

**Банщикова Инна Анатольевна**

**ПОЛЗУЧЕСТЬ ИЗОТРОПНЫХ И ОРТОТРОПНЫХ СПЛАВОВ И  
ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Новосибирск – 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук

**Научный консультант:**

**Леган Михаил Антонович**

доктор технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН

**Официальные оппоненты:**

**Локощенко Александр Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией ползучести и длительной прочности НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова

**Радченко Владимир Павлович**

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет»

**Садовский Владимир Михайлович**

доктор физико-математических наук, профессор, директор Института вычислительного моделирования СО РАН – обособленного подразделения ФИЦ «Красноярский научный центр СО РАН»

**Ведущая организация:**

ФГБУН Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН

Защита состоится 2 ноября 2020 г. в 15-00 часов на заседании диссертационного совета Д 003.054.02 в ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 15. Тел.: (383)333-21-66, Факс: (383)333-16-12, e-mail: kurguzov@hydro.nsc.ru

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ФГБУН Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН <http://www.hydro.nsc.ru>

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » сентября 2020 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
доктор физико-математических наук

В.Д. Кургузов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В авиа- судостроении и общем машиностроении все большее применение находят новые облегченные высокопрочные конструкционные сплавы. Изготовление изделий из этих сплавов и их последующая эксплуатация осложняется такими свойствами как анизотропия, разное сопротивление растяжению и сжатию, упрочнение-разупрочнение. Деформационно-прочностные свойства материалов зависят от уровня температуры, скорости нагружения, вида напряженного состояния. Анизотропия и различие в свойствах на растяжение, сжатие, сдвиг могут являться результатом предварительной обработки на стадии производства заготовок, например, после прокатки.

В настоящее время в производство активно внедряются технологические процессы обработки материалов давлением, в основе которых лежат медленные температурно-скоростные режимы деформирования в условиях ползучести и режимы близкие к сверхпластичности. Такие режимы позволяют снизить уровень нагрузок, уменьшить повреждаемость и сберечь ресурс изделий уже на стадии изготовления. В условиях повышенных температур усложненные реологические свойства материалов проявляются сильнее и требуют применения в расчетах соответствующих моделей. Анализ и проверка моделей должны проводиться на конструкциях в условиях сложного напряженного состояния, что требует решения соответствующих задач, развития численных методов расчета, в том числе с использованием современных конечно-элементных программных комплексов.

Поиск рациональных температурно-скоростных кинематических и статических режимов формования заготовок с изменяющимися параметрами процесса формообразования для максимального сбережения ресурса материала конструкции представляет актуальное направление исследований. Этапы поиска могут включать экспериментальное исследование свойств материала, математическое моделирование с учетом усложненной реологии и упругого восстановления после снятия нагрузок, прогнозирование длительности эксплуатации элементов конструкций. Время начала разрушения конструкции в течение эксплуатации не полностью определяет ее долговечность. От начала до полного разрушения готовая конструкция может работать достаточно продолжительный период времени. Определение дополнительного срока эксплуатации представляет важную задачу.

**Целью данной работы является** разработка моделей ползучести, учитывающих разные свойства на растяжение и сжатие для изотропных и ортотропных материалов, и анализ накопления повреждений при моделировании процессов формообразования и деформирования металлических элементов конструкций для максимального сбережения и прогнозирования эксплуатационного ресурса.

### **Задачи исследования:**

– Экспериментально и теоретически обосновать возможность описания процессов деформирования упрочняющихся и разупрочняющихся материалов вплоть до разрушения с использованием кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией, для материалов с непостоянной величиной деформации при разрушении на диаграммах ползучести «деформация – время» при постоянном напряжении.

– Обобщить модель изотропного разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести материала, основанную на «трансформированном» пространстве напряжений, на случай упрочняющегося материала и провести апробацию модели на задачах кручения стержней и изгиба пластин из упрочняющихся и разупрочняющихся сплавов.

– Построить модель ползучести для ортотропного материала с использованием потенциальной функции тензора напряжений, учитывающей разные свойства при растяжении и сжатии, и провести апробацию модели на задачах кручения круглых сплошных и кольцевых стержней, изгиба гладких и оребренных пластин.

– Для нахождения режимов, обеспечивающих минимальный уровень накопления повреждений, для ряда сплавов исследовать разные статические и кинематические режимы деформирования при растяжении стержней и формообразовании полусферических оболочек. Разработать метод решения задачи формообразования полусферической оболочки из плоской заготовки в условиях ползучести за заданное время на основе безмоментной теории оболочек.

– Разработать и апробировать пользовательскую подпрограмму в конечно-элементном пакете ANSYS для моделирования накопления повреждений.

– Разработать численный метод для расчета напряженно-деформированного состояния и длительности до разрушения конструкций с учетом стадии распространения фронта разрушения с использованием кинетических уравнений ползучести и повреждаемости, и апробировать этот метод на решении задач изгиба кольцевых пластин, вращающихся дисков и растягиваемых пластин с круговым отверстием.

**Методология и методы исследования.** В работе используются методы теории ползучести, упругости и пластичности, вычислительной математики и численных методов, вариационного исчисления, оригинальные экспериментальные методики обработки данных по ползучести, оригинальное лабораторное оборудование для проведения экспериментов в условиях сложного напряженного состояния. Для математического моделирования используются конечно-элементный пакет ANSYS с внедренными в него пользовательскими подпрограммами и специально разработанные алгоритмы и программы на языке Fortran.

**Достоверность** полученных результатов определяется применением апробированных численных методов, корректным использованием методов МДТТ, использованием современных комплексов программ, а также получением решений альтернативными методами расчета, сравнением с известными аналитическими решениями и с данными экспериментов. Достоверность экспериментальных данных обеспечивается корректным применением оборудования и методики обработки опытных данных.

#### **Научная новизна:**

1. Обоснована возможность описания процессов деформирования упрочняющихся и разупрочняющихся материалов вплоть до разрушения с использованием кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией для материалов с непостоянной величиной деформации при разрушении на диаграммах ползучести «деформация-время» при постоянном напряжении.

2. Модель для изотропного с разными свойствами на растяжение и сжатие при ползучести материала, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений, обобщена на случай наличия первого упрочняющего участка кривой ползучести, при этом для аппроксимации данных ползучести одноосного деформирования используются степенные функции с разными показателями степени, характеризующими растяжение и сжатие не только на установившейся стадии, но и на стадиях упрочнения – разупрочнения; модель численно и экспериментально апробирована при решении задач кручения круглых стержней и кручения пластин.

3. Развита модель на основе скалярного потенциала тензора напряжений для ортотропного материала, свойства которого на растяжение и сжатие различны и который на стадии установившейся ползучести описывается функциями с разными степенными показателями при растяжении и сжатии; модель апробирована при решении задач изгиба гладких и оребренных пластин, кручения круглых сплошных и трубчатых стержней из изотропных и трансверсально-изотропных сплавов с одинаковыми и разными свойствами при растяжении и сжатии.

4. Получена оценка влияния трансверсально-изотропных свойств таких, как свойство более слабого сопротивления деформированию в направлении нормали к плите и в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к плите, по сравнению с сопротивлением деформированию в плоскости плиты, на процессы изгиба гладких и оребренных пластин и процессы кручения стержней в условиях ползучести.

5. Получены новые аналитические решения для угловой скорости закручивания стержней, вырезанных в направлении нормали к трансверсально-изотропной плите; для угловой скорости закручивания стержней, вырезанных в продольном направлении трансверсально-изотропной плиты, получены нижняя и верхняя оценки на основе принципов минимума полной мощности и дополнительного рассеяния, согласующиеся с результатами моделирования в программе ANSYS.

6. Разработан и апробирован программный конечно-элементный комплекс «CreePL», предназначенный для решения прямых и обратных задач расчета остаточной и упреждающей геометрии оснастки гладких панелей одинарной и двойной кривизны из изотропного с разными свойствами на растяжение и сжатие материала при деформировании в медленных режимах ползучести, в том числе при термофиксации, с заданной продолжительностью процесса формообразования и с учетом упругого восстановления после снятия нагрузок.

7. Установлено, что вид зависимости деформации при разрушении от напряжения (монотонное возрастание/убывание или немонотонное поведение) на диаграммах ползучести «деформация – время» влияет на режим деформирования, обеспечивающий минимальный уровень накопления повреждений; для ряда сплавов проведен анализ кинематических и статических режимов деформирования стержней при растяжении и режимов формообразования полусферических оболочек.

8. Разработана учитывающая накопление повреждений в режимах ползучести подпрограмма на языке Fortran, которая встроена в пакет ANSYS и апробиро-

вана при решении задач изгиба кольцевой пластины и формообразования давлением полусферической оболочки из круглой листовой заготовки.

9. На основе кинетических уравнений ползучести и повреждаемости разработан численный метод для расчета напряженно-деформированного состояния и длительности до разрушения конструкций с учетом стадии распространения фронта разрушения, при этом решение задачи неустановившейся ползучести сводится к решению аналогичной задачи в предположении установившейся ползучести материала; метод апробирован при решении задач изгиба кольцевых пластин, вращающихся дисков и растягиваемых пластин с круговым отверстием. Проведен анализ длительности стадии распространения фронта разрушения в зависимости от геометрических размеров конструкции и выбора варианта теории ползучести.

**Теоретическая и практическая ценность работы.** При описании процессов деформирования материалов вплоть до разрушения с использованием кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией, появляется возможность связать параметры функциональных зависимостей ползучести и повреждаемости с измеряемой в эксперименте величиной деформации при разрушении. Разработанные модели для изотропных и ортотропных материалов, обладающих разными свойствами на растяжение и сжатие в условиях ползучести, позволяют описать более сложное поведение материала и расширяют класс используемых конструкционных сплавов при решении технологических задач обработки материалов давлением. Выводы о влиянии этих свойств материала должны учитываться при выборе и корректировке нагрузки. Полученные аналитические решения и оценки могут применяться при планировании экспериментов на ползучесть. Разработанные программы в пакете ANSYS и на языке Fortran могут использоваться для расчетов параметров процессов формообразования конструкций при решении прямых и обратных задач. Результаты исследований получили практическое применение при изготовлении технологической оснастки на ОАО КнААПО (Комсомольское-на-Амуре авиационное производственное объединение им. Ю. А. Гагарина, в настоящее время Филиал ПАО «Компания Сухой» «Комсомольский-на-Амуре авиационный завод им. Ю. А. Гагарина»). При выборе режима формообразования, обеспечивающего минимальный уровень накопления повреждений, необходимо учитывать вид зависимости деформации при разрушении от напряжения на экспериментальных диаграммах ползучести. Предложенный метод расчета длительности до разрушения с учетом стадии распространения фронта разрушения может использоваться для прогнозирования дополнительного срока эксплуатации конструкции.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Обоснование использования кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией, для описания процессов деформирования вплоть до разрушения упрочняющихся и разупрочняющихся материалов с непостоянной величиной деформации при разрушении на диаграммах ползучести «деформация - время» при постоянном напряжении.

2. Модель изотропного материала с разными свойствами на растяжение и сжатие, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений, использующая для описания стадий упрочнения-разупрочнения и установившейся ползучести степенные функции с разными показателями для растяжения и сжатия; результаты численной и экспериментальной апробации модели на задачах кручения стержней и изгиба пластин.

3. Модель на основе скалярного потенциала тензора напряжений для ортотропного материала с разными свойствами на растяжение и сжатие, при этом процессы одноосного деформирования на установившейся стадии ползучести описываются функциями с разными степенными показателями для растяжения и сжатия.

4. Результаты теоретического и экспериментального исследования влияния трансверсально-изотропных свойств ползучести на процессы изгиба гладких и оребренных пластин и на процессы кручения стержней.

5. Новые аналитические решения, нижняя и верхняя оценки на основе принципов минимума полной мощности и дополнительного рассеяния, полученные для скорости изменения угла закручивания стержней, вырезанных из трансверсально-изотропного материала.

6. Программный конечно-элементный комплекс CreePL, предназначенный для решения прямых и обратных задач формообразования в условиях чистого изгиба гладких изотропных панелей одинарной и двойной кривизны в медленных режимах ползучести с учетом разных свойств материала при растяжении и сжатии и упругого восстановления после снятия нагрузок.

7. Результаты теоретических и численных исследований по выбору на основе экспериментальных данных рациональных статических и кинематических режимов деформирования, обеспечивающих минимальный уровень накопления повреждений при растяжении стержней и формообразовании полусферических оболочек давлением.

8. Алгоритмы численной реализации метода расчета напряженно-деформированного состояния и длительности до разрушения конструкций с учетом стадии распространения фронта разрушения, и их апробация на решении задач изгиба кольцевых пластин, вращающихся дисков и растягиваемых пластин с круговым отверстием; результаты сравнительного анализа длительной прочности в зависимости от выбора варианта кинетической теории ползучести: в формулировке Ю.Н. Работнова или в формулировке Л.М. Качанова.

9. Реализация модели кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией, в виде подпрограммы на языке Fortran встроенной в пакет ANSYS и ее апробация при решении задач формообразования полусферической оболочки и изгиба кольцевой пластины.

**Диссертационная работа выполнена в соответствии** с планами НИР Института гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН (Теоретическое, экспериментальное и численное моделирование деформирования, разрушения и живучести однородных и структурированных материалов и элементов конструкций – № госрегистрации 01201054086; ФНИ СО РАН III.23.3.2. – Научное обоснование

и развитие ресурсосберегающих технологий для формообразования деталей из материалов с усложненной реологией при медленных режимах деформирования); по грантам Ведущих научных школ НШ-3066.2008.1, НШ-246.2012.1; по проектам, поддержанными РФФИ (05-08-33470-а, 07-01-12043-офи, 08-01-00168-а, 11-01-00522-а, 11-08-00845-а, 15-01-07631, 16-08-00713), INTAS 03-51-6046; в рамках договора № 20/03 между КнаАГТУ (Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет) и ИГиЛ СО РАН «Математическое моделирование процесса формообразования гладких монолитных панелей одинарной и двойной кривизны в медленных режимах деформирования, разработка проектов документации на изготовление механической и гидравлической частей образца опытного оборудования для формообразования» (15 дек. 2003 г. – 30 апр. 2005 г.).

