743-751.

127. Bar-Ilan A., Rein G., C. Walther D., Fernandez-Pello A.C., Torero J.L., Urban D.L. The effect of buoyancy on opposed smoldering // Combustion Science and Technology. – 2004. – Vol. 176, No. 12. – P. 2027-2055.

128. Rein G., Fernandez-Pello A.C., Urban D.L. Computational model of forward and opposed smoldering combustion in microgravity // Proceedings of the Combustion Institute. – 2007. – Vol. 31, No. 2. – P. 2677-2684.

129. Lautenberger C., Fernandez-Pello A.C. Generalized pyrolysis model for combustible solids // Fire Safety Journal. – 2009. – Vol. 44, No. 6. – P. 819-839.

130. Dodd A.B., Lautenberger C., Fernandez-Pello A.C. Numerical examination of two-dimensional smolder structure in polyurethane foam // Proceedings of the Combustion Institute. – 2009. – Vol. 32, No. 2. – P. 2497-2504.

131. Leach S.V., Rein G., Ellzey J.L., Ezekoye O.A., Torero J.L. Kinetic and fuel property effects on forward smoldering combustion // Combustion and Flame. – 2000. – Vol. 120, No. 3. – P. 346-358.

132. Rein G., Cleaver N., Ashton C., Pironi P., Torero J.L. The severity of smouldering peat fires and damage to the forest soil // Catena. – 2008. – Vol. 74, No. 3. – P. 304-309.
133. Ohlemiller T.J., Bellan J., Rogers F. A model of smoldering combustion applied to flexible polyurethane foams // Combustion and Flame. – 1979. – Vol. 36. – P. 197-215.
134. Ohlemiller T.J., Lucca D.A. An experimental comparison of forward and reverse smolder propagation in permeable fuel beds // Combustion and Flame. – 1983. – Vol. 54, No. 1-3. – P. 131-147.
135. Ohlemiller T.J. Smoldering combustion propagation through a permeable horizontal fuel layer // Combustion and Flame. – 1990. – Vol. 81, No. 3-4. – P. 341-353.
136. Di Blasi C. Modeling and simulation of combustion processes of charring and non-charring solid fuels // Progress in Energy and Combustion Science. – 1993. – Vol. 19, No. 1. – P. 71-104.
137. Di Blasi C. Mechanisms of two-dimensional smoldering propagation through packed fuel beds // Combustion Science and Technology. – 1995. – Vol. 106, No. 1-3. – P. 103-124.
138. Di Blasi C. Physico-chemical processes occurring inside a degrading two-dimensional anisotropic porous medium // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1998. – Vol. 41, No. 24. – P. 4139-4150.
139. Branca C., Di Blasi C., Casu A., Morone V., Costa C. Reaction kinetics and morphological changes of a rigid polyurethane foam during combustion // Thermochimica Acta. – 2003. – Vol. 399, No. 1-2. – P. 127-137.
140. Di Blasi C. Modeling chemical and physical processes of wood and biomass pyrolysis // Progress in Energy and Combustion Science. – 2008. – Vol. 34, No. 1. – P. 47-90.
141. Hadden R.M., Rein G., Belcher C.M. Study of the competing chemical reactions in the initiation and spread of smouldering combustion in peat // Proceedings of the Combustion Institute. – 2013. – Vol. 34, No. 2. – P. 2547-2553.

142. Huang X., Rein G., Chen H. Computational smoldering combustion: Predicting the roles of moisture and inert contents in peat wildfires // Proceedings of the Combustion Institute. – 2015. – Vol. 35, No. 3. – P. 2673-2681.
143. Huang X., Rein G. Computational study of critical moisture and depth of burn in peat fires // International Journal of Wildland Fire. – 2015. – Vol. 24, No. 6. – P. 798-808.
144. He F., Yi W., Li Y., Zha J., Luo B. Effects of fuel properties on the natural downward smoldering of piled biomass powder: Experimental investigation // Biomass & Bioenergy. – 2014. – Vol. 67. – P. 288-296.
145. He F., Behrendt F. Experimental investigation of natural smoldering of char granules in a packed bed // Fire Safety Journal. – 2011. – Vol. 46, No. 7. – P. 406-413.
146. Lautenberger C. Gpyro3D: A three dimensional generalized pyrolysis model // Fire Safety Science. – 2014. – Vol. 11. – P. 193-207.
147. He F., Behrendt F. Comparison of natural upward and downward smoldering using the volume reaction method // Energy & Fuels. – 2009. – Vol. 23, No. 12. – P. 5813-5820.
148. Yang J., Chen H., Liu N. Modeling of two-dimensional natural downward smoldering of peat // Energy & Fuels. – 2016. – Vol. 30, No. 10. – P. 8765-8775.
149. Левин В.А., Луценко Н.А., Фецов С.С. Моделирование движения газа через слой гранулированного теплоаккумулирующего материала с фазовым переходом // Доклады Академии наук. – 2018. – Т. 479, № 4. – С. 386-389.
150. Луценко Н.А. Нестационарные режимы охлаждения пористого тепловыделяющего элемента // Математическое моделирование. – 2005. – Т. 17, № 3. – С. 120-128.
151. Левин В.А., Луценко Н.А. Течение газа через пористую тепловыделяющую среду при учете температурной зависимости вязкости газа // Инженерно-физический журнал. – 2006. – Т. 79, № 1. – С. 35-40.

