

Отзыв

официального оппонента

о диссертации **Федоровой Натальи Александровны** «Математическое моделирование плоских конструкций из армированных волокнистых материалов», представленной на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук по специальности
01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

Диссертационная работа Н.А. Федоровой посвящена актуальной тематике моделирования конструкций, армированных различными семействами упругих волокон. Разработан единый математический аппарат анализа поведения конструкции для широкого спектра структур армирования, позволяющий решать задачи рационального проектирования конструкций из армированных волокнистых материалов. Разработаны схемы, алгоритмы и программы их численной реализации. Предложены рекомендации по созданию и совершенствованию технологии разнообразных типов конструкций с непрерывными криволинейными структурами армирования.

Представленная на отзыв диссертация изложена на 238 страницах и состоит из введения, семи глав, заключения, списка цитированной литературы из 151 наименования, содержит 135 рисунков и 10 таблиц.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулирована ее основная цель и конкретные задачи исследования, представлены краткий исторический обзор и положения, выносимые на защиту, четко обозначена научная новизна.

В **первой главе** диссертации сформулирована с использованием в общем виде криволинейной ортогональной системы координат двумерная задача о плоском напряженном состоянии армированных сред. Получены разрешающие уравнения, включая уравнение совместности деформаций, для линейной анизотропной неоднородной задачи о деформировании плоских конструкций с криволинейными траекториями армирования. Рассмотрены случаи биполярной, эллиптической, параболической, гиперболической, кардиoidalной систем координат. Преобразования от декартовых координат к криволинейным ортогональным системам координат выполняется с помощью аналитических функций комплексного переменного. Многообразие структур армирования на базе ортогональной системы координат достигается путем построения изогональных траекторий к данным координатным лини-

ям. Классифицирован тип полученной системы дифференциальных уравнений в частных производных относительно компонент тензора деформаций. Она имеет эллиптический тип для армирования вдоль двух семейств траекторий, являющихся координатными линиями ортогональной системы координат. Поставлена краевая задача в деформациях в криволинейной системе координат. Получено численное решение задачи об эксцентрическом кольце, армированном вдоль траекторий биполярной системы координат. Показана возможность кратного увеличения предельных нагрузок на конструкцию по сравнению с однородной конструкцией за счет армирования по криволинейным траекториям.

Во второй главе построены разрешающие системы уравнений плоской задачи для одного семейства равнонапряженных и нерастяжимых, прямолинейных и криволинейных волокон в прямоугольной декартовой системе координат. Установлено, что они являются уравнениями составного типа в случае принятия гипотезы о нерастяжимости семейства волокон. Введение условия равнонапряженности семейства волокон приводит к вырождению типа системы. Получены численно-аналитические решения частных задач.

В третьей главе проанализированы свойства общей системы разрешающих уравнений плоской задачи упругости в декартовой системе координат для среды, армированной двумя семействами волокон в направлениях ортогональных и изогональных траекторий. Получены некоторые частные аналитические решения (армирование по семействам эллипсов и гипербол в декартовой системе). Исследованы краевые задачи для семейств равнонапряженных и нерастяжимых волокон с различными упругими свойствами и получены зависимости решений от выбора интенсивностей армирования, формы контура, внешней нагрузки, условий равнонапряженности. Получены аналитические решения для интенсивностей армирования вдоль траекторий, изогональных к выбранным семействам кривых. Установлено, что введение изогонального армирования порождает различные типы разрешающей системы дифференциальных уравнений (гиперболический, эллиптический, смешанный тип), что приводит к различным постановкам краевых задач. Изогональное армирование позволяет существенно расширить многообразие структур армирования, что дает возможность управлять напряженно-деформированным состоянием конструкции.

В четвертой главе рассмотрены комбинации армирования тремя нерастяжимыми и равнонапряженными семействами волокон. В рамках плоской задачи на основе структурной модели в декартовой системе координат

построены разрешающие системы уравнений. С помощью алгоритма построения инвариантных решений уравнений в частных производных найдены некоторые точные решения для рассмотренных моделей. На основе полученных решений найдено уравнение граничного контура при условии равнодеформируемости семейств волокон. Рассмотрена комбинация семейств волокон, когда два семейства армирующих волокон задаются известными функциями декартовых координат, а третье семейство расположено в направлении угла армирования, представляющем собой неизвестную функцию.

В пятой главе поставлена плоская задача армированных сред в полярной системе координат. Найдены разнообразные структуры армирования по изогональным траекториям. Рассмотрено армирование вдоль траекторий, изогональных радиальным направлениям. Решена обратная задача для армированной кольцевой пластины.