**Апробация.** Результаты диссертационных исследований докладывались на российских и международных конференциях: Межд. конф. «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Усть-Каменогорск, Казахстан, 2003; Алматы, Казахстан, 2004, 2008); Всерос. школа-семинар по современным проблемам механики деформируемого твердого тела (Новосибирск, 2003); I, II и III Всерос. конф. «Деформирование и разрушение структурно-неоднородных сред и конструкций» (Новосибирск, 2006, 2011, 2014); 19-я, 20-я и 21-я Всерос. конф. по численным методам решения задач теории упругости и пластичности (Бийск, 2005; Кемерово, 2007, 2009); Всерос. конф. «Актуальные проблемы механики сплошных сред» (Пермь, 2005); XII Межд. симп. «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (Москва, МАИ, 2006); 8-я, 10-я, 13-я и 15-я Всерос. науч. конф. «Краевые задачи и математическое моделирование» (Новокузнецк 2006, 2010, 2016, 2020); Межд. конф. «Обратные и некорректные задачи математической физики» (Новосибирск, 2007); Всерос. конф. «Проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2007); II Всерос. конф. «Безопасность и живучесть технических систем» (Красноярск, 2007); VI Всерос. конф. «Безопасность и мониторинг техногенных и природных систем» (Красноярск, 2018); V Всерос. конф. «Механика микронеоднородных материалов и разрушение» (Екатеринбург, 2008); Российская науч.-технич. конф. «Ресурс и диагностика материалов и конструкций» (Екатеринбург, 2009); 5-я, 7-я, 8-я Всерос. конф. «Математическое моделирование и краевые задачи» (Самара 2008, 2010, 2011); X Всерос. конф. по механике деформируемого твердого тела (Самара, 2017); 7-ая Межд. конф. «Научно-технические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения» (Санкт-Петербург, 2008); Всерос. конф. «Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение» (Новосибирск, 2009); Международная конф. «Математические и информационные технологии» (Копанник, Сербия, 2009; Будва, Черногория, 2009); II Межд. конф. «Актуальные проблемы механики сплошной среды» (Дилижан, Ереван, Армения, 2010); IX Всерос. съезд по теоретической и прикладной механике (Нижний Новгород, 2006); X, XI, XII Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, 2011; Казань, 2015; Уфа, 2019); 3-я, 4-я Всерос. конф. «Проблемы оптимального проектирования сооружений» (НГАСУ, Новосибирск, 2014, 2017); Межд. конф. «Современные проблемы



механики сплошной среды» (Бишкек, 2012); V-я Межд. конф. «Деформация и разрушение материалов и наноматериалов» (Москва, 2013); Конф. «Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел – научное наследие Ю.Н. Работнова» (ИМАШ РАН, Москва, 2014); XVI, XVII Всерос. науч.-технич. конф. «Наука. Промышленность. Оборона» (Новосибирск, 2015, 2016); Всерос. конф. «Нелинейные волны: теория и волновые приложения» (Новосибирск, 2016); Всерос. конф. «Теплофизика и физическая гидродинамика» (Ялта, 2016); Всерос. конф. «Современные проблемы механики сплошных сред и физики взрыва» (Новосибирск, 2017); XXX Межд. инновационная конф. молодых ученых и студентов (Москва, 2018); Всерос. конф. и школа для молодых ученых «Математические проблемы механики сплошных сред» (Новосибирск, 2019); на семинарах отдела механики деформируемого твердого тела Института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН под рук. проф. О.В. Соснина; акад. РАН Б.Д. Аннина; д.ф.-м.н. С.Н. Коробейникова; на заседаниях по проекту INTAS (грант № 03-51-6046) в университете г. Портсмута (Великобритания, 2005), в университете г. Зигена (Германия, 2006), в ИГиЛ СО РАН (Новосибирск, 2006).

**Публикации.** Материалы диссертационного исследования опубликованы в 62 научных работах: 23 статьи в журналах входящих в список ВАК, базы данных WEB of Science и Scopus; 39 публикаций в материалах и трудах конференций. Получено два свидетельства о регистрации программы для ЭВМ. Опубликованы два учебных пособия, в которых изложено применение метода конечных элементов для расчета конструкций на прочность в программной среде ANSYS.

**Личный вклад автора.** Основная часть экспериментальных данных, приведенных в диссертационной работе, либо получена соавторами, либо взята из литературных источников. Автору принадлежит частично обработка экспериментальных данных. Автор принимал участие в проведении и планировании экспериментов по кручению ортотропных пластин (3 глава). Автору принадлежит: разработка новых моделей, получение новых аналитических решений и оценок, разработка новых численных методов и программ во всех главах; постановка задач и вывод разрешающих уравнений во второй, третьей и четвертой главах, частичный вывод разрешающих уравнений в пятой главе. Сравнительный анализ численных и экспериментальных данных в основном выполнялись лично автором и частично студентами и магистрантами под руководством автора.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, пяти приложений. Список литературы содержит 286 наименований и включает работы автора. Объем диссертации составляет 338 страницы, включая 89 рисунков, 24 таблицы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель и задачи исследований, отмечены новизна и практическая ценность результатов, приводится краткое содержание диссертационной работы по главам, сведения об апробации работы.

**Первая глава** носит обзорно-постановочный характер. В п. 1.1, 1.2 обсуждаются преимущества способов обработки конструкционных металлов давлением в медленных режимах деформирования за счет деформаций ползучести и в режи-

мах, близких к сверхпластичности; приводится обзор оборудования и изобретений. Обоснование использования таких режимов деформирования с напряжениями, не превосходящими предела упругости можно найти в работах Б.В. Горева, О.В. Соснина, Н.Н. Малинина, А.М. Локощенко, К.И. Романова, А.А. Поздеева, С.С. Яковлева, Р.А. Васина, Ф.У. Еникеева, А.А. Шитикова, Г.А. Раевской, Л.Л. Рублевского, О.Г. Сенаторовой, В.В. Антипова, А.И. Пекарш, Р.Ф. Крупского, К.А. Padmanabhan, С.Н. Hamilton, N.E. Paton и др. В п. 1.3 обсуждаются подходы для описания процессов ползучести и накопления повреждений в материале. Различные аспекты исследовались авторами Л.М. Качанов, Ю.Н. Работнов, А.А. Ильющин, С.А. Шестериков, А.М. Локощенко, М.А. Юмашева, О.В. Соснин, Б.В. Горев, А.Ф. Никитенко, В.П. Радченко, В.И. Астафьев, Б.Е. Победря, А.М. Othman, D.R. Hayhurst, J.L. Chaboche, Y. Liu, S. Murakami, V.F. Dyson, Z.L. Kowalewski, K. Naumenko, H. Altenbach, M. Chrzanowski, J. Betten, A. Zolochovsky, J.J. Skrzypek, A.W. Ganczarski. Выделяют эмпирически и физически обоснованные модели накопления повреждений. До сих пор эмпирический подход описания материала кинетическими уравнениями ползучести Ю.Н. Работнова со скалярным параметром поврежденности не утратил своей актуальности, его различные модификации остаются востребованными в настоящее время. Система уравнений Ю.Н. Работнова обладает некоторым произволом, поскольку независимое определение параметров уравнений из экспериментальных данных невозможно. Б.В. Горевым для многих сплавов установлено геометрическое подобие кривых ползучести при постоянных напряжениях и температурах в нормированных переменных «нормированная деформация – нормированное время». При таком подходе, оставаясь в рамках концепции Ю.Н. Работнова и не наделяя параметр поврежденности физическим смыслом, удастся связать параметр поврежденности с измеряемыми в эксперименте величинами деформацией и временем при разрушении, устранить произвол при нахождении параметров функциональных зависимостей. При этом на диаграммах ползучести «деформация – время» деформация при разрушении в зависимости от напряжения может быть непостоянна. Кинетические уравнения в этом случае, обобщенные на случай сложного напряженного состояния, записываются в следующем виде:

$$W_A = \frac{dA}{dt} = \frac{f_c(\sigma_e, T)}{\phi_1(\omega)}, \quad A = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij}^c dt, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{\varphi_c(\sigma_{e^*}, T)}{\phi(\omega)}, \quad 0 \leq \omega \leq 1, \quad (1)$$

$$\eta_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}^c}{dt} = \lambda \frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda = \frac{W_A}{\sigma_e}, \quad \phi(\omega) = \phi_1(\omega) = \omega^\alpha (1 - \omega^{\alpha+1})^m, \quad i, j = 1, 2, 3.$$

Здесь  $\sigma_e, \sigma_{e^*}$  – однородные относительно напряжений функции первой степени (функции инвариантов тензора напряжений и тензора анизотропии свойств ползучести). В качестве эквивалентного напряжения  $\sigma_e$  можно принять интенсивность напряжений  $\sigma_i = (3\bar{\sigma}_{ij}\bar{\sigma}_{ij}/2)^{1/2}$ , если использовать критерий Мизеса, либо максимальное касательное напряжение, если использовать критерий Треска и т.д. Обозначено  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений,  $\bar{\sigma}_{ij}$  – компоненты девiatorа напряжений,  $\varepsilon_{ij}^c$  – компоненты тензора деформаций ползучести,  $W_A = \varepsilon_{ij}^c \sigma_{ij}$  – ве-

личина мощности рассеяния. Эквивалентное напряжение  $\sigma_{e^*}$  определяется как комбинация напряженных состояний. В качестве  $\sigma_{e^*}$  можно принять  $\sigma_i$ , если использовать критерий длительной прочности Каца, либо максимальное нормальное напряжение, если использовать критерий длительной прочности Джонсона и другие критерии.  $\alpha, m$  – параметры упрочнения и разупрочнения. Скалярный параметр поврежденности  $\omega$  для одноосного напряженного состояния есть  $\omega = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$  – нормированная деформация, причем для любой зависимости деформации при разрушении  $\varepsilon_*^c$  от напряжения. В координатах  $\omega = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$ ,  $\tilde{\tau} = t / t_*$  ( $t_*$  – время разрушения) для параметра поврежденности выполняется уравнение «единой кривой»  $(1 - \omega^{(\alpha+1)})^{m+1} = 1 - \tilde{\tau}$ . Геометрическое подобие кривых ползучести («единая кривая») при постоянных напряжениях и температурах в нормированных переменных установлено Б.В. Горевым для многих материалов, при этом выполняется  $\omega = A / A_* = \varepsilon^c / \varepsilon_*^c$ , и возможно, что  $A_* \neq \text{const}$  или  $\varepsilon_*^c \neq \text{const}$ . Описанный подход обобщает энергетический вариант теории ползучести в формулировке О.В. Соснина ( $A_* = \text{const}$ ). В п. 1.3. методика определения параметров кинетических уравнений (1) демонстрируется в случае, если зависимость деформации при разрушении от напряжения на диаграммах ползучести немонотонна.

С использованием уравнений (1) численно и экспериментально на примере ряда конструкционных сплавов (ВТ20, АМГ-6М, АК4-1, 3В, титан 17) обобщается возможность описания процессов деформирования упрочняющихся и разупрочняющихся материалов вплоть до разрушения. Для сплава АК4-1 при  $T = 250$  °С из испытаний на кручение постоянным скручивающим моментом сплошных круглых образцов методом характеристических параметров по методике «единой кривой» получены следующие значениями параметров уравнений (1), где  $f_c(\sigma) = B_A \sigma^{n+1}$ ,  $\varphi_c(\sigma) = B_\omega \sigma^g$ :  $B_A = 2,79 \cdot 10^{-40}$  (МПа) $^{-n} \text{с}^{-1}$ ,  $n = 15$ ,  $m = 2$ ,  $\alpha = 0$ ,  $B_\omega = 3,39 \cdot 10^{-31}$  (МПа) $^g \text{с}^{-1}$ ,  $g = 11,5$ ,  $G = 17$  ГПа (Б.В. Горев, И.Д. Клопотов, 1999). Характеристическая точка – окрестность, в которой напряжение не изменяется с течением времени при установившейся ползучести и равно значению напряжения в этой точке в момент упругой нагрузки. Для сплошного круглого вала радиуса  $R$  эта точка (отмечена символом « $\cap$ ») расположена в окрестности  $\hat{r} = 3R/4$ . На диаграммах ползучести  $\hat{\varepsilon}_i^c(t)$  при постоянном напряжении  $\hat{\sigma}_i$  для сплава АК4-1 при  $T = 250$  °С деформация  $\hat{\varepsilon}_i^c(\hat{\sigma}_i)$  монотонно возрастает. На рис. 1 цифрами 1-3 обозначены зависимости крутящего момента от угла закручивания при кручении сплошного круглого образца с постоянной погонной угловой скоростью закручивания  $\theta = 1,08 \cdot 10^{-3}$ ;  $1,14 \cdot 10^{-2}$ ;  $0,136$  рад/(м·с): точки экспериментальные данные; сплошные линии – расчет с учетом упругих деформаций системы дифференциальных уравнений по времени методом Рунге-Кутты – Мерсона в точках деления вдоль радиуса поперечного сечения (способ 1), штриховые линии – расчет методом характеристических параметров (способ 2). Вычисления при решении способом 1 прекращались, когда значение параметра поврежденно-

сти на поверхности вала достигало значения  $\omega=1$ . При решении способом 2 конструкция оценивалась в целом, вычисления выполнялись в точке  $\hat{r}=3R/4$  и

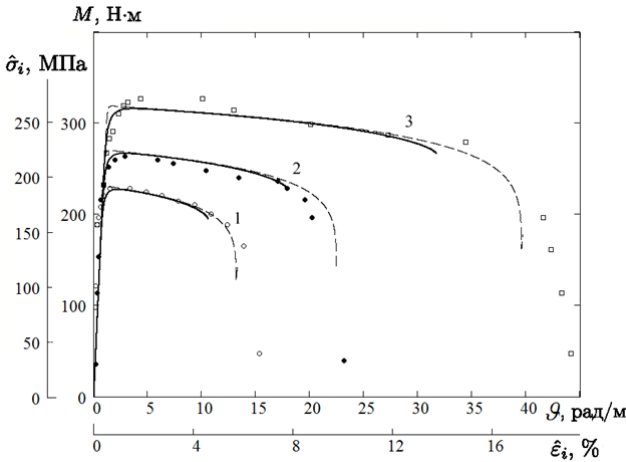


Рис. 1

прекращались при достижении в этой точке значения  $\omega=1$ . Получено, что по уравнениям (1) хорошо описываются не только процессы деформирования с постоянным закручивающим моментом (Б.В. Горев, И.Д. Клопотов, 1999), но и с заданной кинематикой (рис. 1).

Из анализа результатов расчета и данных эксперимента на рис. 1 следует, что

после начала разрушения ( $\omega=1$  при  $r=R$ ), конструкция может деформироваться еще продолжительное время сопоставимое со временем до начала разрушения. Оценка времени от начала до полного разрушения представляет актуальную проблему при эксплуатации элементов конструкций. Другой вывод, который следует из анализа диаграмм на рис. 1 – с увеличением скорости деформирования деформация при разрушении возрастает. Аналогичные расчеты, проведенные для упрочняющегося ( $\alpha \neq 0$ ,  $A_0 = 66,2 \text{ МДж/м}^3$ ) титанового сплава 3В при комнатной температуре на растяжение, показали, что с увеличением скорости деформирования накопление необратимой деформации уменьшается. Различный характер накопления необратимой деформации при увеличении и уменьшении скорости деформирования приводит к необходимости поиска рациональных температурно-скоростных режимов формования заготовок, обеспечивающих минимальный уровень накопления повреждений для максимального сбережения ресурса. При этом величина нормированной деформации перехода в третью – разупрочняющуюся стадию ползучести может служить количественным показателем для оценки живучести элементов конструкций, т.е. способности сохранять эксплуатационные свойства на стадиях накопления повреждений и макроскопического разрушения.