152. Левин В.А., Луценко Н.А. Численное моделирование двумерных нестационарных течений газа через пористые тепловыделяющие элементы // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11, № 6. – С. 44-58.

153. Левин В.А., Луценко Н.А. Движение газа через пористые объекты с неравномерным локальным распределением источников тепловыделения // Теплофизика и аэромеханика. – 2008. – Т. 15, № 3. – С. 407-417.

154. Левин В.А., Луценко Н.А. Нестационарные течения газа через осесимметричные пористые тепловыделяющие объекты // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 3. – С. 26-44.

155. Левин В.А., Луценко Н.А. Моделирование двумерных нестационарных течений газа в саморазогревающихся полигонах твердых бытовых отходов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2011. – Т. 4, № 1. – С. 55-64. (Перевод: Levin V.A., Lutsenko N.A. Modeling Unsteady Two-Dimensional Gas Flows in Self-Heating Solid Waste Dumps // Fluid Dynamics. – 2011. – Vol. 46, No. 5. – P. 826-834.)

156. Луценко Н.А., Мирошниченко Т.П., Одякова Д.С., Харитонов Д.И. Параллельная реализация алгоритма для расчета двумерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками тепловыделения // Вычислительные технологии. – 2011. – Т. 16, № 2. – С. 98-110.

157. Lutsenko N.A. Modeling of Heterogeneous Combustion in Porous Media under Free Convection // Proceedings of the Combustion Institute. – 2013. – Vol. 34, No. 2. – P. 2289-2294. (Импакт-фактор на 2017 г.: 3.214)

158. Lutsenko N.A. Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 72. – P. 602-608. (Импакт-фактор на 2017 г.: 3.458)

159. Луценко Н.А., Тарасов Г.В., Гырник К.А. OpenMP-версия параллельного алгоритма расчета нестационарных течений газа через пористые объекты с

источниками энерговыделения: анализ и применение // Сибирский журнал вычислительной математики. – 2014. – Т. 17, № 3. – С. 229-244.

160. Lutsenko N.A., Levin V.A. Effect of Gravity Field and Pressure Difference on Heterogeneous Combustion in Porous Media // Combustion Science and Technology. – 2014. – Vol. 186, Is. 10-11. – P. 1410-1421. (Импакт-фактор на 2017 г.: 1.241)
161. Левин В.А., Луценко Н.А. Неоднозначное влияние теплопроводности при движении газа через пористые среды с очагами энерговыделения // Доклады Академии наук. – 2015. – Т. 462, № 4. – С. 418-421.
162. Lutsenko N.A. Numerical modeling of 1D heterogeneous combustion in porous media under free convection taking into account dependence of permeability on porosity // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Vol. 722, 012025. P. 1-8.
163. Левин В.А., Луценко Н.А., Надкриничный Л.В., Смирнов С.В. Математическое моделирование в задачах механики неоднородных сред и динамики природных процессов // Вестник ДВО РАН. – 2016. – № 4 (188). – С. 70-77.
164. Луценко Н.А. Численное моделирование трехмерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9, № 3. – С. 331-344.
165. Lutsenko N.A. On numerical model of time-dependent processes in three-dimensional porous heat-releasing objects // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1770, 030066. – P. 1-6.
166. Левин В.А., Луценко Н.А. Двумерные течения газа при гетерогенном горении твердых пористых сред // Доклады Академии наук. – 2017. – Т. 476, № 1. – С. 30-34.
167. Lutsenko N.A., Levin V.A. Smoldering of porous media: numerical model and comparison of calculations with experiment // Journal of Physics: Conference Series. – 2017. – Vol. 894, 012054. – P. 1-7.

168. Lutsenko N.A. Numerical model of two-dimensional heterogeneous combustion in porous media under natural convection or forced filtration // Combustion Theory and Modelling. – 2018. – Vol. 22, Is. 2. – P. 359-377. (Импакт-фактор на 2017 г.: 1.855)

169. Lutsenko N.A., Miroshnichenko T.P., Odyakova D.S., Kharitonov D.I. Parallel Implementation of Algorithm for Calculation of Gas Flow through Porous Media with Heat Sources // Proceedings of the First Russia and Pacific Conference on Computer Technology and Applications (RPC 2010). – Vladivostok, Russia, 2010. – P. 198-201.

170. Lutsenko N.A. On Difference between Horizontal and Vertical Waves of Heterogeneous Combustion in Porous Objects under Free Convection // Proceedings of the 9th Asia-Pacific Conference on Combustion (ASPACC 2013). – Gyeongju, Korea, 2013. – Paper 33-4. – P. 1-4.

171. Lutsenko N.A., Sorokova S.N. Numerical Comparison of Heterogeneous Combustion Waves in Horizontal and Vertical Porous Objects under Free Convection // Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 880. – P. 109-114.

