

ОТЗЫВ

официального оппонента доктора физико-математических наук

Чугайновой Анны Павловны

на диссертацию Ковтуненко Павла Викторовича

«Распространение длинноволновых возмущений в пространственно-неоднородном движении жидкости»,

представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 — «Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертационная работа посвящена дальнейшему развитию описания и изучению нелинейных волновых процессов в сдвиговых течениях жидкости с использованием обобщения метода характеристик для систем с операторными коэффициентами, предложенного и развитого в работах В.М. Тешукова и А.А. Чеснокова. Этот метод позволяет сводить задачи о течениях жидкости, описываемых уравнениями с двумя пространственными переменными к интегродифференциальнym уравнениям, которые проявляют свойства, присущие нелинейным гиперболическим уравнениям. В частности, дает возможность исследовать эволюцию образования слабых и сильных разрывов. Изучение свойств такого нового описания течений и изучение их особенностей представляет большой интерес и практическую значимость, прежде всего с точки зрения эффективности и точности описания реальных явлений.

В диссертации рассматриваются гидродинамические задачи распространения волн в сдвиговых течениях жидкости. Актуальность этих задач обусловлена большим количеством приложений.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** обосновывается актуальность темы диссертации, изложено содержание работы и приводится литература, посвященная изучению вопросов, рассматриваемых в диссертации.

В первой главе изучается пространственно-неоднородное течение идеальной жидкости в открытом канале в приближении теории длинных волн.

Исследование проводится на основе интегродифференциальной модели, для которой построены новые классы точных решений. Класс решений, характеризующийся линейно-зависимыми интегральными инвариантами Римана строится с использованием кинетической формулировки и аналогии с уравнениями Бенни. Исходная интегродифференциальная система уравнений движения сводится к гиперболической системе двух дифференциальных уравнений с двумя параметрами. Аналитически решение представимо в виде простой волны. Другой класс решений построен в классе бегущих волн, непрерывно примыкающих к заданному сдвиговому потоку. Здесь решение строится методом характеристик, однако при построении дополнительно используется интегральное уравнение исходной системы. Полученное решение обладает функциональным произволом. В работе также приведен пример частного решения в классе бегущих волн, выражющегося в элементарных функциях.

В рамках данной модели исследована устойчивость течений с монотонным профилем скорости. В терминах гипербolicности систем уравнений с операторными

коэффициентами формулируются критерии устойчивости, аналогичные критериям Релея и Фьортофта. Даются наглядные иллюстративные примеры.

Последняя часть главы посвящена изучению осредненных моделей. Переходя к консервативной формулировке модели, с использованием полулагранжевых переменных, в предположении о близости профиля скорости к кусочно-линейному, выводится система уравнений, соответствующая «многослойной» аппроксимации законов сохранения. Таким образом, проводится разбиение модели на слои, в каждом из которых исследуются осредненные уравнения движения. В простейшем случае однослойной аппроксимации возникает система газодинамического типа. Последующие численные эксперименты наглядно показывают влияние количества слоев на распространения возмущений.

Во второй главе, в первой части, исследуется модель течения тонкого слоя вязкой жидкости со свободной поверхностью по наклонной плоскости. Для теоретического анализа также используется математический аппарат теории гиперболических уравнений с операторными коэффициентами. Формулируются условия гипербolicности уравнений, проводится анализ характеристической функции, приводятся собственные функционалы (аналог собственных векторов). Далее проводится исследование слабых разрывов решений. Устанавливается, что слабые разрывы сосредоточены на обобщенных характеристиках системы и выводится транспортное уравнение для амплитуды слабых разрывов. Решение данного уравнения может неограниченно расти, что обосновывает возможность нелинейного опрокидывания волн и приводит к необходимости консервативной формулировки уравнений движения. Для более точного описания течения, также как и в первой главе, используется «многослойная» аппроксимация законов сохранения.

Во второй части главы полученные результаты обобщаются на течение жидкости со стратификацией по вязкости. Все подходы, описанные ранее в главе, переносятся на рассматриваемую модель, что позволяет провести математический анализ модели на основе обобщения теории характеристик для интегродифференциальных уравнений. Аналогично формулируется «многослойная» аппроксимация модели и проводятся численные расчеты. Результаты расчетов показывают, что умеренная стратификация по вязкости незначительно влияет на параметры течения, в том числе на форму свободной поверхности.

