

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана
механико-математического ф-та
МГУ имени М.В. Ломоносова,
профессор В.Н. Чубариков



ОТЗЫВ

ведущей организации «Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова"» на диссертацию Ковтуненко Павла Викторовича «Распространение длинноволновых возмущений в пространственно-неоднородном движении жидкости», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Изучение распространения нелинейных волн в пространственно неоднородных течениях жидкости является важной и актуальной областью исследований, что обусловлено большим количеством приложений, например, в океанологии, метеорологии и геофизике при моделировании крупномасштабных движений в океане, атмосфере и земной коре. Нелинейные длинноволновые модели описывают, например, движения жидкости в открытых руслах, гидродинамические эффекты в задачах транспортировки углеводородов, используются в гидроаэроупругости для определения силы воздействия волновых возмущений на плавающие тела. Диссертационная работа П.В. Ковтуненко посвящена дальнейшему развитию новых разделов теории гиперболических систем уравнений с операторными коэффициентами и построению многослойных моделей мелкой воды с массообменом на границе слоев. Тема диссертационной работы несомненно актуальна.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы из 92 наименований.

Во **введении** даётся мотивировка исследования, обосновывается его актуальность, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируются цель и задачи исследования, сформулированы научная новизна и практическая значимость работы, кратко излагается содержание работы.

В **первой главе** рассматривается интегро-дифференциальная модель, предложенная В.Ю. Ляпидевским и А.А. Чесноковым (ПМТФ, 2009) для описания нестационарных двумерных движений в тонком слое идеальной несжимаемой жидкости в открытом узком канале с искривленными стенками и с горизонтальным дном. Предложенная интегро-дифференциальная модель относится к классу систем уравнений с операторными коэффициентами. Основное внимание в главе уделяется построению и физической интерпретации классов точных решений. Построены и исследованы следующие классы точных решений: класс решений, который характеризуется линейной связью между интегральными инвариантами Римана; класс решений в виде бегущей волны, непрерывно примыкающей к заданному сдвиговому потоку; класс решений типа простой волны. Сформулированы критерии устойчивости горизонтально-сдвигового течения жидкости в зависимости от формы профиля скорости, аналогичные критериям Рэлея и Фьортофта. Проведено численное моделирование распространения длинноволновых возмущений на горизонтально-сдвиговом потоке с использованием осреднённой модели, соответствующей газодинамической аналогии, и с использованием многослойной модели.

Вторая глава посвящена исследованию модели нестационарного течения тонкого слоя однородной несжимаемой вязкой жидкости со свободной поверхностью по ровной наклонной плоскости, наклоненной под малым углом к горизонту. Изучаются математические свойства рассматриваемой системы уравнений. Выводится транспортное уравнение для амплитуды слабых разрывов. Предложена неоднородная гиперболическая система дифференциальных уравнений, являющаяся многослойной аппроксимацией исходной модели. Выполнены тестовые численные расчеты на основе уравнений предложенной модели и осреднённой гиперболической модели. Предложена математическая модель, описывающая движение гранулированных сред с переменной вязкостью. Проведено численное моделирование

эволюции области более вязкой жидкости в менее вязкую при прохождении различных волновых возмущений.

В **третьей главе** рассматривается применение длинноволновых моделей к течению вязкой слабосжимаемой жидкости в ячейке Хеле–Шоу. Рассматривается плоское течение, осреднённое по толщине ячейки в предположении о параболическом профиле скорости. При этом основное внимание уделяется исследованию эволюции слоя смешения, который может формироваться на границе раздела двух жидкостей разной вязкости, движущихся с разными скоростями. Для описания слоя смешения применяется теория многослойной мелкой воды с массообменом. В рамках данного подхода предполагается трехслойная структура течения, в которой вихревой слой смешения расположен между двумя потенциальными слоями. Такое предположение позволяет провести еще одно осреднение уравнений движения по ширине ячейки и вывести одномерную замкнутую систему уравнений, связывающую плотность, ширину прослоек, средние скорости слоев и сдвиговую скорость в слое смешения. В стационарном случае полученная система редуцируется к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, которую можно привести к нормальной форме. Проведено численное моделирование слоя смешения по нестационарной одномерной модели с постоянными граничными условиями на входном сечении канала и его сравнение с решением стационарных уравнений. Выполнен расчет по полной двумерной модели и проведено оценочное сравнение ширины слоя смешения с результатами, полученными по одномерным стационарным уравнениям. Также проведены численные расчеты по исследованию влияния вязкости на эволюцию слоя смешения.