**В п 1.4** на основе анализа данных испытаний (АК4-1 при  $T = 195 \text{ }^\circ\text{C}$ , титанового сплава 17 (Ti-Al-Zr-V) при  $T = 100 \text{ }^\circ\text{C}$ ) показывается необходимость обобщения модели (1) и разработки новых математических моделей для учета свойств анизотропии и разнсопротивляемости материала на растяжение и сжатие при решении задач формообразования в условиях высокотемпературной ползучести. При сжатии сплавы, как правило, существенно прочнее, чем при растяжении, самые слабые направления в смысле сопротивления деформированию – в направ-

лении нормали и под углом  $45^\circ$  к нормали к плите. Экспериментальные исследования по выявлению такого рода свойств отражены в работах авторов Б.В. Горев, И.Ж. Масанов, О.В. Соснин, В.В. Рубанов, А.Ф. Никитенко, Y. Li, Zh. Shi, J. Lin, N. Tsuno, S. Shimabayashi, H. Watanabe, M. Fukusumi и других.

**Во второй главе** модель изотропного с разными свойствами материала на растяжение и сжатие, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений (И.Ю. Цвелодуб, 1974), обобщается на случай упрочняющегося материала. Большинство моделей для изотропных разносопротивляющихся растяжению и сжатию при ползучести материалов используют степенные функции с одинаковыми показателями при растяжении и сжатии (Б.В. Горев, О.В. Соснин, И.В. Любашевская, А.Ф. Никитенко, А.А. Золочевский, И.Ю. Цвелодуб, S. Sklerus, T.D. Hyde, E. Blond). Однако экспериментальные данные для ряда сплавов показывают, что при растяжении и сжатии может различаться не только показатель ползучести установившейся стадии, но и показатели, характеризующие упрочнение и разупрочнение. **В п. 2.2** разрабатывается модель для таких материалов. При наличии разных свойств изотропного материала на растяжение и сжатие зависимость для интенсивности скоростей деформаций ползучести  $\eta_i = f(\sigma_i)\sigma_i$ , обобщенная на случай сложного напряженного состояния, в главных осях имеет вид

$$\{ \eta_i = f_1(\sigma_i)\sigma_i, \eta_j = \lambda_1 \bar{\sigma}_j, \sigma_j > 0 \} \quad \text{и} \quad \{ \eta_i = f_2(\sigma_i)\sigma_i, \eta_j = \lambda_2 \bar{\sigma}_j, \sigma_j \leq 0 \}. \quad (2)$$

Здесь  $\lambda_1, \lambda_2$  выражаются через  $f_1, f_2$ ;  $\bar{\sigma}_j$  – компоненты девиатора напряжений в главных осях. Для переходной области, в которой главные напряжения разных знаков, вводится «трансформированное» пространство напряжений  $\Sigma_j^1$  или  $\Sigma_j^2$ :

$$\Sigma_j^1 = \begin{cases} \sigma_j, & \sigma_j > 0, \\ \mu_1 \sigma_j & \sigma_j \leq 0, \end{cases} \quad \Sigma_j^2 = \begin{cases} \mu_2 \sigma_j, & \sigma_j > 0, \\ \sigma_j & \sigma_j \leq 0, \end{cases} \quad j = 1, 2, 3. \quad (3)$$

Таким образом, из (2), (3) для любой области следует

$$\eta_i = f_1(\Sigma_i^1)\Sigma_i^1, \quad \eta_j = \lambda_1 \bar{\Sigma}_j^1, \quad \Sigma_i^1 = \sqrt{(\Sigma_1^1 - \Sigma_2^1)^2 + (\Sigma_2^1 - \Sigma_3^1)^2 + (\Sigma_3^1 - \Sigma_1^1)^2} / \sqrt{2}, \quad (4)$$

где  $\bar{\Sigma}_j^1 = \Sigma_j^1 - (\Sigma_1^1 + \Sigma_2^1 + \Sigma_3^1)/3$  – компоненты девиатора «трансформированных» напряжений;  $\Sigma_i^1$  – интенсивность «трансформированных» напряжений. Аналогично выписываются соотношения для  $\Sigma_j^2$ . Из условия эквивалентности пространств  $\Sigma_j^1$  и  $\Sigma_j^2$  в случае, если  $f_1(\sigma_i) = B_+ \sigma_i^{n_+ - 1}$  и  $f_2(\sigma_i) = B_- \sigma_i^{n_- - 1}$ , И.Ю. Цвелодубом получены константы  $\mu_1$  и  $\mu_2 = 1/\mu_1$

$$\mu_1 = (B_- / B_+)^{1/n_-} (\Sigma_1^1)^{(n_- - n_+)/n_-}, \quad (5)$$

где  $B_+, n_+$  и  $B_-, n_-$  – константы материала при растяжении и сжатии.

Проводя аналогичные преобразования в случае разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести материала с учетом параметра поврежденности, когда процессы ползучести и накопления повреждений рассматриваются как единый процесс и описываются одним уравнением со скалярным параметром поврежденности ( $\omega = A/A_*$ ), для пространственного напряженного состояния в главных осях для разупрочняющегося материала имеем:

$$\eta_i = \frac{B_+ (\Sigma_i^1)^{n_+}}{A_*^{m_+} (1-\omega)^{m_+}}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{B_+ (\Sigma_i^1)^{n_+ + 1}}{A_*^{m_+ + 1} (1-\omega)^{m_+}}, \quad \eta_j = \lambda_1 \bar{\Sigma}_j^1. \quad (6)$$

Здесь  $\Sigma_j^1$  определено в (3),  $\mu_1 = (B_- / B_+)^{1/n_-} A_*^{(m_+ - m_-)/n_-} (1-\omega)^{(m_+ - m_-)/n_-} (\Sigma_i^1)^{(n_- - n_+)/n_-}$ ,  $m_+$  и  $m_-$  - константы материала на растяжение и сжатие.

Если процесс ползучести при одноосном нагружении хорошо описывается зависимостью типа деформационного упрочнения  $\eta = \dot{\varepsilon}^c = \varepsilon^{-\alpha} B \sigma^n$ , то можно также обобщить соотношения (4) на случай пространственного напряженного состояния:

$$\dot{\varepsilon}_i^c = f_1(\varepsilon_i^c, \Sigma_i^1) \Sigma_i^1, \quad \dot{\varepsilon}_j^c = \lambda_1 \bar{\Sigma}_j^1. \quad (7)$$

Здесь  $f_1(\varepsilon_i^c, \Sigma_i^1) = (\varepsilon_i^c)^{-\alpha_+} B_+ (\Sigma_i^1)^{n_+ - 1}$ ,  $\mu_1 = (B_- / B_+)^{1/n_-} (\Sigma_i^1)^{(n_- - n_+)/n_-} (\varepsilon_i^c)^{(\alpha_+ - \alpha_-)/n_-}$ ,  $\alpha_+$  и  $\alpha_-$  - константы материала при растяжении и сжатии соответственно.

**В п. 2.2.1** на основе модели (3) – (5) в предположении установившейся ползучести материала проведено моделирование кручения сплошных круглых образцов, вырезанных в направлении нормали к плите толщиной 60 мм из сплава Ti-Al-Sn-V. Из испытаний на растяжение и сжатие сплошных круглых образцов при  $T=700^\circ\text{C}$  получены данные о том, что этот сплав обладает небольшой анизотропией по различным направлениям относительно проката плиты (скорость деформации ползучести отличается не более чем в 2 раза) и существенно разными свойствами на растяжение и сжатие (рис. 2) (эксперименты и обработка А.Ю. Ларичкин). Полученные константы были осреднены:  $n = n_+ = n_- = 3,92$ ,  $B_+ = 4,523 \cdot 10^{-10}$  МПа<sup>-n</sup>/ч для растяжения и  $B_- = 5,836 \cdot 10^{-11}$  МПа<sup>-n</sup>/ч для сжатия без учета свойств анизотропии. На рис. 2 изображена зависимость интенсивности скоростей деформаций ползучести от интенсивности напряжений в двойных логарифмических координатах: 1–4 – растяжение (1 – вдоль направления проката плиты, 2 – поперек направления проката, 3 – по нормали к плите, 4 – под углом к нормали плиты  $45^\circ$ ), 5–9 – сжатие (5 – вдоль направления проката плиты, 6 – поперек направления проката, 7 – по нормали к плите, 8 – под углом к нормали плиты  $45^\circ$  вдоль направления проката, 9 – под углом  $45^\circ$  к нормали плиты поперек направления проката), 10 – кручение образцов, вырезанных по нормали к плите, 11 – аппроксимация с использованием модели 1 (Горев Б.В., Никитенко А.Ф., 1970), 12 – аппроксимация с использованием модели 2 по формулам (3) – (5); сплошная и пунктирная линии – аппроксимации с осредненными значениями параметров  $B$ ,  $n$  на растяжение и сжатие соответственно; штриховая линия – аппроксимация экспериментов на кручение методом наименьших квадратов.

Для описания процесса деформирования стержня, скручиваемого постоянным моментом, из (4), (5) получены выражения для скоростей деформаций ползучести через напряжения в цилиндрических координатах, развит подход с использованием характеристической точки, в которой значения напряжения не меняются в течение всего процесса деформирования. Моделирование кручения проведено с использованием двух моделей, учитывающих разносопротивляемость растяжению и сжатию при ползучести – на основе модели 1 (Горев Б.В., Ники-

тенко А.Ф., 1970) и модели 2 согласно формулам (3) – (5). Показано, что за счет разных свойств материала на растяжение и сжатие при кручении происходит удлинение образца вдоль оси и сжатие вдоль радиуса. Для оценки влияния этих несдвиговых компонент на интенсивность скоростей деформаций получено соотношение  $\eta_i / \eta_i^{sh} = 2(\nu_g^2 + \nu_g + 1)^{1/2} / (\sqrt{3}(1 + \nu_g))$ , где  $\nu_g = B_- / B_+$  для модели 1 и  $\nu_g = \mu_1 = (B_- / B_+)^{1/n}$  для модели 2;  $\eta_i^{sh}$  – интенсивность скоростей деформаций

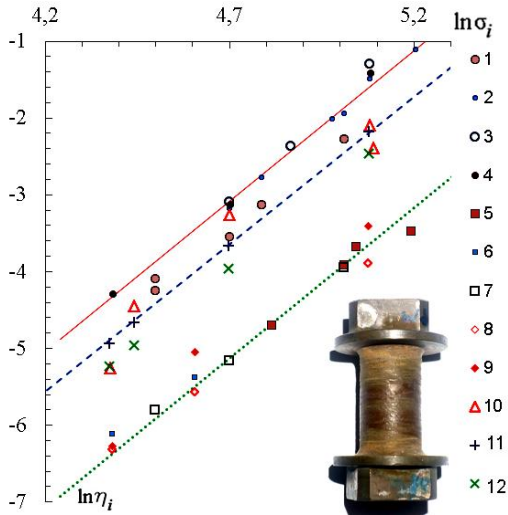


Рис. 2

для кручения нанесены зависимости  $\ln(\eta_i^{sh}) - \ln(\bar{\sigma}_i)$ . В случае образцов, вырезанных по нормали к плите, на боковой поверхности отмечено наличие кольцевых линий ортогональных оси образца (рис. 2). Наличие таких линий свидетельствует об трансверсально-изотропных свойствах плиты и дает возможность использовать в расчетах метод характеристических параметров. В случае образцов, вырезанных вдоль или поперек направления проката плиты, на поверхности образца видны винтовые линии.

**В п. 2.2.2** с использованием модели (б), решаются задачи кручения пластин из разупрочняющегося алюминиевого сплава АК4-1 при температуре 200 °С в предположении плоского напряженного состояния ( $\sigma_3 = 0$ ). Задача кручения квадратной пластины в седлообразную поверхность равномерно-распределенными моментами  $M_1 = -M_2 = M$ , приложенными в двух взаимно-перпендикулярных направлениях вдоль диагонали, эквивалентна задаче кручения пластины внешним скручивающим моментом  $M$ , равномерно приложенным вдоль ее кромок. В эксперименте такое кручение можно реализовать путем приложения в углах четырех сил величиной  $2M$ .

Предполагается, что в начальный момент пластина деформируется упруго, прогиб мал в сравнении с толщиной  $h$ . С учетом гипотезы прямых нормалей для полных деформаций следует

ползучести в предположении, что скорости деформаций в направлении осей цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$  малы.

Для модели 1 вклад несдвиговых компонент составил 9,5 %, для модели 2 — 1,1 %. Измерение длины образцов после испытаний показало, что их удлинение является незначительным и более точно определяется с использованием модели 2. В целом, результаты расчетов по моделям 1 и 2 (точки 11 и 12 на рис. 2) удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными (точки 10 на рис. 2). На рис. 2

$$(\sigma_1 - \nu\sigma_2)/E + \varepsilon_1^c = \chi_1(z + \delta_1), \quad (\sigma_2 - \nu\sigma_1)/E + \varepsilon_2^c = \chi_2(z + \delta_2). \quad (8)$$

Здесь  $\chi_i$  - главные кривизны,  $-h/2 \leq z \leq h/2$ ,  $\delta_i$  - смещения поверхностей изгиба, где одно из главных напряжений  $\sigma_i$  обращается в нуль, от срединной поверхности вследствие разносопротивляемости материала растяжению и сжатию при ползучести,  $E$  - модуль Юнга одинаков при растяжении и сжатии,  $\nu$  - коэффициент Пуассона. Для моментов и напряжений выполняется

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} (z + \delta_1)\sigma_1 dz, \quad M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} (z + \delta_2)\sigma_2 dz, \quad \int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz = 0. \quad (9)$$

Учитывая, что  $\varepsilon_1^c(z) = \varepsilon_2^c(-z) = \varepsilon^c(z)$ ,  $\delta_1 = -\delta_2 = \delta$ ,  $\chi_1 = -\chi_2 = \chi$ ,  $\sigma_1(z) = \sigma_2(-z) = \sigma(z)$ , после ряда преобразований, система уравнений (6), (8), (9) сводится к системе дифференциальных уравнений по времени для определения кривизны, деформаций и напряжений в точках разбегания по толщине пластины.