Третья глава посвящена применению длинноволновых моделей к течению вязкой слабосжимаемой жидкости в ячейке Хеле–Шоу. Исследуется эволюция слоя смешения, который может формироваться на границе раздела двух жидкостей разной вязкости, движущихся с разными скоростями. Построена одномерная модель, с помощью которой проводится оценка ширины слоя смешения. Предполагается трёхслойная структура течения, которая конструируется таким образом, что вдоль верхней и нижней стенки движутся два потенциальных слоя, а между ними расположен вихревой слой смешения. После такого предположения проводится осреднение уравнений по высоте ячейки. С учетом массообмена между слоями и диссипации энергии, выводится одномерная замкнутая система уравнений, связывающая плотность, ширину прослоек, средние скорости слоев и «сдвиговую» скорость в слое смешения. При этом, потенциальные слои могут вырождаться, что приводит к двухслойному или однослойному течению. В стационарном случае полученная система редуцируется к системе обыкновенных

дифференциальных уравнений, которую можно привести к нормальной форме. Показывается, что существует не менее трех вещественных характеристик (контактная и две звуковые) системы, а значит к задаче применимы стандартные численные методы решения гиперболических уравнений.

В **заключении** формулируются основные результаты, полученные в работе.

Полученные точные решения интегродифференциальных уравнений являются интересными и важными для развития теории нелинейных гиперболических уравнений и теории изучаемых движений. С моей точки зрения задача получения этих решений является довольно сложной математической задачей, в которой автор продемонстрировал высокую квалификацию. Кроме того, полученные решения представляются интересными еще и тем, что описание изучаемых течений может быть проведено также путем построения решений уравнений мелкой воды, что дополнительно упрощается в случае медленного изменения параметров течения вдоль канала. Сравнение этих двух подходов, возможно, дало бы дополнительное понимание возможности описание реальных течений с помощью интегродифференциальных уравнений. Было бы интересно сравнить полученные решения с натурными экспериментами с целью понимания реальной достоверности этих решений и полной обоснованности выбранного метода исследования течений.

Представляется очень интересным исследование слабых и сильных разрывов, возникающих при описании течений. Строго говоря, предложенная длинноволновость нарушается в окрестности этих разрывов. Однако, несомненно, эти разрывы отражают некоторые свойства течений. Из общих соображений можно ожидать появления турбулентности в структуре сильных разрывов, что может нарушить предположение о сохранении завихренности. К сожалению, в диссертации мало сказано о характере течений, которые изучались и рассчитывались диссертантом, в окрестности сильных и слабых разрывов. Хотелось бы знать больше подробностей и о полученных в диссертации решениях и о соответствующих реальных течениях, а также о сравнении их между собой.

Не вполне понятно, о чем говорит различие течений, рассчитанных по уравнениям Шкадова в бездисперсионном приближении и с помощью интегродифференциальных уравнений. Эти два подхода не работают в окрестности разрыва и оба не учитывают дисперсии. В этом смысле не ясно, какой из подходов предпочтительнее.

Исследование эволюции слоя смешения, который формируется на границе раздела двух жидкостей разной вязкости, является интересной задачей и очень важной с точки зрения приложений. Для изучения слоя смешения в ячейке Хеле-Шоу используется подход, предполагающий сложную слоистую структуру течения, которая изучается на основе предложенного В. Ю. Ляпидевским закона смешения жидкостей. В диссертационной работе не проанализирована связь полученных результатов с возможными реальными явлениями, которые можно было бы получить на основе экспериментов или тестовых расчетов полной системы уравнений Навье-Стокса. Кроме того, хотелось бы высказать пожелание для дальнейшего развития этого исследования: включить описание переменность концентрации смеси и, соответственно, зависимость вязкости и скорости от поперечной координаты.

Изложенные замечания ни в коей мере не умаляют научной ценности диссертации. Как уже отмечалось, автором получены важные результаты в области нелинейных волновых процессов и течений жидкости.

Автореферат отражает основные положения, сформулированные в диссертации.

Оформление автореферата и диссертации соответствуют требованиям ГОСТ Р 7.0.11-2011.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным «Положением о присуждении ученых степеней»

Считаю, что диссертация П. В. Ковтуненко «Распространение длинноволновых возмущений в пространственно-неоднородном движении жидкости» представляет собой завершенную научно-квалификационную работу, выполненную на высоком научном уровне, содержащую новые результаты и удовлетворяющую всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям согласно «Положению о присуждении ученых степеней» (постановление Правительства РФ от 24.09.2013 г. № 842). Автор работы, П. В. Ковтуненко, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 — «Механика жидкости, газа и плазмы».

Я, Чугайнова Анна Павловна, согласна на включение моих персональных данных в документы, связанные с защитой диссертации Ковтуненко Павла Викторовича и их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент

Чугайнова А. П.

доктор физико-математических наук, специальность ВАК 01.02.04 — «Механика деформируемого твёрдого тела», ведущий научный сотрудник отдела механики Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Математический институт им. В.А. Стеклова» Российской академии наук (МИАН),

<http://www.mi.ras.ru/>

Чугайнова Анна Павловна

Подпись д.ф.-м.н. Чугайновой А. П. заверяю

Адрес: 119991, г. Москва, ул. Губкина, д.8

Телефон: +7 (499) 941 01 75

E-mail: anna_ch@mi.ras.ru



27.07.2017
Аманов В.Н.