В шестой главе на основе структурной модели в рамках линейной неоднородной осесимметричной задачи двумерной теории упругости получена разрешающая система уравнений, описывающая поведение армированной кольцевой пластины. Система обыкновенных дифференциальных уравнений сформулирована относительно радиального и окружного перемещений в полярной системе координат. Армирование выполнено вдоль спиралевидных траекторий в рамках рационального проектирования задачи об армированной среде при условии постоянства сечений волокон. Интенсивность армирования определена интегрированием уравнения постоянства сечений волокон вдоль заданной траектории армирования. Построены аналитические решения для интенсивностей армирования вдоль траекторий алгебраических спиралей. Приведены примеры армирования двумя семействами волокон, среди которых рассмотрены семейства алгебраических спиралей; а также комбинации семейств спиралей с семейством прямых ("спицы велосипеда"). Построены траектории, изогональные к рассматриваемым семействам кривых. Разрешающая система и граничные условия представляют собой двухточечную краевую задачу не канонического вида для системы обыкновенных дифференциальных уравнений относительно окружного и радиального перемещений. Коэффициенты системы содержат полный набор структурных характеристик: число семейств армирующих волокон, механические характеристики материалов связующего и волокна, интенсивность и тригонометрические функции углов армирования. Построен эффективный численный метод посредством приведения системы к канонической форме и программной реализации адаптивной схемы ортогональной прогонки. Приведены численные результаты, показывающие влияние геометрических параметров пластины

(угол выхода арматуры на внутреннем контуре, начальная интенсивность армирования, выбор вида траектории армирования) на распределение напряжений в армированной кольцевой пластине в условиях осесимметричной деформации.

В **седьмой** главе разработана методика расчета армированных вращающихся дисков для газовых и гидротурбин. Приведены численные примеры расчетов дисков, когда траекториями армирования являются различные алгебраические спирали, «спицы велоколеса» и изогональные к ним траектории. Показано существенное влияние различных структур армирования и геометрических параметров армирования на предельные скорости вращения дисков газовых и гидротурбин. Полученные результаты могут служить рекомендациями для проектирования армированных дисков турбинных аппаратов.

Диссертационная работа выполнена на высоком научном уровне, результаты имеют прикладное значение в области моделирования предельных деформаций плоских конструкций из волокнистого композита. За счет эффективного согласования потоков волокон с полями напряжений и деформаций возможно более рациональное проектирование элементов конструкций.

По диссертации имеется несколько замечаний.

1. Значительное количество оплошностей, видимо, возникло вследствие торопливости и некоторой небрежности при составлении текста:

- стр. 29; необходимо пояснить, откуда следуют ограничения на интенсивности армирования, каждое из семейств удовлетворяет заданным неравенствам или суммарная интенсивность;
- стр. 38; приводятся результаты расчета для квадратной плиты с двумя типами армирования, но о том, какая решалась задача, остается только догадываться;
- стр. 45; условию постоянства площади поперечных сечений и неразрывности волокон соответствует уравнение (1.9), а не (1.12);
- стр. 46; в совокупности трех уравнений (1.17), (1.37) первое уравнение получено для физических компонент, а остальные для контравариантных;
- стр. 48; желательно было бы расшифровать выражения для функций F_1 и F_2 ;
- стр. 55; рисунки 1.7 – 1.9 и комментарии к ним невняты, требуются дополнительные пояснения;
- стр. 57; на рисунках 1.11, 1.12 не показано, что откладывается по оси абсцисс;

- стр. 67; вводят в заблуждение указанные размеры пластины $[1,2] \times [3,4]$, не ясно, в каких пределах изменяются переменные x, y на рисунках 2.1 – 2.5;

- стр. 89; судя по графикам интенсивностей армирования, представленным на рисунках 3.1, 3.2, существуют такие точки, в которых одна из интенсивностей отрицательна, а сумма интенсивностей армирования больше единицы.

Есть и другие оплошности, снижающие впечатление от диссертации.

2. Следовало бы пояснить, по каким соображениям выбраны сочетания равнодеформированных и нерастяжимых семейств волокон в главе 3. Сделано ли это формально для упрощения разрешающих систем уравнений и получения частных решений или они соответствуют важным для практики ситуациям.

3. Главы 5, 6 вполне можно было объединить.

4. Показано, что за счет армирования может быть достигнуто значительное увеличение предельной скорости вращения диска турбины по сравнению с диском из однородного материала. Было бы интересно полученные результаты сравнить с наиболее простым вариантом армирования: спицы плюс армирование по концентрическим окружностям.

Приведенные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертации. Все результаты снабжены строгими доказательствами, доложены на научных международных и российских конференциях, опубликованы в ведущих рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК России для публикации основных результатов диссертации на соискание ученой степени доктора наук. Полученные Н.А. Федоровой результаты можно квалифицировать как новое крупное достижение в области моделирования плоских конструкций из волокнистого материала с криволинейным армированием. Диссертационная работа Н.А. Федоровой по своим целям, задачам, содержанию, методике исследования и научной новизне соответствует паспорту специальности 01.02.04. Автореферат адекватно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Н.А. Федоровой соответствует требованиям пп. 9, 10 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» (постановление Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842) в части, касающейся ученой степени доктора наук, а ее автор Н.А. Федорова достойна присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела.

Официальный оппонент

доктор технических наук по специальности 05.23.01 – строительные конструкции, здания и сооружения, профессор кафедры строительной механики Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет».

Почтовый адрес: 630008 г. Новосибирск, Ленинградская ул., 113, e-mail: adishch@mail.ru

тел.: (383) 266-33-80

Адищев Владимир Васильевич

«30» ноября 2017 г.

Подпись профессора Адищева Владимира Васильевича
заверяю

