ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА
на диссертацию Кригер Екатерины Николаевны
"Некоторые задачи идентификации коэффициентов, зависящих от всех переменных, при младших членах в параболических уравнениях"
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико – математических наук по специальности
01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Обратные задачи для дифференциальных уравнений и систем таких уравнений являются одним из направлений теории дифференциальных уравнений, привлекающих весьма значительный интерес, в частности в связи со множеством самых разнообразных приложений. Таким образом, тема диссертации является весьма актуальной.

К обратным задачам относятся задачи определения области задания решения (так называемые задачи со свободными границами), задачи определения коэффициентов дифференциального уравнения (коэффициентные задачи), определения граничных и/или начальных условий и т.п. Для определения искомых величин обычно задается дополнительная информация о решении, как правило функциональные условия на решение в некоторой заданной или искомой подобласти, которые иногда называются условиями переопределения. Данная диссертация посвящена коэффициентным обратным задачам для параболических уравнений и систем. В качестве условия переопределения обычно задается значение искомой функции на сечениях $x = \mathrm{const}$, где x – часть пространственных переменных. Отсюда следует, что искомыми коэффициентами могут быть только одна или несколько функций от "оставшейся части" пространственных переменных. В настоящей диссертации рассматриваются сечения, где постоянны все переменные, кроме одной, а значит искомые коэффициенты должны выражаться через функции одной переменной.

Общий метод решения обратных коэффициентных задач состоит в сведении их к прямым (т.е. со всеми известными данными) задачам. Методы сведения исходной обратной задачи к прямой, равно как и методы построения решения прямой задачи, могут быть самыми различными. В настоящей работе исследование разрешимости прямых задач производится так называемым методом расщепления или, по терминологии автора, методом слабой аппроксимации, представляющим собой фактически один из вариантов известного метода дробных шагов (по времени) для построения приближенного решения. Точное решение получается в результате предельного перехода. В свою очередь, сведение к прямой задаче в данной работе происходит следующим образом: пользуясь весьма специфическим видом искомых коэффициентов (см выше), автор выражает эти коэффициенты через следы искомого решения на некоторых сечениях, где постоянны все переменные, кроме одной; затем полученные выражения подставляются в исходное уравнение. В результате получается так называемая нагруженная задача, где правая часть содержит следы искомой функции и/или ее производных на упомянутых сечениях.

Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения.

Во введение дан исторический обзор общей проблемы, обоснована актуальность темы, описана структура диссертации и приведен перечень основных результатов.

Глава 1 содержит некоторые вспомогательные сведения, в том числе общеизвестные. Здесь приведены теорема Арцела, принцип максимума, неравенство Гронуолла. Далее описан упомянутый выше метод слабой аппроксимации и приведены некоторые теоремы о единственности решения для нагруженных уравнений и систем специального вида.

Глава 2 посвящена задаче определения коэффициента, выражающегося специальным образом через функции одной переменной и стоящего в правой части уравнения перед заданной функцией (функцией источника). Описанным выше способом эта задача сводится к нагруженной прямой задаче. Прямая задача анализируется упоминавшимся методом слабой аппроксимации (дробных шагов).

В пункте 2.1 проанализирована многомерная по пространству задача, когда искомый коэффициент есть сумма функций одной пространственной переменной. Доказаны существование и единственность решения задачи в целом (т.е. для любого промежутка) по времени. Для двумерного по пространству случая установлена непрерывная зависимость решения от исходных данных. Также для двумерного случая исследовано асимптотическое поведение решения по времени: рассмотрены случаи ограниченности решения и его стремления к константе (при этом искомый коэффициент стремится к нулю). Приведен пример непосредственного решения обратной задачи, демонстрирующий, что множество задач, для которых справедливы утверждения о существовании и единственности решения в целом по времени, не пусто. Остается неясной ситуация с условиями, обеспечивающими асимптотическое поведение решения, см. замечания.

Пункт 2.2 посвящен случаю, когда искомый коэффициент есть произведение функций одной пространственной переменной. Здесь уже рассматривается только двумерный случай и по той же схеме, что и в п.2.1, устанавливается существование решения в малом по времени. Приведен пример.

В главе 3 рассматриваются двумерные по пространству задачи, где искомый коэффициент стоит в правой части перед u^p, где u – искомое решение, $p = \mathrm{const}$. Здесь, совершенно аналогично предыдущему, обратная задача сводится к нагруженной прямой, а последняя анализируется методом дробных шагов. Установлены существование и единственность решения в малом по времени, приведены примеры. В пункте 3.1 искомый коэффициент есть сумма функций одной пространственной переменной, в пункте 3.2 – произведение.

В заключении дана сводка результатов диссертации.

Результаты глав 2 и 3 являются новыми.

Основные результаты диссертации своевременно опубликованы в работах автора. Содержание автореферата соответствует основным положениям, рассмотренным в диссертации и выносимым соискателем на защиту.

Замечания:

1. Стр.22, не совсем точно название главы 2: "Задачи идентификации коэффициентов, зависящих от всех переменных, при функции источника". На самом деле речь о коэффициентах, весьма специальным образом выражающихся через функции, каждая из которых зависит только от одной переменной.

2. Стр.22, название пункта 2.1: "Коэффициент представим в виде суммы". Суммы чего и чего? Не мешало бы подробнее объяснить, о какой именно сумме речь, либо, если автору не хотелось сильно утяжелять название главы, подробно описать (скажем, во введение) сам термин "коэффициент представим в виде суммы".

3. Глава 2, пункт 2.1: условия теорем об ограниченности решения и о его стабилизации – это весьма сложные условия в виде неравенств разного вида на исходные данные задачи. Непонятно, могут ли все они быть выполнены одновременно.

4. Стр.62, название пункта 2.2: "Коэффициент представим в виде произведения". То же замечание, что и к названию пункта 2.1.

5. Совершенно аналогичные замечания относятся к названию пунктов 3.1 (стр.73) и 3.2 (стр.87).

Данные замечания не затрагивают содержание диссертации, к которому у оппонента нет существенных претензий. Результаты диссертационной работы Кригер Е.Н., ее научные положения и выводы являются достоверными и обоснованными. Достоверность представленных результатов подтверждена подробными и исчерпывающими доказательствами. Диссертация Е.Н.Кригер "Некоторые задачи идентификации коэффициентов, зависящих от всех переменных, при младших членах в параболических уравнениях" является законченным исследованием, соответствует п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" и удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, автореферат правильно отражает ее содержание, а ее автор заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ;

профессор кафедры алгебры и математического анализа
ФГБОУ ВПО "Новосибирский государственный педагогический университет
630126, г.Новосибирск, ул. Вилюйская 28;

semenko54@gmail.com, +79139420156

______________________Семенко Евгений Вениаминович

16 августа 2017 г.

Подпись Семенко Е.В.

Удостоверяю. Зав.канцелярией: Филиппова Н.В.