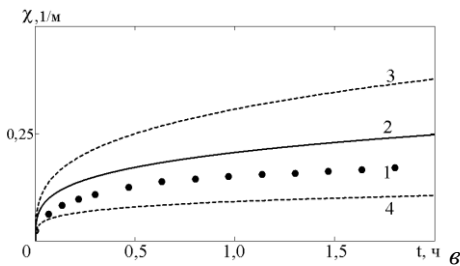
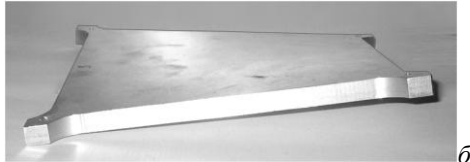
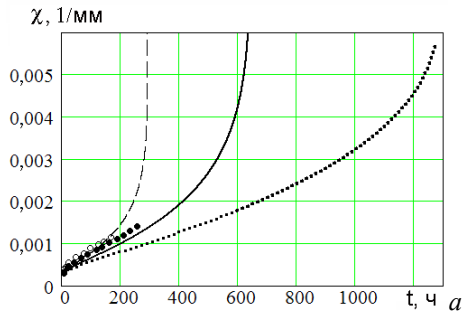


Рис. 3

модели (6).

**В п. 2.2.3** с использованием модели (7) решаются задачи чистого кручения пластин из упрочняющегося алюминиевого сплава АК4-1 при температуре 195 °С. Из испытаний на растяжение и сжатие для этого сплава получены следующие параметры:  $n_+ = 21$ ,  $\alpha_+ = 1,3$ ,  $B_+ = 3,7 \cdot 10^{-61} (\text{МПа}/\text{мм}^2)^{-n_+} \text{с}^{-1}$ ,  $n_- = 40$ ,

На рис. 3, а изображены результаты расчетов кривизны в направлении диагонали (сплошная линия) и экспериментальные данные (точки) для пластины из сплава АК4-1 при температуре  $T=200^\circ\text{C}$ . Кривизна вычислялась по замерам прогиба  $w$  на базе 100 мм вдоль диагонали на одинаковом расстоянии от центра. Размеры пластины  $200 \times 200$  мм, толщина  $h = 20$  мм,  $M = 925$  кГ·мм/мм (толщина плиты, из которой вырезалась пластина 42 мм). Параметры материала:

$$B_+ = 0,45 \cdot 10^{-14} (\text{кГ}/\text{мм}^2)^{m_+ - n_+} / \text{ч},$$

$$B_- = 0,29 \cdot 10^{-14} (\text{кГ}/\text{мм}^2)^{m_- - n_-} / \text{ч},$$

$$n_+ = n_- = 8, \quad m_1 = 7, \quad m_2 = 2, \quad \nu = 0,4, \\ E = 7000 \text{ кГ}/\text{мм}^2, \quad A_+ = 1 \text{ кГ} \cdot \text{мм}/\text{мм}^3.$$

На рис. 3, а штриховая и пунктирная линии - расчет с параметрами на растяжение и сжатие соответственно. Получено удовлетворительное совпадение экспериментальных данных и результатов расчета по



$\alpha_- = 1,64$ ,  $B_- = 4,8 \cdot 10^{-110} (\text{МПа}/\text{м}^2)^{-n_-} \text{с}^{-1}$ . Схема решения системы уравнений (7) – (9) аналогична схеме, описанной для пластины из разупрочняющегося сплава.

На рис. 3, б изображена пластина после двух часов деформирования. Точками 1 на рис. 3, в обозначены экспериментальные значения зависимости кривизны от времени для пластины толщиной  $h = 11,715$  мм с размерами  $180 \times 180$  мм. Интенсивность напряжений в характеристической точке  $\bar{\sigma}_i = 216$  МПа связана с моментом выражением  $M = \bar{\sigma}_i h^2 / (4\sqrt{3})$ . Сплошная линия 2 на рис. 3, в – расчет по модели (7); линии 3 и 4 – расчет с использованием констант только на растяжение и только на сжатие соответственно. Экспериментальные данные расположены между расчетными линиями 3 и 4. Завышенное расположение линии 2 можно объяснить тем, что в расчетах не учитываются возникающие при деформировании мембранные усилия. Зависимость кривизны от времени на рис. 3, в изображена без учета упругой составляющей  $\chi_0 = 0,76 \text{ м}^{-1}$  при  $t=0$ . При превышении прогиба вместе с упругой составляющей половины толщины пластины, т.е. кривизны порядка  $0,8 \text{ м}^{-1}$  начинают развиваться деформации срединной поверхности. В целом получено удовлетворительное совпадение экспериментальных данных и результатов расчета по модели (7).

**В третьей главе п. 3.1** проведен обзор моделей для описания анизотропных материалов при ползучести в предположении одинаковых и разных свойств на растяжение и сжатие (О.В. Соснин, Б.В. Горев, И.Ю. Цвелодуб, А.И. Олейников, Н. Altenbach, J. Betten, G.Z. Voyiadjis, A. Zolochovsky, S. Sklepus, K. Naumenko, Н. Altenbach, Yong Li, Zhusheng Shi, V. Kobelev, L. Razdolsky, M. Leoni, M. Karstunen). В этих моделях, как правило, используются функции с одинаковыми степенными показателями для растяжения и сжатия. Апробация анизотропных (И.Ю. Цвелодуб) и трансверсально-изотропных (А.И. Олейников) моделей, учитывающих разные свойства материалов, для описания которых используются функции с разными степенными показателями для растяжения и сжатия, недостаточна или отсутствует.

**В п. 3.2** развита модель ортотропного материала с разными свойствами на растяжение и сжатие при установившейся ползучести, основанная на потенциальном подходе, при этом для описания одноосного деформирования используются функции с разными показателями для растяжения и сжатия:

$$\eta_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}, \quad 2\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + (\Phi_2 - \Phi_1) \sin 3\xi, \quad \Phi_1 = \frac{T_1^{n_+ + 1}}{n_+ + 1}, \quad \Phi_2 = \frac{T_2^{n_- + 1}}{n_- + 1}, \quad (10)$$

$$T_1(\sigma_{ij}) = (A_{11}^+(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}^+(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}^+(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2A_{12}^+\sigma_{12}^2 + 2A_{23}^+\sigma_{23}^2 + 2A_{31}^+\sigma_{31}^2)^{0,5},$$

$$T_2(\sigma_{ij}) = (A_{11}^-(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}^-(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}^-(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2A_{12}^-\sigma_{12}^2 + 2A_{23}^-\sigma_{23}^2 + 2A_{31}^-\sigma_{31}^2)^{0,5},$$

$$\text{где } A_{11}^+ = \frac{1}{2} \left( (B_{22}^+)^{\frac{2}{n_+ + 1}} + (B_{33}^+)^{\frac{2}{n_+ + 1}} - (B_{11}^+)^{\frac{2}{n_+ + 1}} \right), \quad 2A_{12}^+ = 4(B_{12}^+)^{\frac{2}{n_+ + 1}} - A_{11}^+ - A_{22}^+,$$

$$A_{11}^- = \frac{1}{2} \left( (B_{22}^-)^{\frac{2}{n_- + 1}} + (B_{33}^-)^{\frac{2}{n_- + 1}} - (B_{11}^-)^{\frac{2}{n_- + 1}} \right), \quad 2A_{12}^- = 4(B_{12}^-)^{\frac{2}{n_- + 1}} - A_{11}^- - A_{22}^-. \quad (11)$$

Остальные компоненты  $A_{ij}^+, A_{ij}^-$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) получаются циклической перестановкой индексов. Константы  $B_{ii}^+, B_{ii}^-$  – характеристики процесса одномерной ползучести в трех главных направлениях при растяжении и сжатии соответственно:  $\eta_{ii} = B_{ii}^+ \sigma_{ii}^{n_+}$ , если  $\sigma_{ii} > 0$  и  $\eta_{ii} = B_{ii}^- |\sigma_{ii}|^{n_-} \sigma_{ii}$ , если  $\sigma_{ii} < 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Константы  $B_{ij}^+, B_{ij}^-$  ( $i \neq j$ ) – аналогичные характеристики при растяжении и сжатии в трех направлениях вдоль осей системы координат, полученной путем поворота исходной системы координат на угол, равный  $45^\circ$ ;  $n_+, n_-$  – показатели одномерной ползучести при растяжении и сжатии. Инвариант  $\xi$  – угол, который определяет вид напряженного состояния и используется для учета разных свойств при растяжении и сжатии,  $\sin 3\xi = -9 \cdot \bar{\sigma}_{kl} \bar{\sigma}_{ij} \bar{\sigma}_{kj} / (2\sigma_i^3)$ .

**В п. 3.3** исследуется частный случай модели (10), (11) – ортотропный материал с одинаковыми свойствами при растяжении и сжатии (модель О.В. Соснина, 1965). Если  $B_{ij}^+ = B_{ij}^- = B_{ij}$  и  $n_+ = n_- = n$ , тогда из (10), (11) следует  $A_{ij}^+ = A_{ij}^- = A_{ij}$ ,  $T_1 = T_2 = T_s$ ,  $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi$ ,

$$\eta_{ij} = \partial\Phi / \partial\sigma_{ij}, \quad \Phi = T_s^{n+1} / (n+1), \quad G_\eta = T_s^n, \quad (12)$$

$$G_\eta = \left( \frac{A_{11}}{\Delta} \eta_{11}^2 + \frac{A_{22}}{\Delta} \eta_{22}^2 + \frac{A_{33}}{\Delta} \eta_{33}^2 + \frac{2}{A_{12}} \eta_{12}^2 + \frac{2}{A_{23}} \eta_{23}^2 + \frac{2}{A_{31}} \eta_{31}^2 \right)^{1/2}, \quad \Delta = A_{11}A_{22} + A_{22}A_{33} + A_{11}A_{33}.$$

**В п. 3.3.1** на основе модели (12) проводится оценка влияния трансверсально-изотропных свойств на процессы изгиба пластин. В случае свойства более слабого сопротивления деформированию в направлении нормали к плите, по сравнению с сопротивлением деформированию в плоскости плиты, «коэффициент анизотропии» по нормали к пластине  $k$  определяется в экспериментах на растяжение путем осреднения отношения изменения размера по толщине пластины (т.е. в направлении нормали) к изменению размера по ширине плоского образца при различных степенях осевой деформации:  $\eta_{11} = \eta_{22}$  и  $\eta_{33} / \eta_{22} = k$ , направление  $\eta_{33}$  совпадает с направлением нормали к пластине. Тогда  $A_{11} = A_{22} = kB^{2/(n+1)} / (k+1)$ ,  $A_{33} = B^{2/(n+1)} / (k+1)$ ,  $A_{12} = (k+1)B^{2/(n+1)} / (k+1)$ . В зависимости от соотношения величины прогиба к толщине пластины рассмотрено несколько способов решения задач изгиба пластин:

*Метод 1.* Предполагается, что прогиб сопоставим с толщиной пластины, упругие деформации малы. Для решения задач чистого изгиба пластин используется методика расчета, основанная на интегральных величинах в предположении установившейся ползучести. В этом случае получены выражения для скоростей изменения кривизн в зависимости от изгибающих моментов.

*Метод 2.* Предполагается, что реализуется плоское напряженное состояние, прогиб сопоставим с толщиной пластины, деформации в срединной поверхности малы. Решается задача об изгибе пластины внешними моментами, равномерно распределенными вдоль кромок в поверхности седлообразной, цилиндрической формы или в поверхность двойной положительной кривизны. Полные деформа-

ции состоят из упругих деформаций и деформаций ползучести:  $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^c$ . Решающие уравнения сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка по времени относительно кривизны, деформаций и напряжений в точках разбиения пластины по толщине.

*Методы 3 и 4.* Расчет методом конечных элементов в геометрически линейной и нелинейной постановках соответственно с использованием входящей в пакет ANSYS модели Хилла анизотропной ползучести. Используется трехмерный элемент Solid45 и неявная схема численного интегрирования по времени. Геометрически нелинейная задача решается с применением модифицированной формулировки Лагранжа.

Методы решения были апробированы на задаче кручения пластины из изотропного сплава ВТ20 при  $T = 750$  °С, получено удовлетворительное соответствие экспериментальных данных и результатов расчета всеми методами.

Для сплава 1163Т при  $T = 400$  °С Горевым Б.В. получены аппроксимационные коэффициенты  $n=7$ ,  $B = B_{11} = 6,57 \cdot 10^{-16}$  (МПа) $^{-n} \text{с}^{-1}$  и  $k=2,5$ . На рис. 4, а точки 1, 2 – зависимости кривизны диагонали  $\chi(t) = \chi_{12}(t)$  при кручении пластины из сплава 1163Т четырьмя силами  $F$ , приложенными в углах; линии 3-6 – расчет конечно-элементным методом с учетом геометрической нелинейности; линии 7-10 – решение системы методом 2. Линии 1, 3, 4, 7, 8 соответствуют  $F = 760$  Н (3, 7 –  $k = 2,5$ ; 4, 8 –  $k = 1$ ); линии 2, 5, 6, 9, 10 –  $F = 900$  Н (5, 9 –  $k = 2,5$ ; 6, 10 –  $k = 1$ ). Значения кривизны при  $\chi < 0,8 \text{ м}^{-1}$ , полученные методами 2 и 4, практически совпадают. При  $\chi > 0,8 \text{ м}^{-1}$  форма поверхности пластины постепенно отклоняется от линейчатой, поскольку развиваются деформации в срединной поверхности. На рис. 3, б показана пластина после 3 ч кручения четырьмя силами  $F = 2M = 900$  Н, приложенными в углах (эксперименты Блинов В.А., Банщикова И.А.). Образцы, вырезанные из плиты толщиной 12 мм, имели размеры  $180 \times 180$  мм,  $h = 10,4$  мм. Оценить максимальное влияние свойства более слабого сопротивления деформированию в направлении нормали к плите при  $\chi < 0,8 \text{ м}^{-1}$  можно методом 1, вычислив отношение  $\dot{\chi}_{12}(k) / \dot{\chi}_{12}(1) = (2(k+2)/(3k+3))^{(n+1)/2}$ .

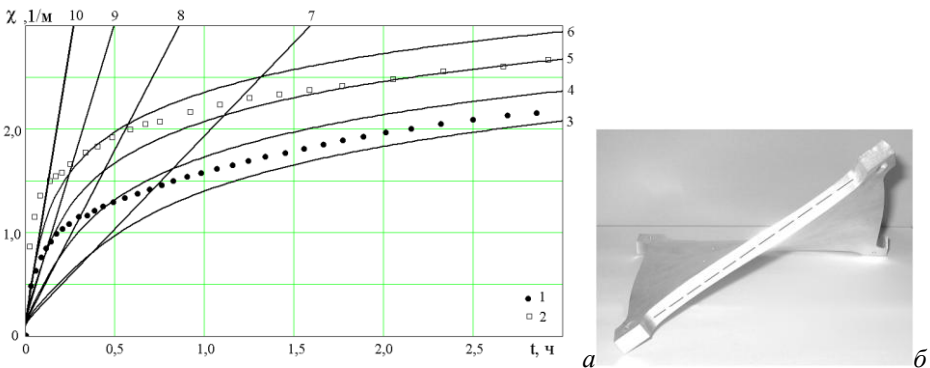


Рис. 4

Для сплава марки 1163Т получено  $\dot{\chi}_{12}(2,5)/\dot{\chi}_{12}(1) = 0,54$ , т.е. скорость изменения кривизны уменьшается на 46 %. Расчет методом 2 показал уменьшение кривизны на 45,5%. По мере увеличения прогиба при  $\chi > 0,8 \text{ м}^{-1}$  и увеличения мембранных деформаций влияние свойства слабого сопротивления деформированию в направлении нормали к плите снижается и кривизна уменьшается на 15-20% (линии 3, 4 и 5,6 на рис. 4, а).