172. Lutsenko N.A., Sorokova S.N. Numerical Method for Investigation of 1D Processes in Porous Media with Heterogeneous Reactions when Flow Rate of Oxidant Regulates Itself // Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 880. – P. 115-120.

173. Lutsenko N.A. Numerical Comparison of Gas Flows through Plane Porous Heat-Evolutional Object with Axisymmetric One when Object's Outlet is Partially Closed // Advanced Materials Research. – 2014. – Vol. 1040. – P. 529-534.

174. Lutsenko N.A. On Numerical Modeling of Two-Dimensional Heterogeneous Combustion in Porous Media under Free Convection // Proceedings of 10th Asia-Pacific Conference on Combustion ASPACC 2015. – Beijing, China, 2015. – Paper 61. – P. 1-6.

175. Левин В.А., Луценко Н.А. Возникновение неустойчивых режимов охлаждения пористого тепловыделяющего элемента при докритических краевых условиях // Горение и плазмохимия. – 2005. – Т. 3, № 2. – С. 81-90.

176. Левин В.А., Луценко Н.А. Математическое моделирование газового охлаждения однородного пористого тепловыделяющего элемента // Математические модели и методы механики сплошных сред: Сборник научных трудов: к 60-летию А.А. Буренина. – Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2007. – С. 149-172.

177. Луценко Н.А., Левин В.А. О моделировании охлаждения пористых объектов с неравномерно распределенными очагами тепловыделения // Горный информационно- аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2009. – Т. 17, № 12. – С. 59-62.

178. Луценко Н.А., Щебеньков Д.А. Влияние неравномерного распределения источников энерговыделения в пористых осесимметричных объектах на процесс их газового охлаждения // Успехи механики сплошных сред: Сборник научных трудов к 70-летию академика В.А. Левина. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – С. 483-496.

179. Левин В.А., Луценко Н.А. Некоторые особенности течения газа через пористые среды с источниками тепловыделения // Проблемы и достижения прикладной математики и механики: Сборник научных трудов к 70-летию академика В.М. Фомина. – Новосибирск: Нонпарель, 2010. – С. 480-490.

180. Луценко Н.А. О течении газа через пористые объекты с источниками энерговыделения // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (3). – С. 940-942.

181. Lutsenko N.A., Levin V.A. On Features of One-Dimensional Unsteady Waves of Heterogeneous Combustion in Porous Media under Natural Convection // Zel'dovich Memorial: Accomplishments in the combustion science in the last decade. Vol. 2. – Moscow: Torus press, 2015. – P. 110-115.

182. Луценко Н.А., Тарасов Г.В., Гырник К.А. Моделирование процессов газового охлаждения пористых тепловыделяющих двумерных объектов с частично закрытой верхней частью. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014617773 от 01.08.2014.

183. Луценко Н.А., Тарасов Г.В., Леонтьев Д.В. Моделирование процессов гетерогенного горения одномерных пористых объектов. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015612296 от 17.02.2015.
184. Луценко Н.А., Тарасов Г.В. Параллельная программа моделирования динамических процессов в двумерных пористых тепловыделяющих объектах. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015660078 от 21.09.2015.
185. Луценко Н.А., Тарасов Г.В. Моделирование двумерных процессов гетерогенного горения в пористых объектах. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015660129 от 22.09.2015.
186. Луценко Н.А., Тарасов Г.В. Параллельная программа моделирования динамических процессов в трехмерных пористых тепловыделяющих объектах при саморегуляции проходящего через них газа. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016619289 от 17.08.2016.
187. Луценко Н.А., Тарасов Г.В. Моделирование охлаждения трехмерных пористых тепловыделяющих объектов в условиях саморегуляции проходящего через них газа. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2016619346 от 18.08.2016.
188. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1987. – 840 с.
189. Гинзбург И.П. Аэрогазодинамика. – М.: Высш. шк., 1966. – 404 с.
190. Мухачев Г.А. Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача. – М.: Высш. шк., 1991. – 480 с.
191. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1987. – 430 с.

192. Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ. Пер. с англ. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 352 с.
193. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. Введение в теорию. – М.: Наука, 1977. – 439 с.
194. Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я, Крайко А.Н., Прокопов Г.П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
195. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
196. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. – Новосибирск: Наука, 1981. – 304 с.
197. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Численные методы газовой динамики. – М.: Высш. шк., 1987. – 232 с.
198. Марчук Г.И. Методы расщепления. – М.: Наука, 1988. – 264 с.
199. Куропатенко В.Ф., Шестаковская Е.С. Основы численных методов механики сплошной среды. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2017. – 254 с.
200. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. Пер. с англ. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. – 486 с.
201. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. Пер. с англ. – М.: Мир, 1972. – 420 с.
202. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 618 с.
203. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. В 2-х т. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 728 с.
204. Оран Э., Борис Дж. Численное моделирование реагирующих потоков. Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 660 с.
205. Физические величины: Справочник. Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.: Энергоатомиздат, 1991. – 1232 с.

206. Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с.

207. Sørum L., Grønli M.G., Hustad J.E. Pyrolysis characteristics and kinetics of municipal solid wastes // Fuel. – 2001. – Vol. 80, No. 9. – P. 1217-1227.