В **заключении** сформулированы основные результаты, полученные в диссертации.

Специального упоминания заслуживают следующие результаты, полученные в диссертации:

1. Построены и исследованы классы точных решений интегро-дифференциальной модели теории длинных волн, описывающей пространственно-неоднородное движение идеальной несжимаемой жидкости в открытом узком канале. Сформулированы критерии устойчивости горизонтально-сдвигового течения жидкости в зависимости от формы профиля скорости, аналогичные критериям Рэлея и Фьортофта.

2. Дано строгое обоснование возможности нелинейного опрокидывания волн в рамках уравнений движения тонкого слоя вязкой жидкости, движущегося по наклонной плоскости, наклонённой под малым углом к горизонту. Получено транспортное уравнение для амплитуды слабого разрыва и показана возможность неограниченного роста его решения.
3. Для течения вязкой слабосжимаемой жидкости в ячейке Хеле–Шоу проведено исследование развития сдвиговой неустойчивости при совместном движении двух потоков с разными скоростями и вязкостями. Для специальной конфигурации течения, в рамках которой предполагается трехслойная структура, построена одномерная модель трехслойного течения жидкости в ячейке Хеле–Шоу, найдено решение стационарной задачи.

Диссертацию отличает внутренняя цельность и логическое единство глав. Диссертация написана ясным и доступным языком, основные результаты изложены в виде утверждений.

Результаты диссертации являются достоверными, так как при их получении использовались методы теории дифференциальных уравнений и апробированные аналитические методы, проводилось сравнение с результатами других авторов.

Все результаты диссертации являются новыми и представляющими значительный интерес для приложений. Работа выполнена на высоком научном уровне.

Основные результаты диссертации опубликованы. По теме диссертации опубликованы 4 статьи в журналах из списка ВАК РФ.

Название диссертации соответствует её содержанию и заявленной специальности. Автореферат соответствует содержанию диссертации и достаточно полно её отражает.

Имеются следующие замечания:

1. В первом уравнении системы уравнений (1.1) присутствует безразмерное ускорение силы тяжести g . Как определяется характерное ускорение и какие значения может принимать параметр g ?
2. В тексте диссертации не приводится вывод уравнений (1.4) для скоростей u_1 и u_2 на боковых стенках канала. Он очевиден и его желательно было бы привести.
3. Насколько оправданным является моделирование двухслойных (с вязкостями μ_1 и μ_3) течений Хеле–Шоу без учета капиллярного эффекта и чем обусловлена необходимость вывода уравнений слоя смешения (с вязкостью μ_2)?

4. На наш взгляд, название диссертации несколько неудачно. Более приемлемым названием является, например, «Распространение длинноволновых возмущений на пространственно-неоднородном течении жидкости».

Указанные замечания не снижают положительной оценки работы в целом.

Результаты диссертации могут быть использованы в следующих организациях: Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, на механико-математическом и физическом факультетах МГУ, НИИ Механики МГУ, Морском гидрофизическом институте РАН и др. организациях.

Таким образом, диссертация П.В. Ковтуненко «Распространение длинноволновых возмущений в пространственно-неоднородном движении жидкости» представляет собой завершённую научно-квалификационную работу, выполненную на актуальную тему, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к кандидатским диссертациям, и соответствует п. 9 «Положения о присуждении учёных степеней», утверждённого постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а её автор, Павел Викторович Ковтуненко, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы.

Отзыв одобрен и утверждён на заседании кафедры гидромеханики механико-математического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, протокол № 1 от 01 августа 2017 г.

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры гидромеханики
механико-математического факультета
Московского государственного
университета имени М.В. Ломоносова

А.В. Аксёнов

Подпись профессора Аксёнова Александра Васильевича удостоверяю:
Начальник отдела кадров
механико-математического факультета



Л.Л. Ткачева