Оценка влияния на величину прогиба пластины свойства более слабого сопротивления деформированию в направлении нормали к плите показала увеличение прогиба при деформировании в поверхность цилиндрической формы и в поверхность двойной положительной кривизны, по сравнению с расчетом в предположении изотропных свойств материала.

Для сплава В95пч при  $T=180^\circ\text{C}$  (толщина плиты 50 мм) на основании экспериментов на растяжение и сжатие, проведенных и обработанных Горевым Б.В., установлена существенная анизотропия и разнсопротивляемость при ползучести, а также определено самое слабое направление под углом  $45^\circ$  к нормали к плите. Для сплава В95пч получены коэффициенты:  $B_{11}^+ = B_{22}^+ = B_{33}^+ = B_0 = 6,3 \cdot 10^{-31} \text{ (МПа)}^{-n} \text{ с}^{-1}$  – для продольного, поперечного направлений и направления по нормали к плите при растяжении;  $B_{23}^+ = B_{31}^+ = B_\Delta = 3,9 \cdot 10^{-30} \text{ (МПа)}^{-n} \text{ с}^{-1}$  – для направления под углом  $45^\circ$  к нормали к плите на растяжение. Предполагая, что сплав трансверсально-изотропный, из (11) следует  $2A_{12} = 3B_0^{2/(n+1)}$ ,  $2A_{23} = 2A_{31} = 4B_\Delta^{2/(n+1)} - B_0^{2/(n+1)}$ . С использованием констант на растяжение проведена оценка влияния свойства более слабого сопротивления деформированию в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к плите на процессы изгиба гладких и оребренных пластин. Получено незначительное влияние этого свойства при деформировании гладких пластин в седловидную поверхность. При деформировании оребренных пластин влияние свойства пониженной сопротивляемости деформациям ползучести в поперечно-сдвиговом направлении, по сравнению с сопротивляемостью деформациям ползучести в плоскости плиты, может быть существенным и зависит от высоты, толщины и ориентации ребер.

**В п. 3.3.2** проведена оценка влияния свойства более слабого сопротивления деформированию в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к плите на процессы кручения круглых сплошных и кольцевых стержней. Для стержня, вырезанного в направлении нормали плиты из трансверсально-изотропного материала, в предположении установившейся ползучести материала получена скорость изменения погонного угла закручивания:

$$\theta = (2A_{23})^{(n+1)/2} \left( (3+1/n)M / \left( 2\pi \left( R_2^{3+1/n} - R_1^{3+1/n} \right) \right) \right)^n, \quad (13)$$

где  $R_2, R_1$  – внешний и внутренний радиус сечения. При кручении стержня произвольного поперечного сечения со свободными торцами, вырезанного в продольном направлении трансверсально-изотропной плиты, скорости деформаций ползучести связаны с напряжениями соотношениями:

$$\dot{\xi}_{13} = 2\eta_{13} = \dot{W}_{,3} + \theta x_2 = 2T_s^{n-1} A_{31} \sigma_{13}, \quad \dot{\xi}_{12} = 2\eta_{12} = \dot{W}_{,2} - \theta x_3 = 2T_s^{n-1} A_{12} \sigma_{12}. \quad (14)$$

Здесь  $W(x_2, x_3)$  – смещение точек поперечного сечения (депланация) в направлении оси стержня  $x_1$ ,  $T_s = (2A_{31}\sigma_{13}^2 + 2A_{12}\sigma_{12}^2)^{0,5}$ .

Уравнение равновесия с граничным условием на контуре поперечного сечения

$$\partial\sigma_{12}/\partial x_2 + \partial\sigma_{13}/\partial x_3 = 0, \quad \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 = 0. \quad (15)$$

$$\text{Момент } M = \iint_{S_0} (\sigma_{13}x_2 - \sigma_{12}x_3) dx_2 dx_3 = 2 \iint_{S_0} F_s dx_2 dx_3 + 2F_s(C_1)S_1,$$

где  $F_s(x_2, x_3)$  – функция напряжений такая, что  $\sigma_{12} = \partial F_s / \partial x_3$ ,  $\sigma_{13} = -\partial F_s / \partial x_2$ ,

$S_0$  – площадь, ограниченная внутренним  $C_1$  и внешним  $C_2$  контурами;  $S_1$  – площадь, ограниченная контуром  $C_1$ ;  $F_s(C_1)$  – значение функции на контуре  $C_1$ .

Для решения системы (14), (15) было рассмотрено четыре метода расчета.

*Метод 1.* Получена нижняя оценка скорости изменения угла закручивания из условия минимума полной мощности:

$$I_1 = \iint (nG_\eta^{(n+1)/n} / (n+1) - \theta(x_2\xi_{13} / (2A_{31}) - x_3\xi_{12} / (2A_{12})) G_\eta^{(1-n)/n}) dx_2 dx_3 = \min. \quad (16)$$

Полагая, что  $W(x_2, x_3) = \theta W_0(x_2, x_3) = \theta c_1 x_2 x_3$ , из условия (16) вычисляется  $c_1$  и

$$\theta = (M/G_1)^n. \text{ Обозначено } k_1 = (1-n)/n,$$

$$G_1 = \iint_{S_0} (x_2^2(c_1+1)/(2A_{31}) - x_3^2(c_1-1)/(2A_{12})) \cdot (x_2^2(c_1+1)^2/(2A_{31}) + x_3^2(c_1-1)^2/(2A_{12}))^{k_1/2} dx_2 dx_3.$$

*Метод 2.* Для получения верхней оценки скорости изменения угла закручивания используется условие минимума дополнительного рассеяния:

$$I_2 = \iint_{S_0} (T_s^{n+1} / (n+1) - 2\theta F_s) dx_2 dx_3 - 2\theta F_s(R_1) \pi R_1^2 = \min. \quad (17)$$

Полагая, что  $F_s(x_2, x_3) = c_2 \theta^{1/n} F_{s0}(x_2, x_3)$ ,  $F_{s0}(x_2, x_3) = 1 - ((x_2^2 + x_3^2)/R_2^2)^{(n+1)/(2n)}$ , из

$$(17) \text{ определяется } c_2 \text{ и } \theta = (M / (c_2 G_2))^n, \text{ где } G_2 = 2F_{s0}(R_1) \pi R_1^2 + \iint_{S_0} 2F_{s0} dx_2 dx_3.$$

*Метод 3.* Обобщение на случай кольцевого сечения решения, полученного в работе (N.S. Bhatnagar, S.K. Gupta, 1969) для сплошного цилиндра в предположении, что  $W(x_2, x_3) = \theta W_0(x_2, x_3) = \theta c_3 x_2 x_3$ ,  $c_3 = (A_{31} - A_{12}) / (A_{31} + A_{12})$ :

$$\theta = \left[ (3n+1) / (2n\pi K (R_2^{3+1/n} - R_1^{3+1/n})) \right]^n M^n (A_{31} + A_{12}) / (2A_{31})^{(1-n)/2}, \text{ } K = K(A_{31}, A_{12}).$$

*Метод 4.* Расчет методом конечных элементов пакета ANSYS с использованием элементов Solid45 и Beam189. На рис. 5. изображены вычисленные при кручении стержня, вырезанного в продольном направлении, с использованием элемента Solid45 изолинии перемещений (депланации сечения) в направлении оси  $x_1$  вдоль оси стержня (*a*), напряжений (МПа)  $\sigma_{12} = \sigma_{xz}$  (*б*) и  $\sigma_{13} = \sigma_{yz}$  (*в*). Расчеты выполнены для сплошного круглого стержня радиуса  $R_2 = 0,02$  м и длиной 0,1 м, крутящий момент  $M = 3500$  Н·м, время закручивания  $t = 600$  с.

Для стержня, вырезанного в продольном направлении трансверсально-изотропной плиты, получены значения:  $\theta = 9,09 \cdot 10^{-3}; 13,33 \cdot 10^{-3}; 9,81 \cdot 10^{-3}$  рад/м – методами 1-3 и  $\theta = 8,4 \cdot 10^{-3}; 11,51 \cdot 10^{-3}$  рад/м – методом 4 с помощью конечных элементов Beam189 и Solid45 соответственно. Для стержня в предположении изо-

тропных свойств материала угловая скорость закручивания составила  $\theta = 2,91 \cdot 10^{-3}$  рад/м, а для стержня, вырезанного в направлении нормали к трансверсально-изотропной плите, согласно (13) —  $\theta = 29,5 \cdot 10^{-3}$  рад/м.

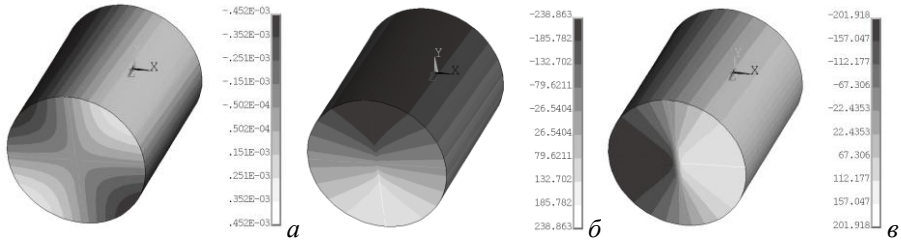


Рис. 5

Полученные нижняя и верхняя оценка угловой скорости закручивания на основе принципов минимума полной мощности и дополнительного рассеяния удовлетворительно согласуются с результатами моделирования с помощью элемента Solid45 в среде ANSYS. Численное моделирование показало, что при кручении образцов, вырезанных в продольном направлении плиты, возникает деформация поперечного сечения. При кручении образцов, вырезанных в направлении нормали к плите, деформация поперечного сечения отсутствует, однако скорость изменения угла закручивания в три раза больше, чем для стержней, вырезанных в продольном направлении и на порядок больше, чем для стержней в предположении изотропных свойств материала.

**В п. 3.4** с использованием предложенной модели (10), (11) в кинематической постановке решаются задачи изгиба пластин из изотропного сплава с учетом разных свойств при растяжении и сжатии. В этом случае  $B_{ij}^+ = B_+$ ,  $B_{ij}^- = B_-$ ,  $B_+ \neq B_-$ ,  $n_+ \neq n_-$  и из (10), (11) следует модель И.Ю. Цвелодуба (2007). Разработан программный комплекс «СreePL» на основе метода конечных элементов (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020613572), предназначенный для решения прямых и обратных задач формообразования гладких панелей одинарной и двойной кривизны при медленных режимах деформирования, в том числе при термофиксации. Комплекс позволяет решать задачи расчета остаточной формы пластины (прямые задачи) и определения упреждающей геометрии оснастки (обратные задачи) при заданной продолжительности процесса формообразования с учетом упругого восстановления после снятия нагрузок в предположении чистого изгиба. Прогиб  $w$  изменяется по заданному во времени закону:  $w(x_1, x_2, t) = w_0(x_1, x_2) + f_w(t)w_1(x_1, x_2)$ ,  $0 \leq t \leq t_*$ ,  $t_*$  – заданное время,  $f_w(t)$  – заданная функция.

Для сплава В95пч при температуре старения  $T = 180$  °С Горевым Б.В. в диапазоне напряжений  $250 \text{ МПа} \leq |\sigma| \leq 320 \text{ МПа}$  были получены следующие значения констант:  $B_+ = 6 \cdot 10^{-55} \text{ МПа}^{-n_+} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $n_+ = 20$ ,  $B_- = 2,43 \cdot 10^{-43} \text{ МПа}^{-n_-} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $n_- = 15$ ,  $E = 57 \text{ ГПа}$  и  $\nu = 0,4$ . Исследования сплава В95пч проводились для ОАО «Комсомольское-на-Амуре авиационное производственное объединение». На рис. 6, а темными и светлыми точками показаны данные двух экспериментов

на кручение пластины сосредоточенными силами  $F = 2M$ , приложенными в углах, при одной и той же величине  $M = 4,843 \text{ кН} \cdot \text{м/м}$  (штриховая линия на рис. 6, б). Размеры пластины  $180 \times 180 \times 12 \text{ мм}$ . Сплошная линия на рис. 6, а – кривизна, соответствующая кинематическому режиму формообразования с заданным прогибом  $w = (A_1 + A_2 t/t_*)x_1 x_2$ ,  $A_1 = 0,95 \text{ м}^{-1}$ ,  $A_2 = 0,5 \text{ м}^{-1}$ ,  $t_* = 2 \text{ ч}$ ,  $-0,09 \text{ м} \leq x_k \leq 0,09 \text{ м}$ . Эта зависимость показана без учета начальной упругой составляющей  $\chi_0 = 0,8333 \text{ м}^{-1}$ . На рис. 6, б сплошной линией показан вычисленный в комплексе «СреePL» соответствующий крутящий момент при  $0 \leq t \leq t_*$ . Видно, что скручивающий момент с увеличением времени совпадает со штриховой линией  $M = 4,843 \text{ кН} \cdot \text{м/м}$ .

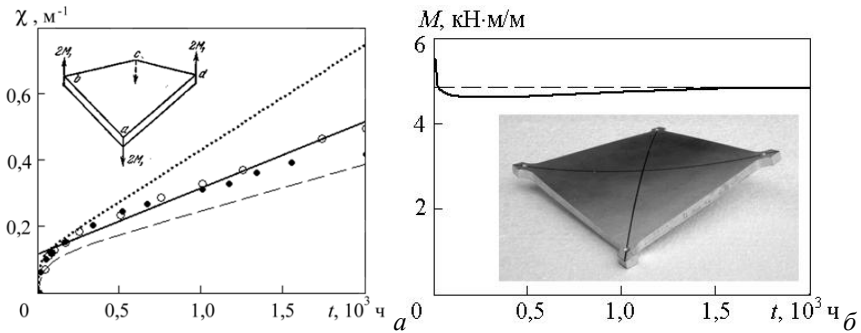


Рис. 6

Пунктирная и штриховая линии на рис. 6, а – расчеты, выполненные с параметрами материала только на растяжение и только на сжатие с использованием комплекса ANSYS. На рис. 6, б изображена пластина, отформованная в течение двух часов. Экспериментальные данные удовлетворительно согласуются с расчетными, полученными в кинематической постановке на основе модели, учитывающей разные свойства материала на растяжение и сжатие, и в пакете ANSYS.

