Отзыв

официального оппонента

о диссертации **Лазарева Нюргуна Петровича**

“КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ТРЕЩИН С НЕИЗВЕСТНЫМИ ГРАНИЦАМИ ДЛЯ ПЛАСТИН МОДЕЛИ ТИМОШЕНКО”, представленной на соискание степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02. – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертационная работа Н.П. Лазарева посвящена актуальной тематике – исследованию краевых задач для упругих пластин с трещинами. Задачи формулируются в областях с разрезами, при этом на кривой, соответствующей трещине, ставится граничное условие в виде неравенства, которое описывает взаимное непроникание противоположных берегов трещины. Таким образом, изучаемые задачи формулируются в негладкой области и, кроме того, являются нелинейными. В рамках задач с неизвестными границами, в отличие от модели Тимошенко, учитывающей вместе с перемещениями также и поперечные сдвиги, модель пластины Кирхгофа-Лява изучаются более двадцати лет. Автором получены новые результаты для ранее неисследованного широкого класса краевых задач с односторонними ограничениями о равновесии пластин модели Тимошенко.

Диссертация изложена на 295 страницах, состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитированной литературы, включающего 184 ссылки.

В первой главе диссертации приводятся вспомогательные сведения из теории пространств Соболева, дифференциальных уравнений в частных производных, вариационного анализа. Кроме того, в этой главе приведены физические гипотезы и математические соотношения теории упругости для тонких пластин модели Тимошенко и Кирхгофа-Лява.

Основные результаты диссертации даны в главах 2-4. Во второй главе исследована разрешимость краевых задач, описывающих равновесие однородных и неоднородных пластин и оболочек с трещинами. В том числе, рассмотрены модели пластин с трещиной, проходящей вдоль границы объемного или тонкого жесткого включения, модель пластины с частично отслоившимся упругим включением модели Кирхгофа-Лява, модель пластины с наклонной трещиной. Доказаны результаты о гладкости решений вплоть до концевых точек разреза. Для исходных вариационных постановок задач найдены соответствующие эквивалентные формулировки. Обоснован метод фиктивных областей для пластины модели Тимошенко. В частности установлено, что задача о контакте пластины с жестким препятствием (задача типа Синьорини), является предельной для семейства задач, описывающих равновесие неоднородных упругих пластин с трещиной.

В третьей главе изучена асимптотика функционала энергии для пластин с трещиной при малых возмущениях области. Также задаются условия непроникания в виде неравенств, выполненных на внутренней границе области с разрезом. В первом и третьем параграфах рассмотрены модели деформирования упругой пластины с трещиной и неоднородной пластины с трещиной вдоль жесткого включения. Для этих моделей найдены производные соответствующих функционалов энергии по параметру возмущения области. Во втором параграфе третьей главы доказано, что такая производная для однородной пластины с трещиной может быть представлена в виде инвариантного интеграла, не зависящего от замкнутого контура. Возможность существования указанных инвариантных интегралов установлена в следующих двух частных случаях, когда гладкое возмущение описывает сдвиг всего разреза или квазистатический рост трещины.

В четвертой главе исследуются задачи оптимального управления геометрическими параметрами задачи, а именно, когда функции управления задают форму трещины и размер жесткого включения. Установлена разрешимость соответствующих задач с различными функционалами качества. Для семейства задач о равновесии пластины с трещиной вдоль объемного жесткого включения доказано, что при стремлении параметра, характеризующего толщину включения, в пределе получается задача о равновесии пластины с тонким жестким включением. При этом объемное жесткое включение моделируется трехмерной областью, а тонкое жесткое включение – цилиндрической поверхностью.

Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне. Автореферат диссертации правильно и достаточно полно отражает ее содержание.

Имеется несколько замечаний:

- Не указано, какой именно минимальной гладкостью должна обладать граница подобласти, к которой применяются соответствующие формулы Грина при доказательстве эквивалентности дифференциальной и вариационной постановок задачи о равновесии пластины с трещиной (см.параграфы 2.1, 2.2).
- Задачи оптимального управления рассмотрены лишь для функционалов качества специального вида, характеризующих физические параметры той или иной задачи.

  При этом не указаны те математические свойства функционалов качества, которые позволяют доказать существование решений задач оптимального управления.
- В разделе 2.6.2 при построении фиктивной области не достаточно точно оговорен способ ее построения, запись: “так, как это показано на рисунке” не представляется строго математической.
- В формулировке теоремы 2.1.3 автор ограничился нечеткой фразой: “Пусть выполнены указанные предположения”.
- На странице 152 допущена опечатка, а именно, написано: “Для того чтобы показать разрешимость задачи (2.7.6), установим свойства функционала энергии $\Pi(\eta)$ и множества K”. Далее же обсуждаются только свойства функционала энергии $\Pi(\eta)$, в то время как свойства множества K были установлены выше на той же странице 152 .

Эти замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации. Все результаты диссертации снабжены строгими доказательствами, апробированы на научных российских и международных конференциях, опубликованы в ведущих рецензируемых научных журналах, входящих в перечень изданий, рекомендованных ВАК России для публикации основных результатов диссертации на соискание ученой степени доктора наук. Полученные Н.П. Лазаревым результаты можно квалифицировать как новое крупное достижение в области исследования краевых задач с неизвестными границами.

Считаю, что диссертация Н.П. Лазарева соответствует всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям в пп. 9, 10, 11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013г.с учетом изменений, внесенных постановлениемПравительства Российской Федерации «О внесении изменений в Положение о присуждении ученых степеней» от 21.04.2016 г. №335; а ее автор – Лазарев Нюргун Петрович – заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, ведущий научный сотрудник отдела прикладных задач Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики и механики им. Н.Н.Красовского Уральского отделения Российской академии наук;

почтовый адрес: 620990, Российская Федерация, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16; Тел.: 8(343)3753480, E-mail:fmy@imm.uran.ru

Филимонов Михаил Юрьевич

«28» 12 2016 г.

Подпись М.Ю.Филимонова заверяю,

ученый секретарь Института,

кандидат физико-математических наук О.Н.Ульянов