**В п. 3.5** с использованием модели (10), (11) решаются задачи кручения круглых кольцевых стержней, вырезанных в продольном направлении плиты и в направлении нормали к плите из трансверсально-изотропного сплава с разными свойствами при растяжении и сжатии. Точки на рис. 7, а – данные испытаний (Горев Б.В., 2009) на растяжение и сжатие сплошных круглых цилиндрических образцов, вырезанных из плиты толщиной 42 мм из сплава АК4-1 при  $T = 200 \text{ }^\circ\text{C}$ . Линии на рис. 7, а – аппроксимационные зависимости  $\ln(\eta) - \ln(\sigma)$ : линии 1, 3 – аппроксимация данных, полученных при растяжении и сжатии образцов, вырезанных в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к плите; линии 2, 4 – аппроксимация данных, полученных при растяжении и сжатии образцов, вырезанных в различных направлениях в плоскости плиты и по нормали к плите. Найденны следующие аппроксимационные параметры:  $n^+ = n^- = 12$ ;  $B_{23}^+ = B_{31}^+ = 2,976 \cdot 10^{-35} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{с}^{-1}$  (линия 1),  $B_{11}^+ = B_{22}^+ = B_{33}^+ = B_{12}^+ = 8,935 \cdot 10^{-35} \text{ МПа}^{-n} \cdot \text{с}^{-1}$  (ли-

ния 2);  $B_{23}^- = B_{31}^- = 0,811 \cdot 10^{-35}$  МПа $^{-n} \cdot c^{-1}$  (линия 3);  $B_{11}^- = B_{22}^- = B_{33}^- = B_{12}^- = 1,805 \cdot 10^{-35}$  МПа $^{-n} \cdot c^{-1}$  (линия 4);

На основе модели (10), (11) выведены определяющие соотношения для скручиваемых стержней, вырезанных в продольном направлении плиты и в направлении нормали к плите из трансверсально-изотропного сплава с разными свойствами при растяжении и сжатии.

Для скручиваемого постоянным моментом стержня кольцевого сечения, вырезанного в направлении нормали к плите, при  $n^+ = n^- = n$  получено

$$\theta = D_2 \left( (3+1/n)M / (2\pi(R_2^{3+1/n} - R_1^{3+1/n})) \right)^n, \quad D_2 = ((2A_{31}^+)^{(n+1)/2} + (2A_{31}^-)^{(n+1)/2}) / 2. \quad (18)$$

Для скорости изменения угла закручивания стержня, вырезанного в продольном направлении плиты, найдена верхняя оценка из условия минимума дополнительного рассеяния

$$I = \iint_{S_0} \left( (T_1^{n+1} + T_2^{n+1}) / (2(n+1)) - 2\theta F_s \right) dx_2 dx_3 - 2\theta F_s(R_1) \pi R_1^2 = \min.$$

Предположено, что функция напряжений имеет вид аналогичный виду в (17). Заменяв  $c_2$  на  $c$ , получено  $c = (J_1/J_2)^{1/n}$ , где  $J_1 = 2F_{s0}(R_1)\pi R_1^2 + \iint_{S_0} 2F_{s0} dx_1 dx_2$ ,

$$J_2 = \frac{1}{2} \iint_{S_0} ((2A_{12}^+ F_{s0,3}^2 + 2A_{31}^+ F_{s0,2}^2)^{(n+1)/2} + (2A_{12}^- F_{s0,3}^2 + 2A_{31}^- F_{s0,2}^2)^{(n+1)/2}) dx_2 dx_3,$$

$$F_{s0,3} = \partial F_{s0} / \partial x_3; \quad F_{s0,2} = \partial F_{s0} / \partial x_2. \quad \text{Угловая скорость закручивания } \theta = (M/(cJ_1))^n.$$

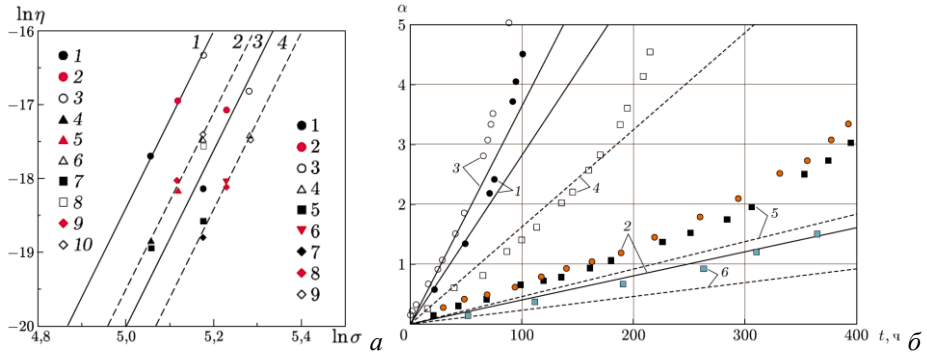


Рис. 7

На рис. 7, б приведены экспериментальные зависимости погонного угла закручивания  $\alpha = \theta t$  от времени при кручении под действием постоянного момента при температуре  $T = 200$  °С цилиндрических трубчатых образцов из сплава АК4-1, вырезанных в направлении нормали к плите (образцы 1 – 3) и в продольном направлении (образцы 4 – 6). Толщина стенки образцов 1, 2 — 1 мм, 3 — 5 мм, 4–6 — 1 мм, внешний радиус всех образцов порядка 10 мм. Приложенный скручивающий момент для образцов 1-6: 55,7; 41,0; 180,0; 56,1; 50,3; 47,3 Н·м соответственно. Линии на рис. 7, б — расчет с использованием формулы (18) для образцов 1 – 3 и верхняя оценка скорости изменения угла закручивания для образцов 4 – 6. Для оценки снизу выполнено усреднение скорости изменения угла закручивания, вычисленной с использованием параметров только на растяжение и только



на сжатие по методу (16). Различие между усредненной нижней и верхней оценками скорости изменения угла закручивания не превосходит 15%. Экспериментальные данные на кручение удовлетворительно согласуются с расчетными.

**В четвертой главе** на основе кинетических уравнений ползучести и повреждаемости (1) выполнен анализ накопления повреждений при разных кинематических и статических режимах растяжения стержней и формообразования полусферических оболочек. Различные аспекты моделирования процессов деформирования оболочечных и стержневых конструкций из анизотропных и неоднородных материалов, в том числе с использованием современных конечно-элементных программных комплексов, рассмотрены в работах авторов С.Н. Ларин, С.С. Яковлев, К.С. Бормотин, Б.Д. Аннин, А.И. Олейников, И.Ю. Цвелодуб, С.К. Голушко, Ф.У. Еникеев, А.А. Янковский, Ю.В. Немировский, В.П. Радченко, М.Н. Саушкин, В.О. Каледин, Т.В. Бурнышева, D. Guines, A. Gavrus, N.S. Bhatnagar, S.K. Gupta, D. Vanabic. Исследования И.Ю. Цвелодуба и К.С. Бормотина показали, что для материалов, подчиняющихся энергетическому варианту теории ползучести в варианте О.В. Соснина ( $A_* = \text{const}$ ), накопление минимального уровня повреждений наблюдается в режиме, когда скорость деформаций ползучести постоянна. Однако конструкционные сплавы удовлетворяют энергетическому варианту теории ползучести в варианте О.В. Соснина в достаточно узком температурно-скоростном диапазоне.

**В п. 4.1** при растяжении стержней для разных сплавов исследуются два режима: под действием постоянных напряжений  $\sigma_i = \sigma_0 = \text{const}$  (статический) и при постоянных скоростях деформаций, соответствующих скоростям на установившейся стадии ползучести для тех же напряжений  $\eta_i = \eta_0 = B_A \sigma_0^n = \text{const}$  (кинематический). Аналитически и численно показано, что для материалов, у которых на диаграммах ползучести  $\varepsilon^c(t)$  при  $\sigma_0 = \text{const}$  деформация при разрушении  $\varepsilon^c(\sigma_0)$  монотонно убывает с увеличением напряжения  $\sigma_0$ , наименьшее накопление повреждений происходит в кинематических режимах при постоянных скоростях деформаций  $\eta_0 = B_A \sigma_0^n = \text{const}$ . К таким материалам относятся сплавы, для которых выполняется  $g > n$ , в том числе сплавы, подчиняющиеся энергетическому варианту теории ползучести  $A_* = \text{const}$ . Для сплавов, у которых предельная деформация  $\varepsilon^c(\sigma_0)$  монотонно возрастает с увеличением напряжения  $\sigma_0$ , выполняется  $g < n$  и меньшее накопление повреждений происходит при статическом режиме  $\sigma_0 = \text{const}$ .

Сравнение уровня накопления повреждений при растяжении стержней для этих режимов продемонстрировано для ряда сплавов (АК4-1,  $T = 250^\circ\text{C}$ ; Д16Т,  $T = 250^\circ\text{C}$ ; ВТ9,  $T = 600^\circ\text{C}$ ; сталь марки 09Г2С-12,  $T = 730^\circ\text{C}$ ; 3В при комнатной температуре). Исследована сталь марки Х18Н10Т (Fe-Cr-Ni-Mn) с немонотонной зависимостью предельной деформации  $\varepsilon_*^c$  от напряжения  $\sigma_0$  при  $T = 850^\circ\text{C}$  (А.С. Шестериков, А.М. Локощенко, 1982). В первой главе для этого сплава с использованием методики «единой кривой» получены параметры кинетических

уравнений (1), где  $f_c(\sigma) = B_A \sigma \cdot \text{sh}(\sigma/c)$  и  $\varphi_c(\sigma) = B_\omega \sigma^g$ :  $g = 3,165$ ,  $B_\omega = 6,231 \cdot 10^{-8} \text{ МПа}^{-g} \text{ ч}^{-1}$ ,  $B_A = 2,183 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$ ,  $c = 18,6 \text{ МПа}$ ,  $m = 1,8$ ,  $\alpha = 0$ .

На рис. 8, а изображены экспериментальные данные (точки)  $\varepsilon^c(t)$  и аппроксимационные зависимости 1-4 для стали марки X18Н10Т, соответствующие напряжениям  $\sigma_0 = 39,2; 49; 58,8; 78,4 \text{ МПа}$ : прямые штриховые линии – аппроксимация в предположении установившейся ползучести; кривые сплошные линии – аппроксимация с учетом повреждаемости по формулам (1). Линия рис. 8, б – «единая кривая» в нормированных переменных « $\varepsilon^c/\varepsilon_*^c - t/t_*$ ». На рис. 8, в зависимость  $\omega(\sigma_0)$  для стали марки X18Н10Т: сплошные линии 1, 3 расчет для режима  $\sigma_e = \sigma_0 = \text{const}$ ; штриховые линии 2, 4 – расчет для режима  $\eta_0 = B_A \text{sh}(\sigma_0/c) = \text{const}$ ; линии 1, 2 соответствуют деформированию до необходимой величины деформации  $\varepsilon_0 = 6\%$  и линии 3, 4 –  $\varepsilon_0 = 2\%$ .

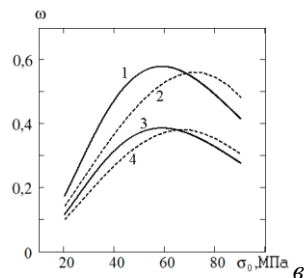
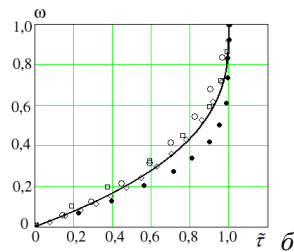
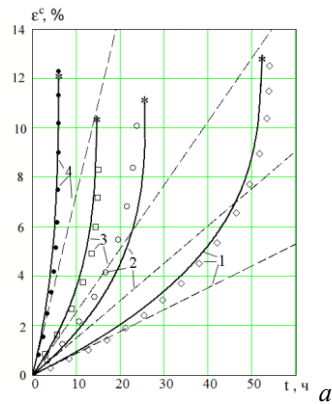


Рис. 8

В случаях немонотонной зависимости  $\varepsilon_*^c(\sigma_0)$ , существует диапазон напряжений, когда оба режима приводят к практически одинаковому уровню накопления повреждений.

**В п. 4.2** рассматривается задача формообразования в условиях упругопластичности и ползучести за заданное время  $t_*$  круглой листовой заготовки радиуса  $R$  в полусферическую оболочку с заданным прогибом  $f_*$  в центральной точке купола. Задача исследуется двумя методами.

*Метод 1:* оценка нагрузки, на основе решения уравнения равновесия безмоментной оболочки. Упругие деформации не учитываются. Решается система из двух дифференциальных уравнений:

$$4 \dot{f} \dot{f} / (R^2 + f^2) = B_\varepsilon (P \rho_s / (2h))^n (1 - \omega)^{-m},$$

$$\dot{\omega} = B_\omega (P \rho_s / (2h))^g (1 - \omega)^{-m}, \quad (19)$$

где  $P(t)$  – давление равномерно распределенное по всей площади,  $h = h_0 / (1 + f^2/R^2)^2$ ,  $h_0$  – начальная толщина заготовки ( $h_0 \ll R$ ),  $\rho_s = (R^2 + f^2)/(2f)$  – радиус кривизны срединной поверхности оболочки,  $f$  – прогиб в центре купола. Условие закрепления по внешнему контуру – шарнирное опирание. Исследован широкий класс статических и кинематических режимов при  $0 \leq t \leq t_*$ : давление  $P(t) = \text{const}$ ; ско-

рость изменения давления  $dP(t)/dt = \text{const}$  (или возможно наличие нескольких временных участков с разными значениями  $dP(t)/dt = \text{const}$ ); режимы, когда в центре купола  $\eta_i = \text{const}$ ;  $f = f_*(t/t_*)^a$ ,  $a > 0$ ;  $\sigma_i = \sigma_c = \text{const}$ . Для каждого режима система (19) преобразована к соответствующей системе дифференциальных уравнений.

**Метод 2** – расчет в комплексе ANSYS с применением элемента Shell181. Разработана подпрограмма на языке Fortran для учета повреждаемости при расчетах в комплексе ANSYS (свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2020613159). Для моделирования пластических свойств материала использована модель Meso. В силу осесимметрии расчет проводился для сектора с углом  $5^\circ$ . На рис. 9, а изображены прогиб  $f(t)$  (линии 1, 2) и параметр  $\omega(t)$  (линии 3, 4) в центральной точке купола при формообразовании полусферической оболочки из стали марки 09Г2С12 при  $T = 730^\circ\text{C}$  в режиме  $P(t) = P_c = 0,45 \text{ МПа}$ , вычисленные с использованием безмоментной теории оболочек (линии 1, 3) и методом конечных элементов (линии 2, 4).

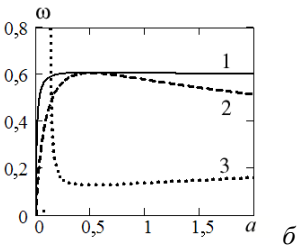
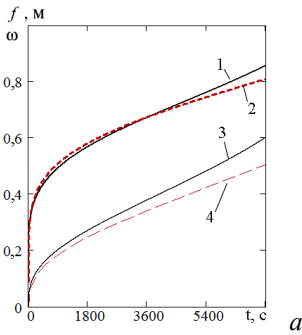


Рис. 9

На рис.9, б приведена полученная методом 1 зависимость  $\omega(a)$  при деформировании круглой заготовки в полусферическую форму в режиме  $f = f_*(t/t_*)^a$ ,  $a > 0$ : линия 1 – сталь марки 09Г2С12 ( $n \approx g$ ), линия 2 – сплав АК4-1 ( $n > g$ ), линия 3 – сплав ВТ9 ( $n < g$ ). Анализ кинематических и статических режимов формообразования показал: для стали марки 09Г2С12 все режимы деформирования приводят практически к одному и тому же уровню накопления повреждений; для сплава ВТ9 минимальное значение параметра поврежденности достигается в режиме  $\eta_i = \text{const}$ , который совпадает с режимом  $f = f_*(t/t_*)^a$ ,  $a = 0,5$ ; для сплава АК4-1 наилучший режим –  $P(t) = \text{const}$ , однако для исключения появления пластических деформаций в начальный момент нагружения вместо режима  $P(t) = \text{const}$  следует

использовать режимы с кусочно-линейным изменением давления (на начальном этапе давление линейно растет, а затем линейно уменьшается до нуля или остается постоянным). Накопление минимальной поврежденности материала после изготовления может дать существенное отличие в длительности эксплуатации деталей в холодном состоянии при низких уровнях напряжений.

**В пятой главе** обсуждаются механизмы разрушения в условиях ползучести. В условиях хрупкого разрушения исследуется напряженно-деформированное состояние и длительность до разрушения кольцевых осесимметрично нагруженных пластин и вращающихся дисков гиперболической формы. Нормативный срок

эксплуатации обычно отождествляют со временем начала разрушения (продолжительностью первой стадии), когда в какой-либо точке конструкции параметр поврежденности достигает критического значения. Ряд исследователей для оценки срока эксплуатации рекомендуют использовать теоретические модели, учитывающие распространение фронта разрушения. Различие в оценке времени разрушения объясняется использованием разных вариантов теории ползучести и механизмов разрушения, разных критериев длительной прочности (Ю.Н. Работнов, Л.М. Качанов, С.А. Шестериков, А.М. Локощенко, А.Ф. Никитенко, И.В. Любашевская, В.И. Гладштейн, А.А. Лебедев, В.П. Сдобырев, J.E. Jonson, Sh.N. Kats, J.M. Brear, T.N. Hyde, D.R. Nayhurst).

**В п. 5.2** для кольцевых осесимметрично нагруженных пластин расчет напряженно-деформированного состояния и длительности первой стадии разрушения  $t_*$  выполняется двумя способами, затем проводится сравнение результатов. В первом случае предполагается, что в пластине реализуется плоское напряженное состояние, прогиб мал по сравнению с толщиной. В уравнениях (1) принимается  $\sigma_e = \sigma_{e^*} = \sigma_i$ , где  $\sigma_i = (\sigma_\phi^2 - \sigma_\phi \sigma_r + \sigma_r^2)^{1/2}$ ,  $\sigma_r, \sigma_\phi$  – напряжения в цилиндрической системе координат. Для упрощения вычислений критерий Мизеса линейризуется  $\sigma_i = \sigma_\phi - \sigma_r$ , что соответствует переходу к критерию Треска–Сен-Венана. Задача неустановившейся ползучести с использованием критерия Треска–Сен-Венана сводится к аналогичной задаче в предположении установившейся ползучести материала пластины. Чтобы найти истинное решение, необходимо известное решение при установившейся ползучести умножить на некоторые функции координат и времени, для которых получена система уравнений:

$$\int_{t_1}^{\mu} \Psi(z) dz = -[(m+1)t^0]^{-1} \int_0^t [X(\tau)]^{-g} d\tau, \quad \Psi(z) = z^{m(n-g)/n} (1-z)^{-\alpha g/(n(\alpha+1))}, \quad (20)$$

$$\int_{a_0}^{b_0} \left( 2 \int_0^{h/2} [\phi(\mu)]^{1/n} z^{(n+1)/n} dz \right) r^{-1-2/n} dr = J J_1 X(t), \quad \mu = 1 - \omega^{\alpha+1}, \quad (21)$$

где  $J = 2 \int_0^{h/2} z^{(n+1)/n} dz$ ,  $J_1 = \int_{a_0}^{b_0} r^{-1-2/n} dr$ ,  $h$  – толщина пластины,  $a_0, b_0$  – внутренних и внешний радиусы контура пластины,  $t^0 = ((\alpha+1)(m+1)B_\omega (\sigma_i^0)^g)^{-1}$ . Из решения системы (20), (21) вычисляются  $X(t)$ ,  $\mu(r, z, t)$ , и далее  $\eta_\phi = \eta_\phi^0 [X(t)]^{-n}$ ,  $\eta_r = \eta_r^0 [X(t)]^{-n}$ ,  $\sigma_i = \sigma_i^0 [\phi(\mu)]^{1/n} / X(t)$ . Символ «0» означает решение при установившейся ползучести. Время  $t_*$  определяется из условия  $\mu(r^*, z^*, t_*) = 0$ . Уравнение (21) можно переписать в виде  $\int_V W_A^0 [\phi(\mu)]^{1/n} dV = X(t) \int_V W_A^0 dV$ , где  $W_A^0 = \eta_{ij}^0 \sigma_{ij}^0$ , обобщив тем самым предложенную методику для расчета напряженно-деформированного состояния не только пластины, нагруженной изгибающим моментом или давлением, но и других элементов конструкций с различными условиями нагружения и закрепления, при этом  $W_A^0$  – мощность диссипируемой энергии рассматриваемого элемента конструкции,  $V$  – его объем.

В основе другого способа расчета лежит метод конечных элементов комплекса ANSYS, при этом в определяющие уравнениях входит критерий Мизеса, а

для моделирования накопления повреждений используется подпрограмма на языке Fortran (программа для ЭВМ № 2020613159). На рис. 10 изображены изолинии интенсивности напряжений в сечении ( $\varphi = \text{const}$ ,  $1 \leq \rho \leq 2$ ,  $\rho = r/a_0$ ,  $0 \leq z \leq h/2$ )

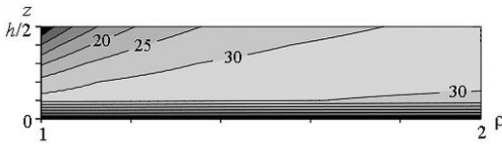


Рис.10

кольцевой пластины из алюминиевого сплава, вычисленные в геометрически-линейной постановке в комплексе ANSYS при  $t_* = 8,46 \cdot 10^4$  ч. На контуре пластины  $a_0 = 0,05$  м изгибающий момент  $M_r(a_0) = -600$  Н·м,  $M_r(b_0) = 0$ ,

$b_0 = 0,1$  м,  $h = 0,01$  м. Изолинии интенсивности, вычисленные методом 1 подобны, но при этом  $t_* = 4,59 \cdot 10^4$  ч. Диаграммы длительной прочности, полученные двумя способами, показали, что применение критерия Треска–Сен-Венана дает нижнюю оценку времени начала разрушения конструкции.

**В п. 5.3** для вращающегося и растягиваемого диска гиперболической формы проведено исследование напряженно-деформированного состояния и длительности до разрушения с учетом двухстадийности. Вторая стадия – это распространение фронта разрушения и полное разрушение тела. Для описания физических свойств материала используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова (1), где принято  $\phi_1(\omega) = (1 - \omega)^{m_1}$ ,  $\phi(\omega) = (1 - \omega)^m$ ,  $m, m_1$  – константы ползучести. Вариант  $\phi_1(\mu) = 1$ ,  $\mu = 1 - \omega$  ( $m_1 = 0$ ) соответствует теории ползучести в формулировке Л.М. Качанова. Рассматривается равномерно нагретый тонкий диск, радиус  $r$ , ( $a_0 \leq r \leq b_0$ ), толщина диска  $h = h_0 \cdot r^{-k}$ ,  $k \geq 0$ ,  $h_0$  – константа. Предполагается, что в диске реализуется плоское напряженное состояние ( $\sigma_z = \sigma_{rz} = 0$ ). Выбрано  $\sigma_e = \sigma_{e*} = \sigma_\varphi / 2$  – максимальное касательное напряжение. Разрешающие соотношения аналогично случаю изгибаемой пластины сводятся к системе уравнений:

$$\int_1^\mu [\mu(r, t)]^{(mm-m_1g)/n} d\mu = -[(m+1)t^0(r)]^{-1} \int_0^t [X(\tau)]^{-g} d\tau, \quad (22)$$

$$\int_{a_0}^{b_0} [\mu(r, t)]^{m_1/n} r^{-(k+1/n)} dr = J_1 X(t), \quad J_1 = \int_{a_0}^{b_0} r^{-(k+1/n)} dr, \quad (23)$$

где  $t^0(r) = ((m+1)\bar{B}_\omega(P/J_1)^g r^{-g/n})^{-1}$ . Если  $m_1 = 0$ , тогда  $X(t) = 1$ , напряженно-деформированное состояние получается стационарным и  $\mu(r, t) = (1 - (t/t_*)^g)(a_0/r)^{g/n} \cdot 1^{1/(m+1)}$ ,  $t_*^0 = t^0(a_0)$ . В момент  $t = t_*$  начинается разрушение внутренней поверхности диска. Далее фронт разрушения, граница которого представляет окружность радиусом  $r = a_f(t)$ , перемещается в сторону наружной поверхности диска  $r = b_0$ ,  $a_f(t_{*f}) = b_0$ ,  $t_{*f}$  – время разрушения диска, индексом «f» отмечены параметры, относящиеся к фронту разрушения. При  $t > t_*$  решается система уравнений аналогичная системе при  $t < t_*$  с заменой  $a_0$  на  $a_f(t)$ :

$\int_{a_f(t)}^{b_0} [\mu(r, t)]^{m_1/n} r^{-(k+1/n)} dr = J_{1f}(t) X(t)$ . Получены уравнения для  $a_f(t)$  и продолжительности распространения фронта разрушения  $\Delta t_* = t_{*f} - t_*$ .

Исследование показало, что изменение нагрузки слабо влияет на отношение  $\Delta t_* / t_*$ ; увеличение степени гиперболичности формы поверхности уменьшает  $\Delta t_* / t_*$ ; при уменьшении  $a_0$  время  $\Delta t_*$  может быть сопоставимо с  $t_*$ . Отношение  $\Delta t_* / t_*$  может составлять от десятых процента до нескольких десятков процентов. Сравнение вариантов кинетической теории ползучести в формулировке Ю.Н. Работнова ( $m_1 \neq 0$ ) и в формулировке Л.М. Качанова ( $m_1 = 0$ ) показало, что продолжительность первой стадии по модели Ю.Н. Работнова больше, чем по модели Л.М. Качанова, при этом отношение длительности второй стадии к длительности первой стадии по модели Ю.Н. Работнова меньше, чем по модели Л.М. Качанова. Суммарное время двух стадий при расчете по модели Ю.Н. Работнова больше, чем при расчете по модели Л.М. Качанова. Анализ движения фронта разрушения показал, что основное время второй стадии (порядка 75–85% по модели Л.М. Качанова и 85–90% по модели Ю.Н. Работнова) приходится всего на 20% рабочей части радиуса диска.

**В п. 5.4** метод расчета длительности до разрушения с учетом двухстадийности апробируется на примере растягиваемых пластин с круговым отверстием. По исходным кривым ползучести одноосного растяжения (Д.Р. Хейхерст, 1973) по методике «единой кривой» найдены параметры кинетических уравнений ползучести и повреждаемости для алюминиевого сплава Al-Mg-Si при температуре 200°C. С использованием полученных параметров и модели (1) выполнен расчет времени до разрушения с учетом двухстадийности растягиваемых пластин на основе системы (22), (23). В расчетах принято  $\sigma_e = \sigma_\varphi$ , в качестве критерия длительной прочности использован смешанный критерий типа Хейхерста  $\sigma_{e*} = [\alpha_h \sigma_1 + (1 - \alpha_h) \tau_m]$ , где  $\sigma_1$  – максимальное главное напряжение ( $\sigma_1 = \sigma_\varphi$ ) и  $\tau_m$  – максимальное касательное напряжение ( $\tau_m = \sigma_\varphi / 2$ ). Результаты двух испытаний на двусное растяжение пластин с круговым отверстием в условиях постоянного нагружения опубликованы в работе Д.Р. Хейхерста (1973). Для модели Ю.Н. Работнова получено  $\alpha_h = 0,975$ ,  $\Delta t_* / t_* = 32,8\%$ , для модели Л.М. Качанова —  $\alpha_h = 0,902$ ,  $\Delta t_* / t_* = 49,9\%$ . В обоих случаях расчетное значение  $t_{*f}$  отличается от экспериментального значения  $t_{*f}^{\text{exp}}$  на 1,5 %. Модель Л.М. Качанова занижает продолжительность первой стадии скрытого разрушения.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Экспериментально и теоретически обоснована возможность описания процессов деформирования упрочняющихся и разупрочняющихся материалов вплоть до разрушения с использованием кинетических уравнений ползучести со скалярным параметром поврежденности, который отождествлен с нормированной деформацией (отношение деформации в текущий момент времени к деформации на момент разрушения), для материалов с непостоянной величиной деформации при разрушении на диаграммах ползучести «деформация – время» при постоянном напряжении.

2. Модель для изотропного с разными свойствами на растяжение и сжатие при ползучести материала, основанная на «трансформированном» пространстве напряжений, обобщена на случай упрочняющегося материала, при этом данные ползучести одноосного деформирования описываются функциональными зависимостями с разными степенными показателями при растяжении и сжатии не только для установившейся стадии, но для стадий упрочнения и разупрочнения. Модель апробирована на задачах кручения сплошных круглых титановых образцов в предположении установившейся ползучести и чистого изгиба пластин из алюминиевых сплавов со свойствами упрочнения и разупрочнения. Для описания поведения закручиваемого стержня из материала с разными свойствами на растяжение и сжатие развит подход характеристических параметров. Получено удовлетворительное соответствие результатов расчета с экспериментальными данными.

3. Развита модель в предположении установившейся ползучести на основе скалярного потенциала тензора напряжений для ортотропного материала, свойства которого при растяжении и сжатии различны и который в условиях одноосного деформирования описывается функциями с разными степенными показателями при растяжении и сжатии. Модель численно и экспериментально апробирована на решении ряда задач изгиба гладких и оребренных пластин, кручения круглых сплошных и трубчатых стержней из изотропного и трансверсально-изотропного материалов, с одинаковыми и разными свойствами при растяжении и сжатии.

4. Оценка влияния трансверсально-изотропного свойства более слабого сопротивления деформациям ползучести в направлении нормали к плите на процессы изгиба пластин показала замедление деформирования (уменьшение прогиба) в знакопеременную седлообразную поверхность и ускорение деформирования в поверхность цилиндрической формы и в поверхность двойной положительной кривизны, по сравнению с расчетом в предположении изотропных свойств материала. Влияние трансверсально-изотропного свойства более слабого сопротивления деформациям ползучести в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к плите при деформировании оребренных пластин может быть существенным и зависит от высоты, толщины и ориентации ребер.

5. Для скорости изменения угла закручивания стержней, вырезанных из трансверсально-изотропного материала с одинаковыми и разными свойствами на растяжение и сжатие в условиях ползучести, получены новые аналитические решения, нижняя и верхняя оценки на основе принципов минимума полной мощности и дополнительного рассеяния, согласующиеся с результатами численного моделирования в программе ANSYS. Оценка влияния свойства более слабого сопротивления деформациям ползучести в направлении под углом  $45^\circ$  к направлению нормали к трансверсально-изотропной плите, по сравнению с сопротивлением деформациям ползучести в плоскости плиты, на процессы кручения стержней показала, что угловая скорость закручивания стержней, вырезанных в направлении нормали к плите, в несколько раз больше угловой скорости закручивания стержней, вырезанных в продольном направлении, и на порядок больше, чем для стержней в предположении изотропных свойств; у стержней, вырезанных в продольном направлении плиты, возникает депланация поперечного сечения.

6. Разработан и апробирован программный конечно-элементный комплекс «CreePL», предназначенный для решения прямых и обратных задач расчета остаточной и упреждающей геометрии оснастки гладких панелей из изотропного с разными свойствами на растяжение и сжатие материала при деформировании в медленных кинематических режимах ползучести, в том числе при термофиксации, с заданной продолжительностью процесса формообразования и с учетом упругого восстановления после снятия нагрузок.

7. Проведен анализ кинематических и статических режимов ползучести при растяжении стержней и формообразовании полусферических оболочек для ряда сплавов. Для задачи формообразования из плоской заготовки полусферической оболочки показана возможность оценки нагрузки по методике, основанной на решении уравнения равновесия безмоментной оболочки. Аналитически и численно показано, что на режим деформирования, обеспечивающий минимальный уровень накопления повреждений влияет вид зависимости деформации при разрушении от напряжения на диаграммах ползучести «деформация- время»: при монотонном уменьшении предельной деформации минимальный уровень повреждений обеспечивают кинематические режимы с постоянной скоростью деформации; если деформация при разрушении монотонно возрастает, то предпочтительными оказываются статические режимы.

8. На основе кинематических уравнений ползучести и повреждаемости разработан численный метод расчета напряженно-деформированного состояния и длительности до разрушения конструкций с учетом стадии распространения фронта разрушения, при этом решение задачи неустановившейся ползучести сводится к решению аналогичной задачи в предположении установившейся ползучести материала. Для изгибаемых кольцевых пластин проведено сравнение результатов расчета, полученных с использованием разработанного метода на основе критерия Треска–Сен-Венана и метода конечных элементов комплекса ANSYS с учетом повреждаемости, при этом в определяющие уравнения входит критерий Мизеса. Диаграммы длительной прочности показали, что применение критерия Треска–Сен-Венана дает нижнюю оценку времени начала разрушения конструкции. Для вращающихся и растягиваемых дисков с гиперболической формой поверхности получено, что отношение продолжительности второй стадии распространения фронта разрушения к продолжительности первой стадии скрытого разрушения, может составлять от десятых процента до нескольких десятков процентов в зависимости от геометрических размеров конструкции. Сравнение двух подходов в формулировке Ю.Н. Работнова и в формулировке Л.М. Качанова показало, что расчет по модели Л.М. Качанова дает заниженную оценку продолжительности первой стадии и заниженную оценку времени разрушения по сумме двух стадий. Метод расчета длительности до разрушения с учетом двухстадийности с использованием смешанного критерия типа Хейхерста апробирован на примере растягиваемых пластин с круговым отверстием.

9. Разработана подпрограмма на языке Fortran для учета накопления повреждений при ползучести; подпрограмма встроена с использованием алгоритма компиляции в пакет ANSYS и апробирована при решении задач изгиба кольцевой пластины и формообразования давлением полусферической оболочки.



**Публикации в российских журналах из перечня ВАК**

1. Банщикова И.А. Двумерные задачи кручения и изгиба профилей в условиях ползучести / И.А. Банщикова, И.В. Сухоруков // Вычисл. Технологии. – 2003. – Т. 8.– С. 104-110. / Регион. Вестн. Востока. – 2003. – Т. 8, № 3. – С. 104-110.
2. Банщикова И.А. Стесненное кручение стержней при ползучести / И.А. Банщикова, И.В. Сухоруков, Юань Бяо // Вычисл. Технологии.– 2004. – Т.9. – С.248-253 / Вестн. КазНУ. Сер. мат., мех., инф., 2004 – № 3. – С.248-253.
3. Банщикова И.А. Ползучесть осесимметрично нагруженных пластин с учетом накопления повреждений в их материале / И.А. Банщикова, А.Ф. Никитенко // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47, № 5. – С. 156-168.
4. Банщикова И.А. О ползучести пластин из алюминиевых сплавов при изгибе / И.А. Банщикова, Б.В. Горев, И.Ю. Цвелодуб // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48, № 5. – С. 156-159.
5. Банщикова И.А. Формообразование панелей из неоднородных материалов в режиме ползучести / И.А. Банщикова // Вычисл. Технологии. – 2008. – Т. 13. – С. 203-205 / Вестн. КазНУ. Сер. мат., мех., инф., 2008. – № 3(58). – С. 203-205.
6. Банщикова И. А. Расчет пластин двойной кривизны из анизотропных сплавов при ползучести // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та. – 2011.– № 4, ч. 4.– С.1385-1387.
7. Банщикова И.А. Расчет пластин из упрочняющегося материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию при ползучести / И.А. Банщикова, А.Е. Муравьева, И.Ю. Цвелодуб // Обработка металлов (технология, оборудование, инструменты). – 2014. – № 4(65). – С. 68-77.
8. Банщикова И.А. Деформирование элементов конструкций из сплавов с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в сдвиговом направлении / И.А. Банщикова, И.Ю. Цвелодуб, Д.М. Петров // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2015. – Т. 157, № 3. – С. 34-41.
9. Банщикова И.А. Напряженно-деформированное состояние и длительность до разрушения кольцевых пластин в условиях ползучести / И.А. Банщикова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2015. – Т. 8, № 4. – С. 359-368.
10. Банщикова И.А. Экспериментально-теоретический анализ деформирования трансверсально-изотропных пластин при ползучести / И.А. Банщикова, В.А. Блинов // Прикладная механика и техническая физика, 2016. – Т.57, №3. – С.129-138.
11. Банщикова И.А. Напряженно-деформированное состояние и длительность до разрушения вращающихся дисков при ползучести / И.А. Банщикова // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2018. – № 4. – С. 20-32.
12. Банщикова И.А. Кручение круглых стержней с учетом разносопротивляемости материала растяжению и сжатию в условиях ползучести / И.А. Банщикова, А.Ю. Ларичкин // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т. 59, № 6 (352). – С. 123-134.
13. Банщикова И.А. Выбор режимов формования и оценка эксплуатационного ресурса с использованием кинетических уравнений со скалярным параметром поврежденности / И.А. Банщикова // Прикладная механика и техническая физика. – 2019. – № 6. – С. 139-148.
14. Банщикова И.А. Построение определяющих уравнений для ортотропных при

ползучести материалов с различными свойствами при растяжении и сжатии / И.А. Банщикова // Прикладная механика и техническая физика, 2020. – №1. – С. 102-117.

15. Веричев С.Н. Формообразование изгибом в режиме пластичности элементов самолетных конструкций / С.Н. Веричев, Б.В. Горев, И.А. Банщикова // Обработка металлов. – 2014. – № 4(65). – С. 85-93.
16. Горев Б. В. К описанию ниспадающего участка кривой деформирования «напряжение-деформация» по кинетическим уравнениям со скалярным параметром поврежденности/ Б.В. Горев, И.А. Банщикова / Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 2 (17). – С. 110-117.
17. Горев Б.В. К описанию процесса ползучести и разрушения упрочняющихся материалов по кинетическим уравнениям со скалярным параметром поврежденности / Б.В. Горев, И.А. Банщикова // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2009. – № 2 (19). – С. 90-98.

#### **Публикации, индексируемые в WEB of Science и Scopus**

18. Banshchikova I.A. Laws of the creep of metallic materials at high temperatures / I.A. Banshchikova, B.V. Gorev, M.A. Legan // Journal of Physics: Conf. Series. – 2016. – 754. – 082001.
19. Banshchikova I.A. Torsion of circular rods at anisotropic creep / I.A. Banshchikova, D.M. Petrov, I.Yu. Tselodub // Journal of Physics: Conf. Series. – 2016. – 722. – No. 1. – 012004.
20. Banshchikova I.A., Evaluation of the stress-strain state of rod at torsion from an anisotropic material in the shear direction at creep / I.A. Banshchikova // Journal of Physics: Conf. Series. – 2017. – 894. – 012006.
21. Banshchikova I.A. The time of creep fracture of the axisymmetrically loaded structures / I.A. Banshchikova, I.V. Lyubashevskaya // Journal of Physics: Conf. Series. – 2017.– 894. – 012007.
22. Banshchikova I.A. On rational modes of forming an axisymmetric steel shell under creep / I.A. Banshchikova, S. V. Iyavoynen, A. Yu. Larichkin // Journal of Physics: Conf. Series. – 2019.– 1268. – 012009.
23. Iyavoynen S.V. High temperature creep of steel 09G2S under non-stationary loading / S. V. Iyavoynen, I.A. Banshchikova, I. V. Lubashevskaya, M.A. Legan // Journal of Physics: Conf. Series. – 2017. – 894. – 012123.

#### **Свидетельства о регистрации программ ЭВМ**

24. Свид. о регистр. программы для ЭВМ № 2020613159. Программа «CreepDmg» для моделирования формообразования оболочки в режиме ползучести с учетом повреждаемости в системе ANSYS/ Банщикова И.А. Зарегистр.: 11.03.2020.
25. Свид. о регистр. программы для ЭВМ № 2020613572. Программный комплекс «CreePL» для расчета параметров формообразования и изменяемой геометрии оснастки панелей при медленных режимах деформирования / Банщикова И.А. Зарегистр.: 18.03.2020.

#### **Учебные пособия и прочие наиболее значимые публикации**

26. Банщикова И.А. Комплекс ANSYS: нелинейный прочностной анализ конструкций: учебное пособие / И.А. Банщикова, Г.И. Расторгуев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. – 94 с.

27. Банщикова И.А. Комплекс ANSYS: анализ устойчивости конструкций: учебное пособие / И.А. Банщикова, М.А. Леган, К.А. Матвеев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2017. – 66 с.
28. Банщикова И.А. Моделирование разрушения при ползучести / И.А. Банщикова / Безопасность и живучесть технических систем: Труды II Всерос. конф./ ред. В.В.Москвичев. – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2007. – С.115-118.
29. Банщикова И. А. Кручение пластин с пониженной сопротивляемостью деформациям ползучести в поперечном касательном направлении / И.А. Банщикова // «Современные проблемы механики сплошной среды»: Тр. межд. науч. конф. – Бишкек: Изд-во «Илим», 2012.– С. 105-109.
30. Банщикова И.А. О формообразовании и расчете пластин двойной кривизны при анизотропной ползучести / И.А. Банщикова // Динамика сплошной среды: Сб. тр. / ИГиЛ СО РАН. – Новосибирск, 2012. – Вып. 127. – С. 15-18.
31. Банщикова И.А. Длительность до разрушения вращающихся дисков в условиях ползучести/ И.А. Банщикова // Безопасность и мониторинг техногенных и природных систем: материалы и доклады / VI Всерос. конф. науч. ред. В.В. Москвичев. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2018.– С. 141-146.
32. Банщикова И.А. Кручение ортотропного тонкостенного круглого стержня при ползучести / И.А. Банщикова // XII Всерос. съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сб. тр. – Т. 3: Механика деформируемого твердого тела. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2019. – С. 251-253.
33. Горев Б.В. К использованию определяющих уравнений в энергетической форме для оценки живучести и разрушения элементов конструкций / Б.В. Горев, И.А. Банщикова / Математическое моделирование и краевые задачи. Тр. 7-й Всерос. науч. конф. с межд. участием. Ч.1. – Самара: СамГТУ, 2010. – С. 109-112.
34. Горев Б.В. О рациональных режимах деформирования металлических материалов в условиях ползучести / Б.В. Горев, И.А. Банщикова // Безопасность и мониторинг техногенных и природных систем: материалы и доклады / VI Всерос. конф., ред. В.В.Москвичев. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2018. – С. 165-170.
35. Рациональные режимы формообразования полусферической оболочки из стали 09Г2С-12 в условиях ползучести / И.А. Банщикова, С.В. Иявойнен, А.Ю. Ларичкин, М.А. Леган, И.В. Любашевская // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. науч. ст. – Новокузнецк, 2017. – С. 40–47.
36. Банщикова И.А. Моделирование процесса формообразования полусферической оболочки на основе кинетических уравнений ползучести и повреждаемости/ И.А. Банщикова // Краевые задачи и математическое моделирование: сб. науч. ст.– Новокузнецк, 2020. – С. 7–10.
37. Banshchikova I. A. Deformation of plates from alloys with different properties on tension and compression at creep / I.A. Banshchikova, I. V. Lyubashevskaya / Zbornik radova konf. MIT 2009. na Kopaoniku, Budvi, 2009. – Izdavač: Univerzitet u Prištini Prirodno-matematički fakultet Kosovska Mitrovica, 2009. – P. 29-32.
38. Banshchikova I.A. Shaping of panels in view of behaviour features of metal alloys at creep / I.A. Banshchikova // Topical problems of continuum mechanics: Proc.of the II Intern. Conf., Dilijan, Armenia. – Yerevan: YSUAC. – 2010.– Vol. 2. – P. 247-250.

Выход в свет. Заказ № 273.  
Формат 60x84/16. Объем 2 п.л. Тираж 100 экз.  
Отпечатано в Институте гидродинамики им. М.А.Лаврентьева СО РАН  
630090, г. Новосибирск, пр. Лаврентьева, 15.